

Tampereen ammattikorkeakoulu  
Kone- ja tuotantotekniikka  
Modernit tuotantojärjestelmät  
Jari Vanhatalo

Opinnäytetyö

## **Nivelnelikulmion toiminta ja mitoittaminen**

Työn ohjaaja  
Työn teettäjä  
Tampere 5/2010

Yliopettaja, tekniikan tohtori Markus Aho  
TAMK T&K, projektipäällikkö Markku Oikarainen

Tampereen ammattikorkeakoulu  
Kone- ja tuotantotekniikka  
Modernit tuotantojärjestelmät

Tekijä	Jari Vanhatalo
Opinnäytetyö	Nivelnelikulmion toiminta ja mitoittaminen
Sivumäärä	41 sivua + 14 liitesivua
Valmistumisaika	5/2010
Työn ohjaaja	Yliopettaja, TkT Markus Aho
Työn teettäjä	TAMK T&K, projektipäällikkö Markku Oikarainen

---

## Tiivistelmä

Tämä opinnäytetyö on tehty Tampereen Ammattikorkeakoulun tutkimus- ja kehitysosastolle. Työn tarkoituksena oli tutkia nivelnelikulmion toimintaa ja siihen aiheutuvia rasituksia eräälle sovelluskohteelle. Työssä suoritettiin nivelnelikulmion kinematiikan ja kinetiikan laskenta sekä annetun sovelluskohteen suunnittelu ja lujuusopillinen mitoitus niiden avulla.

Opinnäytetyössä selvitettiin nivelnelikulmiosovelluksen toimintaa mekaniikan keinoin. Dynamiikan osuudessa selvitettiin nivelnelikulmion liiketilat jäykän kappaleen kinematiikan avulla. Tästä saatiin tulokseksi kulmien asennot, kulmanopeudet ja kulmakiihtyvyydet. Jäykän kappaleen kinetiikan avulla ratkaistiin eri jäsenien massojen kiihtyvyyksistä aiheutuvat voimat nivelissä ja kiinnityspisteissä.

Liiketilojen selvityksen ja reaktivoimien ratkaisun jälkeen nivelnelikulmion jäsenet mitoitettiin kestävämmän kiihtyvyyksistä ja kuormasta aiheutuvat rasitukset. Jäsenien mitoituksen lisäksi työssä piti mitoitettiin jäsenien liitokset ja liitos-osat.

Edellä mainitut laskutoimitukset suoritettiin Mathcad -ohjelmalla. Opinnäytetyössä luotiin myös simulaatiomalli Matlabin SimMechanics -ohjelmalla, jolla mekanismin dynaamista käyttäytymistä voitiin tutkia ja visualisoida. Vertailu osoitti analyyttisten Mathcadilla laskettujen tulosten yhtenevän SimMechanicsilla laskettuihin tuloksiin.

---

Avainsanat

Nivelnelikulmio, nivelnelimekanismi,  
dynamiikka, mitoittaminen

Author	Jari Vanhatalo
Final thesis	Four-bar Linkage Operation and Dimensioning
Pages	41 pages + 14 pages of appendices
Graduation time	5/2010
Thesis Supervisor	Dr. Tech. Markus Aho
Co-operating Company	TAMK T&K, Project Manager Markku Oikarainen

---

## Abstract

This final thesis has been done for T&K department of Tampere University of Applied Sciences. The purpose of the work was to study a four-bar linkage in operation and the stresses affecting to it in a specific application. During the work, the kinematics and kinetics of the four-bar linkage were solved and, using these results, the planning and strength dimensioning of the given application were conducted.

The functioning of a four-bar linkage was studied using classical theory of mechanics. In the part concerning dynamics, the state of movement of the four-bar linkage was analyzed with the theory of solid body kinematics. The analysis gave results for the angles, angular velocities and angular accelerations of the bars. The reaction force components of the bars as well as forces in joints, caused by the acceleration components and external loads affecting the bodies, were solved using the theory of kinetics for solid bodies.

After kinematic and kinetic analyses for the four-bar linkage, the bars were dimensioned to sustain stresses caused by the reaction forces and the external loads. In addition to dimensioning the bars, the work included the dimensioning of the connection parts in joints.

Abovementioned calculations were implemented with Mathcad -program. Also a simulation model, with which the dynamical behavior of the four-bar linkage could be studied and visualized, was created using Matlab SimMechanics-program. Comparison between the analytic Mathcad results and SimMechanics results indicated excellent congruity, validating the analytical results.

## Sisällysluettelo

1	Johdanto .....	6
2	Vipumekanismit .....	8
2.1	Vipumekanismien historia .....	8
2.2	Nivelnelikulmio .....	8
3	Dynamiikan teoria .....	10
3.1	Dynamiikka yleisesti .....	10
3.2	Kinematiikka .....	12
3.2.1	Kinematiikan teoria .....	12
3.2.2	Jäykän kappaleen kinematiikka .....	12
3.3	Kinetiikka .....	13
3.3.1	Kinetiikan teoria .....	13
3.3.2	Jäykän kappaleen kinetiikka .....	14
4	Lujuusopin teoria .....	15
4.1	Lujuusoppi yleisesti .....	15
4.2	Lujuusopillinen mitoitus yleensä .....	16
5	Nivelnelikulmion teoria .....	18
6	Työn suorittaminen .....	19
6.1	Dynamiikan osuus nivelnelikulmiolle .....	19
6.1.1	Kinematiikan laskenta .....	19
6.1.2	Kinetiikan laskenta .....	23
6.2	Lujuusopin osuus nivelnelikulmiolle .....	26
6.2.1	Koordinaatiston kierto .....	26
6.2.2	Tarvittavat lujuuslaskut .....	27
6.2.3	Vertailujännityksen laskenta .....	27
6.2.4	Nurjahduksen tarkistus .....	29
6.2.5	Liitoskohdan mitoitus .....	31
7	Simulaatiomalli nivelnelikulmiolle .....	35
7.1	Yleistä Matlab SimMechanicsista .....	35
7.2	Simulaation toteutus .....	35
8	Tulosten analysointi .....	37

Tampereen ammattikorkeakoulu

Kone- ja tuotantotekniikka

Modernit tuotantojärjestelmät

9	Yhteenveto .....	38
	Lähdeluettelo.....	39
	Painetut lähteet .....	39
	Sähköiset lähteet .....	40
	Liitteet .....	41

# 1 Johdanto

Tässä opinnäytetyössä esitetään nivelnelikulmion kinematiikan ja kinetiikan laskenta sekä annetun sovelluskohteen suunnittelu ja lujuusopillinen mitoitus niiden avulla. Opinnäytetyön laskentaan käytetään Mathcad -ohjelmistoa (Mathcad verkkosivut). Kirjallisessa osuudessa käsitellään myös opinnäytetyöaiheeseen liittyvää mekaniikan teoriaa. Sovelluskohde määrättiin jo työn alussa, mutta se määriteltiin salaiseksi, minkä takia sitä ei opinnäytetyössä käsitellä.

Työn tarkoituksena on tehdä nivelnelikulmiolle parametrinen laskentamalli, miettiä sovelluskohteeseen sopiva nivelnelikulmion rakenne sekä ohjausvoiman tuominen. Tämän lisäksi toteutetaan valitun sovelluskohteen lujuustekninen mitoitus sekä nivelnelikulmion simulaatiomalli. Työ koostuu neljästä eri vaiheesta.

Työn ensimmäisessä vaiheessa selvitetään dynamiikan, joka jakautuu kinematiikkaan sekä kinetiikkaan, avulla nivelnelikulmion teoreettinen tausta. Tässä vaiheessa toteutetaan parametrinen laskentamalli nivelnelikulmion toiminnasta, sen liiketiloista ja siihen vaikuttavista voimista.

Laskentamallissa pitää ottaa huomioon, millä tavalla ohjausvoima tuodaan mekanismille ja mistä nivelnelikulmion osasta ohjaus toteutetaan. Tästä syystä suunnittelua joudutaan toteuttamaan osittain jo ennen laskennan aloittamista.

Työn toisessa vaiheessa valitaan sovelluskohde nivelnelikulmiolle sekä määrätään ohjauksen tarkempi toiminta. Tässä vaiheessa pitää tutkia tarkemmin nivelnelikulmion fyysistä rakennetta sekä sen määrättyä sovelluskohdetta, jotta saadaan aikaiseksi toimiva ratkaisu.

Työn kolmannessa vaiheessa suoritetaan valitun mekanismin eri jäsenien ja niiden liitososien lujuustekninen mitoitus, ja viimeisessä, neljännessä, vaiheessa toteutetaan valitun nivelnelikulmion simulaatiomalli. Mekanismin simulaatiomalli luodaan Matlab-ohjelmistolla (Matlab verkkosivut). Lujuusteknisessä mitoituksessa pitää laskea

Kone- ja tuotantotekniikka

rakenteen jäseniin aiheutuvat veto- ja puristusjännitykset sekä taivutusmomentit. Näiden pohjalta valitaan materiaali ja profiili sekä tarkistetaan, että valitut profiilit ja liitososat kestävät kiihtyvyyksistä ja kuormista aiheutuvat rasitukset.

## **2 Vipumekanismit**

### **2.1 Vipumekanismien historia**

Erilaisia vipumekanismeja on ollut käytössä ja niitä on osattu hyödyntää jo pitkään. Lihasvoimalla liikuteltavien vipumekanismien avulla on vanhalla ajalla kyetty siirtämään sekä nostamaan suuriakin kappaleita, kuten kivenlohkareita. Näiden avulla on ollut mahdollista rakentaa erilaisia monumentaalisia rakennuksia. Tällöin ei kuitenkaan ole ollut käytössä minkäänlaista kappaleen liikettä kuvaavaa systemaattista teoriaa. (Salmi & Virtanen 2006, 17)

Nivelnelimekanismin avulla on esimerkiksi kaadettu Luxorin obeliski vuonna 1831. Kaatamiseen käytetty mekanismi on ollut insinööri Mimerelin suunnittelema. Obeliski painaa 284 000 kg, ja sen kaatamiseen on tarvittu ainoastaan 30 miestä, joten erilaisten vipumekanismien avulla saadaan käyttöön huomattavan suuriakin voimia. Nykyisin obeliski sijaitsee Concorde-aukiolla Pariisissa. (Salmi & Virtanen 2006, 18)

### **2.2 Nivelnelikulmio**

Nivelnelikulmiomekanismeja käytetään tekniikassa hyväksi monissa erilaisissa sovelluksissa. Nivelnelikulmio on eräs sovellutus vipumekanismeista. Nivelnelikulmio koostuu nimensä mukaisesti neljästä eri jäsenestä, joista kolme on liikkuvia jäseniä ja yksi kiinteä runko. Sovelluskohteina voi olla erilaiset koneet sekä laitteet, mutta sovelluksia voi olla mahdollisesti myös erilaisissa työkaluissa. Esimerkiksi robottien tarrainsovelluksissa saatetaan käyttää nivelnelikulmiomekanismia.

## Kone- ja tuotantotekniikka

Alla olevassa kuviossa 1 on esitetty esimerkki kaivinkoneiden puomeissa käytetystä nivelnelikulmiosovelluksesta, johon käyttövoima tuodaan kaksitoimisen hydraulisynterin avulla. Tarkemmin kyseistä sovellusta kutsutaan kaksoiskeinuvipumekanismiksi, jossa kaivinkoneen puomi toimii nivelnelikulmion runkona, eli samalla yhtenä sivuna, ja kauhan kiinnityslevy toimii toisena keinuvipuna. Kuviossa 1 näkee, että sovelluksen avulla saadaan kauhan tai jonkin muun toimilaitteen kääntöliikettä suuremmaksi.



Kuvio 1: Sovellus nivelnelikulmiolle (Kuva: Jari Vanhatalo)

## 3 Dynamiikan teoria

### 3.1 Dynamiikka yleisesti

Mekaniikka on lakeja etsivä tieteenala, joka voidaan luontevasti jakaa kahteen osaan. Mekaniikkaan luokitellaan kuuluvaksi dynamiikka eli liikeoppi sekä statiikka eli tasapaino-oppi. Klassisessa mekaniikassa tutkitaan fysikaalisia kohteita, kuten partikkeleita, joiden liikettä kuvataan aika-paikka-avaruudessa. Partikkelilla tarkoitetaan kappaletta, jonka mitat eivät ole oleellisia kyseessä olevan tehtävän kannalta. (Salmi 2006, 13, 289; Salmi 1996, 11)

Klassisen mekaniikan perustana toimii seitsemän peruslakia, jotka ovat:

1. On olemassa absoluuttinen, euklidinen avaruus ja absoluuttinen aika
2. Voiman suunnikaslaki
3. Voiman siirtolaki
4. Hitauden laki eli NEWTONin I laki
5. Dynamiikan peruslaki eli NEWTONin II laki
6. Voiman ja vastavoiman laki eli NEWTONin III laki
7. Yleinen gravitaatiolaki eli NEWTONin IV laki

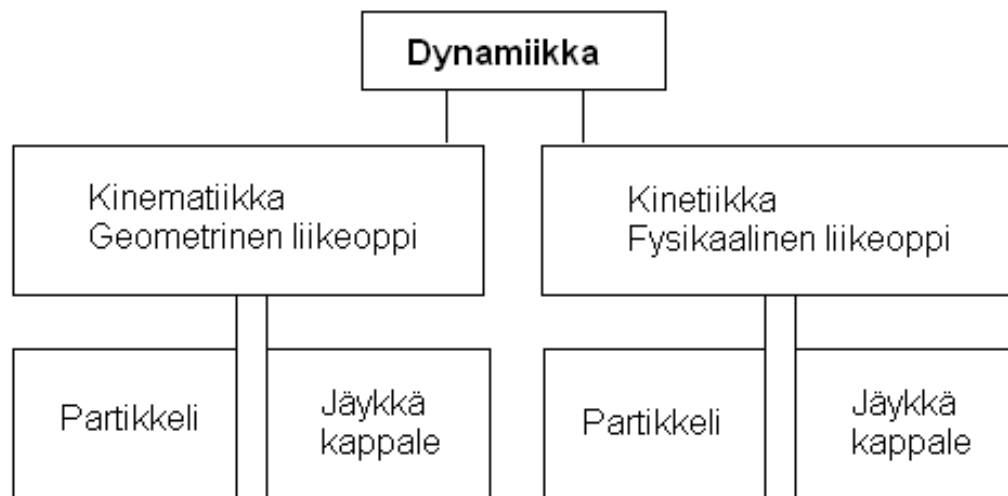
Näistä peruslaeista eli aksioomista on muodostettu koko klassisen mekaniikan teoria. Statiikassa tärkeässä asemassa ovat lait 2, 3, 4 ja 6, kun taas dynamiikassa lait 4, 5 ja 7. (Lähteenmäki 2001d, 1-2)

Kuten yllä olevista peruslaeista nähdään, klassinen mekaniikka pohjautuu muutamaan yleisiin kokemuksiin perustuvaan peruskäsitteeseen ja perusolettamukseen: aikaan, etäisyyteen, voimaan ja massaan. Nämä kaikki eivät kuitenkaan ole toisistaan riippumattomia, sillä voiman ja massan käsitteet kytkeytyvät yhteen peruslakien ansiosta. Dynamiikassa aika on jatkuvasti kasvava, eikä se saa negatiivisia arvoja. Etäisyys on avaruuden pisteiden välimatka sovitulla tavalla mitattuna. Voimalla tarkoitetaan vetoa tai työntöä. Voiman vaikutus riippuu sen suuruudesta, suunnasta sekä

## Kone- ja tuotantotekniikka

vaikutuspisteestä. Massalla tarkoitetaan sen hitauden mitta, joka pyrkii vastustamaan kappaleen liiketilan muutosta. Edellä mainituista päättellessä johdetaan lisäksi joukko lauseita. Edellä mainittujen kokonaisuutta, eli peruskäsitteitä sekä niistä johdettuja lauseita, kutsutaan mekaniikan teoriaksi. (Salmi 2006, 13–15, 287, 353; Josephs & Huston 2002, 2)

Dynamiikka käsittelee voimien vaikutuksen alaisena olevia kappaleita. Dynamiikka jaetaan kahteen erilliseen alueeseen, kinematiikkaan ja kinetiikkaan. Kinematiikka tutkii liikkeitä kiinnittämättä huomiota niiden syihin eli voimiin, jotka liikkeen aiheuttavat. Kinetiikka tutkii voimien vaikutusta liikkeessä oleviin kappaleisiin. Dynamiikan yksityiskohtainen ymmärrys tarjoaa yhden käyttökelpoisimmista ja vaikutusvaltaisimmista työkaluista tutkittaessa liikkuvia koneenosia ja rakenteita. Alla on esitetty kuvio 2 dynamiikan jaosta. (Salmi 2006, 287, 353; Kraige & Meriam 2007,3)



Kuvio 2: Dynamiikan jako (Salmi 2006, 287)

## **3.2 Kinematiikka**

### **3.2.1 Kinematiikan teoria**

Kinematiikka eli geometrinen liikeoppi toimii perustana kinetiikalle sekä erilaisten laitteiden ja koneiden suunnitteluun tarvittavalle mekanismiopille. Kinetiikka tutkii liikettä geometriselta kannalta, mutta ei kiinnitä huomiota liikkeen syihin.

(Salmi & Virtanen 2006, 15)

Kinematiikassa tutkitaan liikkuvan pisteen tai pistejoukon geometriaa. Kinematiikan teoria perustuu geometrian peruslakeihin sekä geometrian käsitteisiin. Peruskäsitteinä kinematiikassa ovat etäisyys ja aika sekä johdettuja käsitteitä, kuten nopeus ja kiihtyvyys. Tarkemmin ottaen kinematiikassa tehtävänä on selvittää, kuinka voidaan ratkaista partikkelin asema, nopeus sekä kiihtyvyys sen kulkiessa pitkin ratakäyräänsä. (Salmi 1996, 11; Lähteenmäki 2001c, 3)

### **3.2.2 Jäykän kappaleen kinematiikka**

”Jäykän kappaleen kinematiikan tehtävänä on selvittää kappaleen paikka ja asento sekä sen pisteiden nopeudet ja kiihtyvyydet haluttuina ajan hetkinä” (Salmi & Virtanen 2006, 69).

Puhuttaessa jäykästä kappaleesta tarkoitetaan partikkelisysteemiä, jossa on äärellinen määrä partikkeleita, ja niiden väliset keskinäiset etäisyydet pysyvät muuttumattomina liikkeen aikana. Suunniteltaessa erilaisien mekanismien geometriaa käytetään hyväksi jäykän kappaleen kinematiikkaa, sekä selvitetessä esimerkiksi kinetiikassa liikkeestä johtuvia voimia eli tukireaktioita. Jäykän kappaleen liike jaetaan kuuteen lajiin, ja näistä kolme ensimmäistä liittyvät tasoliikkeessä olevaan kappaleeseen.

Alla on lueteltu liikkeen eri lajit:

1. Tasotranslaatio
  2. Rotaatio
  3. Yleinen tasoliike
  4. Avaruustranslaatio
  5. Palloliike
  6. Yleinen liike avaruudessa
- (Salmi & Virtanen 2006, 69)

### **3.3 Kinetiikka**

#### **3.3.1 Kinetiikan teoria**

Kinetiikkaa eli fysikaalista liikeoppia kutsutaan yhdessä statiikan kanssa voimaopiksi. Tämä tutkii partikkeliin ja partikkelisysteemiin vaikuttavien voimien sekä niiden ylläpitämien ja aiheuttamien liikkeiden välisiä suhteita. Kinetiikkaa tarvitaan tärkeänä perustana liikkuvien koneenosien ja laitteiden sekä erilaisten koneiden suunnittelussa. Erityisesti kuljetusvälineiden suunnittelussa kinetiikan teorian tunteminen on välttämätöntä. (Salmi & Virtanen 2006, 185)

Päätehtävänä kinetiikassa on partikkelin liikkeen määrittäminen silloin, kun ainakin osa voimista tunnetaan, ja partikkelin rata on etukäteen joko täysin tai osittain määrätty. Tällöin on kysymyksessä partikkelin sidottu liike. Mikäli osa voimista on tuntemattomia, kuuluu tehtävän ratkaisuun määrittää myös tuntemattomat voimat. Päätehtävän valmisteluun kuuluu kuvata systeemin tai kappaleen liikkeitä kinematiikan keinoin sekä yhdistää vaikuttava voimasysteemi mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon. (Salmi 1996, 13; Salmi & Virtanen 2006, 185–197)

Muita partikkelin kinetiikan tehtäviä on selvittää, mikä voima saa liikkeen aikaan, jos tunnetaan partikkelin liike. Kinetiikan teoria on johdettu mekaniikan peruslaeista.

(Salmi 1996, 13; Salmi & Virtanen 2006, 185–197)

### 3.3.2 Jäykän kappaleen kinetiikka

Jäykän kappaleen ollessa tasoliikkeessä vaaditaan, että

1. Kappale on tasoliikkeessä. Toisin sanoen kappaleen kaikkien pisteiden liikeradat ovat liiketason suuntaisia tasokäyriä.
2. Kappaleen massajakauman on oltava jonkin liiketason suuntaisen tason (referenssitason) suhteen symmetrinen, jolloin kappaleen massakeskiö  $G$  on tässä referenssitasossa. (Salmi & Virtanen 2006, 285)

Ulkoiset voimat aiheuttavat kappaleeseen liikkeitä, joiden välistä yhteyttä tutkitaan jäykän kappaleen kinetiikassa. Voimia käsiteltäessä käytetään apuna voimaoppia statiikasta, ja tutkittaessa kappaleen geometrisiä liikesuureita apuna käytetään kinematiikan teoriaa. Tasoliikkeen kinetiikan avulla voidaan tutkia hyvin monia tekniikan sovelluksia, mikäli liiketaso on sovelluksen symmetriataso. (Lähtenmäki 2001e, 1)

Tässä työssä tutkittavaan nivelnelikulmioon voidaan soveltaa jäykän kappaleen kinematiikkaa ja kinetiikkaa.

## 4 Lujuusopin teoria

### 4.1 Lujuusoppi yleisesti

Materiaalin lujuudella tarkoitetaan sen kykyä kestää kuormitusta murtumatta tai muuttamatta muotoaan. Jokainen kiinteä materiaali kestää tietyssä määrin ulkoisien voimien aiheuttamia rasituksia ilman murtumisia tai suuria geometrisiä muutoksia. Tällöin materiaalilla sanotaan olevan lujuutta sekä jäykkyyttä.  
(Outinen, Salmi & Vulli 2007, 13)

*Lujuusoppi on fysikaalisten tieteiden ala, joka tutkii kappaleiden käyttäytymistä kuormituksen alaisena. Se pyrkii selvittämään levossa tai liikkeessä olevan kiinteän kappaleen sisäiset voimat ja niistä aiheutuvat geometriset muutokset sekä ne kuormitukset, jotka kappale kestää.*  
(Outinen, Salmi & Vulli 2007, 13)

Lujuusoppi sijoitetaan kiinteän aineen mekaniikkaan. Lujuusopin teorian periaatteet perustuvatkin yleiseen mekaniikan, erityisesti statiikan, peruskäsitteisiin ja periaatteisiin. Lujuusopissa, kuten statiikassakin, muodostetaan todellisesta kohteesta niin sanottu mekaniikan malli, jonka avulla laskentaa saadaan yksinkertaistettua, mutta malli vastaa kuitenkin riittävän hyvin todellisuutta. Yksinkertaistavat mallit eivät ole mitenkään lujuusopin teorian erityisvaatimus, vaan ne tekevät ongelman ratkaisun huomattavasti halvemmaksi kuin enemmän todellisuutta vastaavat mallit.  
(Outinen, Salmi & Vulli 2007, 13–16)

Lujuusopin tavoitteina on tarkastella todellisia rakenteita, selvittää kappaleiden mekaanista käyttäytymistä hallitsevia lakeja ja käyttää näitä tietoja käytännön kohteiden mitoitukseen. Käytännön mitoituksessa on tärkeää mitoituksen optimointi, jotta rakenteille saadaan riittävä lujuus mahdollisimman edullisesti. Lujuusopillisessa tarkastelussa tärkeänä lähtökohtana ovat materiaalien mekaaniset ominaisuudet, joita on selvitetty materiaalitieteissä. Nykyisinkin materiaaleja pyritään kehittämään paremman lujuusluokan omaaviksi. Tämä edellyttää lujuusopin teorian kehittelyä materiaalien

lujuusominaisuuksien osalta, sillä uusien materiaalien hinta on kova, mikä asettaa mitoitukselle suurempia vaatimuksia. (Outinen, Salmi & Vulli 2007, 14)

Kiinteällä kappaleella on tietynlaisia lujuusopillisia ominaisuuksia. Alla olevassa kuviossa on esitetty kyseiset ominaisuudet. (Lähteenmäki 2001b, 3)

Ominaisuus	Mitta	Vaurio
Lujuus	Jännitykset	Murtuminen Myötäminen
Jäykkyys	Muodon- muutokset	Liian suuret siirtymät
Stabiilius	Jännitykset	Lommahdus Nurjahdus Kiepsahdus

Kuvio 3: Lujuusopilliset ominaisuudet (Lähteenmäki 2001b, 3)

## 4.2 Lujuusopillinen mitoitus yleensä

Erilaisilta systeemeiltä vaaditaan tiettyä käyttöikää, jonka perusteella lujuuslaskentaa toteutetaan. Jokaisen laitteen käyttöikä riippuu kuitenkin oleellisesti käyttötarkoituksesta. Käyttöiänkin aikana voi kuitenkin tapahtua jotain sellaista, joka haittaa laitteen toimintaa tai estää sen kokonaan. Vaurioon voi johtaa monia erilaisia syitä, joista osa olisi voitu ennustaa etukäteen paremmalla suunnittelulla, mutta kaikkia taas ei ole mahdollistakaan ennakoida suunnitteluvaiheessa. Abstraktiseen malliin kohdistuvien mallilaskelmien avulla pyritään selvittämään rakenteiden mekaanisia

## Kone- ja tuotantotekniikka

rasituksia. Tämä ei kuitenkaan aina simuloi riittävän hyvin todellista rakennetta, jolloin syntyy erilaisia vaurioita. Suunnittelijat käyttävät matemaattisia malleja, jotka ovat jollain tavoin idealisoituja. Idealisointia tapahtuu rakenteiden lisäksi myös materiaalien ja kuormitusten osalta. Rakenteen kuormituksen ollessa staattista tai lähes staattista päädytään yksinkertaisimpiin lujuusopillisiin laskentamalleihin. Suunnittelutyön yhtenä tärkeänä osaamisalueena on ymmärtää konkreettisen ja abstraktin tilan yhteys. (Airila ym 2003, 9-14)

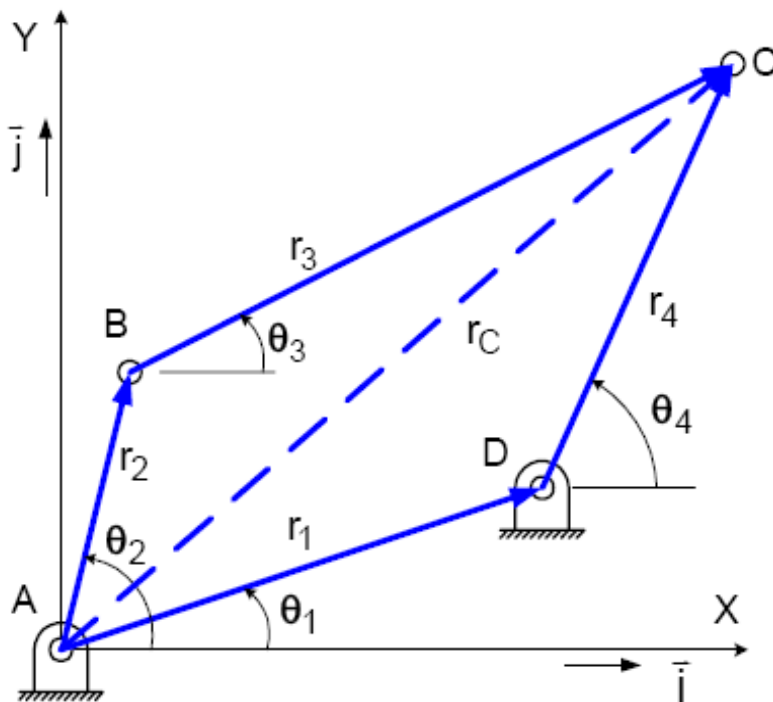
Lujuustarkasteluissa pitää ottaa huomioon myös systeemin kuormituksen tyyppi. Kuormituksia luokitellaan esimerkiksi kuormituksen esiintymistäajuuden mukaan, luokittelu ei kuitenkaan ole täysin eksaktia. Kuormitukset luokitellaan esiintymistäajuuden mukaan staattisiin, kvasistaattisiin ja dynaamisiin kuormituksiin. Toinen luokittelutapa on jakaa kuormitukset staattiseen, tykyttävään ja vaihtuvaan. Rakennemateriaalien lujuusarvoista tarvitaan usein vetolujuusarvojen lisäksi myös taiputus- ja vääntölujuuksia. (Airila ym 2003, 14–16)

Kuormituksen ollessa staattinen tai kvasistaattinen, rakenteen lujuusopillinen mitoitus voidaan tehdä staattisten tarkastelujen pohjalta. Vaihtelevan kuormituksen alaisen rakenteen mitoituksessa tulee huomioida materiaalin väsyminen. Väsymisen huomioivat mitoitusmenetelmät voidaan jakaa kahteen pääryhmään, jotka ovat mitoitus väsymisrajaan nähden (laskennallinen kestoikä äärettömän pitkä) sekä mitoitus kestorajaan nähden (laskennallinen kestoikä äärellinen). Kestorajaan nähden mitoitus voidaan jakaa vielä varman kestämisen periaatteeksi (Safe Life), rajoitetun vahingon eli turvallisen vioittumisen periaatteeksi (Fail Safe) ja viansietoperiaatteeksi (Damage Tolerance). (Airila ym 2003, 24–25)

## 5 Nivelnelikulmion teoria

Nivelnelikulmion toiminnan ja sen sallittujen liikkeiden perusteella sen jäsenet on nimetty eri tavoin. Kuvion 4 mukaisessa nivelnelikulmiossa yksi sivu on kiinteä toimien samalla runkona (linkki AD). Tämän lisäksi siinä on kiertokanki (linkki BC) sekä kaksi kampea tai keinuvipua (linkit AB ja DC). (Lähteenmäki 2001a, 7)

Linkkejä (AB ja DC) kutsutaan kammiksi, mikäli mekanismin geometria sallii niiden pyörittävän kiinnitysnielensä eli pisteen A tai D ympäri. Jos geometria ei sitä salli, niin siinä tapauksessa niitä nimitetään keinuvivuiksi. Mikäli linkit AB ja DC ovat molemmat kampia, kutsutaan sovellusta kaksoiskampimekanismiksi. Jos molemmat linkit taasen ovat keinuvipuja, sovellus on kaksoiskeinuvipumekanismi. On olemassa myös sovelluksia, joissa on sekä kampi että keinuvipu. Tällaisia sovelluksia kutsutaan kampi-keinuvipumekanismeiksi. Alla eitetystä kuvioista 4 selviää linkkien paikat. (Lähteenmäki 2001a, 7)



Kuvio 4: Nivelnelikulmio (Lähteenmäki 2001a, 6)

## 6 Työn suorittaminen

### 6.1 Dynamiikan osuus nivelnelikulmiolle

#### 6.1.1 Kinematiikan laskenta

Työn ensimmäisenä vaiheena oli muodostaa parametrinen laskentamalli nivelnelikulmion liiketiloille. Laskennassa sovellettiin nimenomaan jäykän kappaleen kinematiikkaa. Laskentamallista muodostuu erilainen sen mukaan, käytetäänkö nivelnelikulmiota kammesta (tai keinuviivusta) vai kiertokangesta. (Lähtenmäki 2001a, 7) Tässä työssä määriteltiin, että käytävä jäsen on keinuviipu.

Työn ensimmäisenä vaiheena määritettiin sulkeumayhtälö edellä esitetyn kuvion 4 mukaiseen tilanteeseen. Piste C asema voidaan ilmoittaa kahta eri reittiä, jotka ovat ABC ja ADC. Tästä saadaan tulokseksi:

$$\vec{r}_c = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_4 \quad (6.1)$$

Kaavasta (6.1) saadaan tasossa vektoreiden pituuksia sekä suuntakulmia hyväksi käyttäen komponenttimuotoinen aseman sulkeumayhtälö, jonka on oltava voimassa koko työkierron ajan:

$$\begin{aligned} r_2 \cdot \cos(\theta_2) + r_3 \cdot \cos(\theta_3) &= r_1 \cdot \cos(\theta_1) + r_4 \cdot \cos(\theta_4) \\ r_2 \cdot \sin(\theta_2) + r_3 \cdot \sin(\theta_3) &= r_1 \cdot \sin(\theta_1) + r_4 \cdot \sin(\theta_4) \end{aligned} \quad (6.2)$$

Yllä olevasta yhtälöparista (6.2) on ratkaistava kulmat  $\theta_3$  ja  $\theta_4$ . Tässä tapauksessa muut tekijät ovat tunnettuja, koska käytäväksi jäseneksi on valittu kampi. Yllä olevan yhtälöparin ratkaisusta saadaan määritettyä  $\theta_4$ .

Kulma  $\theta_4$  on

$$\theta_4 = 2 \cdot \arctan \left( \frac{-B - \delta \cdot \sqrt{B^2 - C^2 + A^2}}{C - A} \right), \quad (6.3)$$

jossa

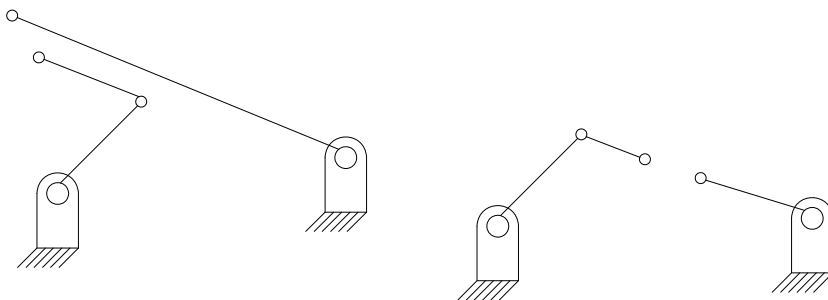
$$A = 2 - 2 \cdot r_2 \cdot r_4 \cdot \cos(\theta_2)$$

$$B = 2 - 2 \cdot r_2 \cdot r_4 \cdot \sin(\theta_2)$$

$$C = r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - r_3^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot (\cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) + \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_2))$$

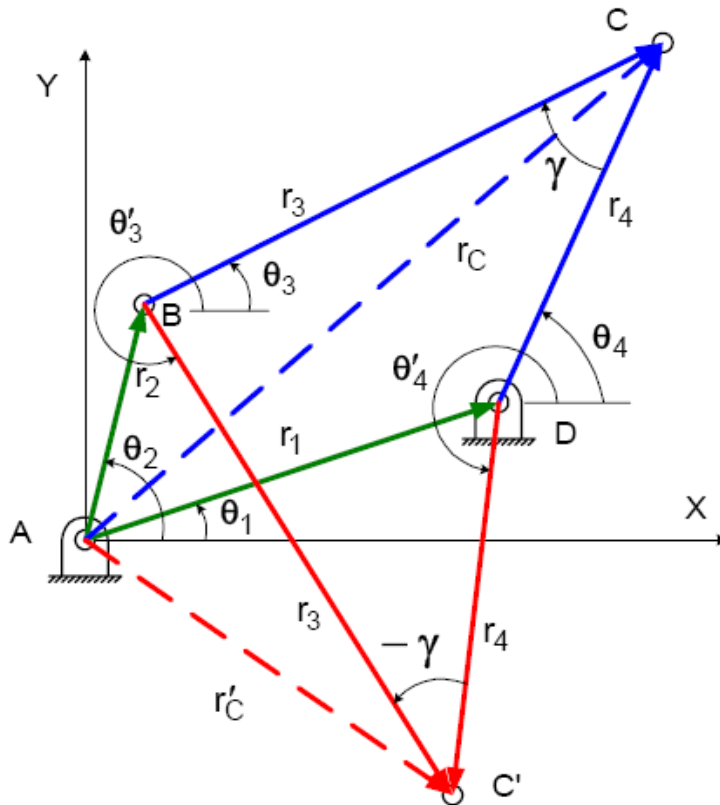
$$\delta = \pm 1$$

Kaavassa (6.3) on myös huomattava, että juurettavan ollessa negatiivinen ( $B^2 + A^2 < C^2$ ) mekanismin asennus ei ole mahdollinen. Kuviossa 5 on esitetty tilanteet, jollaisissa tapauksissa mekanismin asennus ei ole mahdollinen.



Kuvio 5: Mekanismin asennus mahdoton (Lähteenmäki 2001a, 11)

Kaavassa (6.3) oleva  $\delta$ :n arvo riippuu nivelnelikulmion asennusmoodista. Kulmat  $\theta_4$  ja  $\theta_3$  voivat saada kaksi eri arvoa sen mukaan, kuinka kampi DC asennetaan. Kuviossa 6 esitetään eri asennusmoodit.



Kuvio 6: Nivelnelikulmion asennusmoodit (Lähteenmäki 2001a, 6.)

Kulman  $\theta_4$  ratkaisemisen jälkeen ratkaistiin kulma  $\theta_3$ , joka saadaan alla olevasta kaavasta:

Kulma  $\theta_3$  on

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{r_1 \cdot \sin(\theta_1) + r_4 \cdot \sin(\theta_4) - r_2 \cdot \sin(\theta_2)}{r_1 \cdot \cos(\theta_1) + r_4 \cdot \cos(\theta_4) - r_2 \cdot \cos(\theta_2)}\right) \quad (6.4)$$

## Kone- ja tuotantotekniikka

Kulmien  $\theta_4$  ja  $\theta_3$  ratkaisemisen jälkeen ratkaistiin rakenteen jäsenien kulmanopeudet  $\omega_3$  ja  $\omega_4$  sekä kulmakiiltyvyudet  $\alpha_3$  ja  $\alpha_4$  ajan funktiona. Kulmanopeudet voidaan ratkaista kahdella eri tavalla, joko derivoimalla yhtälöparia (6.2) ajan suhteen ja ratkaisemalla siitä tuntemattomat suureet tai derivoimalla suoraan arvoja  $\theta_3$  ja  $\theta_4$ . Alla on esitetty yhtälöparin (6.2) derivaatta ajan suhteen:

$$\begin{pmatrix} r_4 \cdot \omega_4 \cdot \sin(\theta_4) - r_3 \cdot \omega_3 \cdot \sin(\theta_3) \\ r_4 \cdot \omega_4 \cdot \cos(\theta_4) - r_3 \cdot \omega_3 \cdot \cos(\theta_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin(\theta_2) \\ r_2 \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_2) \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

Ratkaisemalla yhtälöpari (6.5) saadaan kulmanopeudet  $\omega_4$  ja  $\omega_3$ .

Kulmanopeus  $\omega_4$  on

$$\omega_4 = \frac{\frac{r_2 \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_2)}{r_3 \cdot \cos(\theta_3)} - \frac{r_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin(\theta_2)}{r_3 \cdot \sin(\theta_3)}}{\frac{r_4 \cdot \cos(\theta_4)}{r_3 \cdot \cos(\theta_3)} - \frac{r_4 \cdot \sin(\theta_4)}{r_3 \cdot \sin(\theta_3)}} \quad (6.6)$$

Kulmanopeus  $\omega_3$  on

$$\omega_3 = \frac{r_4 \cdot \omega_4 \cdot \sin(\theta_4) - r_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin(\theta_2)}{r_3 \cdot \sin(\theta_3)} \quad (6.7)$$

Kulmakiiltyvyudet saadaan derivoimalla yhtälöparia (6.5) ajan suhteen tai derivoimalla suoraan arvoja  $\omega_4$  ja  $\omega_3$ . Derivoimalla yhtälöä (6.5) saadaan alla oleva yhtälöpari.

$$\begin{pmatrix} r_2 \cdot \alpha_2 \cdot \sin(\theta_2) + r_2 \cdot \cos(\theta_2) \cdot \omega_2^2 + r_3 \cdot \alpha_3 \cdot \sin(\theta_3) + r_3 \cdot \cos(\theta_3) \cdot \omega_3^2 \\ r_2 \cdot \alpha_2 \cdot \cos(\theta_2) - r_2 \cdot \sin(\theta_2) \cdot \omega_2^2 + r_3 \cdot \alpha_3 \cdot \cos(\theta_3) - r_3 \cdot \sin(\theta_3) \cdot \omega_3^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_4 \cdot \alpha_4 \cdot \sin(\theta_4) + r_4 \cdot \cos(\theta_4) \cdot \omega_4^2 \\ r_4 \cdot \alpha_4 \cdot \cos(\theta_4) - r_4 \cdot \sin(\theta_4) \cdot \omega_4^2 \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

Ratkaisemalla yhtälöpari (6.8) kuten kulmanopeudet yllä saadaan kulmakiiltyvyudet  $\alpha_4$  ja  $\alpha_3$ .

## Kone- ja tuotantotekniikka

Kulmakiihtyvyyksien määrittämisen jälkeen on ratkaistu työn kinematiikan osuus. Tämän jälkeen tutkittiin nivelnelikulmiota kinetiikan avulla, jossa ratkaistiin systeemiin vaikuttavien voimien suuruudet ja suunnat.

Yllä kuvattu laskenta sekä kaavojen johtamiset on selostettu tarkemmin sähköisessä lähteessä (Lähteenmäki 2001a), jossa käsitellään myös vaihtoehtoa, että kiertokanki olisi käyttävä jäsen.

### 6.1.2 Kinetiikan laskenta

Kinetiikan osuudessa piti määrittää mekanismin eri jäseniin aiheutuvat kiihtyvyysskomponentit, jotka aiheutuvat kulmanopeuksien ja nopeuksien muutoksista. Tämän lisäksi määritettiin sekä jäsenien massoista että kiihtyvyysskomponenteista aiheutuvat voimat nivelissä ja kiinnityspisteissä.

Kulmanopeuksien muutoksista aiheutuvat kiihtyvyysskomponentit vaikuttavat tasaisesti koko jäseneseen, mutta laskennan helpottamiseksi kiihtyvyysskomponentit ajatellaan pistemäisiksi voimiksi jäsenien painopisteisiin. Työssä määritettiin jäsenien olevan symmetrisiä, jolloin painopiste muodostuu jäsenen keskelle.

Alla on käytetty mekanismin jäsenistä  $r_2$  ja  $r_4$  nimitystä kampi ja jäsenestä  $r_3$  nimitystä kiertokanki. Kulmanopeuksien ja -kiihtyvyyksien avulla saatiin ratkaistua kampien ja kiertokangen painopisteiden rata- ja keskeiskiihtyvyydet. Kiertokangen painopisteeseen vaikuttaa myös kammien  $r_2$  pään liike, joka pitää lisätä kiertokangen omasta kulmamutoksesta aiheutuvaan rata- ja keskeiskiihtyvyyteen. Kammien  $r_2$  pään kiihtyvyydet lasketaan samoilla kaavoilla, mutta huomioidaan, että käytetään jäsenen kokonaispituutta. Seuraavassa on esitetty, miten suureet lasketaan kammille  $r_2$  ja  $r_4$ , sekä kiertokangelle  $r_3$ .

Ratakiikkyvyys symmetrisen jäsene*n*  $i$  ( $i = 2,3,4$ ) painopisteessä on

$$a_{ti} = \alpha_i \cdot \frac{r_i}{2}, \quad (6.9)$$

jossa  $\alpha_i$  on kulmakiikkyvyys ja  $r_i$  on jäsene*n*  $i$  pituus.

Keskeiskiikkyvyys symmetrisen jäsene*n*  $i$  ( $i = 2,3,4$ ) painopisteessä on

$$a_{ri} = \omega_i^2 \cdot \frac{r_i}{2}, \quad (6.10)$$

jossa  $\omega_i$  on kulmanopeus ja  $r_i$  on jäsene*n*  $i$  pituus.

Kiertokangen painopisteen kokonaiskiikkyvyys on

$$a_3 = (a_{t3} + a_{r3}) + a_2, \quad (6.11)$$

jossa  $a_{t3}$  on kiertokangen ratakiikkyvyys,  $a_{r3}$  on kiertokangen keskeiskiikkyvyys ja  $a_2$  on kammene*n*  $r_2$  pään kokonaiskiikkyvyys.

Rata- ja keskeiskiikkyvyksien laskemisen jälkeen kiikkyvyyskomponentit jaettiin  $x$ - ja  $y$ - suuntaisiin komponentteihin. Tämän jälkeen komponentit laskettiin yhteen, jolloin saadaan painopisteen kokonaiskiikkyvyys  $x$ - ja  $y$ -suunnassa.

Painopisteeseen muodostuu rata- ja keskeiskiikkyvyden lisäksi myös momenttia.

Momentti aiheutuu kulmakiikkyvydestä, mutta sen suuruuteen vaikuttaa myös jäsene*n* hitausmomentti. Kuten aiemmin on esitetty, jäsenet oletetaan symmetrisiksi.

Jäsene*n*  $i$  ( $i = 2,3,4$ ) hitausmomentti massapisteen  $G_i$  suhteen on

$$J_{Gi} = \frac{1}{12} \cdot m_i \cdot r_i^2, \quad (6.12)$$

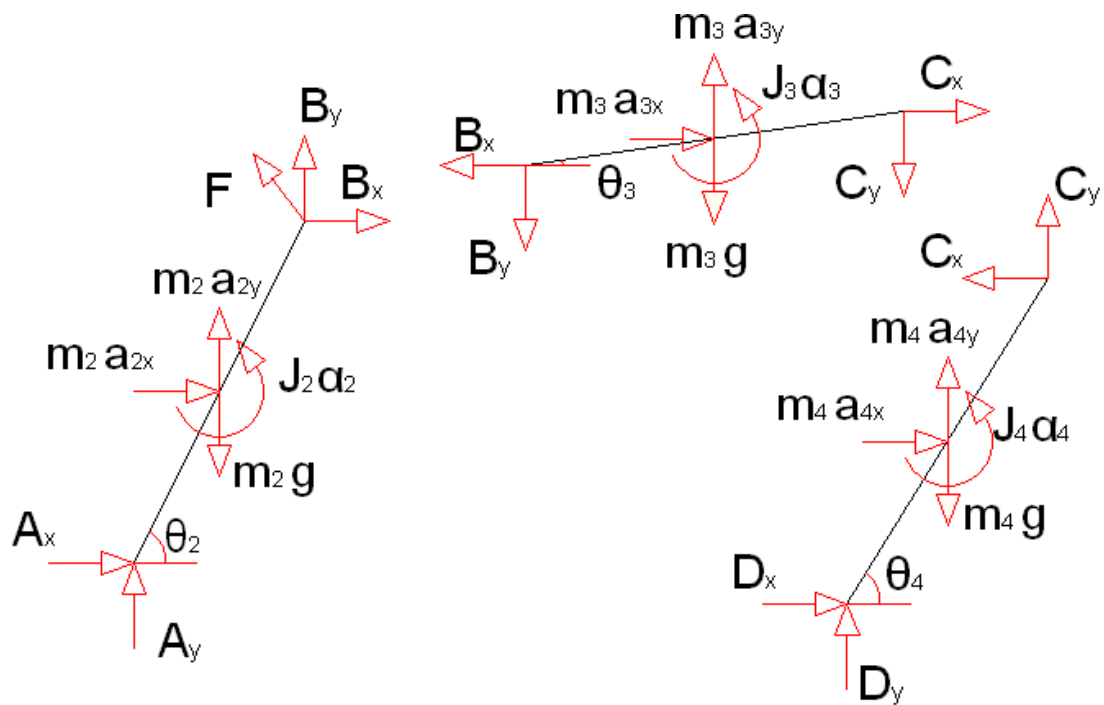
jossa  $m_i$  on jäsene*n*  $i$  massa ja  $r_i$  on jäsene*n*  $i$  pituus.

Jäsene*n*  $i$  rotaatioliikkeyhtälö on

$$M_{Gi} = J_{Gi} \cdot \alpha_i, \quad (6.13)$$

jossa  $\alpha_i$  on jäsene*n*  $i$  kulmakiikkyvyys ja  $J_{Gi}$  on jäsene*n*  $i$  hitausmomentti.

Kiihtyvyyksien komponenttiesityksiä tarvittiin vapaakappalekuvien piirtämiseen sekä tukivoimien ratkaisuun. Alla esitetyistä vapaakappalekuvista saadaan ratkaistua tukivoimat pisteissä A, B, C ja D sekä voima F. Voima F kertoo, kuinka suuri voima vaaditaan sylinteriltä systeemin haluttuun kiihtyvyyteen.



Kuvio 7: Nivelnelikulmion osien vapaakappalekuvat

Vapaakappalekuvien avulla pystyttiin määrittämään 9 eri liikeyhtälöä. Kustakin jäsenestä muodostetaan sekä vaaka- että pystysuuntainen voimaliikkeyhtälö ja rotaatioliikkeyhtälö. Tässä tehtävässä yhtälöissä on yhteensä 9 tuntematonta voimaa, jotka pystytään ratkaisemaan liikeyhtälöistä.

Rakenteen jäsenien profiilit on määrätty jo tässä vaiheessa, sillä niiden massat vaikuttavat tukivoimiin. Alla on esitetty yhtälöpareista muodostettu ratkaisu matriisimuodossa, josta ratkaistaan tuntemattomat voimat sisältävä kerroinvektori.

Liikkeyhtälöiden ratkaisu matriisimuodossa on

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c(\theta_s) \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & s(\theta_s) \\ s(\theta_2) & -c(\theta_2) & -s(\theta_2) & c(\theta_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & s(\theta_2 + \theta_s) \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -s(\theta_3) & c(\theta_3) & -s(\theta_3) & -c(\theta_3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s(\theta_4) & c(\theta_4) & s(\theta_4) & -c(\theta_4) & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ B_x \\ B_y \\ C_x \\ C_y \\ D_x \\ D_y \\ F_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_2 \cdot a_{x2} \\ m_2 \cdot a_{y2} + m_2 \cdot g \\ J_2 \cdot \alpha_2 \cdot \frac{2}{r_2} \\ m_3 \cdot a_{x3} \\ m_3 \cdot a_{y3} + m_3 \cdot g \\ J_3 \cdot \alpha_3 \cdot \frac{2}{r_3} \\ m_4 \cdot a_{x4} \\ m_4 \cdot a_{y4} + m_4 \cdot g \\ J_4 \cdot \alpha_4 \cdot \frac{2}{r_4} \end{pmatrix}$$

$$\text{jossa } s(\theta_2) = \sin(\theta_2) \text{ ja } c(\theta_2) = \cos(\theta_2) \quad (6.14)$$

Kerroinvektorin ratkaisun jälkeen saatiin selville systeemiin vaikuttavat voimat sekä niiden suunnat. Voimien ratkaisun jälkeen on saatu ratkaistua nivelnelikulmion kinetiikan osuus. Seuraavassa vaiheessa tutkitaan nivelnelikulmiota lujuusopilliselta kannalta.

## 6.2 Lujuusopin osuus nivelnelikulmiolle

### 6.2.1 Koordinaatiston kierto

Dynamiikan osiossa saatiin ratkaistua nivelnelikulmion niveliin ja kiinnityspisteisiin vaikuttavat voimat. Voimien ratkaisun jälkeen voimat ovat globaalin x- ja y-koordinaatiston akselien suunnissa, joten voimille piti suorittaa koordinaatiston kierto rakenteen jäsenien suhteen z-akselin ympäri. Koordinaatiston kierrossa kaikki tuki- ja kiihtyvyysoimat käännettiin ajan funktiona niitä vastaavien jäsenien suuntaisiksi tai jäseniä vastaan kohtisuoriksi komponenteiksi. Tällöin pystyttiin tarkastelemaan jäseniin kohdistuvia veto- tai puristusjäännityksiä sekä taivutusjäännityksiä eri ajan hetkillä.

### **6.2.2 Tarvittavat lujuuslaskut**

Työssä piti tarkistaa, etteivät jäseniin kohdistuvat voimat ylitä materiaalille sallittuja jännityksiä. Asiaa tarkasteltiin vakioväaristymishypoteesin (VVEH) avulla. Tämän lisäksi tarkistettiin, etteivät rakenteen jäsenet nurjahda eivätkä tyssäänny mahdollisesta liiallisesta puristusjännityksestä. Jäsenet yhdistettiin toisiinsa niveltappiliitoksilla, joten myös liitokset piti mitoittaa. Liitoksesta tutkittiin, etteivät jäsenien reunat repeä tai niveltappi leikkaannu poikki, ja ettei materiaalien sallimia pintapaineita ylitetä.

### **6.2.3 Vertailujännityksen laskenta**

Usein erilaiset koneen osat ovat samaan aikaan useamman erilaisen rasitustyyppin alaisena. Tässäkin tapauksessa rakenteen jäsenissä on tietyissä pisteissä yhtäaikaaisesti veto/puristusjännitystä, taivutusjännitystä sekä leikkausjännitystä.

Laskuissa jokaisesta jäsenestä tutkittiin kolmea eri pistettä, jotka olivat jäsenien päädyt sekä taivutusmomentin maksimikohta. Taivutusmomentin maksimikohta piti määrittää, sillä sen kohta jäsenessä riippuu systeemin kiihtyvyydestä.

Jäsenistä piti selvittää aluksi valitun materiaalin perusteella sen sallimat suurimmat jännitykset erilaisissa kuormitustilanteissa. Tässä tapauksessa tarvittiin sallittu jännitys veto-, puristus- ja taivutustilanteille sekä leikkaustilanteeseen. Laskennassa käytetyt arvot otettiin Outisen ym. (2007) teoksen sivulta 59 taulukosta 1.

Aluksi määritettiin jäsenien määrättyissä kolmessa pisteessä olevat normaalijännitykset, taivutusmomentin aiheuttama jännitys sekä leikkausjännitys. Seuraavassa on määritellyt kaavat.

Poikkileikkauksen tasainen normaalijännityskenttä on

$$\sigma_{xn} = \frac{N}{A}, \quad (6.15)$$

jossa  $N$  on normaalivoima ja  $A$  jäsenen profiilin poikkileikkauksen pinta-ala.

Suoran taivutuksen aiheuttama poikkileikkauksen normaalijännitys on

$$\sigma_{xt} = \frac{M_{tz}}{W_z}, \quad (6.16)$$

jossa  $M_{tz}$  taivutusmomentti ja  $W_z$  on jäsenen profiilin taivutusvastaus.

Taivutuksen aiheuttama poikkileikkauksen leveysuunnassa oleva keskimääräinen leikkausjännitys on

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y \cdot S_z(\bar{y})}{I_z \cdot b(\bar{y})}, \quad (6.17)$$

jossa  $Q_y$  on leikkausvoima,  $I_z$  on profiilin taivutusneliömomentti,  $b(\bar{y})$  on poikkipinnan leveys laskentakohdassa ja  $S_z(\bar{y})$  on laskentakohdan ( $\bar{y}$ ) ulkopuolelle jäävän osan staattinen momentti.

Työssä laskettiin VVEH:n mukaiset vertailujännitykset jokaiselle jäsenelle kolmessa aiemmin määritetyssä pisteessä. Jokaisen jäsenen tutkituista pisteistä valittiin suurin arvo kyseisen jäsenen mitoituksen pohjaksi. Alla on esitetty kaava, jolla vertailujännityksen arvo on määritetty.

Vertailujännitys vakioväärityshypoteesin mukaan on

$$\sigma_{\text{vertVVEH}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2}, \quad (6.18)$$

jossa kokonaisnormaalijännitys  $\sigma_x = \sigma_{xn} + \sigma_{xt}$ .

Vertailujännityksen laskennan jälkeen piti varmistaa, ettei se ylitä materiaalin suurinta sallittua jännitystä.

#### 6.2.4 Nurjahduksen tarkistus

Vertailujännityksen laskennan jälkeen tarkistettiin, etteivät rakenteen jäsenet nurjahda mahdollisesta puristusjännityksestä ja taivutusmomentista. Laskennassa käytetty teoria on Valtasen (2008, 453–454) teoksen mukainen.

Nurjahdustarkastelu yhdistetyn nurjahdus- ja taivutusjännityksen tapauksessa on monivaiheinen. Alla on lueteltu laskennan vaiheet, suluisissa olevat kaavat on esitetty laskennan vaiheiden jälkeen:

1. Puristusjännitys  $\sigma_p$  (6.19)
2. Primäärinen taivutusjännitys  $\sigma_1$  (6.20)
3. Hoikkuus  $\lambda$  (6.21)
4. Sekundääri taivutusjännitys  $\sigma_2$  (6.22)
5. Yhdistetty jännitys  $\sigma_i$  (6.23)

Puristusjännitys on

$$\sigma_p = \frac{F}{A}, \quad (6.19)$$

jossa  $F$  on normaalivoima ja  $A$  jäsenen profiilin poikkileikkauksen pinta-ala.

Primäärinen taivutusjännitys on

$$\sigma_1 = \frac{M}{W}, \quad (6.20)$$

jossa  $M$  on taivutusmomentti ja  $W$  on jäsenen profiilin taivutusvastus.

Hoikkuus on

$$\lambda = \frac{l_n}{\sqrt{\frac{I}{A}}}, \quad (6.21)$$

jossa  $l_n$  on jäsenen nurjahduspituus,  $I$  on jäsenen profiilin neliömomentti ja  $A$  on profiilin pinta-ala. Nurjahduspituus määräytyy Valtasen (2008) sivun 449 luvun 7.2 kuvasta.

Sekundääri taivutusjännitys on

$$\sigma_2 = \frac{k \cdot \sigma_1}{\frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2 \cdot \sigma_p} - 1}, \quad (6.22)$$

jossa  $k$  on kerroin eri nurjahdustapauksille Valtanen (2008, 453),  $\sigma_1$  on primäärinen taivutusjännitys,  $E$  on materiaalin kimmomoduli,  $\lambda$  on hoikkuusluku ja  $\sigma_p$  on puristusjännitys.

Yhdistetty jännitys on

$$\sigma_i = \sigma_p \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2, \quad (6.23)$$

jossa  $\sigma_p$  on puristusjännitys,  $\sigma_1$  on primäärinen taivutusjännitys, ja  $\sigma_2$  sekundääri taivutusjännitys.

Yhdistetyn jännityksen laskennan jälkeen määritettiin suurin yhdistetty jännitys  $\sigma_{imax}$ .

Jos nurjahdus tapahtuu elastisella alueella, suurin yhdistetty jännitys on

$$\sigma_{imax} \approx \sigma_s, \quad (6.24)$$

jossa  $\sigma_s$  on valitun materiaalin suhteellisuusrajan jännitys.

Jos nurjahdus tapahtuu epäelastisella alueella, suurin yhdistetty jännitys on

$$\sigma_{imax} \approx \frac{\sigma_s + \sigma_{ntod}}{2}, \quad (6.25)$$

jossa  $\sigma_s$  on valitun materiaalin suhteellisuusrajan jännitys ja  $\sigma_{ntod}$  on Eulerin hyperbelikuvasta luettava arvo (Valtanen 2008, 450).

Seuraavaksi määritettiin todellinen varmuusluku jäsenien nurjahduksen tai tyssäyksen suhteen.

Todellinen varmuus nurjahdukseen on

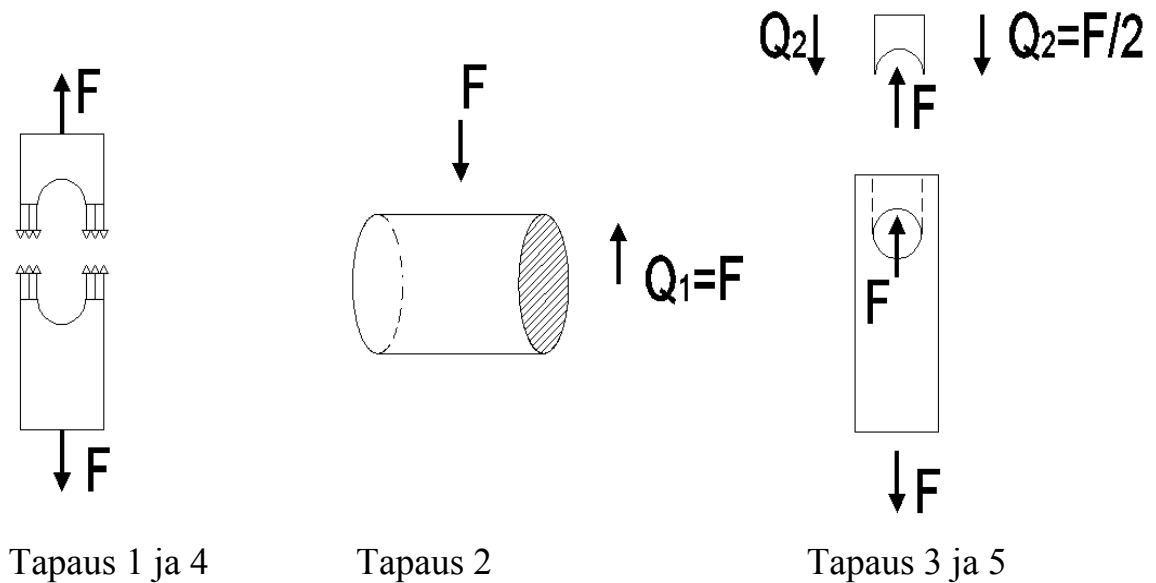
$$n = \frac{\sigma_{i\max}}{\sigma_i}, \quad (6.26)$$

jossa  $\sigma_{i\max}$  on suurin yhdistetty jännitys ja  $\sigma_i$  on yhdistetty jännitys.

Hoikille sauvoille varmuusluku  $n = 2,5 \dots 3,5$ . Varmuusluvun määrittämisen jälkeen on tutkittu jäsenien mahdollinen nurjahdus tai tyssäytyminen.

### 6.2.5 Liitoskohdan mitoitus

Jäsenten liittäminen suoritettiin niveltappiliitoksella. Liitoksessa niveltapit asennettiin kiinteästi jäseniin  $r_2$  ja  $r_4$  ja jäseniin  $r_1$  ja  $r_3$  asennettiin liukulaakerointi osien kestävyuden pitkittämiseksi. Liitoksesta piti tarkistaa, ettei niveltappi leikkaannu poikki tai jäsenien reunat repeä. Kuviossa 8 on esitetty mahdolliset liitoksissa tapahtuvat murtumis- tai leikkautumisilmiöt vapaakappalekuvineen. Tapaukset 1 ja 4 ovat samanlaiset, mutta tapahtuvat eri jäsenissä samoin kuten tapaukset 3 ja 5. Tapaukset 1 ja 3 voivat tapahtua jäsenissä  $r_2$  ja  $r_4$ , kun taas tapaukset 4 ja 5 voivat tapahtua jäsenissä  $r_1$  ja  $r_3$ .



Kuvio 8: Murtumis- tai leikkautumisilmiöt vapaakappalekuvineen

Ensimmäisenä tutkittiin liitokseen aiheutuva maksimileikkausvoima. Leikkausvoiman maksimin määrittämisen jälkeen tutkittiin jokaisessa kuviossa 8 esitetystä tapauksesta maksimileikkausvoiman aiheuttama suurin normaali- tai leikkausjännitys. Näiden määrittämisen jälkeen tuloksia verrattiin materiaalien suurimpiin sallittuihin normaali- ja leikkausjännityksiin. Tästä saatiin eri tapauksille varmuudet murtumisen tai leikkautumisen suhteen.

Alla on esitetty kaavat, joilla on määritetty leikkausvoiman aiheuttamat jännitykset eri tapauksissa.

Normaalijännitys tapaukselle 1 on

$$\sigma_1 = \frac{F}{A}, \quad (6.27)$$

jossa  $F$  on maksimileikkausjännitys ja  $A_1$  on jäsenien  $r_2$  ja  $r_4$  jäsenen profiilin poikkileikkauksen pinta-ala reiän kohdalla.

Leikkausjännitys tapauksessa 2 on

$$\tau_2 = \frac{Q_1}{A_2}, \quad (6.28)$$

jossa  $Q_1$  on kuviossa 8 esitetty leikkausvoima ja  $A_2$  on niveltapin poikkileikkauksen pinta-ala.

Leikkausjännitys tapauksessa 3 on

$$\tau_3 = \frac{Q_2}{A_3}, \quad (6.29)$$

jossa  $Q_2$  on kuviossa 8 esitetty leikkausvoima ja  $A_3$  on jäsenien  $r_2$  ja  $r_4$  leikkauksessa olevan kohdan pinta-ala.

Normaalijännitys tapauksessa 4 on

$$\sigma_4 = \frac{F}{A_4}, \quad (6.30)$$

jossa  $F$  on maksimileikkausjännitys ja  $A_4$  on jäsenien  $r_1$  ja  $r_3$  profiilin poikkileikkauksen pinta-ala reiän kohdalla.

Leikkausjännitys tapauksessa 5 on

$$\tau_5 = \frac{Q_2}{A_5}, \quad (6.31)$$

jossa  $Q_2$  on kuviossa 8 esitetty leikkausvoima ja  $A_5$  on jäsenien  $r_1$  ja  $r_3$  leikkauksessa olevan kohdan pinta-ala.

Seuraavassa on esitetty kaavat, joilla on määrätty varmuudet murtumis- tai leikkaustapauksiin.

Varmuus murtumiseen tapauksissa 1 ja 4 on

$$n = \frac{\sigma_{sall}}{\sigma_i}, \quad (6.32)$$

jossa  $\sigma_{sall}$  on materiaalin suurin sallittu normaalijännitys ja  $\sigma_i$  on tapausta vastaavasti  $\sigma_1$  tai  $\sigma_2$ .

Varmuus leikkautumiseen tapauksissa 2, 3 ja 5 on

$$n = \frac{\tau_{\text{sall}}}{\tau_i}, \quad (6.33)$$

jossa  $\tau_{\text{sall}}$  on materiaalin suurin sallittu leikkausjännitys ja  $\tau_i$  on tapausta vastaavasti  $\tau_2$ ,  $\tau_3$  tai  $\tau_5$ .

Murtumis- ja leikkausjännityksien sekä niiden varmuuksien laskemisen jälkeen liitoksesta piti vielä tarkistaa, ettei materiaaleille sallittua pintapainetta ylitetä. Liitostappi aiheuttaa jäseniin tehtyjen reikien reunoille puristusta, joka ei saa ylittää materiaalille sallittua pintapainetta. Pintapaine tarkistettiin liitoksen molemmissa jäsenissä varmuuden vuoksi. Alla on esitetty kaavat pintapaineen laskemiseen sekä varmuuden määrittämiseen.

Liitoksessa vallitseva pintapaine on

$$p = \frac{F}{A}, \quad (6.34)$$

jossa  $F$  on maksimileikkausjännitys ja  $A$  on puristuksen alaisena olevan kohdan pinta-ala.

Varmuus sallitun pintapaineen ylitykseen on

$$n = \frac{p_{\text{sall}}}{p}, \quad (6.35)$$

jossa  $p_{\text{sall}}$  on materiaalin suurin sallittu pintapaine ja  $p$  on vallitseva pintapaine.

Pintapaineen tarkistuksen jälkeen systeemin kaikkien osien lujuustekninen mitoitus on valmis. Työn viimeisenä vaiheena oli määrittää simulaatiomalli nivelnelikulmiolle, mitä on esitetty seuraavassa kappaleessa.

## **7 Simulaatiomalli nivelnelikulmiolle**

### **7.1 Yleistä Matlab SimMechanicsista**

Työn neljäntenä vaiheena oli luoda valitun nivelnelikulmion simulaatiomalli. Simulaatiomalli luotiin Matlab- ohjelmistolla, jossa tarkemmin Matlabin työkalupaketin, Simulinkin lisäohjelmalla, SimMechanicsilla. Ohjelmalla voidaan mallintaa ja simuloida jäykistä kappaleista koostuvia mekanismeja. Tuloksena voidaan analysoida mekanismien dynaamista käyttäytymistä. SimMechanicsin analyysi perustuu Newtonin liikeyhtälöihin, joita käyttäjän ei kuitenkaan tarvitse muodostaa eksplisiittisesti. Liikeyhtälöiden luominen ja ratkaisu tapahtuu ohjelman sisäisesti. (Lähteenmäki 2001f, 3)

Varsinainen mekanismin rakenne kuvataan Simulinkin kaltaisella lohkokaaaviolla. SimMechanicsin lohkokaaavio poikkeaa kuitenkin huomattavasti Simulinkin lohkokaaaviosta. SimMechanicsissa käytettävät lohkot kuvaavat yleensä fyysikaalisia komponentteja, jotka yhdistetään kytkentäviivoilla. Simulinkin puolella lohkot edustavat systeemin yhtälöjärjestelmään kuuluvia matemaattisia operaatioita. Toisin kuin Simulinkin puolella, kytkentäviivat eivät yleensä kuljeta signaaleja, vaan kuvastavat lohkojen välisiä vuorovaikutuksia. (Lähteenmäki 2001f, 3)

### **7.2 Simulaation toteutus**

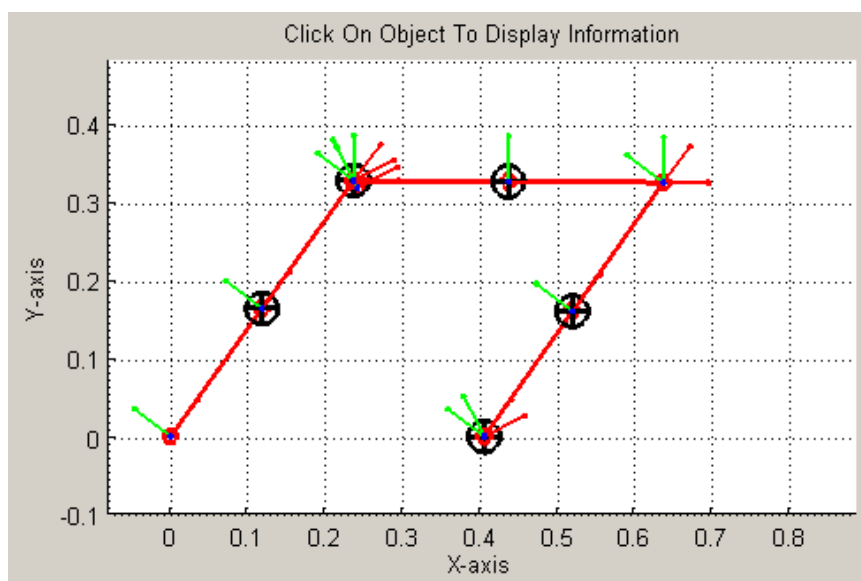
Nivelnelikulmion simulaation toteutus alkoi lohkokaaavion luomisella. Sovelletun nivelnelikulmion lohkokaaavio on esitetty liitteenä 2. Lohkokaaavioon haettiin mekanismiin tarvittavat lohkot Simulinkin kirjastosta. Fyysisen nivelnelikulmiomekanismin mallintamiseen tarvittavia kirjastolohkoja olivat Ground, Body, Machine Environment ja Revolute.

## Kone- ja tuotantotekniikka

Ground -lohko esittää levossa olevaa kappaletta ja toimii mekanismin runkona. Machine Environmental -lohkoon määritetään mekanismin toimintaympäristö. Mekanismin fyysikaalisia liikkuvia jäykkiä jäseniä kuvaavat Body -lohkot, joihin piti määrittää jäsenen liittyviä tietoja. Näitä ovat jäsenen massa, käytettävät koordinaatit sekä jäsenen hitausneliömomentit tarvittavien akselien suhteen.

Kappaleet ja jäsenet liitetään toisiinsa liitoksilla, jotka mallinnetaan Joints - kirjastolohkoilla, ja tässä tapauksessa tarkemmin Revolute -lohkoilla. Revolute -lohkot toimivat liikkumisen vapausasteita rajoittavina nivelinä valitun akselin suhteen. Lohkot liitettiin toisiinsa kytkentäviivojen avulla. Sovelletun nivelnelikulmion simulaatiomalli on esitetty kuviossa 9.

Systeemiä käyttävä voima piti luoda niinkään kirjastolohkoilla. Käyttävän voiman luomiseen tarvitaan toimilaitte sekä toimilaitetta ohjaava voima. Näiden avulla nivelnelimekanismi saatiin haluttuun pakkoliikkeeseen. Toimilaitetta ohjaavalle voimalle piti määrittää sen liikettä aiheuttavat muuttujat toimilaitteen parametri-ikkunasta. Tämän jälkeen haluttuihin lohkoihin liitettiin tulosten mittaamiseen tarkoitettut anturit. Anturilohkojen ominaisuudet, kuten erilaiset rajoitteet sekä mitattavat ominaisuudet, määriteltiin niiden parametri-ikkunoissa. Mitattavia kohteita olivat kulmien kinemaattiset suureet.



Kuvio 9: Nivelnelikulmion simulaation kuva

## 8 Tulosten analysointi

Työssä määritettiin kinematiikan osiossa Mathcad -ohjelman avulla kulmien asennot, nopeudet ja kiihtyvyydet tietyillä parametrien arvoilla. Matlabin avulla luotiin simulaatiomalli nivelnelikulmion samasta sovelluksesta samoilla parametrien arvoilla, kuin Mathcad -ohjelmassa. Simulaatio luotiin samoilla arvoilla, jotta tuloksia olisi helppo vertailla toisiinsa ja samalla eliminoitaisiin laskuvirheitä.

Molemmista ohjelmista saatiin tuloksiksi hyvin lähellä toisiaan olevat kulmasuureiden arvot. Kulma-aseamista, -nopeuksista ja -kiihtyvyyksistä piirrettiin kuvaajat, jotka on esitetty liitteessä 3.

Kuvaajien arvot ovat hyvin lähellä toisiaan, ja mahdolliset pienet erot saattavat johtua ohjelman sisäisen laskennan tavasta. Kuvaajista näkee myös selvästi, että kuvaajan muoto on sama, josta voidaan päätellä arvojen oikeellisuus.

Kulman  $\theta_3$  kuvaajissa on näkyvissä arvojen heittelyä, mutta heittely on hyvin pientä, joten sen merkitys on mitätön. Kulman  $\theta_3$  tulokset kuitenkin ovat hyvin lähellä nollaa, jolloin on todennäköistä, että ohjelmien sisäinen laskentatapa aiheuttaa pientä epätarkkuutta. Kulmien arvot ja simulaatio on toteutettu sellaisilla arvoilla, että kulman  $\theta_3$  kulmasuureiden, eli kulma-aseaman, -nopeuden ja -kiihtyvyyden, pitäisi olla kaikkien nolla.

Nivelnelikulmion kinemaattiset tulokset saatiin kahdella eri tavalla samaksi, mistä voidaan päätellä, että laskenta on onnistunut ja tulokset ovat siltä osin luotettavia.

## 9 Yhteenveto

Opinnäytetyön tavoitteet saavutettiin niiltä osin kuin työn toimeksiannon mukaan oli tarkoituskin. Työssä saatiin luotua parametrinen laskentamalli eräälle nivelnelikulmion sovelluskohteelle Mathcad -tiedostona. Tiedosto laskee annettujen parametrien arvoilla mekanismin dynaamiset suureet sekä lujuustekniset varmuudet nivelnelikulmion jäsenille. Simulaatiomallin toteutus tehtiin Matlab -ohjelmalla, jonka avulla pystyttiin havainnollistamaan nivelnelikulmion liikettä, josta näkee myös systeemin rakenteen selkeästi.

Laskentatiedosto luotiin siten, että ensimmäisillä sivuilla annetaan systeemiin vaikuttavat arvot, kuten jäsenien mitat sekä käytettävän materiaalin materiaalitiedot. Tämän jälkeen ohjelma suorittaa laskennan ja mitoittaa jäsenien varmuudet materiaaliarvoihin verraten. Ratkaisut on sijoitettu laskentapohjan loppuun. Tällä tavoin laskentatiedosto on työn teittäjän hyödynnettävissä myös eri lähtöarvoilla.

Opinnäytetyön läpivieminen oli sekä haasteellinen että mielenkiintoinen projekti, jonka aikana opin ymmärtämään opetettuja asioita sekä soveltamaan niitä käytäntöön. Työn aikana sain huomattavasti oppia uusista ohjelmista, ja ymmärrykseni koneensuunnittelusta ja sen vaiheista lisääntyi.

## Lähdeluettelo

### Painetut lähteet

Airila, Mauri & Ekman, Kalevi & Hautala, Pekka & Kivioja, Seppo & Matti, Kleimola & Martikka, Heikki & Miettinen, Juha & Niemi, Erkki & Ranta, Aarno & Rinkinen, Jari & Salonen, Pekka & Verho, Arto & Vilenuis, Matti & Välimaa, Veikko 2003. Koneenosien suunnittelu. Porvoo: WS Bookwell Oy.

Josephs, Harold & Huston, Ronald 2002. Dynamics of mechanical systems

Kraige, L. G. & Meriam, J. L. 2007. Engineering Mechanics Dynamics. USA: John Wiley & Sons, INC.

Salmi, Tapio 1996. Dynamiikka 1 Kinematiikka. Tampere: Pressus OY.

Salmi, Tapio 1996. Dynamiikka 2 Kinematiikka. Tampere: Pressus OY.

Salmi, Tapio & Virtanen, Simo 2006. Dynamiikka. Tampere: Pressus OY.

Salmi, Tapio 2006. Teknillisen mekaniikan perusteet. Tampere: Pressus OY.

Mäkelä, Mikko & Soininen, Lauri & Tuomola, Seppo & Öistämö, Juhani. Tekniikan kaavasto. Tampere: AMK- Kustannus OY.

Outinen, Hannu & Salmi, Tapio & Vulli, Pertti 2007. Lujuusopin perusteet. Tampere: Pressus OY.

Valtanen, Esko 2008. Tekniikan taulukkokirja. Gummerus Kirjapaino Oy: Jyväskylä.

## Sähköiset lähteet

Lähteenmäki Matti 2001a. Mekanismien simuloinnin teoriaa. [online]  
[Viitattu 6.11.2009].

[http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/simu\\_pdf/mekanismi.pdf](http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/simu_pdf/mekanismi.pdf)

Lähteenmäki Matti 2001b. Lujuusoppi 1 arkistomateriaali, luku 1. [online]

[Viitattu 21.1.2010]. [http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/luj1\\_pdf/luku\\_1\\_k.pdf](http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/luj1_pdf/luku_1_k.pdf)

Lähteenmäki Matti, 2001c. Dynamiikka arkistomateriaali, luku 2. [online]

[Viitattu 22.1.2010]. [http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/dyna\\_ark](http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/dyna_ark)

Lähteenmäki Matti, 2001d. Dynamiikka arkistomateriaali, luku 1. [online]

[Viitattu 22.1.2010]. [http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/dyna\\_ark](http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/dyna_ark)

Lähteenmäki Matti, 2001e. Dynamiikka arkistomateriaali, luku 6. [online]

[Viitattu 22.1.2010]. [http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/dyna\\_ark](http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/dyna_ark)

Lähteenmäki, Matti, 2001f. SimMechanics aloitusopas. [online]

[Viitattu 26.2.2010].

[http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/mlab\\_pdf/simmechanics\\_opas.pdf](http://home.tamk.fi/~mllahten/arkistot/mlab_pdf/simmechanics_opas.pdf)

Mathcad verkkosivut. [online] [Viitattu 6.11.2009]

<http://www.ptc.com/products/mathcad/>

Matlab verkkosivut. [online] [Viitattu 20.2.2010]

<http://www.mathworks.com/>

Pohjolainen, Seppo & Multisilta, Jari & Suomela, Kari & Häkkinen, Pasi & Mäki-Turja,  
Sanna & Perttula, Olli & Korhonen, Kirsi 1997. Matriisilaskenta 1. [online].

[Viitattu 3.1.2010] <http://matwww.ee.tut.fi/matrix/index.html>

## **Liitteet**

Liite 1: Mathcad -laskentapohja

Liite 2: Simulaation kaaviokuva

Liite 3: Kuvaajat

**Liite 1: Mathcad -laskentapohja**

Laskennassa on vihreällä pohjalla muokattavat arvot ja punaisella arvot, jotka pitää tarkistaa taulukoista mikäli jotain arvoja on muutettu. Loppuun on sijoitettu tulokset, jotka ovat merkitty keltaisella pohjavärillä.

Varsinaiset kaavat eivät ole näkyvissä.

Laskenta toimii  $0 \text{ deg} < \theta_2 < 90 \text{ deg}$ , muilla kulmilla ei merkitystä.

Kulman  $\theta_2$  arvo pitää tarkistaa, ettei se ylitä 90 deg.



## Jäsenien pituuksien, asennusmoodin ja runkokulman määrittäminen sekä toimilaitteen asennusmitat ja nopeus:

Jäsenien pituudet, runkokulma sekä asennusmoodi (selitykset jäsenille, runkokulmalle ja asennusmoodille seuraavalla sivulla (Kuvio 1 ja 2)):

Jäsen 1:	$r_1 := 400 \text{ mm}$	Jäsen 3:	$r_3 := 400 \text{ mm}$
Jäsen 2:	$r_2 := 405 \text{ mm}$	Jäsen 4:	$r_4 := 405 \text{ mm}$
Runkukulma:	$\theta_1 := 0 \cdot \text{deg}$		
Asennusmoodi:	$\delta := 1$		

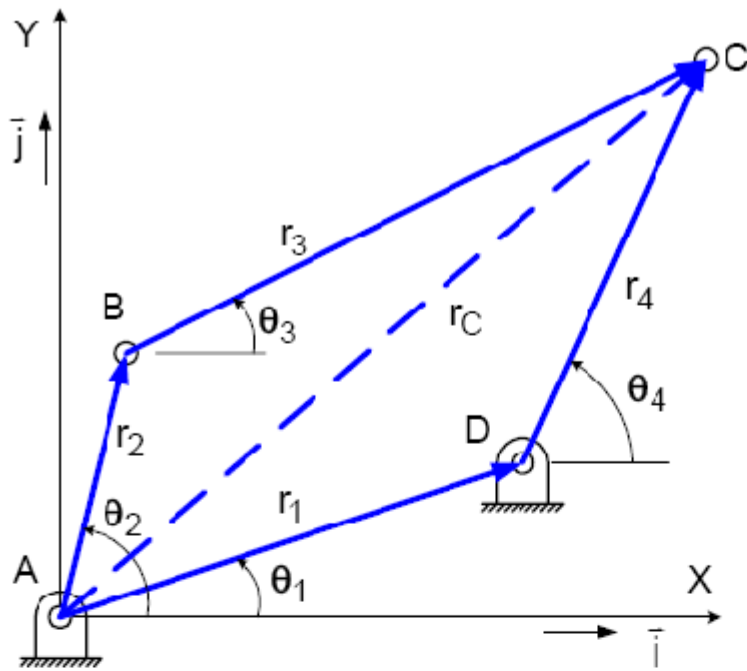
Käyttävän toimilaitteen nopeus, kiihtyvyys sekä asennusmitat (Asennuskuva Kuvio 3):

$v_{\text{sylinteri}} := 0 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$	$a_{\text{sylinteri}} := 5 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$	$b := 405 \text{ mm}$	$L_0 := 210 \text{ mm}$	$a := r_2$
--	--	-----------------------	-------------------------	------------

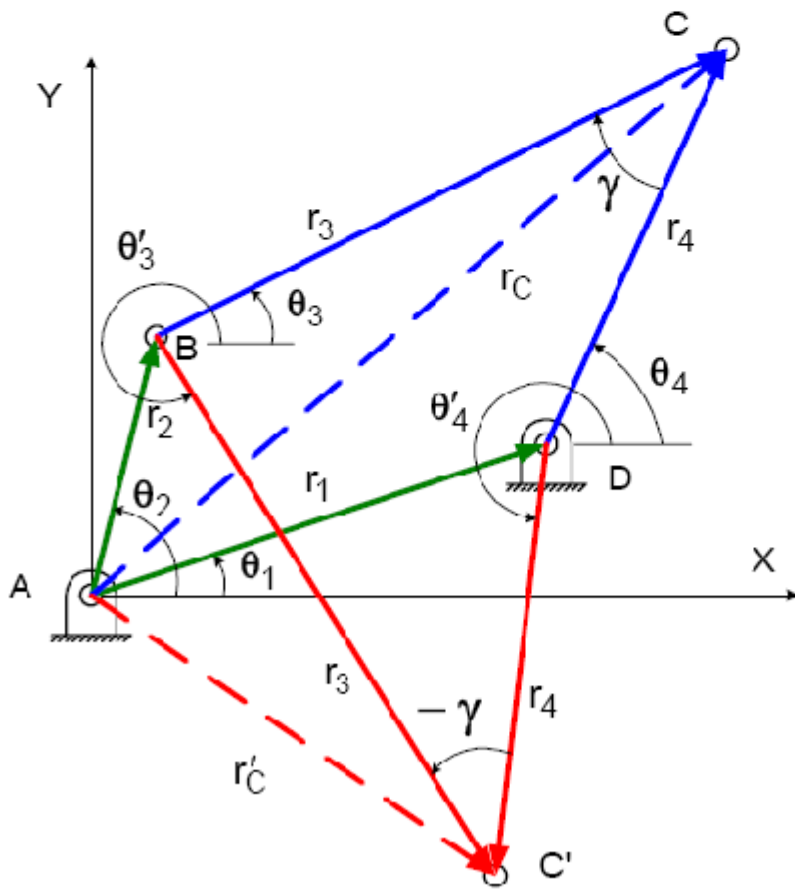
Liikkeen kestoajan sekä laskennan tarkkuuden määrittäminen:

Liikkeen kesto aika:  $t := 0 \text{ s}.. 14 \text{ s}$

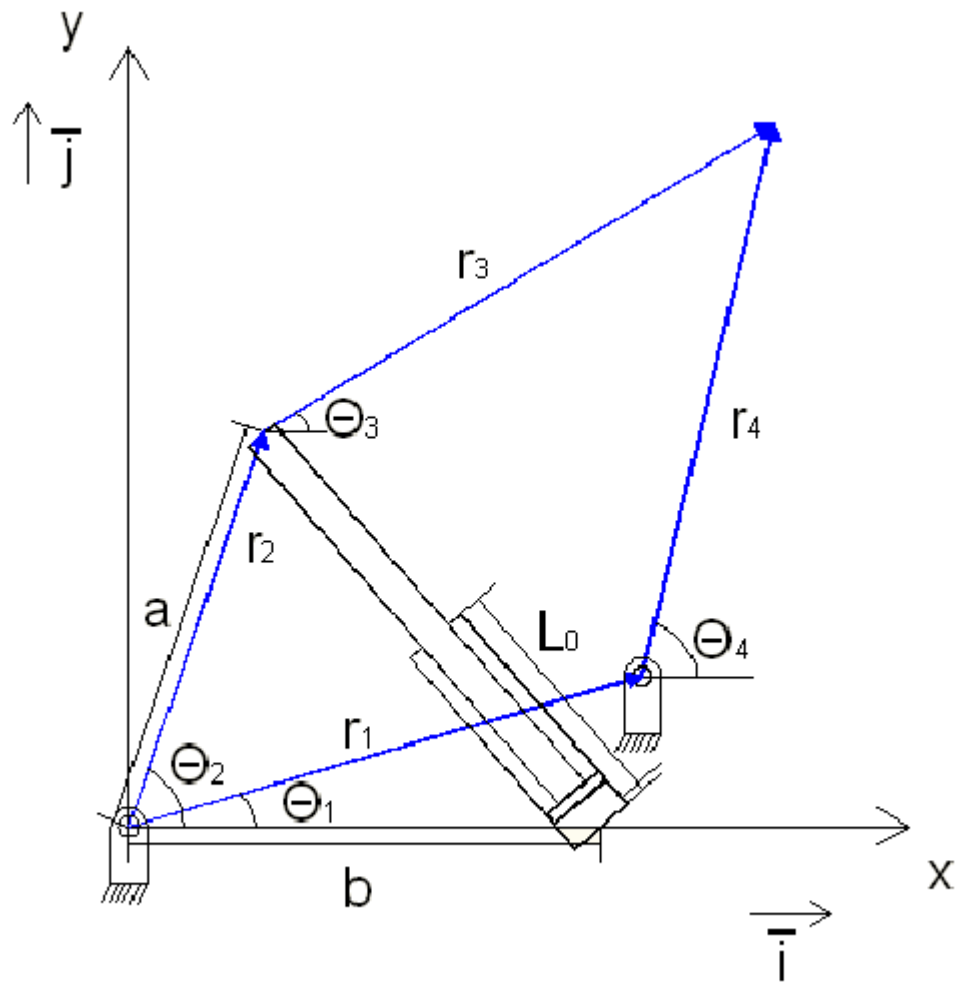
Laskennan tarkkuus (1/x\*s välein):  $x := 10$



Kuvio 1: Jäsenien paikat sekä runkokulma  $\theta_1$  (Lähteenmäki 2001a,6)



Kuvio 2: Jäsenien asennusmoodit (Lähteenmäki 2001a,6)



Kuvio 3: Sylinterin asennuskuva ja mittojen selitykset

## Jäsenien materiaalin ja poikkileikkauksen valinta:

Valitaan jäsenissä käytettäväksi materiaaliksi S235J2G3, jolle on annettu alla laskenta-arvot

(Arvot otettu kirjasta Lujuusopin perusteet: sivu 59 taulukko 1):

Teräksen tiheys:	$\rho_{\text{teräs}} := 7870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Teräksen kimmomoduli:	$E_{\text{kimmo}} := 200 \cdot \text{GPa}$
Valitun teräksen alempi myötöraja:	$R_{eLS235} := 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Valitun teräksen sallittu leikkausjännitys:	$\tau_{\text{sallipalkki}} := 88 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Valitun teräksen sallittu jännitys:	$R_{S235sall} := 147 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Hoikkuus suhteellisuusrajalla *):	$\lambda_{\text{nr}} := 106$
Valitun teräksen sallittu pintapaine:	$\sigma_{\text{pp.palkki}} := 260 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Valitun teräksen suhteellisuusrajan jännitys *):	$\sigma_s := 180 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

\*): Arvot otettu kirjasta Tekniikan Taulukkikirja s.450.

Jäseniksi valitaan RHS-putkipalkit (jos valitaan neliötanko asetetaan

$T=0$ ): (Palkkien koon esivalinnat on tehty Tekniikan Taulukkikirjan sivun 633 taulukon mukaan, alla olevassa kuviossa 4 on esitetty mitat H, B ja T)

Jäsenien 2 ja 4 putkipalkkien mitat:

Korkeus:  $H_1 := 20 \cdot \text{mm}$

Leveys:  $B_1 := 20 \cdot \text{mm}$

Seinämävahvuus:  $T_1 := 2 \cdot \text{mm}$

Jäsenen 3 putkipalkin mitat:

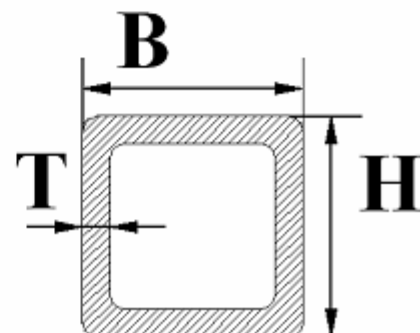
Korkeus:  $H_2 := 30 \cdot \text{mm}$

Leveys:  $B_2 := 30 \cdot \text{mm}$

Seinämävahvuus:  $T_2 := 2 \cdot \text{mm}$

Toimilaitetta liikuttavalle 3. jäsenelle aiheutuva kokonaiskuormitus:

$$m_{\text{kok3.sauvalle}} := 200 \text{kg}$$



Kuvio 4: Mittojen H, B ja T selitykset

## Jäsenien liitososien (tappien) materiaalin ja poikkileikkauksen koon valinta sekä nurjahdus:

Liitoksien tekemiseen valitaan vedetty pyörötanko (kylmävedetty) S335J2G3, jolle on annettu alla olevat laskenta arvot (Liitososien materiaalien pitää olla vähintään yhtä lujaa, kuin linkkien) (arvot otettu kirjasta Lujuusopin perusteet: sivu 59 taulukko 1.):

Valitun teräksen alempi myötöraja:	$R_{eLFe52} := 355 \frac{N}{mm^2}$	Valitun teräksen sallittu leikkausjännitys:	$\tau_{sallitappi} := 136 \frac{N}{mm^2}$
Valitun teräksen sallittu jännitys:	$R_{Fe52sall} := 227 \frac{N}{mm^2}$		
Valitun teräksen sallittu pintapaine:	$\sigma_{pp,tappi} := 380 \frac{N}{mm^2}$	Liitostapin halkaisija:	$d_{tappi} := 8mm$

Tappi sijoitettava jäsenen keskelle siten, että tapista jäsenen pätyyn jää yhtä paljon tehollista seinämävahvuutta, kuin jäsenen reunoille.



**Nurjahduksen tutkimiseen vaikuttavat arvot (Alla olevat  $\sigma_{ntod}$  arvot pitää tarkistaa kirjallisuudesta):**

Tutkitaan hoikkuusluku ja haetaan oikeat vertailuarvot kirjallisuudesta:

$\lambda_n \geq \lambda_{nr}$	Elastinen nurjahdus	$\lambda_{nr} = 106$
$\frac{\lambda_{nr}}{2} \leq \lambda_n < \lambda_{nr}$	Epäelastinen nurjahdus	
$\lambda_n < \frac{\lambda_{nr}}{2}$	Tyssääntyminen	

$\lambda_{n2} = 54.8$	$\lambda_n$ mukaan luetaan arvo $\sigma_{ntod}$ Tekniikan taulukkokirjan s. 450.	$\sigma_{ntod2} := 235 \frac{N}{mm^2}$
$\lambda_{n3} = 34.9$	$\lambda_n$ mukaan luetaan arvo $\sigma_{ntod}$ Tekniikan taulukkokirjan s. 450.	$\sigma_{ntod3} := 235 \frac{N}{mm^2}$
$\lambda_{n4} = 54.8$	$\lambda_n$ mukaan luetaan arvo $\sigma_{ntod}$ Tekniikan taulukkokirjan s. 450.	$\sigma_{ntod4} := 235 \frac{N}{mm^2}$

## Vastaukset:

**Varmuudet, nurjahdusvarmuus sekä kolmosjäsenen keskipisteen nopeudet ja kiihtyvyydet sekä linkkien kulmien suuruudet, kulmanopeudet ja -kiihtyvyydet:**

**Varmuudet VVEH-jännityksen suhteen:**

Jäsen 2:  $n_{2VVEH} = 9.4$

Jäsen 3:  $n_{3VVEH} = 2.5$

Jäsen 4:  $n_{4VVEH} = 10.6$

**Varmuudet leikkausjännityksen suhteen:**

Jäsen 2:  $n_{leikkaus2} = 2.9 \times 10^3$

Jäsen 3:  $n_{leikkaus3} = 8.9$

Jäsen 4:  $n_{leikkaus4} = 2.9 \times 10^3$

**Varmuudet nurjahduksen suhteen:**

Jäsen 2:  $n_{nurjahdus2} = 13.2$

Jäsen 3:  $n_{nurjahdus3} = \text{"Ei puristusta"}$

Jäsen 4:  $n_{nurjahdus4} = 15.4$

**Hoikille sauvoilla  $n=2.5 \dots 3.5$ .**

**Varmuudet liitoskohdassa:**

Varmuus jäsenien 2 ja 4 murtumiseen:  $n_{tapaus1} = 7.4$

Varmuus jäsenien 1 ja 3 murtumiseen:  $n_{tapaus4} = 12.6$

Varmuus jäsenien 2 ja 4 pään leikkautumiseen:  $n_{tapaus3} = 1.9$

Varmuus jäsenien 1 ja 3 pään leikkautumiseen:  $n_{tapaus5} = 2.8$

Varmuus tapin leikkautumiseen:  $n_{tapaus2} = 3.1$

Varmuus sallitun pintapaineen ylitykseen linkeissä 2 ja 4:  $n_{pp2.4} = 3.7$

Varmuus sallitun pintapaineen ylitykseen linkeissä 2 ja 4:  $n_{pp1.3} = 5.6$

**Toimilaitetta liikuttavan 3. jäsenen painopisteen nopeus ja kokonaiskiihtyvyys:**

$v_{kokG3}(t) =$

	1	mm
		s
1	0	
2	5.18149	
3	...	

$a_{3kokG}(t) =$

	1	mm
		$\frac{2}{s}$
1	5.17701	
2	5.19092	
3	...	

### Jäsenien kulmien asennot, kulmanopeudet ja -kiihtyvyydet globaalin x- y- koordinaatiston suhteen eri aika-askelilla:

Kulmien asennot:

	1	2	3	4	5	6	7	
1	30.056	30.067	30.085	30.111	30.144	30.184	...	deg

	1	2	3	4	
1	$-8.349 \cdot 10^{-14}$	$1.034 \cdot 10^{-13}$	$-7.951 \cdot 10^{-14}$	...	deg

	1	2	3	4	5	6	
1	30.056	30.067	30.085	30.111	30.144	...	deg

Kulmanopeudet:

	1	2	3	4	5	6	
1	0.073	0.146	0.22	0.293	0.366	...	$\frac{\text{deg}}{\text{s}}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	$\frac{\text{deg}}{\text{s}}$

	1	2	3	4	5	6	
1	0.073	0.146	0.22	0.293	0.366	...	$\frac{\text{deg}}{\text{s}}$

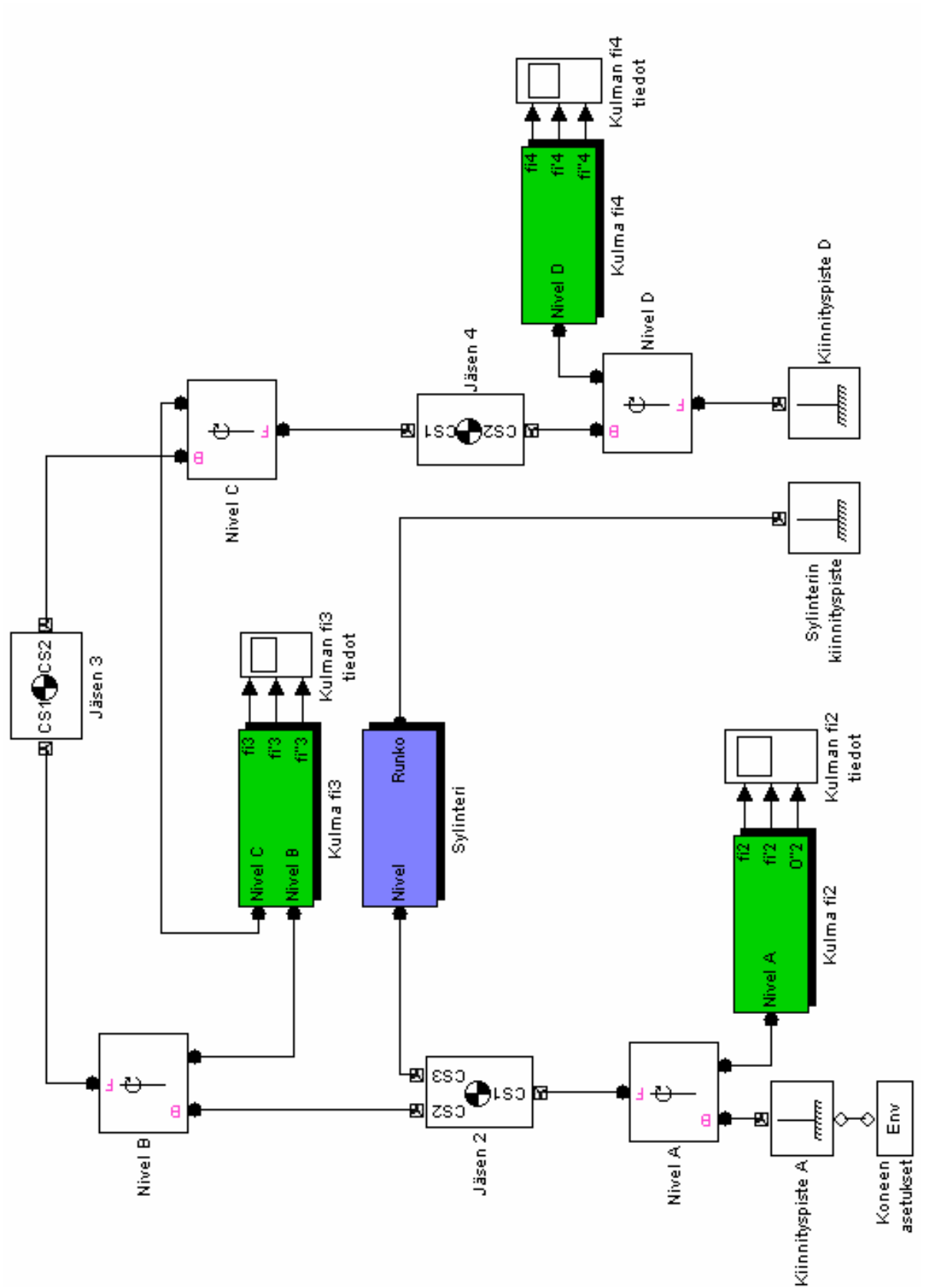
Kulmakihtyvyydet:

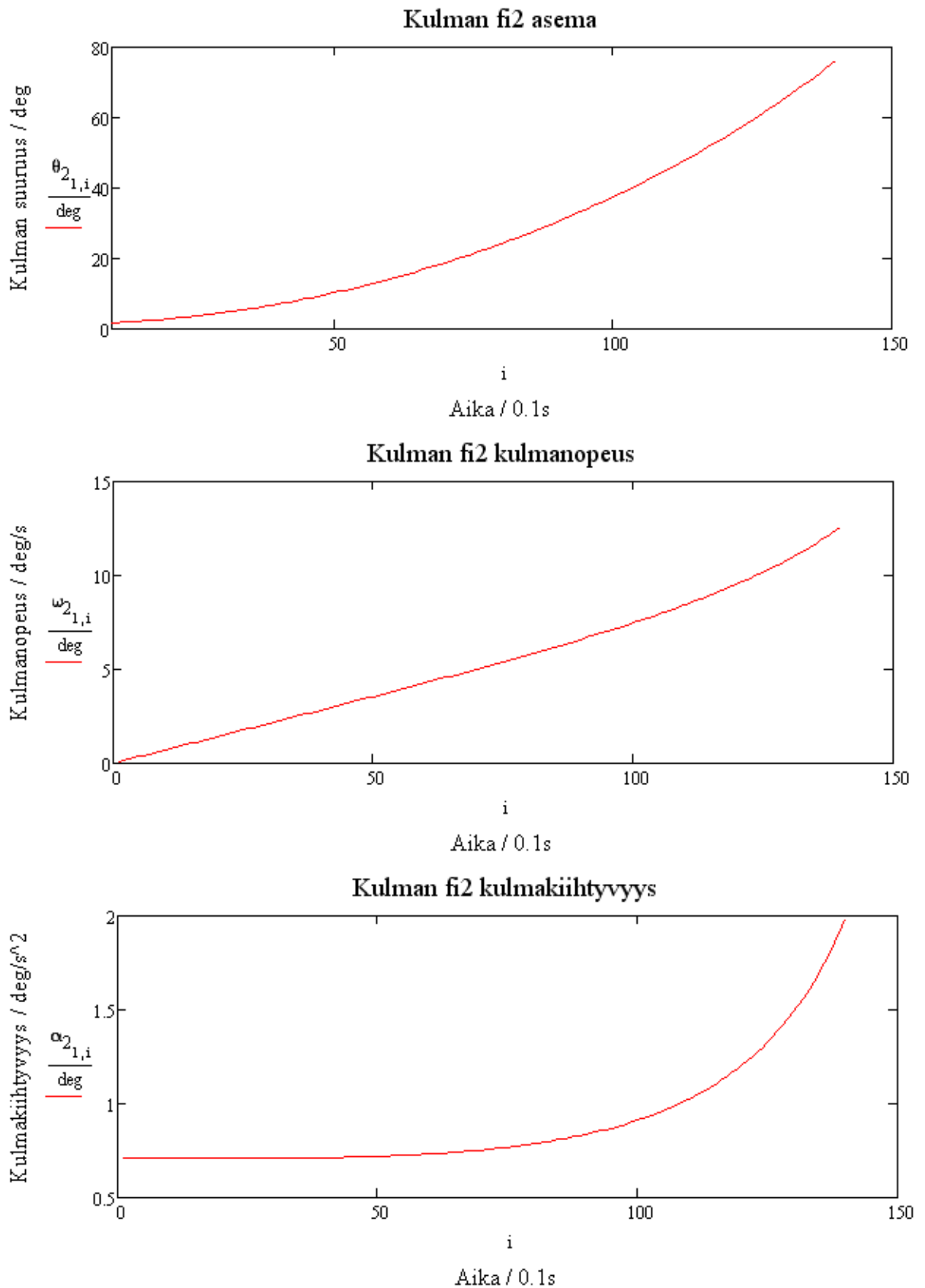
	1	2	3	4	5	6	7	
1	0.732	0.732	0.733	0.733	0.733	0.733	...	$\frac{\text{deg}}{\text{s}^2}$

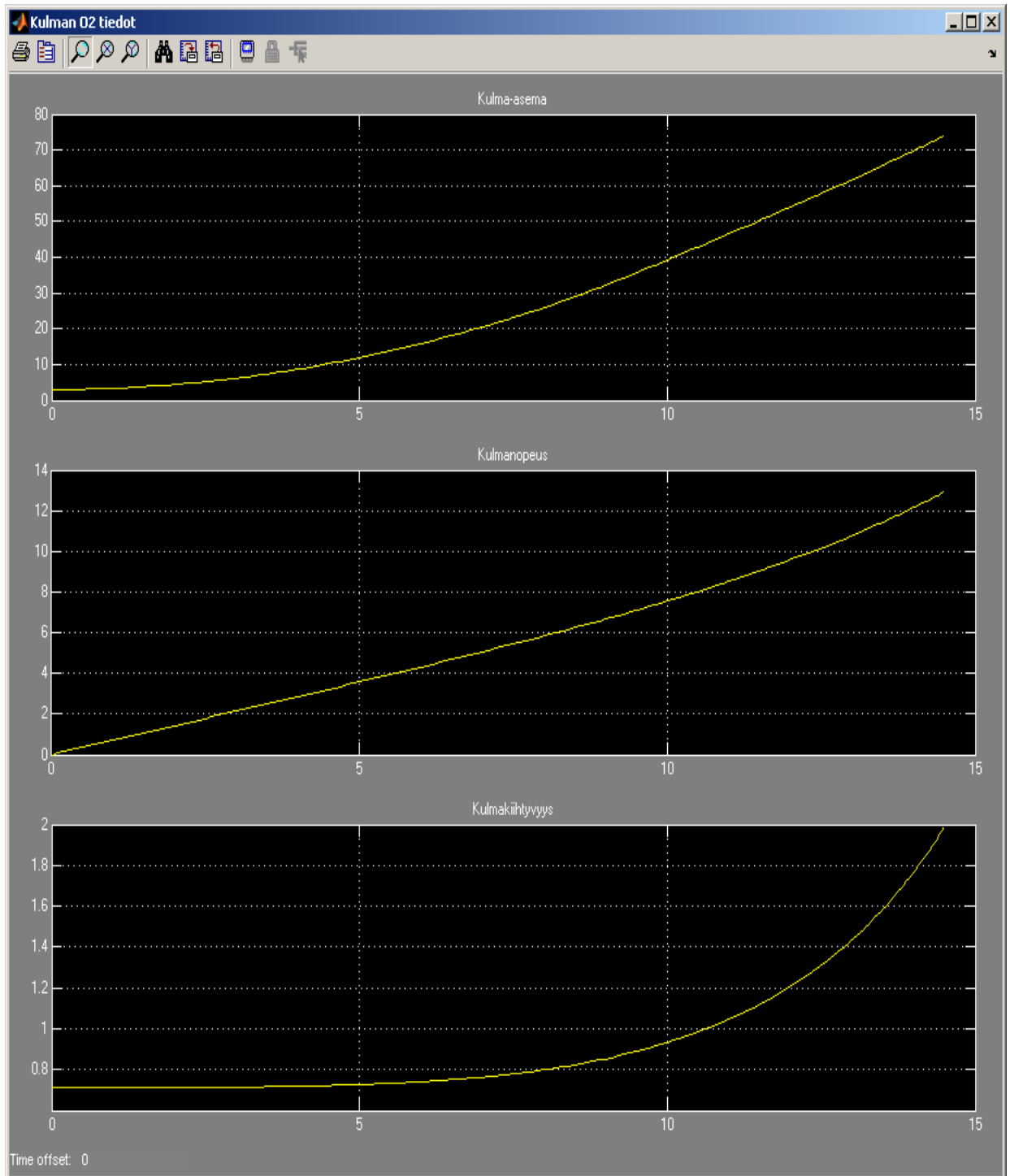
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	$\frac{\text{deg}}{\text{s}^2}$

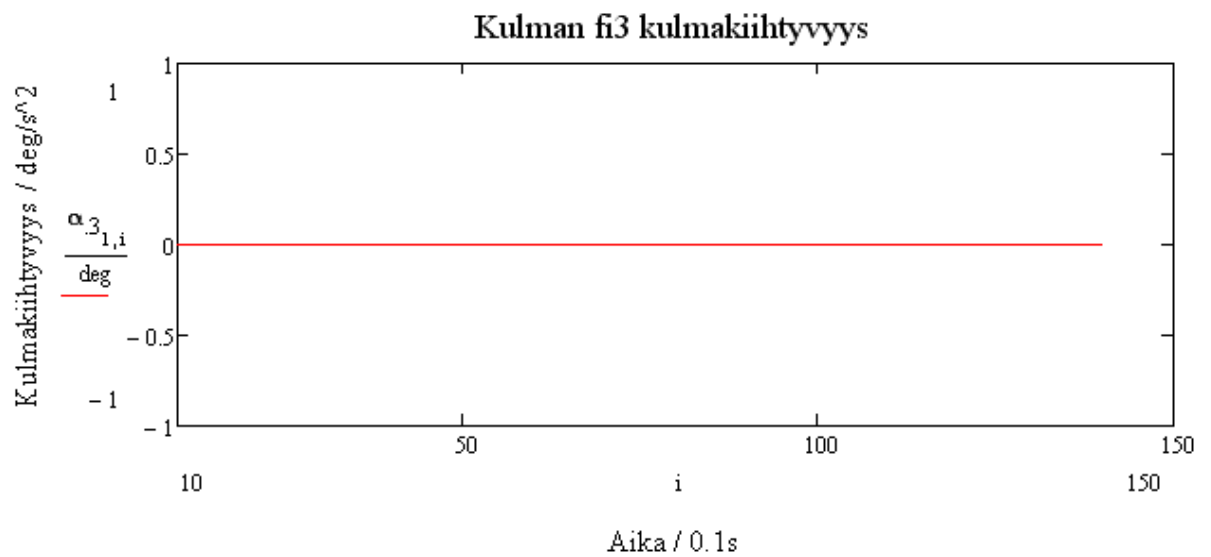
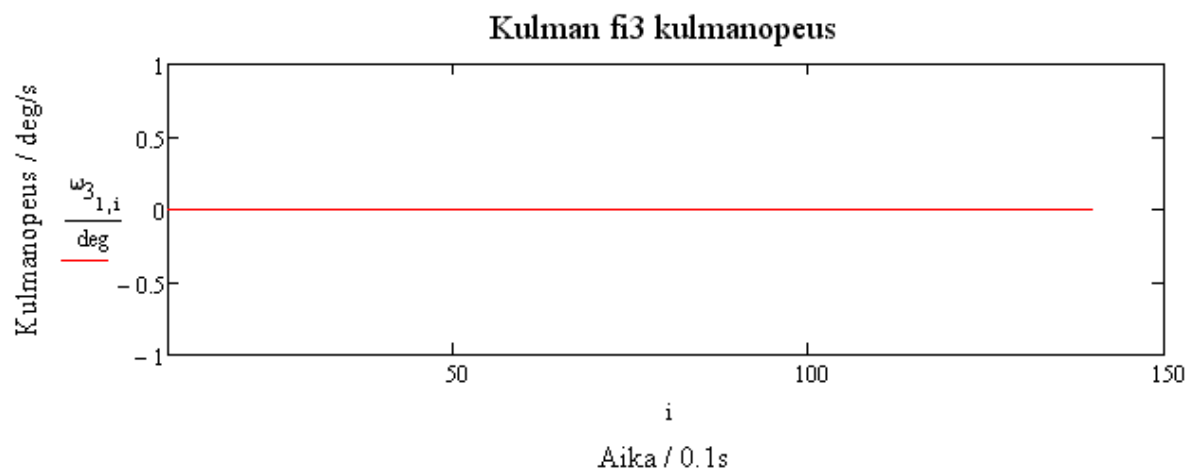
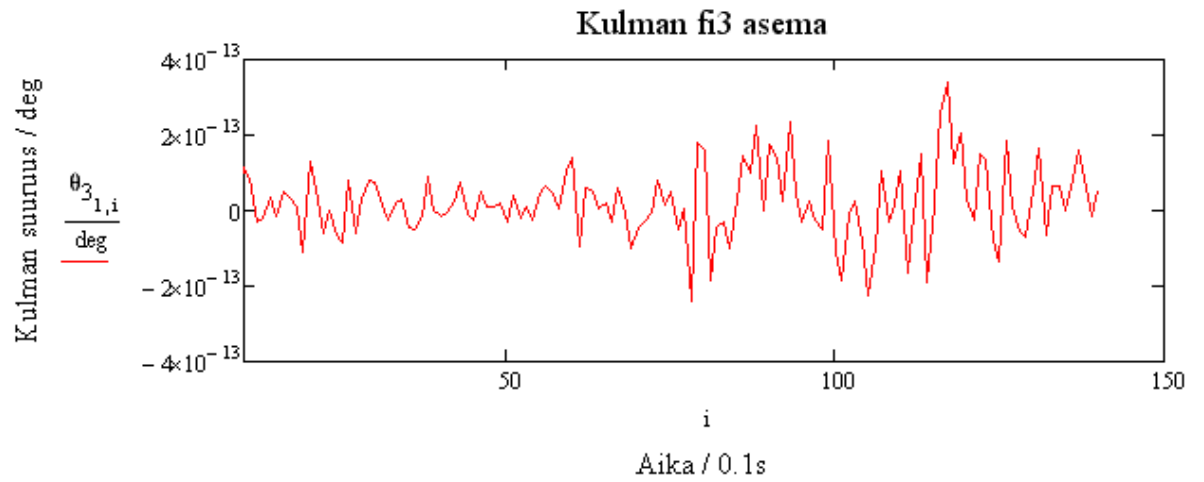
	1	2	3	4	5	6	7	
1	0.732	0.732	0.733	0.733	0.733	0.733	...	$\frac{\text{deg}}{\text{s}^2}$

**Liite 2: Matlab -simuloinnin SimMechanics lohkokaavio**

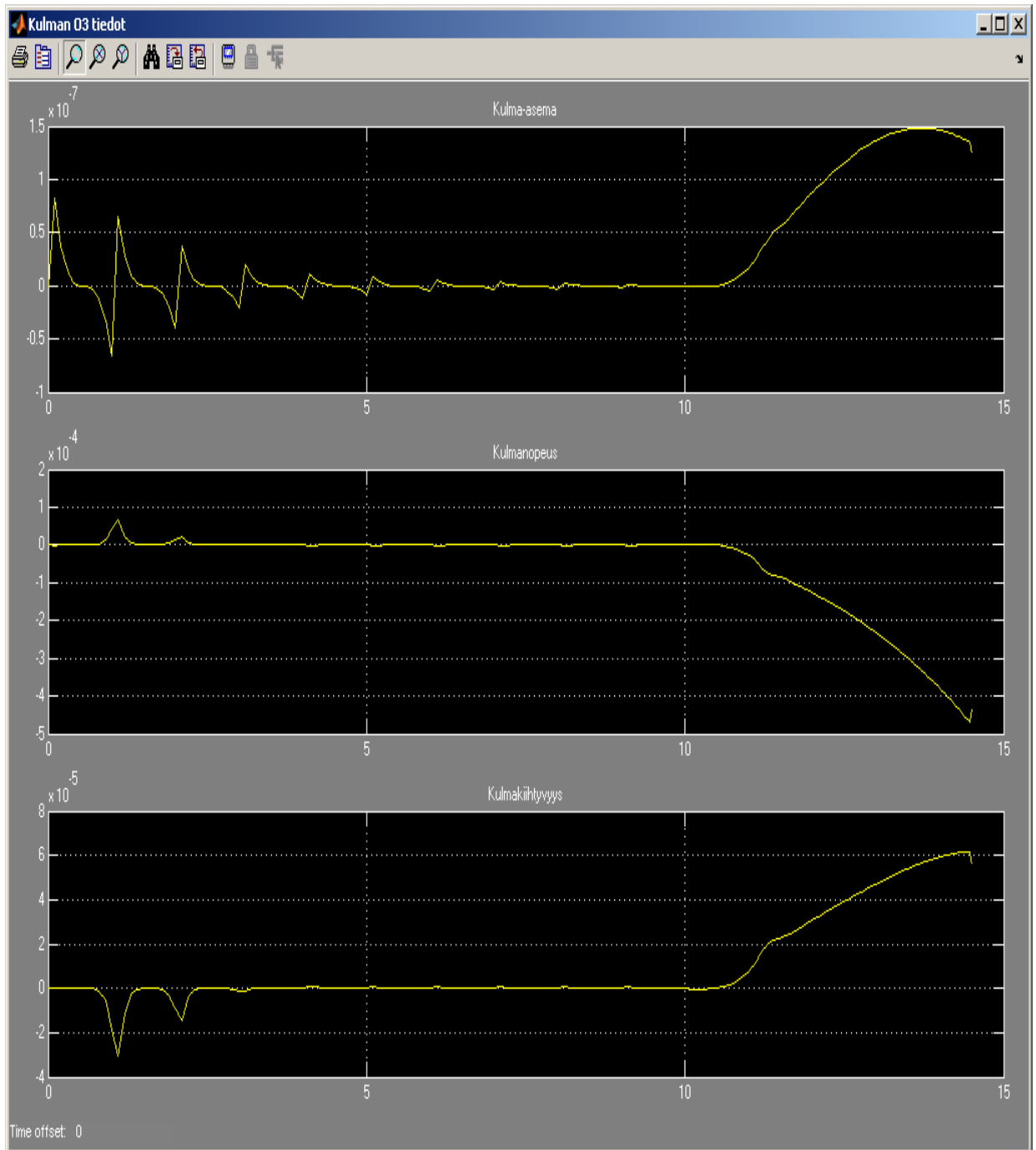


**Liite 3: Mathcad ja Matlab -kuvaajat eri kulmille**

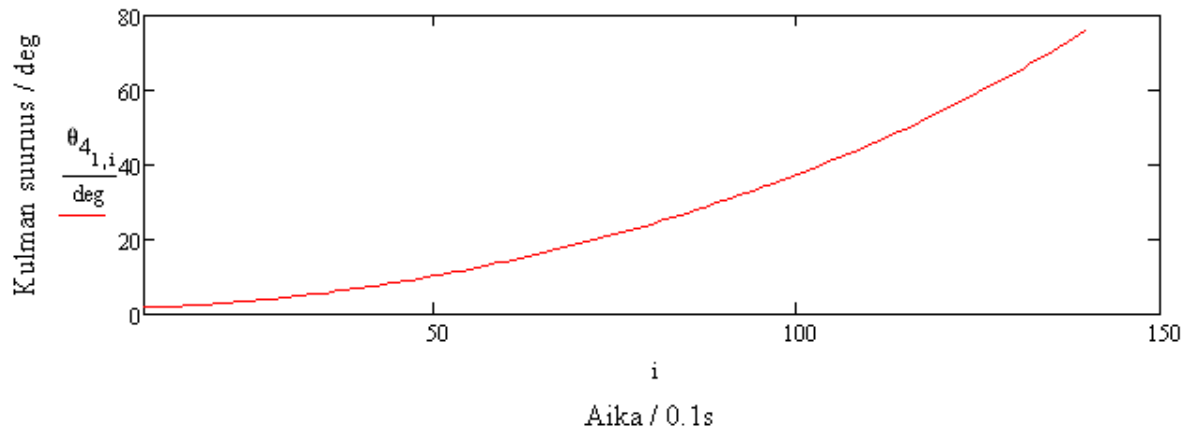




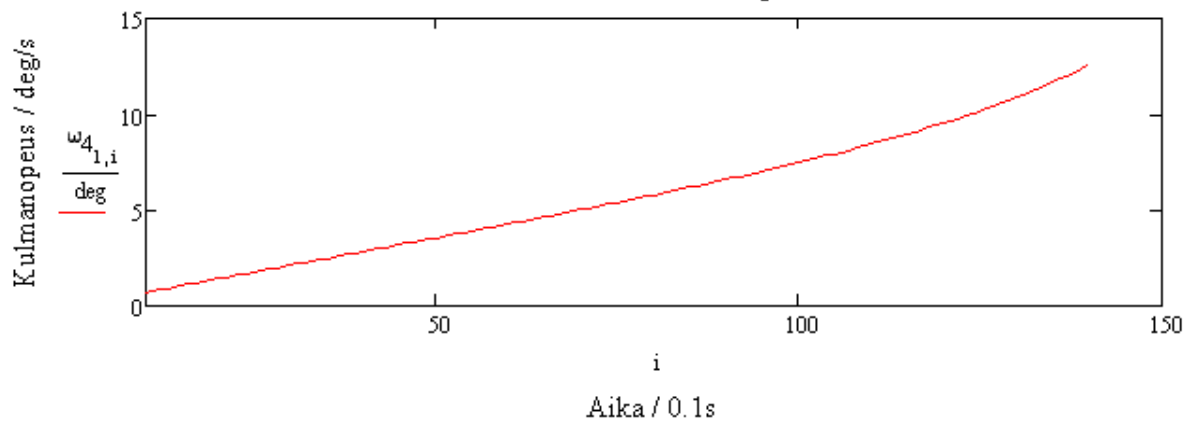
## Kone- ja tuotantotekniikka



Kulman fi4 asema



Kulman fi4 kulmanopeus



Kulman fi4 kulmakiiltoisuus

