

## MITTAUSSUUNNITELMA

EUREF-FIN –pisteverkkojen mittaaminen  
Lapin ammattikorkeakoulun kampusalueelle

Pätälä, Tapio

Opinnäytetyö  
Tekniikka ja liikenne  
Maanmittaustekniikan koulutusohjelma  
Maanmittausinsinööri (AMK)

2017

Liikenne ja tekniikka  
Maanmittaustekniikan koulutusohjelma  
Maanmittausinsinööri (AMK)

---

<b>Tekijä</b>	Tapio Pätilä	Vuosi	2017
<b>Ohjaaja</b>	Pasi Laurila		
<b>Toimeksiantaja</b>	Lapin ammattikorkeakoulu, Liikenne ja tekniikka		
<b>Työn nimi</b>	Mittaussuunnitelma		
<b>Sivu- ja liitesivumäärä</b>	95 + 31		

---

Opinnäytetyön tavoitteena oli luoda käyttökelpoinen mittaussuunnitelma Rovaniemellä sijaitsevan Lapin ammattikorkeakoulun Rantavitikan kampusalueen pisteverkon mittaamiseksi ja täydentämiseksi. Alueelle määritetään pisteverkot EUREF-FIN –luokkiin E4 ja E5. Suunnitelmassa noudatetaan vuonna 2012 julkaistua JHS184-ohjetta. Pisteverkolle on vuonna 2009 määritetty EUREF-FIN –koordinaatit Kaavoitusmittausohjeiden 2003 mukaisesti.

Mittausten suunnittelua ja suunnittelun tuloksena saatavan suunnitelman analysointia nimitetään simuloinniksi. Työn teoriaosassa esitellään verkon suunnittelun perusongelmat sekä muutamia esimerkkilaskuja analysoinnin suorittamiseksi. Lisäksi tarkastellaan mittausten sisäistä ja ulkoista tarkkuutta, mittausten virhelähteitä ja verkon geometriaa. Tarkastelun paino on GNSS-mittauksissa. Suunta- ja etäisyshavaintojen suorittamista käsitellään tarpeellisilta osin.

GNSS-tekniikoilla mitattaessa satelliittigeometria, esteettömät havaintopaikat, monitieheijastukset ja havaintojaksojen pituudet vaikuttavat mittausten tarkkuuteen ja luotettavuuteen enemmän kuin verkon geometria. Suunta- ja etäisyshavainnoin suoritettavissa mittauksissa kannattaa edelleenkin panostaa myös mitattavan verkon rakenteeseen. Kiintopistemittausten suunnittelu onnistuu helposti JHS184:n ohjeita ja kriteerejä noudattaen. Maastotöissä on noudatettava huolellisuutta sekä työssä esitettyjä hyviä mittauskäytänteitä.

Avainsanat

kartoitus, koordinaatit, maanmittaus, satelliittipaikannus

School of Technology, Communication and Transport  
Degree Programme in Surveying  
Bachelor of Engineering

---

<b>Author</b>	Tapio Pätilä	Year	2017
<b>Supervisor</b>	Pasi Laurila		
<b>Commissioned by</b>	Lapland University of Applied Sciences School of Technology, Communication and Transport		
<b>Subject of thesis</b>	Realizing a Geodetic Control Network		
<b>Number of pages</b>	95 + 31		

---

The objective of this thesis was to create a usable plan for determining and defining a geodetic control network to the E4- and E5-classes in the EUREF-FIN reference frame. The network was to be measured according to the JHS184-standard in the Rantavitikka campus area in Rovaniemi. The existing benchmarks are utilized where appropriate.

The theory of error propagation and the least squares method were discussed briefly. More details were given on the problems of the network design, simulating a design, precision and trueness of the observations and the potential error sources. The simulations were treated by simple numerical examples. The angle and the distance observations as well as the GNSS techniques were both explored but emphasis was given on the latter.

Simulating a network design is quite crucial for the outcome of the network accuracy and the reliability if the measurements are done by angle and distance observations. GNSS techniques on the other hand are more sensitive to the satellite geometry, the length of observation time, the multipath conditions and the untrammelled view to satellites. Successful observation campaigns and precise coordinate determination in both cases are greatly facilitated by the diligent field work, careful observations and good practices laid out in this thesis. Realizing a geodetic control network on the whole is quite a straightforward procedure abided by the the JHS184-standard.

**Keywords** cartography, coordinates, geodetic control network,  
land surveying, satellite positioning

# SISÄLLYS

1	JOHDANTO	10
2	MATEMAATTISET TYÖKALUT	12
2.1	Funktion linearisointi . . . . .	12
2.2	Virheen kasautuminen . . . . .	13
2.2.1	Riippumattomat muuttujat . . . . .	14
2.2.2	ECEF–NEU -koordinaattikonversio . . . . .	15
2.2.3	Virhe-ellipsi . . . . .	15
2.3	Pienimmän neliösumman menetelmä . . . . .	17
2.3.1	Periaate . . . . .	17
2.3.2	Havaintojen painotus . . . . .	17
2.3.3	Tasoituksen laskeminen . . . . .	18
2.3.4	Tasoituksen muita tuloksia . . . . .	18
3	SIJAINNIN ILMOITTAMINEN	20
3.1	Koordinaatisto . . . . .	20
3.2	Koordinaattijärjestelmä . . . . .	21
3.2.1	Suorakulmaiset kolmiulotteiset koordinaattijärjestelmät . . . . .	22
3.2.2	Geodeettinen koordinaattijärjestelmä . . . . .	22
3.2.3	Suorakulmainen kaksiulotteinen koordinaattijärjestelmä karttatasolla	23
3.3	Vertausjärjestelmä . . . . .	24
3.4	Vertauskehys . . . . .	25
3.5	Vertausellipsoidi . . . . .	27
4	KIINTOPISTEMITTAUSTEN SUUNNITTELU	29
4.1	Verkon laatu ja luotettavuus . . . . .	30
4.1.1	Sisäinen ja ulkoinen tarkkuus . . . . .	30
4.1.2	Kiintopisteverkon absoluuttinen ja suhteellinen tarkkuus . . . . .	32
4.1.3	Sisäinen ja ulkoinen luotettavuus . . . . .	32
4.2	Virhelähteet . . . . .	33
4.2.1	Yleisesti . . . . .	33
4.2.2	GNSS-mittaus . . . . .	34
4.3	Tarkkuusvaatimukset . . . . .	36
4.4	Hyvän verkon ominaisuuksia . . . . .	38
4.4.1	Geometria . . . . .	39
4.4.2	Piikki- ja solmupisteet . . . . .	40
4.4.3	Eri havaintojaksoissa sulkeutuvat silmukat ja triviaalit vektorit . . . .	41
4.4.4	Mittausten ylimääritys . . . . .	41
4.4.5	Verkkohierarkia . . . . .	42
4.4.6	Pisteiden rakennustapa ja -paikka . . . . .	43
4.5	Suunnittelu . . . . .	43
4.5.1	Lähtökohdat . . . . .	43
4.5.2	Verkon suunnittelun perusongelmat . . . . .	45
4.5.3	Perusongelmien ratkaiseminen . . . . .	45
4.6	Mittausten simulointi . . . . .	47
4.6.1	Esimerkki: GNSS-mittaus . . . . .	48



4.6.2	Esimerkki: Suunta- ja etäisyshavainnot . . . . .	53
4.7	Erityisesti huomioitavaa kaluston suhteen ja maastossa . . . . .	57
4.7.1	GNSS-antennin vaihekeskipisteen paikka . . . . .	57
4.7.2	GNSS-antennin korkeus ja keskistys . . . . .	58
4.7.3	Jalustat, pakkokeskistimet ja optiset luodit . . . . .	58
4.7.4	Havaintojaksojen aikataulutus . . . . .	59
4.7.5	Havaintopöytäkirjan täyttäminen ja pisteen sijaintipiirros . . . . .	59
5	MITTAAMINEN EUREF-FIN –KEHYKSESSÄ . . . . .	61
5.1	EUREF-FIN –pisteet . . . . .	61
5.1.1	Valtakunnalliset peruskiintopisteet . . . . .	61
5.1.2	Paikalliset perus- ja käyttökiintopisteet . . . . .	62
5.2	Kiintopistemittausten kontrollointi . . . . .	62
5.3	Staattinen suhteellinen GNSS-mittaus . . . . .	63
5.4	Reaaliaikainen GNSS-mittaus . . . . .	66
5.5	Kulma- ja etäisyshavainnot . . . . .	66
6	MITTAUSSUUNNITELMA . . . . .	68
6.1	Toteutus . . . . .	68
6.1.1	Kohde ja tavoitteet . . . . .	68
6.1.2	Vaatimukset . . . . .	68
6.1.3	Aiemmat suunnitelmat ja mittaukset . . . . .	69
6.2	Uudet pisteet . . . . .	70
6.2.1	Numerointi . . . . .	70
6.2.2	Rakenne . . . . .	71
6.3	Mittausten valmistelu . . . . .	71
6.3.1	Lähtö- ja kontrollipisteet . . . . .	71
6.3.2	GNSS-mittaus . . . . .	72
6.3.3	Kojeiden tarkkuusvaatimukset takymetrimittauksessa . . . . .	72
6.3.4	Mittauskaluston merkitseminen ja muut tarkistukset . . . . .	72
6.4	Havaintojen suorittaminen . . . . .	73
6.4.1	GNSS-mittaus . . . . .	73
6.4.2	Takymetrimittaus . . . . .	74
6.5	Suunnitelma peruskiintopisteverkkolle . . . . .	76
6.5.1	Määritettävät pisteet . . . . .	76
6.5.2	Lähtöpisteet . . . . .	77
6.5.3	Kontrollipisteet . . . . .	78
6.5.4	GNSS-havaintojaksot . . . . .	78
6.5.5	Analysointi . . . . .	79
6.6	Suunnitelma käyttökiintopisteverkkolle . . . . .	81
6.6.1	Määritettävät pisteet . . . . .	81
6.6.2	Lähtöpisteet . . . . .	81
6.6.3	Kontrollipisteet . . . . .	83
6.6.4	GNSS-havaintojaksot . . . . .	83
6.6.5	Jonomittaus . . . . .	85
6.6.6	Analysointi . . . . .	86
6.7	Korkeuksien vaaitseminen . . . . .	87
6.8	Suunnitelman soveltaminen . . . . .	88

7 POHDINTA	89
LÄHTEET	91
LIITTEET	96

## LYHENTEET

BIH	Bureau International de l'Heure, Pariisin observatorion yhteydessä vuoteen 1987 asti toiminut IAU:n alainen toimielin, joka vastasi ajan pitämisestä ja Maan pyörimisliikkeen tarkkailusta
DORIS	Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite, Doppler-ilmiöön perustuva järjestelmä satelliitin radan määrittämiseksi
ECEF	Earth Centered, Earth Fixed, maakeskinen ja maahan sidottu
EPN	EUREF Permanent Network, ETRS:n realisoiva pysyvien GNSS-tukiasemien muodostama verkko
ETRF	European Terrestrial Reference Frame, eurooppalainen terrestrinen vertauskehys, ETRS-vertauskehysten realisaatio
ETRS	European Terrestrial Reference System, eurooppalainen terrestrinen vertausjärjestelmä, jota ylläpitää EUREF
EUREF	Reference Frame Sub Commission for Europe, IAG:n toimielin, joka vastaa ETRS:n määrittelystä
EUREF-FIN	Suomessa käytettävä ETRS89-vertauskehysten realisaatio
GNSS	Global Navigation Satellite System, yhteisesti eri satelliittipaikannusjärjestelmistä käytettävä lyhenne
GPS	Global Positioning System, yhdysvaltalainen satelliittipaikannusjärjestelmä
GRS80	Geodetic Reference System, geodeettinen vertausjärjestelmä, jota käytetään ITRF- ja ETRS-vertausjärjestelmissä
GTRS	Geocentric Terrestrial Reference System, maakeskinen terrestrinen vertausjärjestelmä
IAG	International Association of Geodesy, kansainvälinen geodesian yhdistys, yksi IUGG:n alajärjestöistä
IAU	International Astronomical Union, Kansainvälinen tähtitieteen unioni
IERS	International Earth Rotation and Reference System Service, IAU:n ja IUGG:n perustama organisaatio, joka muun muassa määrittelee ITRS:n ja pitää kirjaa Maan pyörimisliikkeestä
IGS	International GNSS service, IAG:n alainen organisaatio, joka muun muassa laskee ja julkaisee paikannussatelliittien tarkat ratatiedot
IRM	IERS Reference Meridian, IERS:n määrittämä nollameridiaanin keskimääräinen suunta
IRP	IERS Reference Pole, IERS:n määrittämä Maan pyörimisakselin keskimääräinen suunta

ISO	International Organization for Standardization, Kansainvälinen standardisointijärjestö
ITRF	International Terrestrial Reference Frame, kansainvälinen terestrisinen vertauskehys, ITRS:n realisaatio
ITRS	International Terrestrial Reference System, kansainvälinen terestrisinen vertausjärjestelmä, jota ylläpitää IERS
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics, Kansainvälinen geodeettis-geofysikaalinen unioni
JHS	Julkisen hallinnon suositus, Julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunnan julkaisema suositus
KMO	Kaavoitusmittausohje 2003
LLR	Lunar Laser Ranging, Kuun etäisyydenmittaus lasersäteiden avulla
NEU	North, East, Up, pohjoiseen, itään ja ylös
NGA	National Geospatial-Intelligence Agency, Yhdysvaltain puolustusministeriön alainen organisaatio, joka ylläpitää WGS84-järjestelmää
PPP	Precise Point Positioning, paikannustekniikka, jossa sijainti määritetään vain yhden vastaanottimen vaihehavainnoilla
SLR	Satellite Laser Ranging, satelliitin etäisyydenmittaus lasersäteiden avulla
TRS	Terrestrial Reference System, Maahan sidottu vertausjärjestelmä
UTM	Universal Transverse Mercator, poikittaisasentoinen Mercator-projektio, joka käyttää GRS80-vertausellipsoidia
VLBI	Very Long Base Interferometry, pitkäkantainterferometriä, avaruusgeodeettinen havaintomenetelmä
WGS	World Geodetic System, GPS-järjestelmän käyttämä vertausjärjestelmä ja -kehys, myös samaan vertausjärjestelmään liitettävä vertausellipsoidi

#### MITTAUSSUUNNITELMASSA KÄYTETTÄVÄT TERMIT

Kaupunki	Rovaniemen kaupunki
Peruskiintopisteverkko	Mittaussuunnitelmassa kuvattavat passiiviset pysyvät E4-pisteet, jotka sulkevat Rantavitikan kampusalueen. Pisteet voivat olla uusia, jolloin niille määritetään koordinaatit, tai alueella jo sijaitsevia E4-pisteitä, jolloin niiden koordinaattien yhteensopivuus tarkistetaan mittausten aikana.
Käyttökiintopisteverkko	Mittaussuunnitelmassa kuvattavat passiiviset pysyvät E5-pisteet, jotka sijaitsevat kampusalueella tai sen välittömässä lä-

heisyydessä. Pisteet voivat olla uusia, jolloin niille määritetään koordinaatit, tai alueella jo sijaitsevia E5-pisteitä, jolloin niiden koordinaattien yhteensopivuus tarkistetaan mittauksen aikana.

Peruskiintopisteverkon lähtöpisteet	E3-luokan tai ylempiä peruskiintopisteitä, joilla koulun peruskiintopisteverkko kiinnitetään EUREF-FIN –koordinaatistoon.
Käyttökiintopisteverkon lähtöpisteet	Peruskiintopisteverkon pisteitä, joilla käyttökiintopisteverkko sidotaan EUREF-FIN –koordinaatistoon.

## SYMBOLIT

$z_k$	Suureen $z$ arvo havaintokerralla $k$
$z^T$	Suureen $z$ todellinen arvo, havaitun arvon ja virheen erotus
$\bar{z}$	Suuren $z$ todennäköisin arvo. havaitun arvon ja jäännösvirheen summa
$\hat{z}$	Pienimmän neliösumman menetelmällä saatu arvo suurelle $z$
$\varepsilon$	Virhe, suureen havaitun arvon ja suureen todellisen arvon erotus
$\nu$	Jäännösvirhe, suureen todennäköisimmän arvon ja suureen havaitun arvon erotus
$\sigma_{xy}, \text{Cov}(x,y)$	Muuttujien $x$ ja $y$ kovarianssi
$\sigma_z^2, \text{Var}(z)$	Muuttujan $z$ varianssi
$s_z^2$	Muuttujan $z$ otosvarienssi, harhaton estimaattori varianssille $\sigma_z^2$
$D_z$	Muuttujan $z$ keskihajonta
$S_z$	Muuttujan $z$ otoskeskihajonta, harhaton estimaattori keskihajonnalle $D_z$

## 1 JOHDANTO

Valtakunnalliset peruskiintopisteet realisoivat valtakunnassa käytettävän koordinaattijärjestelmän. Valtakunnallisiin peruskiintopisteisiin sidotut paikalliset peruskiintopisteet puolestaan toimivat paikallisten kartoitus- ja merkintämittausten perustana. “Luotettavien ja tarkkojen runkopisteiden saatavuus on perusedellytys yhteiskunnan rakentamisprosessin eri vaiheissa” toteaa Hakala (1993, 31). Ei ole yhdentekevää, kuinka koordinaatit näille modernin yhteiskunnan perusmonumenteille määritetään.

Mitä varsinaiseen mittaamiseen tulee, ei mikään mittaaminen ole virheetön, ovatpa mittalaitteet ja mittaajat kuinka tarkkoja hyvänsä. Virheiden vaikutusta ja suuruutta voidaan hallita mittausten suunnittelulla, simuloinnilla, huolletuilla ja kalibroituilla mittalaitteilla sekä koulutetulla ja motivoituneella mittaryhmällä. Kuitenkin jos mittausten suunnittelu ja simulointi laiminlyödään, menevät rahat hukkaan ennen kuin ensimmäistäkään mittausta on suoritettu.

Kiintopistemittausten suunnittelun ja suorittamisen tueksi on Julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunta (JUHTA) julkaissut joukon suosituksia, joissa määritellään Suomessa käytettävät koordinaattijärjestelmät sekä menetelmät ja tarkkuusvaatimukset kiintopisteiden mittaamiseksi näissä koordinaattijärjestelmissä. Suositukset pohjautuvat pienimmän neliösumman menetelmästä saataviin tuloksiin, Geodeettisen laitoksen (nykyinen Maanmittauslaitoksen Paikkatietokeskus) tutkimuksiin satelliittipaikannuksen tarkkuudesta sekä hyväksi havaittuihin mittauskäytänteisiin.

Työn tavoitteena on luoda suosituksen JHS184: Kiintopistemittaus EUREF-FIN –koordinaattijärjestelmässä kriteerit täyttävä mittaussuunnitelma Lapin ammattikorkeakoulun Rovaniemellä sijaitsevan Rantavitikan kampusalueen pisteverkon mittaamiseksi ja päivittämiseksi. Mittauksia suorittavat tulevien vuosikurssien opiskelijat. Suunnitelmassa esitetään määritettävät pisteet, lähtö- ja kontrollipisteet, mittausmenetelmät ja mittausten tarkkuusvaatimukset. Lisäksi esitetään esimerkit mittausten mahdollisesta vaiheistamisesta. Laitetai ohjelmistokohtaisia ohjeita sen sijaan ei anneta. Edelliset mittaukset on suoritettu opinäytetyönä vuonna 2009, jolloin pisteille määritettiin EUREF-FIN –koordinaatit Kaavoitusmittausohjeiden 2003 mukaisesti.

Työn aluksi kerrataan virheiden kasautumislaki ja pienimmän neliösumman menetelmässä tarvittavat työkalut. Seuraavassa kappaleessa selvennetään geodesian ja geoinformatiikan sanastojen eroja, sekä esitellään lyhyesti mittausten suorittamisen kannalta oleelliset vertausjärjestelmät ja -kehykset. Kiintopistemittausten suunnitteluun luodaan katsaus verkon tarkkuuden ja luotettavuuden, mittausten virhelähteiden sekä pienimmän neliösumman menetelmään perustuvien suunnitteluongelmien avulla. Verkon tarkkuutta tarkastellaan lyhyesti sulkuvirheiden avulla, ja verkon simulointia a priori -tiedoin puolestaan havain-

nollistetaan laskuesimerkein. Lopuksi kerrataan JHS184-suosituksen sisältö ja esitetään varsinainen mittaussuunnitelma. Aiheen käsittelyssä paino on GNSS-menetelmissä.

Työ on tehty ja kuvitettu avoimen lähdekoodin ohjelmia ja ohjelmakirjastoja käyttäen. Teksti ja verkkokaaviot syntyivät Emacs-editorilla ja LaTeX-ladontajärjestelmällä PGF/Tikz-kirjastoa soveltuvissa kohdissa käyttäen. Paikkatietoaineiston käsittely ja karttojen valmistaminen tapahtui QGIS:llä, muita kuvioita muokattiin Inkscape- ja GIMP-ohjelmilla. Simulointeihin liittyvä laskenta puolestaan suoritettiin ohjelmalla Octave.

## 2 MATEMAATTISET TYÖKALUT

### 2.1 Funktion linearisointi

Taylorin lause rakentuu potenssisarjasta, jonka avulla voidaan halutulla tarkkuudella approksimoida epälineaarisia funktioita jollain välillä. Tarkastellaan funktiota  $f(x)$  pisteessä  $x_0$ . Kun Taylorin polynomista pudotetaan astelukua kaksi vastaavat ja sitä korkeammat tekijät, saadaan funktiolle  $f$ :lle lineaarinen approksimaatio (Kallio 2000, 10):

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} f^{(k)}(x_0) (x - x_0)^k \\ &= \frac{1}{0!} f(x_0) (x - x_0)^0 + \frac{1}{1!} f'(x_0) (x - x_0)^1 \\ &= f(x_0) + \underbrace{f'(x_0)}_{=\frac{df(x_0)}{dx}} \underbrace{(x - x_0)}_{=\Delta x} = f(x_0) + \frac{df(x_0)}{dx} \Delta x \end{aligned} \quad (1)$$

Lineaarille approksimoinnille on käyttöä esimerkiksi käsiteltäessä kulma- ja etäisyyshavainnoille suoritettavaa tasoitusta. Useamman muuttujan funktiolle saadaan lineaarinen approksimaatio vastaavalla tavalla. Olkoon  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , jolloin pisteessä  $(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})$  on  $f$ :n lineaarinen approksimaatio (Kallio 2000, 10):

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0}) \\ &+ \frac{\partial f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})}{\partial x_2} \Delta x_2 \\ &+ \dots + \frac{\partial f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})}{\partial x_n} \Delta x_n \end{aligned} \quad (2)$$

Yhtälö voidaan esittää matriisimuodossa:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0}) + \mathbf{J}\mathbf{x} \quad (3)$$

missä

$$\mathbf{J} = \left[ \frac{\partial f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})}{\partial x_n} \right]$$

$$\mathbf{x} = \left[ \Delta x_1 \quad \Delta x_2 \quad \dots \quad \Delta x_n \right]^T$$

Yhtälössä (2) osittaisderivaatat kuvaavat funktion  $f$  käyttäytymistä pisteen  $(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})$  ympäristössä. Muuttujien  $x_1, x_2, \dots, x_n$  muutos  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$  aiheuttaa funktion  $f$  arvossa muutoksen  $\Delta f = \mathbf{J}\mathbf{x}$  (Ogundare 2016, 30).



Matriisia  $\mathbf{J}$  nimitetään funktion  $f$  **Jacobin matriisiksi**. Jos yhtälöryhmässä on  $m$  funktiota  $z_1, z_2, \dots, z_m$ , joista jokainen sisältää  $n$  muuttujaa  $z_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $k = 1 \dots m$  saadaan Jacobin matriisiksi (Kallio 2000, 11):

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} & \frac{\partial z_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial z_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial z_2}{\partial x_1} & \frac{\partial z_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial z_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial z_m}{\partial x_1} & \frac{\partial z_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial z_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Kallion (2000) lisäksi Taylorin lausetta käsittelee muissa Myrberg (1965, 376).

## 2.2 Virheen kasautuminen

Havaittaessa suuretta epäsuorasti siirtyvät suorissa havainnoissa olevat satunnaiset virheet laskentakaavojen välityksellä epäsuorasti havaitun suureen virheiksi. Virheiden kasautumista tarkastellaan varianssien avulla.

Muuttujien  $x$  ja  $y$  painotetun summan  $z = ax + by$  varianssi on (Tarkkonen 2006, 4):

$$\mathbf{C}_{zz} = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (5)$$

missä matriisia  $\mathbf{C}_{zz}$  nimitetään muuttujan  $z$  **varianssi-kovarianssimatriisiksi**. Merkitään  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}$ , jolloin saadaan:

$$\mathbf{C}_{zz} = \mathbf{A} \mathbf{C}_{xy} \mathbf{A} \quad (6)$$

Matriisi  $\mathbf{A}$  on itseasiassa funktion  $z(x,y)$  Jacobin matriisi:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(ax + by)}{\partial x} & \frac{\partial(ax + by)}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{J} \quad (7)$$

Yhtälö (6) voidaan yleistää. Olkoon  $z_k = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ,  $k = 1 \dots m$  yhtälöryhmä, jonka Jacobin matriisi on  $\mathbf{J}$ . Muuttujan  $z$  varianssi-kovarianssimatriisi  $\mathbf{C}_{zz}$  on silloin (Blachut,

Chrzanowski & Saastamoinen 1979, 60):

$$\mathbf{C}_{zz} = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1 x_2} & \sigma_{x_1 x_3} & \cdots & \sigma_{x_1 x_n} \\ \sigma_{x_2 x_1} & \sigma_{x_2}^2 & \sigma_{x_2 x_3} & \cdots & \sigma_{x_2 x_n} \\ \sigma_{x_3 x_1} & \sigma_{x_3 x_2} & \sigma_{x_3}^2 & \cdots & \sigma_{x_3 x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{x_n x_1} & \sigma_{x_n x_2} & \sigma_{x_n x_3} & \cdots & \sigma_{x_n}^2 \end{bmatrix} \mathbf{J}^T$$

$$= \underset{m \times n}{\mathbf{J}} \underset{n \times n}{\mathbf{C}_{xx}} \underset{n \times m}{\mathbf{J}^T} \quad (8)$$

### 2.2.1 Riippumattomat muuttujat

Jos suureet  $x_k$ , missä  $k = 1 \dots n$ , ovat toisistaan riippumattomia ovat niiden väliset kovarianssit nolliä. Varianssi-kovarianssimatriisi  $\mathbf{C}_x$  on tällöin diagonaalimatriisi:

$$\mathbf{C}_{xx} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & & & & \\ & \sigma_{x_2}^2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \sigma_{x_n}^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Olkoon funktion  $z(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  muuttujat  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  toisistaan riippumattomia, jolloin sijoittamalla (4) ja (9) yhtälöön (6) saadaan **riippumattomien muuttujien varianssiksi**:

$$\sigma_z^2 = \mathbf{C}_{zz} = \left( \frac{\partial z}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial x_3} \right)^2 \sigma_{x_3}^2 + \dots + \left( \frac{\partial z}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_{x_n}^2 \quad (10)$$

Jos  $z_k$ ,  $k = 1 \dots n$  edustaa suureesta  $z$  tehtyä havaintoa  $k$  on havaintojen keskiarvo:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n z_k \quad (11)$$

Kun jokaisella havainnolla on sama keskihajonta  $D$  saadaan havaintojen varianssi sijoittamalla (11) yhtälöön (8):

$$\sigma_z^2 = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{n} \frac{\partial \bar{z}}{\partial z_k} \right)^2 D^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n \left( \frac{\partial \bar{z}}{\partial z_k} \right)^2 D^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n 1 \cdot D^2 = \frac{1}{n^2} \cdot n \cdot D^2 \quad (12)$$

mistä **keskiarvon keskihajonta**  $D_{\bar{z}}$  on varianssin  $\sigma_z^2$  neliöjuuri:

$$D_{\bar{z}} = \frac{D}{\sqrt{n}} \quad (13)$$

### 2.2.2 ECEF–NEU -koordinaattikonversio

Olkoon pisteen  $P$  geosentriset suorakulmaiset kolmiulotteiset koordinaatit  $\mathbf{P}^{XYZ} = [X \ Y \ Z]^T$ . Konversio toposentriseen NEU-koordinaatistoon tapahtuu kiertomatriisilla  $\mathbf{R}$  (Leick, Rapoport & Tatarnikov 2015, 168):

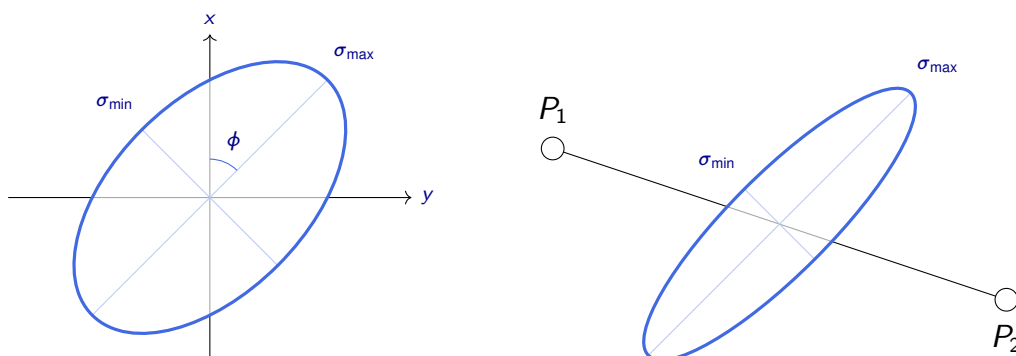
$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{NEU} &= \mathbf{R}\mathbf{P}^{XYZ} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{bmatrix} \mathbf{P}^{XYZ} \end{aligned} \quad (14)$$

missä  $\phi$  ja  $\lambda$  ovat pisteen geodeettinen leveys- ja pituusaste vastaavasti. Jos tasoitettujen koordinaattien varianssi-kovarianssimatriisi on  $\mathbf{C}_{\bar{z}\bar{z}}^{XYZ}$  saadaan konvertoituille koordinaateille yhtälön (8) perusteella:

$$\mathbf{C}_{\bar{z}\bar{z}}^{NEU} = \mathbf{R}\mathbf{C}_{\bar{z}\bar{z}}^{XYZ}\mathbf{R}^T \quad (15)$$

### 2.2.3 Virhe-ellipsi

Havainnoista johdettujen koordinaattien tarkkuutta havainnollistetaan virhe-ellipsillä. Olkoon pisteen tasoitetun  $x$ -koordinaatin varianssi  $\sigma_x^2$  ja tasoitetun  $y$ -koordinaatin varianssi



**Kuvio 1.** Absoluuttinen ja suhteellinen virhe-ellipsi

$\sigma_y^2$ . Pisteiden koordinaattien suurin ja pienin varianssi ovat (Blachut ym. 1979, 58):

$$\sigma_{\max}^2 = \frac{1}{2} \left( \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + (2\sigma_{xy})^2} \right) \quad (16)$$

$$\sigma_{\min}^2 = \frac{1}{2} \left( \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + (2\sigma_{xy})^2} \right) \quad (17)$$

$$\tan 2\phi = \frac{\sin 2\phi}{\cos 2\phi} = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_y^2 - \sigma_x^2} \quad (18)$$

missä  $\phi$  on arvon  $\sigma_{\max}^2$  atsimuutti, toisin sanoen suunta jossa varianssi on suurin. Ratkaisemalla  $\phi$  saadaan:

$$\phi = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_y^2 - \sigma_x^2} \right) + n \cdot 180^\circ \quad (19)$$

Kulman  $\phi$  arvo on pääteltävä tangentin merkkikaaviosta osoittajan  $2\sigma_{xy}$  ja nimittäjän  $\sigma_y^2 - \sigma_x^2$  merkkien perusteella. Tuloksena saadaan **absoluuttinen virhe-ellipsi**, jonka isoakseli on  $a = \sqrt{\sigma_{\max}^2}$  ja pikkuakseli  $b = \sqrt{\sigma_{\min}^2}$  (Blachut ym. 1979, 58).

**Suhteellinen virhe-ellipsi** kuvaa kahden pisteen koordinaattien erotuksen virhettä. Olkoon pisteiden 1 ja 2 tasoitettujen koordinaattien  $(\hat{x}_1, \hat{y}_1)$  ja  $(\hat{x}_2, \hat{y}_2)$  ja koordinaattien varianssit vastaavasti  $\sigma_{\hat{x}_1}^2, \sigma_{\hat{y}_1}^2, \sigma_{\hat{x}_2}^2$  ja  $\sigma_{\hat{y}_2}^2$ . Suhteellisen virhe-ellipsin akselit ovat (Blachut ym. 1979, 58):

$$a^2 = \sigma_{\max}^2 = \frac{1}{2} \left( \sigma_{\Delta x}^2 + \sigma_{\Delta y}^2 + \sqrt{(\sigma_{\Delta x}^2 - \sigma_{\Delta y}^2)^2 + (2\sigma_{xy})^2} \right) \quad (20)$$

$$b^2 = \sigma_{\min}^2 = \frac{1}{2} \left( \sigma_{\Delta x}^2 + \sigma_{\Delta y}^2 - \sqrt{(\sigma_{\Delta x}^2 - \sigma_{\Delta y}^2)^2 + (2\sigma_{xy})^2} \right) \quad (21)$$

$$\tan 2\phi = \frac{\sin 2\phi}{\cos 2\phi} = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{\Delta y}^2 - \sigma_{\Delta x}^2} \quad (22)$$

missä:

$$\sigma_{\Delta x}^2 = \sigma_{\hat{x}_1}^2 + \sigma_{\hat{x}_2}^2 - 2\sigma_{\hat{x}_1}\sigma_{\hat{x}_2} \quad (23)$$

$$\sigma_{\Delta y}^2 = \sigma_{\hat{y}_1}^2 + \sigma_{\hat{y}_2}^2 - 2\sigma_{\hat{y}_1}\sigma_{\hat{y}_2} \quad (24)$$

$$\sigma_{\Delta x \Delta y} = \sigma_{\hat{x}_1 \hat{y}_1} + \sigma_{\hat{x}_2 \hat{y}_2} - \sigma_{\hat{x}_1 \hat{y}_2} - \sigma_{\hat{y}_1 \hat{x}_2} \quad (25)$$

Kulmalle  $\phi$  pätee sama tarkastelu, kuin yhtälössä (19).

Arvot  $\sigma_{\max}^2$  ja  $\sigma_{\min}^2$  saadaan johdettua ratkaisemalla varianssi-kovarianssimatriisin ominaisarvot. Aihetta käsittelevät muun muassa Blachut ym. (1979), Ghilani (2010), Vermeer (2014) sekä Ogundare (2016).

## 2.3 Pienimmän neliösumman menetelmä

### 2.3.1 Periaate

Saatakoon suureen  $z$  arvo epäsuorasti havainnoista  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Funktio  $z(x_1, x_2, \dots, x_n)$  linearisoidaan Taylorin lauseen avulla. Sarja kehitetään pisteeseen  $z_0 = z(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})$  ja kehitelmää korjataan korjaustermillä  $\Delta z$  (Blachut ym. 1979, 123):

$$\begin{cases} \bar{z} = z + \nu \\ \bar{z} = z_0 + \Delta z \end{cases} \iff \nu = z_0 + \Delta z - z \quad (26)$$

Olkoot havaintoihin  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  tehtävät korjaukset  $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$  vastaavasti, jolloin havaintoyhtälö voidaan kirjoittaa muotoon:

$$\nu = \underbrace{z(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{n_0})}_{= z_0} + \underbrace{\frac{\partial z}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial z}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial z}{\partial x_n} \Delta x_n}_{= \Delta z} - z \quad (27)$$

Tasoituksen alussa valitaan arvo  $z_0$  siten, että se olisi lähellä tasoitettua arvoa  $\hat{z}$ . Jos korjaus  $\Delta z$  alittaa lopputuloksen tarkkuusvaatimukset, on tasoitus valmis. Muussa tapauksessa lisätään arvoon  $z_0$  korjaus  $\Delta z$  ja suoritetaan tasoitus uudestaan.

### 2.3.2 Havaintojen painotus

Kullekin havainnoille voidaan antaa mielivaltaisen paino. Käytännössä paino sidotaan havainnon tarkkuuteen: mitä tarkempi havainto (ts. mitä pienempi varianssi) sen suurempi tulisi olla sen paino tasoituksessa. Määritellään havaintojen painokerroinmatriisi  $\mathbf{Q}$  varianssi-kovarianssimatriisin  $\mathbf{C}_{zz}$  avulla:

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{\sigma_0^2} \mathbf{C}_{zz} \quad (28)$$

missä  $\sigma_0^2$  on painoyksikön varianssin a priori -arvio. Painoyksikön varianssi on sellaisen havainnon varianssi, jonka paino tasoituksessa on yksi. Painomatriisi  $\mathbf{W}$  on painokerroinmatriisin käänteismatriisi:

$$\mathbf{W} = \mathbf{Q}^{-1} = \sigma_0^2 \mathbf{C}_{zz}^{-1} \quad (29)$$

Yksittäisen havainnon painotus tapahtuu kertomalla yhtälö (27) puolittain painolla  $w$ .

## 2.3.3 Tasoituksen laskeminen

Havaintoyhtälöt voidaan kirjoittaa matriisiimuotoon. Olkoon havaintoja  $m$  kappaletta, jolloin:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{W} &= \begin{bmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & w_m \end{bmatrix} & \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} & \frac{\partial z_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial z_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial z_2}{\partial x_1} & \frac{\partial z_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial z_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial z_m}{\partial x_1} & \frac{\partial z_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial z_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} & \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \\
 \mathbf{z}^0 &= \begin{bmatrix} z_1^0(x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0) \\ z_2^0(x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0) \\ \dots \\ z_m^0(x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0) \end{bmatrix} & \mathbf{z} &= \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} & \boldsymbol{\nu} &= \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \vdots \\ \nu_m \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Yhtälö (27) saadaan nyt muotoon:

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\nu} &= \mathbf{WJx} + \mathbf{W}(\mathbf{z}_0 - \mathbf{z}) \\
 &= \mathbf{WJx} - \mathbf{WK}
 \end{aligned} \tag{31}$$

missä  $\mathbf{K} = \mathbf{z}_0 - \mathbf{z}$ . Pienimmän neliösumman menetelmässä optimaalinen ratkaisu haetaan minimoimalla jäännösvirheiden neliö  $\boldsymbol{\nu}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\nu}$ . Käytännössä etsitään jäännösvirheiden neliön derivaatan nollakohta. Ratkaisu on (Kallio 2000, 16):

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{J}^T \mathbf{WJ})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{WK} \tag{32}$$

## 2.3.4 Tasoituksen muita tuloksia

Kirjoitetaan yhtälö (32) muotoon:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{Lz} \tag{33}$$

missä:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{L} &= (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \\
 &\stackrel{(29)}{=} (\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{zz}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_z^{-1}
 \end{aligned} \tag{34}$$

jolloin yhtälöstä (6) saadaan:

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_{\hat{z}\hat{z}} &= \mathbf{L}\mathbf{Q}_{zz}\mathbf{L}^T \\ &= (\mathbf{A}^T\mathbf{Q}_{zz}^{-1}\mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{A}^T\mathbf{W}\mathbf{A})^{-1}\end{aligned}\quad (35)$$

Yhtälön (28) perusteella saadaan **tasoitettujen arvojen varianssi-kovarianssimatriisiksi**:

$$\mathbf{C}_{\hat{z}\hat{z}} = \sigma_0^2\mathbf{Q}_{\hat{z}\hat{z}} \quad (36)$$

Lisäksi otetaan käyttöön annettuna **redundanssimatriisi  $\mathbf{R}$**  (Poutanen 1999, 226):

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{W}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{W} \quad (37)$$

Havaintojen ylimääritys saadaan laskemalla redundanssimatriisin jälki  $r = \text{Tr}(\mathbf{R})$  (Poutanen 1999, 226).

### 3 SIJAINNIN ILMOITTAMINEN

Määritelmien osalta on käytössä ainakin kaksi vakiintunutta sanastoa. IAG:n ja IAU:n määrittämä sanasto rakentuu aiemman geodeettisen ja tähtitieteellisen sanaston päälle siten, että sitä on laajennettu ja tarkennettu soveltumaan myös satelliittipaikannuksen tarpeisiin (Poutanen 2016, 32). Sanastoa käytetään yleisesti geodesiassa, ja myös JHS196- ja JHS163-suosituksissa. Suomenkielisiä termejä ryhdyttiin määrittelemään ja tarkentamaan vuonna 2014 geodesian JHS-sanastoksi (Sanastokeskus TSK 2014a), mutta hanke on viivästynyt resurssipulan sekä Maanmittauslaitoksen ja Geodeettisen laitoksen yhdistymistä seuranneiden organisaatiomuutosten vuoksi (Kosunen 2016). Poutasen (2016, 32) mukaan sanasto on kuitenkin valmisteilla. Kirjoitushetkellä viimeisimmät määrittelyt löytyvät JHS196-suosituksessa. Sanaston tunnusmerkkinä ovat termit vertausjärjestelmä ja vertauskehys.

Geoinformatiikassa ja paikkatiedosta puhuttaessa käytetään yleensä ISO19111-standardin mukaista sanastoa. Sitä noudatetaan myös JHS184- ja JHS197-suosituksissa. Suomenkieliset termit päivitettiin vuonna 2014 julkaisussa Geoinformatiikan sanasto (Sanastokeskus TSK 2014b). Sanastossa puhutaan koordinaatistosta ja koordinaattijärjestelmästä. Näitä ei pidä sekoittaa aiemmin geodesian sanastossa käytettyihin samannäköisiin termeihin. Geodesiassa käytetty termi koordinaattijärjestelmä (nyk. vertausjärjestelmä) vastaa geoinformatiikan sanastossa koordinaatistoa. Vastaavasti geodesiassa käytetty termi koordinaatisto (nyk. vertauskehys) on lähimpänä geoinformatiikan koordinaattijärjestelmää. (Poutanen 2016, 32.)

Koska molemmat sanastot ovat tällä hetkellä käytössä esitellään seuraavassa lyhyesti tärkeimmät käsitteet molempien sanastojen mukaisesti. Tässä työssä pyritään noudattamaan geodesian sanastoa.

#### 3.1 Koordinaatisto

Koordinaatisto on ISO-standardin mukainen termi. Se on joukko matemaattisia sääntöjä, jotka määräävät miten pisteille annetaan koordinaatit. Koordinaatein ilmaistavasta sijainnista käytetään nimitystä suora sijainti. (Sanastokeskus TSK 2014a, 10.) Mittaustöissä ja paikantamisessa käytetään kolmea eri tavoin määriteltyä koordinaatistoa (Laurila 2012, 139):

- maantieteellinen kaksiulotteinen koordinaatisto
- suorakulmainen kolmiulotteinen koordinaatisto
- suorakulmainen kaksiulotteinen koordinaatisto karttatasolla.



Maantieteellisessä koordinaatistossa sijainti ilmoitetaan maan pinnalle viritetyn asteverkon avulla pituus- ja leveysasteina. Maantieteellisen koordinaatiston käsitettä tarkennetaan luvussa 3.2.2.

Kolmiulotteinen suorakulmainen koordinaatisto rakentuu kolmesta toisiaan vastaan kohtisuorasta koordinaattiakselista, joita yleensä merkitään kirjaimilla  $X$ ,  $Y$  ja  $Z$ . Suorakulmainen kaksiulotteinen koordinaatisto puolestaan rakentuu kahdesta toisiaan vastaan kohtisuorasta koordinaattiakselista  $X$  ja  $Y$ . Tässä työssä käytetään laskennan apuna myös paikallista suorakulmaista NEU-koordinaatistoa. Kyse on toposentrisestä eli havaittajakeskisestä koordinaatistosta, jonka akselit osoittavat pohjoiseen ( $N$ ), itään ( $E$ ) ja ylös ( $U$ ).

Suorakulmaiset kaksiulotteiset koordinaatistot karttatasolla ovat käytännössä karttaprojektioita. Karttatasolla voidaan pienialaisia mittauksia ja laskelmia tehdä suoraan  $X$ - ja  $Y$ -koordinaateilla. Projektioista aiheutuu kuitenkin mittakaava- ja suuntavirheitä, jolloin suurempialaisissa mittauksissa havainnot on redukoitava vertausellipsoidille.

### 3.2 Koordinaattijärjestelmä

Koordinaattijärjestelmä on ISO-standardin mukainen termi. Koordinaattijärjestelmä saadaan, kun koordinaatisto kiinnitetään jollain tavalla reaali maailmaan. "Väline", jolla kiinnitys tehdään on datumi (Sanastokeskus TSK 2014a, 16). Datumi on joukko parametreja, jotka määrittelevät koordinaatiston origon, mittakaavan ja orientaation (Poutanen 2016, 33). Uusi datumi yhdistettynä aiempaan koordinaatistoon luo aina uuden koordinaattijärjestelmän (JHS197 2016, 2). Nimitystä geodeettinen datumi käytetään, kun datumi määrittelee koordinaatiston suhteen Maahan. Geodeettisia datumeita ovat esimerkiksi

- suorakulmaisen kolmiulotteisen koordinaatiston origon ja koordinaattiakselien suunnan ja
- geodeettisen koordinaatiston yhteydessä käytettävän vertausellipsoidin parametrit, keskipisteen ja koordinaattien nollakohdat.

Korkeusdatumi määrittelee erillisen korkeusjärjestelmän (esim. N2000) korkeuksien nollatason, korkeuksien epookin, pysyvän vuoksen järjestelmän ja sen, käytetäänkö ortometrisiä korkeuksia vai normaalikorkeuksia (Sanastokeskus TSK 2014a, 16).

Koordinaattijärjestelmät voivat olla globaaleja, alueellisia (esim. maanosan alueella käytettäviä) tai paikallisia (valtiollisia, kunnallisia tai havaittajakohtaisia). Käytännön mittaustöissä käytettävät koordinaattijärjestelmät ovat maakeskisiä ja maahan sidottuja (ECEF).

Suomessa käytettävät koordinaattijärjestelmä saadaan kiinnittämällä edellisessä kappaleessa mainitut koordinaatistot EUREF-FIN –datumilla Maahan. Koordinaattijärjestelmät

on määritelty JHS197-suosituksessa. Lisätietoja Euroopassa käytettävistä koordinaattijärjestelmistä löytyy muun muassa Internetistä (2014).

### 3.2.1 Suorakulmaiset kolmiulotteiset koordinaattijärjestelmät

Suorakulmaista kolmiulotteista koordinaattijärjestelmää käytetään esimerkiksi GPS-paikannuksessa. Tällöin koordinaattijärjestelmän origo sijaitsee Maan massakeskipisteessä,  $Z$ -akseli on Maan pyörimisakselin keskimääräisen suunnan suuntainen,  $X$ -akseli osoittaa Greenwichin meridiaanin keskimääräiseen suuntaan ja  $Y$ -akseli on näitä vastaan kohtisuorassa (NGA 2014, 2-1). Koordinaattijärjestelmä on ECEF-tyyppinen, joten Maan pyöriessä akselinsa ympäri myös koordinaattijärjestelmä pyörii  $Z$ -akselin ympäri (Poutanen 2016, 34). Suomessa käytettävä suorakulmainen kolmiulotteinen koordinaattijärjestelmä on EUREF-FIN-XYZ (JHS197 2016, 9).

GNSS-menetelmillä suoritettavien kiintopistemittausten havainnot tulee tallentaa ja tasoittaa suorakulmaisessa kolmiulotteisessa koordinaattijärjestelmässä. Konversio suorakulmaisten kolmiulotteisten koordinaattijärjestelmien, esimerkiksi WGS84 ja paikallinen NEU-koordinaattijärjestelmä, välillä tapahtuu helposti kiertomatriiseilla.

### 3.2.2 Geodeettinen koordinaattijärjestelmä

Geodeettinen koordinaatisto saadaan virittämällä Maata kuvaavan vertausellipsoidin (ks. luku 3.5) pinnalle asteverkko. Geodeettiset koordinaatit ilmoitetaan leveys- ja pituusasteina ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ) käyttäen kulmayksiköitä aste, minuutti ja sekunti. Jos geodeettisten koordinaattien yhteydessä halutaan ilmoittaa korkeus, käytetään ellipsoidista korkeutta  $h$ . Tällöin puhutaan myös kolmiulotteisista geodeettisista koordinaateista. Ellipsoidinen korkeus tarkoittaa pisteen etäisyyttä kohtisuorasti ellipsoidin pinnan tangenttitasoa vastaan.

Suomessa käytettävä kaksiulotteinen geodeettinen koordinaattijärjestelmä on EUREF-FIN-GRS80 ja kolmiulotteinen vastaavasti EUREF-FIN-GRS80h (JHS197 2016, 9–10). Vertausellipsoidina käytetään GRS80-ellipsoidia, jonka pikkuakseli on Maan pyörimisakselin keskimääräisen suunnan suuntainen. Nollameridiaani yhtyy Greenwichin meridiaanin keskimääräiseen suuntaan ja leveysasteiden nollakohta puolestaan on päiväntasaajalla.

Mitä kirjallisuuteen tulee käytetään termejä maantieteellinen koordinaatisto ja geodeettinen koordinaatisto toisissa lähteissä synonyymeinä (esim. Vermeer & Rasila 2014, 91; Poutanen 2016, 34, 41), mutta toisissa (esim. Sanastokeskus TSK 2014b, 12–20) puhutaan vain geodeettisesta koordinaatistosta. Karttunen, Donner, Kröger, Oja & Poutanen (1995, 28) tarkoittavat maantieteellisellä leveydellä havaintopaikan luotiviivan ja maan ekvaattoritason

välistä kulmaa, mutta geodeettisella leveydellä puolestaan vertausellipsoidin normaalin ja maan ekvaattoritason välistä kulmaa. Samaa jakoa käytetään myös tässä työssä.

Vermeer & Rasila (2014) käsittelevät pyörähdysoipsoidin geometriaa perusteellisesti. Hiukan kevyempi käsittely löytyy esimerkiksi kirjasta Tähtitieteen perusteet (Karttunen ym. 1995).

### 3.2.3 Suorakulmainen kaksiulotteinen koordinaattijärjestelmä karttatasolla

Kaksi toisiinsa nähden kohtisuoraa koordinaattiakselia (tai mitä hyvänsä viivaa) virittävät tason, jota pitkin voidaan etäisyyksiä ja sijainteja mitata. Maan pinnalle asetettua isoa tasoa ei kuitenkaan voida muotoilla noudattamaan Maan pintaa rikkomatta tasoa, eikä toisaalta ellipsoidin pintaa levittää tasoksi pintaa rikkomatta. Maata kuvaavien kaksiulotteisten koordinaattijärjestelmien on sen vuoksi perustuttava projektioihin.

Suomessa koko maan kattava tasokoordinaattijärjestelmä on ETRS-TM35FIN, joka saadaan asettamalla poikittausasentoinen lieriö leikkaamaan GRS80–ellipsoidia (UTM-projektio). Projektion keskimeridiaani on  $27^\circ$  itäistä pituutta (UTM-projektio-kaista nro 35), mutta projektio-kaistan leveys normaalista UTM-järjestelmästä ( $6^\circ$ ) poiketen kattaa koko Suomen alueen. Keskimeridiaanin itäkoordinaatti on 500 000 m (ns. valeitä, false easting). (JHS196 2016, 8) Käytettäessä leikkaavaa projektiota on projektion mittakaavakorjaus leikkausviivoilla nolla, leikkausviivojen välissä (mm. projektion keskimeridiaanilla) negatiivinen ja leikkausviivojen ulkopuolella positiivinen. ETRS-TM35FIN–koordinaattijärjestelmässä mittakaavakorjaukset ovat mantereella  $-400$  ppm –  $+700$  ppm ja Ahvenanmaalla noin 1700 ppm. (JHS197 2016, liite 5, 1).

Pienialaisissa töissä voidaan käyttää ETRS-GK $n$ –tasokoordinaattijärjestelmää. Järjestelmä käyttää Gauss-Kruger –projektiota, joka saadaan asettamalla poikittaisasentoinen lieriö sivuamaan GRS80–ellipsoidia keskimeridiaania pitkin. Keskimeridiaaniksi on valittava parhaiten soveltuva tasa-aste, jolloin projektio- $n$ korjaukset pysyvät pieninä. Sivuvan projektion projektio- $n$ korjaus on keskimeridiaanilla nolla (JHS197 2016, liite 5, 1). Kaistan leveys on yksi aste, mutta leveämpää kaistaa saa käyttää, jos se on työn kannalta tarkoituksenmukaista. Muuttuja  $n$  viittaa keskimeridiaaniin. Keskimeridiaanilla itäkoordinaatti on  $(1\,000\,000 \times n + 500\,000)$  m, jolloin koordinaatin kaksi ensimmäistä numeroa paljastavat suoraan keskimeridiaanin. (JHS196 2016, 9.)

Poikittaisen Mercator -projektion muodostamista ja projektio- $n$ korjauksia käsittelee muiden muassa Blachut ym. (1979), ja konformisia projektioita yleisemmin esimerkiksi Leick ym. (2015). ETRS-TM35FIN –tasokoordinaattijärjestelmän mittakaavavirheitä on taulukoitu JHS197-suositukseen (JHS197 2016, liite 5, 2–3).

### 3.3 Vertausjärjestelmä

Vertausjärjestelmä on geodesian sanaston termi. Se määritellään joukoksi matemaattisia ja fysikaalisia teorioita ja periaatteita, joiden avulla sijainti voidaan teoreettisesti ilmaista. Periaatteilla kiinnitetään esimerkiksi sijainnin ilmoittamiseksi käytettävät suureet ja mittayksiköt, ajanhetket ja tarvittaessa joukko vakioita. Vakiot voivat olla myös jonkin toisen vertausjärjestelmän realisoituja arvoja. (Sanastokeskus TSK 2014a, 28.).

Petit & Luzum (2010, 31) määrittelee terrestriiset vertausjärjestelmät (TRS) Maahan sidotuiksi. Toisin sanoen vertausjärjestelmä pyörii Maan mukana, jolloin vertausjärjestelmän mukaisesti realisoitujen pisteiden koordinaateissa tapahtuvat muutokset johtuvat lähinnä maankuoren tektonisista liikkeistä ja vuoksivoimista. TRS muodostuu kolmen yhtä pitkän ortogonaalisen vektorin virittämästä oikeakätisestä avaruudesta, jonka origo on lähellä Maata. Vertausjärjestelmän mittakaava on yhden tällaisen vektorin pituus. (Petit & Luzum 2010, 31.) Kun origo sijoitetaan Maan massakeskipisteeseen, ajan yksiköksi valitaan sekunti ja määritellään mannerlaattojen liikevektoreiden summaksi nolla saadaan **geosentrinen terrestrinen vertausjärjestelmä**, GTRS (Petit & Luzum 2010, 34). Tällä hetkellä käytössä olevat vertausjärjestelmät, EUREF-FIN mukaan lukien, ovat GTRS-tyyppisiä.

Koko Maapallon kattavista vertausjärjestelmistä tärkein on IERS:n määrittelemä **ITRS**. Sen orientointi noudattaa BIH:n määrittelemää Maan orientaatiota epookissa 1984.0 (Petit & Luzum 2010, 34). Käytännössä *Z*-akseli osoittaa Maan pyörimisakselin keskimääräiseen suuntaan (IRP), *X*-akseli Greenwichin meridiaanin keskimääräiseen suuntaan (IRM) ja *Y*-akseli on näitä vastaan kohtisuorassa siten, että muodostuu oikeakätinen koordinaatisto. Vertausjärjestelmän pituusyksikkö on metri, mikä puolestaan kytkeytyy SI-järjestelmän määritelmien kautta aikaan.

ITRS:n mukaiset koordinaatit ilmoitetaan karteesisina kolmiulotteisina koordinaatteina. Jos halutaan käyttää geodeettisia koordinaatteja on vertausellipsoidi GRS80. ITRS:n määrittelyt löytyvät IERS:n teknisestä julkaisusta nro 36 (Petit & Luzum 2010). Maan orientaatioparametrit voi ladata Pariisin observatorion internetsivuilta (Earth Orientation Center 2017).

GPS-järjestelmän käyttämä vertausjärjestelmä on **WGS84**, jonka määrittelystä vastaa NGA. Viimeisin määrittely on julkaistu vuonna 2014 ja siinä noudatetaan muutamia poikkeuksia lukuunottamatta IERS:n esittämiä menetelmiä ja malleja (NGA 2014, 2-2). WGS84 käyttää samannimistä ellipsoidia, joka ei käytännössä eroa GRS80-ellipsoidista (Poutanen 2016, 45). WGS84:n määrittelyt löytyvät julkaisusta World Geodetic System 1984 — Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems (NGA 2014).

Suomessa käytettävä vertausjärjestelmä on **ETRS89**. Järjestelmä on sidottu Euraasian mannerlaatan yhtenäiseen osaan, minkä ansiosta järjestelmän mukaiset koordinaatit eivät horisontaalisesti juurikaan Euroopan alueella muutu aikaa myöten. Maannousua järjestelmässä kuitenkin ei huomioida (Poutanen 2016, 47). Vuosiluku 1989 viittaa epookkiin 1989.0, jolloin ETRS89 on yhtenevä ITRS-vertausjärjestelmään (Laurila 2012, 161). ETRS89:n määrittelemisestä huolehtii EUREF, jonka kotisivuilta löytyvät muun muassa EUREF-symposiumien päätöslauselmat, sekä teknisen työryhmän muistiot (EUREF 2016).

ETRS89-vertausjärjestelmän ensimmäinen realisaatio oli EUREF89, joka toteutettiin vuonna 1989 järjestetyn mittauskampanjan avulla. Suomesta mukana olivat Metsähovin VLBI-piste, sekä Nisulan, Jänhiälän ja Kaunispään ensimmäisen luokan kolmiopisteet. Nykyisin tämän realisaation mukaisia koordinaatteja ei enää käytetä. (Poutanen 2016, 47.)

### 3.4 Vertauskehys

Vertauskehys on geodesian sanaston mukainen termi. Vertauskehys saadaan, kun maastoon rakennetuille pisteille mitataan vertausjärjestelmän mukaiset koordinaatit. Mittauksia nimitetään runkomittauksiksi ja tuloksena saadaan peruskiintopisteitä, joiden avulla vertauskehys "pultataan" kalliioon (Laurila 2012, 155) eli realisoidaan. Muiden pisteiden sijainnit ko. vertausjärjestelmässä saadaan määrittämällä niiden sijainnit suhteessa runkomittauksilla saatuihin peruskiintopisteisiin. Maailmanlaajuiset vertausjärjestelmät realisoidaan avaruusgeodeettisin mittauksin, joissa havaintoja kerätään VLBI-, SLR-, LLR-, DORIS- ja GNSS-menetelmillä (IGN 2016a). Suomessa havaintoja tehdään Metsähovin tutkimusasemalla, joka on osa IGS-verkkoa (IGS 2016).

VLBI-menetelmästä tarjoaa lisätietoa International VLBI Service for Geodesy & Astrometry (IVS 2016). Markku Poutasen ja Jukka Piironen artikkeli Maanmittaus-lehdessä (Poutanen & Piironen 2004) valaisee hyvin VLBI-menetelmän käyttöä ja merkitystä vertausjärjestelmien realisoinnissa. Poutanen käsittelee avaruusgeodeettisia mittauksia myös kirjassaan Satelliittipaikannus (Poutanen 2016, 299–337). Havaintoasemaverkkoja ylläpitävät organisaatiot ja havaintoasemien koordinaatit löytyvät Internetistä (EPN Central Bureau 2016; IGS 2016).

**ITRF** on ITRS:n realisaatio, jota ylläpitää IERS. Viimeisin realisaatio on vuoden 2016 tammikuussa julkaistu ITRF2014. Sen origo (ts. Maan massakeskipisteen sijainti) on määritetty SLR-havainnoilla ja mittakaava sekä VLBI- että SLR-havainnoilla. Kehyksen orientaatio on sama kuin edellisellä ITRF2008-realisaatiolla (IGN 2016c). Mannerlaattojen liikkeestä johtuen pisteiden koordinaatit ja siten realisaatiot ovat ajasta riippuvia. Riippuvuus on määritetty lineaarisiksi (Petit & Luzum 2010, 35). Jokaisen realisaation yhteydessä julkaistaan

sekä muunnosparametrit edelliseen realisaatioon että realisaation määrittämiseksi käytettyjen pisteiden nopeusvektorit, joilla pisteiden koordinaatit voidaan siirtää havaintohetken epookkiin.

Tarkimmat geodeettiset GNSS-mittaukset suoritetaan ja prosessoidaan ITRFyy -vertauskehyksessä, ja vasta lopputulos muunnetaan haluttuun vertauskehykseen. ITRF-kotisivuilta (IGN 2016b) voi ladata kehukset ITRF94:stä alkaen. Sivuilta löytyy myös muunnospalvelu, jonka avulla koordinaatteja voi muuntaa kehyksestä toiseen.

**WGS84**-vertausjärjestelmän viimeisin realisaatio on WGS84(G1762) vuodelta 2013. Koordinaattien epookki on 2005.0. Luku 1762 viittaa GPS-viikkoon, jolloin realisaatio hyväksyttiin käyttöön (NGA 2014, 2-4). Realisaatio on laskettu käyttämällä ITRF2008-realisaatiossa mukana olleita IGS-asemia lähtöpisteinä epookissa 2005.0 ja tasoittamalla GPS-seuranta-asemien koordinaatit (NGA 2014, 2-4). Käytännössä kyse on ITRS:n realisaatiosta. WGS84-kehyksessä koordinaattien tarkkuus on alle senttimetrin ja ne ovat yhteneviä ITRF2008-kehysten koordinaatteihin (NGA 2014, 2-9). GPS-havaintojen käsittely voidaan suorittaa ITRS-, ETRS89- ja EUREF-FIN -kehyksissä (Poutanen 2016, 45).

ETRS89 realisoidaan määrittämällä pysyvien eurooppalaisten GNSS-asemien avulla (EPN) muunnosparametrit ITRFyy-kehyksestä **ETRFyy**-kehykseen. Parametreilla saadaan korjattua Euraasian mannerlaatan liike ja siirrettyä pisteiden koordinaatit epookkiin 1989.0. ITRF2005-kehyksestä alkaen muunnos lasketaan ITRF2000-kehysten kautta ETRF2000-kehykseen (Boucher & Altamimi 2011, 4–5). Tarkoituksena on pitää eri ETRFyy-kehysten väliset erot pieninä. Näin saadaan esimerkiksi ITRF2014-koordinaateista ETRF2000(R14) -koordinaatit ja ITRF2008-koordinaateista vastaavasti ETRF2000(R08) -koordinaatit. (Boucher & Altamimi 2011, 5.)

Kansalliset realisaatiot saadaan tasoittamalla ylintä luokkaa olevien valtakunnallisten peruskiintopisteiden koordinaatit siten, että EPN-verkkoon kuuluvien pisteiden koordinaatteja pidetään kiinteinä. Hyviä lähteitä aiheeseen ovat muun muassa JHS196 (2016, 6) ja Poutanen (2016, 46–49). ETRF-kehukset voi ladata IGN:n kotisivuilta (Altamimi 2011). Muunnosparametrit ja -kaavat löytyvät EUREF:in teknisen työryhmän muistiosta (Boucher & Altamimi 2011). EPN:n kotisivuilta puolestaan voi reaaliajassa seurata verkon GNSS-asemien tilaa ja ladata asemien viimeisimmät koordinaattitiedot. Sivuilta löytyy lisäksi RINEX-, SINEX- ja sp3-tiedostomuotojen määrittelyt, sekä muunnospalvelu, jonka avulla voi laskea ITRF – ETRF -muunnokset haluamassaan epookissa (EPN Central Bureau 2016).

Suomessa käytettävä ETRS89-realisaatio on **EUREF-FIN**, jonka rungon muodostavat FinnRef-verkon pysyvät GNSS-asetat ja sata passiivista E1-luokan peruskiintopistettä (ks. luku 5.1.1). Ensimmäiset 12 FinnRef-asemaa rakennettiin 1994–1996, myöhemmin

verkkoon lisättiin asema Ahvenanmaalle, ja vuosina 2012–2014 asemien lukumäärää lisättiin seitsemällä (Poutanen 2016, 50). EUREF-tihennysmittaukset suoritettiin vuosina 1996 ja 1997. Havainnot prosessoitiin ITRF96-vertauskehyksessä havaintojen keskiepookissa 1997.0. Tulokset muunnettiin ETRF96-kehukseen epookkiin 1997.0 (Ollikainen, Koivula & Poutanen 2000, 25, 37). Muunnos ITRF- ja ETRF-kehysten välillä ei huomioi maannousua, minkä vuoksi koordinaatit ovat sen osalta havaintohetken epookissa (JHS196 2016, 8). Pisteistä 19 hyväksyttiin vuonna 1999 virallisiksi EUREF-verkon pisteiksi (Poutanen 2016, 51).

Koordinaatit EUREF-FIN –kehyksessä esitetään joko suorakulmaisina  $X$ -,  $Y$ - ja  $Z$ -koordinaatteina tai geodeettisina  $\phi$ -,  $\lambda$ - ja  $h$ -koordinaatteina (ks. luvut 3.2.1 ja 3.2.2) (JHS196 2016, 8). Vertauskehysten mukaiset pisteet voidaan käytännön tarpeita silmällä pitäen projisoida myös karttatasolle. Konversiokaavat suorakulmaisista geodeettisiin koordinaatteihin löytyvät JHS196-suosituksesta ja projektiokaavat JHS197-suosituksesta. EUREF-tihennysmittausten suoritus ja laskenta on dokumentoitu Geodeettisen laitoksen julkaisussa nro 129 (Ollikainen ym. 2000).

### 3.5 Vertausellipsoidi

Vertausellipsoidi on Maapallon muotoa mahdollisimman hyvin kuvaava pyörähdysellipsoidi. ITRS- ja ETRS89-vertausjärjestelmien sekä niiden realisaatioiden, mukaan lukien EUREF-FIN, yhteydessä käytetään GRS80-ellipsoidia. GPS-paikannuksessa käytetään WGS84-vertausjärjestelmää, joka puolestaan käyttää saman nimistä WGS84-ellipsoidia. Ellipsoidien ero on käytännön kannalta merkityksetön, ja konversio suorakulmaisista WGS84-koordinaateista geodeettisiksi koordinaateiksi voidaan suorittaa kumpaa hyvänsä ellipsoidia käyttäen (Poutanen 2016, 45).

Ellipsoidi määritetään geodeettisen vertausjärjestelmän parametrien perusteella. Geodeettinen vertausjärjestelmä on Maan muotoa, painovoimaa ja pyörähdysnopeutta kuvaava malli (JHS196 2016, 4). Mallin määrittävät parametrit ovat isoakselin puolikas, maapallon massa, dynaaminen litistyneisyys ja pyörimisen kulmanopeus (Vermeer & Rasila 2014, 125). Koordinaattijärjestelmiin liittyvissä laskutoimituksissa näistä tarvitaan isoakselin puolikasta,

**Taulukko 1.** GRS80- ja WGS84-ellipsoidien parametrit (JHS197 2016, liite 2, 2)

		GRS80	WGS84
Isoakselin puolikas	$a$	6 378 137 m	6 378 137 m
Pikkuakselin puolikas	$b$	6 356 752,314 140 m	6 356 752,314 145 m
Käänteinen litistyssuhde	$1/f$	298,257 222 101	298,257 223 563

sekä muutamia johdannaissuureita. Tarvittavat GRS80- ja WGS84-ellipsoidien suuret esitetään taulukossa 1. Ellipsoidinen korkeus mitataan kohtisuorasti vertausellipsoidin pintaa vastaan (Sanastokeskus TSK 2014b, 13).

Tarkempaa tietoa vertausellipsoideista ja johdannaissuureiden johtamisesta tarjoavat esimerkiksi Poutanen (1999), Vermeer & Rasila (2014), sekä Leick ym. (2015). Koska pyörähdySELLIPSOIDI on symmetrinen sekä iso-, että pikkuakselin suhteen ovat ellipsoidin keskipisteen kautta kulkevat leikkaukset ellipsejä. Ellipsien matematiikkaa löytyy esimerkiksi lähteestä Myrberg (1965).

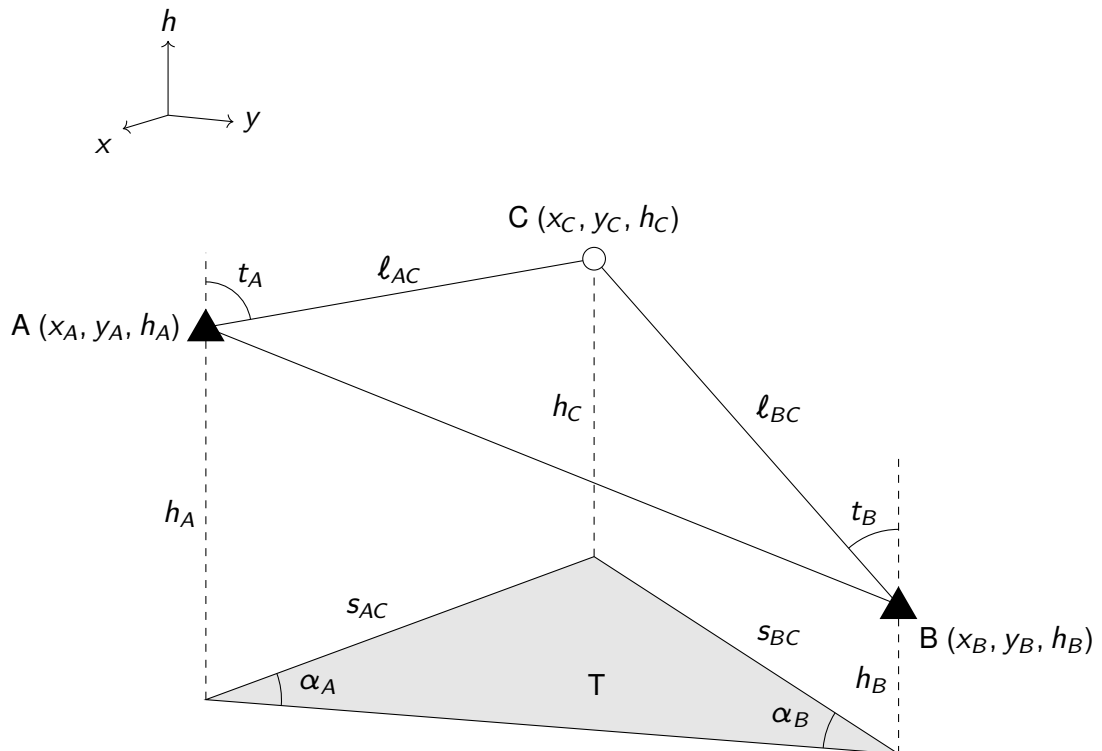


## 4 KIINTOPISTEMITTAUSTEN SUUNNITTELU

Verkon suunnittelun ja etukäteen tehtävän analysoinnin tavoitteena on varmistaa verkon tarkkuus ja luotettavuus jo ennen varsinaisten mittausten suorittamista (Ogundare 2016, 209). Suunnittelua ja analysointia voidaan nimittää myös simuloinniksi (Hakala 1993, 38). Simuloinnin avulla on mahdollista vaivattomasti kokeilla muun muassa verkon geometrian, sekä eri havaintosuureiden, -menetelmien ja -laitteiden vaikutusta lopputulokseen.

Suunta- ja etäisyyshavainnoin suoritettavissa mittauksissa (ks. kuvio 2) havaintosuureita ovat kulmat ja etäisyydet. Pisteiden koordinaatit annetaan tasolla T, ja korkeus  $h$  ilmoitetaan erillisen korkeusjärjestelmän mukaisesti. Tällainen on tilanne esimerkiksi käytettäessä ETRS-TM35FIN –tasokoordinaattijärjestelmää ja N2000-korkeuksia. Kaksiulotteinen kartoitusongelma käsittää kulmien  $\alpha_A$  ja  $\alpha_B$  mittaamisen (kolmiomittaus), etäisyyksien  $s_{AB}$  ja  $s_{BC}$  mittaamisen (trilaterointi) tai sekä kulmien että etäisyyksien mittaamisen (triangulointi).

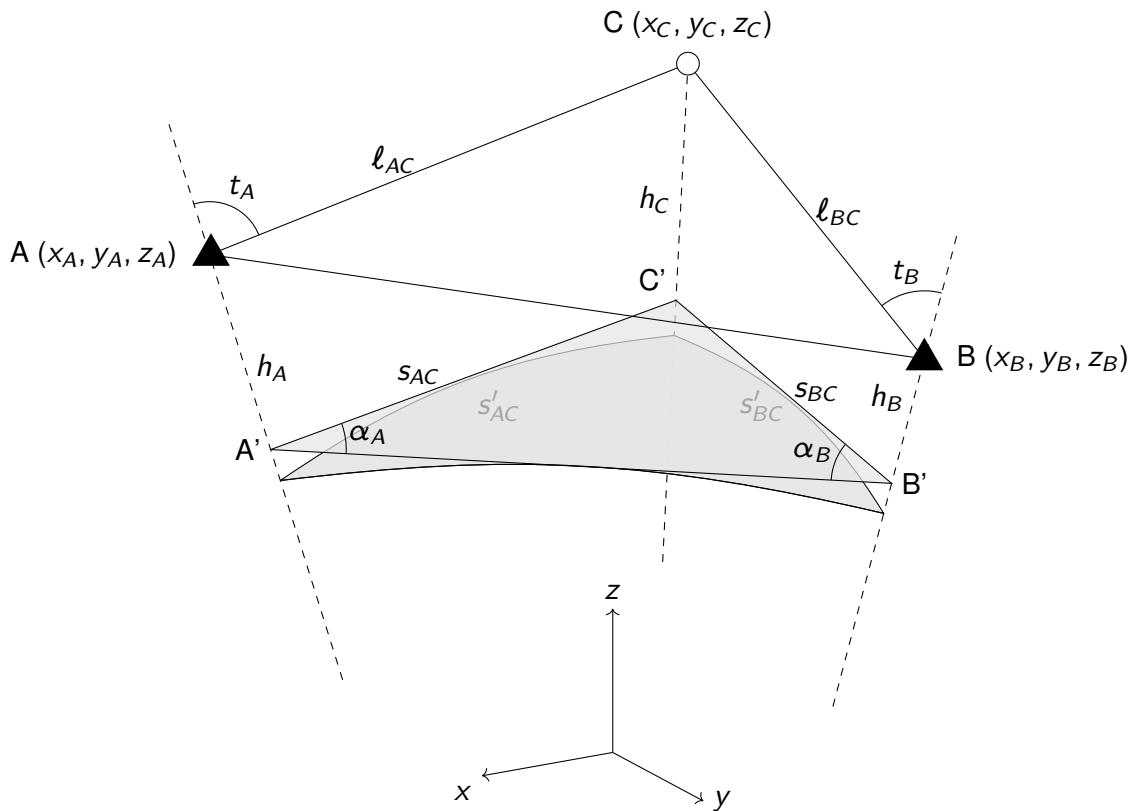
Ellipsoidin pinnalla (ks. kuvio 3) havaintosuureita ovat sekä pystykulmat  $t_A$  ja  $t_B$  että vaakakulmat  $\alpha_A$  ja  $\alpha_B$ . Etäisyyshavainnoin saadaan vinomatkat  $l_{AC}$  ja  $l_{BC}$ , joista trigonometrisesti voidaan ratkaista vaakaeitäisyydet  $s_{AC}$  ja  $s_{BC}$ . Laaja-alaisissa mittauksissa vaakaeitäisyydet on redukoitava ellipsoidin pinnalle (etäisyydet  $s'_{AC}$  ja  $s'_{BC}$ ). Suhteellisella GNSS-



**Kuvio 2.** Kartoitusongelma 2D+1D –koordinaattijärjestelmässä (mukaillen Ogundare 2016, 245)

mittauksella saadaan tulokseksi suoraan vektorit  $AC = (x_A - x_C, y_A - y_C, z_A - z_C)$  ja  $BC = (x_B - x_C, y_B - y_C, z_B - z_C)$ .

Vaihtoehtoja kiintopisteverkon rakentamiseksi on yleensä useita (Blachut ym. 1979, 53). Huolellisen analyysin perusteella mittaussuunnitelmaan on valittava menetelmät ja laitteet, joilla verkon tarkkuus- ja luotettavuuskriteerit saadaan mahdollisimman edullisesti täytettyä (Blachut ym. 1979, 53; Ogundare 2016, 210). Lisäksi suunnittelu vähentää kenttätyön määrää ja sitä kautta myös projektin kustannuksia (Ogundare 2016, 211).



**Kuvio 3.** Kartoitusongelma ellipsoidin pinnalla

#### 4.1 Verkon laatu ja luotettavuus

##### 4.1.1 Sisäinen ja ulkoinen tarkkuus

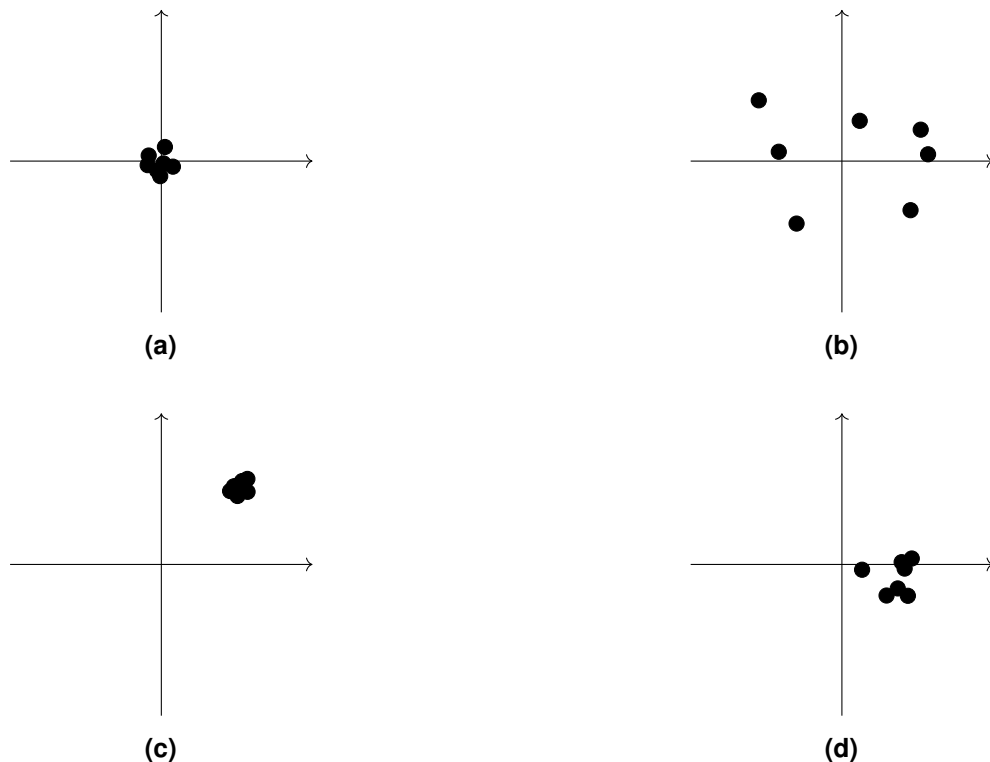
Laadun tunnuslukuja ovat tarkkuus ja luotettavuus. Verkon tarkkuus käsittää mitattavien pisteiden absoluuttisen tarkkuuden sekä pisteiden suhteellisen tarkkuuden toisiinsa nähden.

Ulkoinen tarkkuus tarkoittaa suureen mitatun arvon ja suureen todellisen arvon yhtäpitävyyttä (Vaisala 2016). Toisin sanoen ulkoisesti tarkan mittauksen tulos on lähellä mitattavan suureen todellista arvoa. Koska suureen todellista arvoa ei koskaan tiedetä, voidaan mit-

tauksen ulkoisesta tarkkuudesta esittää vain arvioita (Ghilani 2010, 4). Ulkoista tarkkuutta pyritään arvioimaan mittauslaitteiden kalibroinnin avulla. Ulkoinen tarkkuus ei kuitenkaan voi olla parempi, kuin kalibrointiin käytetyn standardin tarkkuus. Havaitsematta jääneet systemaattiset virheet sekä karkeat virheet lähtöpisteissä ja mittauksissa heikentävät ulkoista tarkkuutta (Laurila 2017).

Toistamalla mittauksia saadaan joukko mittaustuloksia. Sisäinen tarkkuus tarkoittaa mittausten toistotarkkuutta (Haggrén 2001). Siihen vaikuttavat satunnaisvirheet (ISO 5725-1 1994), joita ovat esimerkiksi (Haggrén 2001) keskistysvirhe, tähtäysvirhe, kojekorkeuden määrittämisen virhe, sähköisen etäisyysmittarin sisäinen tarkkuus ja kulmamittarin sisäinen tarkkuus. Lisäksi sisäiseen tarkkuuteen vaikuttavat mittauslaitteen laatu sekä mittausympäristön ja -olosuhteiden stabiilius (Ghilani 2010, 4). Tällaiset virheet ovat satunnaisia ja niiden oletetaan jakautuneen normaalisti. Mittausten sisäinen tarkkuus ilmoitetaan yleensä keskihajonnan avulla. Hyvästä sisäisestä tarkkuudesta ei seuraa hyvä ulkoinen tarkkuus. (ISO 5725-1 1994.)

Sisäisen ja ulkoisen tarkkuuden vaikutusta mittaustuloksiin havainnollistetaan kuviossa 4. Kuvio 4a esittää tavoiteltavaa tilannetta: mittaukset ovat sekä sisäisesti että ulkoisesti tarkkoja. Kuviossa 4b mittausten ulkoinen tarkkuus on hyvä, koska havaintojen keskiarvo on lähellä todellista arvoa. Mittausten sisäinen tarkkuus kuitenkin on huono, koska mittausten varianssi on suuri. Kuviossa 4c mittaauksilla on hyvä sisäinen tarkkuus, mutta huono ulkoinen tarkkuus. Erityisesti kannattaa huomata, ettei mittaustulosten perusteella voida päätel-



**Kuvio 4.** Sisäinen ja ulkoinen tarkkuus (mukaillen Ghilani 2010, 6)

lä johtuuko huono ulkoinen tarkkuus mittauslaitteen kalibroinnista vai muista havaitsematta jääneistä systemaattisista virheistä. Riittävän usein suoritettu mittauskaluston kalibrointi rajaa yhden virhelähteen pois. Kuviossa 4d mittausten sisäinen tarkkuus on huonompi kuin kuvioissa a ja c. Tilanne voi johtua mittausten huolimattomasta suorittamisesta tai mittajalle vieraasta mittausmenetelmästä. Mittausten huonohko ulkoinen tarkkuus voi johtua puutteellisesta kalibroinnista tai systemaattisista virheistä.

Standardissa ISO 5725-1 määritellään tarkkuuteen liittyvät englanninkieliset termit. Englannin kielen termi precision viittaa sisäiseen tarkkuuteen. Termi trueness puolestaan viittaa ulkoiseen tarkkuuteen siten, että se on suureesta tehtyjen useiden toistomittausten keskiarvon ja suureen hyväksytyyn arvon yhtäpitävyys. Joissain lähteissä, esimerkiksi Ghilani (2010, 4), sisäiseen tarkkuuteen viitataan termillä accuracy. ISO-standardin mukaan sitä tulisi kuitenkin käyttää mittauksen odotusarvon ja todellisen arvon yhtäpitävyydestä, jolloin siihen sisältyvät sekä mittauksen satunnaiset, että systemaattiset virheet (ISO 5725-1 1994).

#### 4.1.2 Kiintopisteverkon absoluuttinen ja suhteellinen tarkkuus

Kiintopisteverkon tarkkuutta mitataan verkon pisteiden absoluuttisella ja suhteellisella tarkkuudella. Absoluuttinen tarkkuus tarkoittaa pisteiden ulkoista tarkkuutta, toisin sanoen pisteille määritettyjen koordinaattien yhtäpitävyyttä pisteiden todellisten koordinaattien kanssa. Pisteiden suhteellinen tarkkuus tarkoittaa verkon sisäistä tarkkuutta: pisteiden sijainnit toisiinsa nähden ovat tarkasti tiedossa. Kahden pisteen tarkkuus toistensa suhteen voidaan laskea kaavalla (10). Esimerkki löytyy kappaleesta 4.4.2.

Verkon huono sisäinen tarkkuus johtuu mittauksiin liittyvistä satunnaisista ja karkeista virheistä. Sisäistä tarkkuutta voidaan laskentavaiheessa arvioida suorittamalla vapaan verkon (minimal constraints) tasoitus. Tilanne, jossa verkon sisäinen tarkkuus on hyvä, mutta ulkoinen tarkkuus huono, voi johtua verkon huonosta orientoinnista suhteessa olemassa oleviin kiintopisteisiin, lähtöpisteiden koordinaatteihin päätyneistä karkeista virheistä tai lähtöpisteet sisältävän verkon deformatumisesta.

#### 4.1.3 Sisäinen ja ulkoinen luotettavuus

Verkon luotettavuutta mitataan sisäisellä ja ulkoisella luotettavuudella. Sisäinen luotettavuus kertoo verkon kyvystä paljastaa ja paikantaa karkeat virheet (Hakala 1993, 44–45). Verkon heikko geometria mahdollistaa suurempien havaintovirheiden kätkeytymisen, jolloin havaintovirheiden vaikutus siirtyy koordinaatteihin (Salmenperä 2003, 50).

“Jonkinlaisena yleisindikaattorina” verkon luotettavuudesta on mahdollista käyttää kontrolloitavuuslukua  $k$  (Salmenperä 2003, 48, 50), eli mitattavien suureiden suhteellista ylimääritystä (redundanssia):

$$k = \frac{n - u}{n} \quad (38)$$

missä  $n$  on havaintojen ja  $u$  tuntemattomien määrä. Ghilani (2010, 441) nimittää kontrolloitavuuslukua tasoituksen suhteelliseksi redundanssiksi, Vermeer (2015a, 276) redundanssiasteeksi. Pieni ylimääritys tarkoittaa sitä, että havaintoihin sisältyvät virheet päätyvät helpommin ilman indikaattoria tasoitettuihin koordinaatteihin, jolloin verkon sisäinen luotettavuus heikkenee. Hyvä tavoite kontrolloitavuusluvulle on 50% (Ghilani 2010, 455; Vermeer 2015a, 276).

Ulkoinen luotettavuus tarkoittaa löytymättä jääneiden karkeiden virheiden vaikutuksen minimointia tasoitettuihin koordinaatteihin (Hakala 1993, 44–45), toisin sanoen kuinka pienin havaittavissa oleva virhe vaikuttaa koordinaatteihin (Salmenperä 2003, 50). Huomauttamatta jäävien virheiden  $\epsilon$  vaikutus  $\Delta\hat{x}$  tasoitettuihin koordinaatteihin on suoraan (Ghilani 2010, 455):

$$\Delta\hat{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \epsilon \quad (39)$$

Tasoituksen yhtenä tuloksena saadaan redundanssimatriisi (37). Sen päälävistäjän alkio  $r_i$  kertoo havainnon numero  $i$  redundanssin, joka on välillä  $0 \leq r_i \leq 1$ . Kun yksittäisen havainnon redundanssi on lähellä ykköstä noudattelee jäännösvirheiden varianssi havaintojen varianssia ja tasoitettujen arvojen varianssi on pieni. Jos redundanssi on lähellä nollaa on jäännösvirheiden varianssi pieni, jolloin tasoitettujen arvojen varianssi on lähellä havaintojen varianssia. (Leick ym. 2015, 62–63). Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että mitä pienempi redundanssi, sitä suurempi osa karkeista virheistä päätyy ilman indikaattoria tasoitettuihin arvoihin (Poutanen 1999, 226).

## 4.2 Virhelähteet

### 4.2.1 Yleisesti

Mittaustuloksiin ja pisteiden lopullisiin koordinaatteihin vaikuttavat (ISO 5725-1 1994)

- mittauslaitteen käyttäjä
- käytettävät mittauslaitteet
- mittauslaitteiden kalibrointi
- mittausympäristö ja -olosuhteet (mm. lämpötila, ilmankosteus, ilmansaasteet, ilmanpaine)

- mittausten välillä kulunut aika.

Mittauslaitteen käyttäjän tulisi hahmottaa minkälaisiin mittauksiin mikäkin koje soveltuu. Laitteen asteikoita on osattava lukea ja tulosten mielekkyyttä arvioida. Eduksi on myös tuntee kuinka havainto-olosuhteet vaikuttavat laitteen antamiin tuloksiin ja mitta-asteikoiden lukemiseen. Rutinoitunut käyttäjä osaa optimoida laitteen käytössä tarvittavia työvaiheita ja suoriutuu havaitsemisesta taloudellisesti.

Käytettävät mittauslaitteet ja niiden kalibrointi vaikuttavat havainnoissa esiintyviin satunnaisiin ja systemaattisiin virheisiin. Mittauslaitteen hyvä erottelukyky ja kalibrointi vaikuttavat positiivisesti mittausten ulkoiseen tarkkuuteen. Stabiilit ja vähäkohinaiset komponentit, laadukas optiikka ja tarkoin koneistettu mekaniikka puolestaan parantavat mittausten sisäistä tarkkuutta. Mittauslaitteiden tarkkuus ja erottelukyky kannattaa valita suhteessa mittausten tarkkuusvaatimuksiin.

Mittausympäristö ja -olosuhteet aiheuttavat muutoksia mittauslaitteiden tuottamiin havaintoihin. Ilman lämpötila ja ilmanpaine vaikuttavat valonsäteen kulkumatkaan ja aikaan, mikä on huomioitava kulma- ja etäisyyshavaintoja suoritettaessa. Ilmansaasteet aiheuttavat sähkömagneettisen säteilyn sirontaa, mikä puolestaan heikentää signaalin voimakkuutta. GNSS-mittauksissa signaalin kulkuun vaikuttavat troposfääri- ja ionosfäärirefraktio, joiden suuruus riippuu ilman lämpötilasta, ilmankosteudesta ja Auringon aktiivisuudesta.

Havainto-olosuhteet pysyvät harvoin samana koko havaintokampanjan ajan, jolloin sama mittaus eri aikoihin suoritettuna tuottaa erilaisia tuloksia. Aikaa myöten mittauslaitteiden kalibrointi voi myös hiljalleen muuttua. Samaa mittausta suoritettaessa esiintyy havainnossa tällöin niin sanottua ryömintää: mittaustulokset muuttuvat tietyllä tavalla mittauksesta toiseen. Mittauslaitteiden kalibrointi voi muuttua myös laitteiden käsittelystä aiheutuvan värinän ja liikkeen vuoksi. GNSS-mittauksissa satelliittigeometrian vaikutus mittaustulosten tarkkuuteen on sitä suurempi, mitä lyhyemmästä havaintojaksosta on kyse.

#### 4.2.2 GNSS-mittaus

GNSS-mittauksissa tärkeimmät virhelähteet ovat (Ghilani 2010, 330)

- satelliittien ratavirheet
- ilmakehän aiheuttamat virheet signaalin siirtymisessä ja ajoituksessa
- vastaanottimen virheet
- heijastumisen aiheuttamat monitievirheet (multipath error)
- keskistysvirheet.

Keskitysvirheiksi katsotaan tässä myös epätarkasta tai väärästä antennikorkeudesta aiheutuvat virheet.

Ratavirheet voidaan eliminoida jälkilaskentavaiheessa käyttämällä tarkkoja ratatietoja. Tarkat ratatiedot on saatavissa 12–18 vuorokauden viiveellä international GNSS Servicen verkkosivuilta (IGS 2017). Jos mitattavat vektorit ovat korkeintaan parin kilometrin luokkaa on ratavirheiden vaikutus muihin virhelähteisiin verrattuna kuitenkin pieni, jolloin voidaan käyttää suoraan satelliittien lähettämiä ratatietoja (broadcast ephemerides) (Poutanen 1999, 227). Tarkkoja ratatietoja on käytettävä, jos pidemmällä vektoreilla tavoitellaan alle miljoonasosan (1 ppm) tarkkuutta (Poutanen 1999, 228).

Ilmakehän aiheuttamat virheet liittyvät sähkömagneettisen säteilyn näennäisen kulkumatkan muuttumiseen ilmakehän eri kerroksissa (Poutanen 1999, 126). GNSS-havaintojen kannalta mielenkiinto kohdistuu ilmakehän elektronitiheyteen, vesihöyryn määrään, ilmanpaineeseen ja ilman lämpötilaan (Leick ym. 2015, 475). Elektronitiheyttä mitataan yksiköllä TECU (Total Electron Content Unit),  $1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ e/m}^2$ , joka ilmoittaa kuinka monta vapaata elektronia on ilmakehän korkuisessa ja pohjapinta-alaltaan neliömetrin suuruudessa suorakulmaisessa särmiössä (Leick ym. 2015, 477). Muiden edellä mainittujen parametrien avulla lasketaan ZHD- ja ZWD-arvot (Zenith Hydrostatic Delay ja Zenith Wet Delay), jotka kertovat kuinka havaitsijan zenitistä tulevan signaalin kulkumatka muuttuu (Leick ym. 2015, 475). Elektronitiheys vaikuttaa erityisesti ionosfäärissä, muut seikat lähinnä troposfäärissä. Vastaavasti käytetään termejä ionosfäärefraktio ja troposfäärefraktio (Poutanen 1999, 126). Havaintohetken TECU- ja ZWD-arvoja voi ladata IGS:n verkkosivuilta (IGS 2017). Ionos- ja troposfäärimalleista löytyy lisätietoja muun muassa lähteistä Poutanen (1999, 126–136), Leick ym. (2015, 475–511) ja Poutanen (2016, 181–199).

Vastaanottimen virheet aiheutuvat antennin herkkyydestä, sekä vastaanottimen elektronikassa että vastaanottimen ja antennin välisissä kaapeleissa ja liittimissä esiintyvistä kohinasta ja signaalin vaimenemisesta. Hinnan kasvaessa paranee yleensä myös komponenttien laatu, jolloin ne tuottavat vähemmän kohinaa itse signaaliin (Poutanen 2016, 251–254).

Monitieheijastuksia voidaan välttää sijoittamalla pisteet siten, ettei lähistöllä ole suuria heijastavia pintoja. Tällaisia ovat esimerkiksi peltikatot ja vesistöt. Alhaaltapäin tulevia heijastuksia voidaan eliminoida myös käyttämällä vastaanottimessa vähintään 15 asteen maskikulmaa (Poutanen 1999, 211) ja vaimennusrenkailla (choke rings) varustettua antennia. Poutanen (2016) käsittelee monitieheijastuksia selkeästi.

Antennin korkeudessa olevaa virhettä ei voi jälkeinpäin todentaa, eikä virhettä kontrolloida (Poutanen 1999, 215). Sama koskee antennin keskistystä. Tarkoissa mittauksissa on käytettävä tukevaa kolmijalkaa ja pakkokeskistysjalustaa, jonka optinen luoti ja tasain

on tarkistettu (Poutanen 2016, 267). Jos antennia käytetään samalla pisteellä useamman havaintojakson ajan pystytystä välillä purkamatta, aiheutuu keskistyksestä havaintotuloksiin systemaattinen virhe. Pystytyttämällä antenni uudelleen pyritään keskistysvirheen laatu muuttamaan satunnaiseksi, jolloin virhe on paremmin kontrolloitavissa. Poutanen (1999, 216) tosin toteaa, että muuttuvat antennikorkeudet saattavat jälkilaskentavaiheessa lisätä karkeiden virheiden mahdollisuuksia.

#### 4.3 Tarkkuusvaatimukset

Mittausten tavoitetarkkuus riippuu verkon käyttötarkoituksesta. Taulukkoon 2 on vertailun vuoksi koottu eri mittausohjeista poimittuja tasotarkkuusvaatimuksia. Taulukossa luokka ei viittaa EUREF-FIN –pisteluokkiin vaan kunkin mittausohjeen tarkimmalle luokalle on annettu numero yksi, seuraavaksi tarkimmalle kaksi, ja niin edelleen. Kaavoitusmittausohjeen luokat on arvioitu sen perusteella, että peruskiintopisteiden lähtöpisteiksi kehoitetaan käyttämään valtakunnallisia I–III -luokan tasokiintopisteitä (KMO 2003, 8). Lantmäterietin mittausohjeissa (Mårtensson & Bagherbandi 2015, 34) kaksi kertaa mitattujen GNSS-vektoreiden toleranssi  $T_d$  lasketaan yhtälöstä:

$$T_d = a + bL \quad (40)$$

**Taulukko 2.** Määritettävien pisteiden tarkkuusvaatimuksia eri mittausohjeiden mukaan

OHJE	LUOKKA					
	1	2	3	4	5	6
KMO (ppm)				20	50 <sup>1</sup>	80 <sup>2</sup>
LV (ppm)				10	20	30
LINZ (mm + ppm)	3 + 0,03	3 + 0,1	3 + 1	10 + 3	10 + 10	10 + 50
HK (mm + ppm)	3 + 0,01	3 + 0,2	3 + 1	5 + 1	10 + 3	
USA (mm + ppm)	3 + 0,01	5 + 0,1	8 + 1	10 + 10	20 + 20	30 + 50
KMO	Kaavoitusmittausohje (KMO 2003)					
LV	Liikenneviraston tie- ja ratahankkeiden maastotietojen mittausohje (Liikennevirasto 2011)					
LINZ	Uuden-Seelannin kansallisen peruskiintopisteverkon tarkkuudet (LINZ 2010)					
HK	Hong Kongin tarkkuusvaatimukset GNSS-mitatuille pisteille (GSS 2010)					
USA	Yhdysvaltojen kansalliset tarkkuusvaatimukset (FGCC 1988)					

<sup>1</sup> Jos pisteiden etäisyys alle 300 m, on tavoitteena absoluuttinen tarkkuus 15 mm.

<sup>2</sup> Jos pisteiden etäisyys alle 300 m, on tavoitteena absoluuttinen tarkkuus 25 mm.



missä  $L$  on vektorin pituus kilometreinä. Silmukan sulkuvirheen toleranssi  $T_s$  saadaan yhtälöstä:

$$T_s = \frac{an + bL}{\sqrt{n}} \quad (41)$$

missä  $n$  on silmukassa olevien sivujen lukumäärä ja  $L$  koko silmukan pituus kilometreinä. Vakioille  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ja  $d$  on taulukossa 3 Lantmäterietin arvoja 95%:n luottamusvälille (Mårtensson & Bagherbandi 2015, 34). Poutasen (2016, 295) mukaan samoja yhtälöitä voidaan soveltaa EUREF-FIN –hierarkiaan kuulumattomien verkkojen tarkkuusvaatimusten määrittelyyn. Hän ilmoittaa kutakuinkin samat taulukon 3 arvot ja toteaa niiden vastaavan kertaluokkaa 2 ppm olevia taso- ja kertaluokkaa 3 ppm olevia korkeustarkkuuksia.

Tarkastellaan esimerkkinä JHS184-suosituksen kriteerejä E4-verkolle. Sulkuvirheanalyysissä silmukan suurin sallittu pituus 30 kilometriä, pisteiden määrä kuusi kappaletta ja sallittu 3D-sulkuvirhe 75 millimetriä. Olkoon yhden pisteen absoluuttinen virhe  $x$ , jolloin kuuden pisteen yhteenlaskettu absoluuttinen virhe saadaan yhtälön (10) avulla:

$$\sqrt{6x^2} = 75 \text{ mm} \quad \Leftrightarrow \quad x \approx 31 \text{ mm} \quad (42)$$

Pistevälin ollessa viisi kilometriä saadaan kahden pisteen väliseksi suhteelliseksi virheeksi:

$$\frac{\sqrt{2 \cdot \left(\frac{75 \text{ mm}}{\sqrt{6}}\right)^2}}{5 \times 10^6 \text{ mm}} \cdot 10^6 \approx 8,6 \text{ ppm} \quad (43)$$

Yhtälön (10) perusteella silmukan sulkuvirhettä  $\sigma$  voidaan arvioida myös yhtälöllä:

$$\sigma = \sqrt{n(e_K^2 + e_P^2) + na^2 + (bL)^2} \quad (44)$$

**Taulukko 3.** Parametrien  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ja  $d$  arvot yhtälöihin (40) ja (41) (Mårtensson & Bagherbandi 2015, 34)

	$a$ (mm)	$b$ (mm)	$c$ (mm)	$d$ (mm)
N	10	2	8	1,6
E	6	2	5	1,6
U	20	3,4	15	2,7
Taso	11	2,6	8	2,1
3D	23	4,3	17	3,4

missä	$n$	on	silmukan pisteiden lukumäärä
	$e_K$		antennin tai etäisyysmittauslaitteen keskistysvirhe (mm),
	$e_P$		toisen antennin tai prisman keskistysvirhe (mm),
	$a$		vakiovirhe (mm),
	$b$		suhteellinen virhe (ppm) ja
	$L$		mitattava etäisyys (km)

Tarkastelleen E4-luokan mittauksissa syntyvää silmukkaa, jossa on kuusi pistettä, silmukan pituus 30 kilometriä ja pisteet tasaisesti viiden kilometrin välein. Trimble R10 -mittauslaitteen tasotarkkuus on 3 mm + 0,1 ppm ja korkeustarkkuus 3,5 mm + 0,4 ppm staattisella suhteellisella mittaustavalla (Trimbe 2014). Antennit keskistetään ja korkeudet määritetään millimetrin tarkkuudella, jolloin antennin sijainnin 3D-virhe on  $\sqrt{(1 \text{ mm})^2 + (1 \text{ mm})^2} = \sqrt{2} \text{ mm}$ . Sulkuvirheeksi saadaan yhtälöstä (44):

$$\sqrt{6 \cdot 2 \cdot (\sqrt{2} \text{ mm})^2 + 6 \cdot (3 \text{ mm})^2 + (0,1 \cdot 30 \text{ km})^2 + 6 \cdot (3 \text{ mm})^2 + (0,4 \cdot 30 \text{ km})^2} \approx 17 \text{ mm} \quad (45)$$

jolloin suhteellinen sulkuvirhe on 3,4 ppm. Sulkuvirheelle 95 prosentin luottamusväli on  $1,96 \cdot 17 \text{ mm} \approx 33 \text{ mm}$ . JHS184-suosituksen mukainen 3D-sulkuvirhe E4-luokassa on 75 mm, joten kyseisellä kalustolla vaatimusten mukaiseen tarkkuuteen voidaan päästä. Todellisten mitattujen silmukoiden sulkuvirheitä voidaan myös verrata mittauslaitteiden ilmoitetuista tarkkuuksista johdettuun sulkuvirheeseen.

JHS184-suosituksessa ei suoraan anneta pisteille suhteellisia tai absoluuttisia tarkkuusvaatimuksia. Käyttökiintopisteluokkien osalta mittauslaitteiden tarkkuusvaatimukset, sekä havaintosarjojen lukumäärät ovat kuitenkin samat kuin KMO:n mukaisilla peruskiintopisteillä sekä 1. ja 2. luokan käyttökiintopisteillä (KMO 2003, 14; JHS184 2012, 22). KMO:n tarkkuusvaatimus sekä tasossa, että korkeudessa on peruskiintopisteille 20 ppm ja 1. ja 2. luokan käyttökiintopisteille 50 ppm (KMO 2003, 10). Näitä voidaan pitää lähtökohtana myös E5- ja E6-luokkien käyttökiintopisteille vastaavasti.

#### 4.4 Hyvän verkon ominaisuuksia

Hyvin suunnitellun verkon ominaisuuksia ovat (Ogundare 2016, 219)

- mahdollisimman tasaisesti sijoitetut pisteet
- suoraan mitatut vierekkäisten pisteiden välit
- hyvät a priori -arviot havaintomenetelmien ja -laitteiden tarkkuuksista
- havaintojen riittävä ylimääritys eli redundanssi.

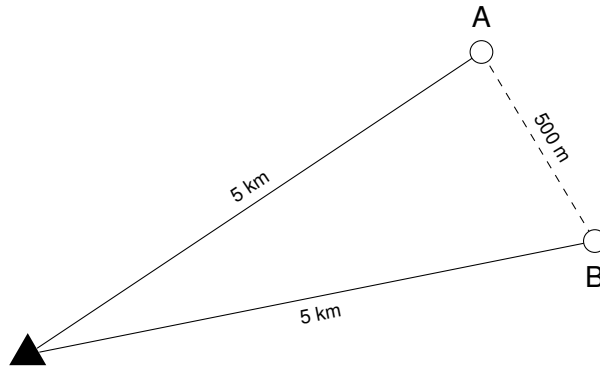
Pisteiden tasainen sijoittelu vaikuttaa myönteisesti pisteverkon käytettävyyteen. Jos havainnot suoritetaan aina samalla tarkkuudella pysyvät tasaisesti sijoiteltujen pisteiden virheet myös kutakuinkin samansuuruisina. Ogundare (2016, 219) suosittelee, että pisimmän verkossa esiintyvän pistevälin tulisi olla enintään viisinkertainen lyhimpään verkossa esiintyvään pisteväliin verrattuna. Mittaamalla vierekkäiset pisteet suoraan varmistutaan siitä, ettei pisteiden suhteellinen tarkkuus pääse huomaamatta kasvamaan liian suureksi (ks. luku 4.4.2). Hyvät a priori -tarkkuusarviot auttavat verkon suunnittelussa ja tarkkuustavoitteiden hahmottamisessa. Ylimääritys puolestaan lisää verkon luotettavuutta ja mahdollistaa muun muassa karkeiden virheiden paikantamisen jälkilaskentavaiheessa (ks. luku 4.4.4). Seuraavassa tarkastellaan lähemmin hyvän verkon ominaisuuksia verkon geometrian, ylimäärityksen ja pisteiden monumentoinnin kannalta. Ylimääritystä on käsitelty myös luvussa 4.1.3.

#### 4.4.1 Geometria

Kun pisteet muodostavat verkon voidaan arvioida koko verkon rakenteen jäykkyyttä, verkon sisäistä ja ulkoista luotettavuutta, sekä havaita karkeita virheitä (Leick ym. 2015, 175). Pisteiden tasainen sijoittelu on hyvä pohja geometrialtaan luotettavalle verkolle erityisesti suunta- ja etäisyyshavaintoihin perustuvassa mittauksessa, mutta myös GNSS-mittauksissa. Sinänsä GNSS-mittaus ei ole herkkä verkon geometrialle (Leick ym. 2015, 176), vaan pisteiden tarkkuuteen vaikuttaa enemmän satelliittigeometria, havaintojaksojen pituus ja vektoreiden muodostamiseksi käytetty prosessi (Ghilani 2010, 456). Geometrialla voidaan kuitenkin parantaa mahdollisuuksia havaintomenetelmien ja kenttätyöskentelyssä esiintyvien virheiden kontrollointiin (Magellan 1999, 11; Ghilani 2010, 456). GNSS-mittausten suunnittelussa kannattaa asettaa painoa satelliittien näkyvyydelle, monitieheijastusten eliminointiin, PDOP-luvun minimointiin ja havaintojaksojen pituuksien maksimointiin. (Ghilani 2010, 456.)

Lähtöpisteitä suhteellisessa mittaustavassa tarvitaan vähintään yksi, mutta kolmella lähtöpisteellä mittaukset saadaan tarkasti lähtöpisteiden määrittämään järjestelmään. Lähtöpisteet "olisi hyvä" mitata mahdollisimman monessa havaintojaksossa. Lähtöpisteiden välisiä vektoreita ei kuitenkaan mitata. (Poutanen 1999, 214.)

Verkon rakenteen jäykkyyttä voidaan hahmottaa samoin periaattein kuin esimerkiksi rakennustelineen rakenteellista jäykkyyttä. Parhaita kuvioita ovat tasasivuinen kolmio sekä neliö, jossa myös lävistäjät mitataan. Mitä terävämpi kulma verkosta löytyy, sitä heikompi geometria sillä kohdalla verkossa on. (Magellan 1999, 11.) Lähekkäin olevien pisteiden välinen vektori on mitattava suoraan pisteiden suhteellisen tarkkuuden varmistamiseksi. Pitkät lävistäjät sen sijaan eivät välttämättä paranna verkon luotettavuutta.



**Kuvio 5.** Piikkipisteiden suhteellinen tarkkuus (mukaillen Poutanen 1999, 213)

#### 4.4.2 Piikki- ja solmupisteet

GNSS-mittausten geometrian tulisi olla verkko, jossa muodostuu sulkeutuvia silmukoita. Piikkipisteillä ei karkeiden virheiden suhteen saada kontrollia, vaan ne päätyvät suoraan pisteiden koordinaatteihin. Redundanssimatriisissa tällaisen pisteen redundanssi on nolla. Piikkipisteiden suhteellinen tarkkuus muihin mitattuihin pisteisiin nähden voi yllättäen muodostua suureksi (Poutanen 1999, 213). Solmupiste verkkoon taas muodostuu, jos kaksi silmukkaa liittyy toisiinsa vain yhden pisteen välityksellä. Tasoituslaskennassa tarkkuusinformaation kulku pysähtyy solmupisteeseen. (Poutanen 2016, 281.)

Tarkastellaan kuvion 5 tilannetta, missä pisteet A ja B on mitattu säteittäisesti. Suhteellisella staattisella mittaustavalla esimerkiksi Trimble R10 -antennin ja vastaanottimen vaakataarkkuus on parhaimmillaan  $3 \text{ mm} + 0,1 \text{ ppm}$  (Trimbe 2014). Pisteiden A ja B absoluuttinen tarkkuus on tällöin

$$3 \text{ mm} + 5\,000\,000 \text{ mm} \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = 3,5 \text{ mm}$$

ja pisteiden välinen virhe yhtälön (10) perusteella

$$\sqrt{2 \cdot (3,5 \text{ mm})^2} \approx 4,9 \text{ mm}$$

sekä suhteellinen tarkkuus

$$4,9 \text{ mm} : 500\,000 \text{ mm} \approx 9,8 \text{ ppm}$$

Jos pisteiden väli putoaa sataan metriin saadaan suhteelliseksi virheeksi 49 ppm. Reaaliaikainen GNSS-mittaus on säteittäistä mittausta tukiaseman suhteen, jolloin kaikki mitattavat pisteet ovat piikkipisteitä. Saman laitteen verkko-RTK –ratkaisun tasotarkkuus on  $8 \text{ mm} + 0,5 \text{ ppm}$ . Pelkän vakiovirheen 8 mm aiheuttama pisteiden välinen virhe on  $\sqrt{2 \cdot (8 \text{ mm})^2} \approx 11,3 \text{ mm}$  ja sadan metrin pistevälillä suhteellinen virhe 113 ppm.

#### 4.4.3 Eri havaintojaksoissa sulkeutuvat silmukat ja triviaalit vektorit

Triviaalivektori tarkoittaa sellaista kahden pisteen välistä vektoria, joka voidaan ilmoittaa kahden tai useamman muun mitatun vektorin summana. Ei-triviaaleja vektoreita nimitetään riippumattomiksi vektoreiksi. Kuviossa 6 esimerkiksi muodostuu havaintojakson kaksi aikana triviaalivektorit  $K_1P_1$ ,  $P_1P_3$  ja  $K_1P_2$ . Kun näistä triviaalivektorit  $K_1P_1$  ja  $P_1P_3$  mitataan muissa havaintojaksoissa, saadaan sulkeutuvia silmukoita.

Jos käytettävissä olevien GNSS-havaintolaitteiden määrä on  $N$  kpl, voidaan yhdessä havaintojaksossa mitata  $N - 1$  riippumatonta vektoria. Jos kolmioverkossa on  $n$  pistettä ja näistä  $r$  pistettä muodostaa verkon ulkoreunan saadaan verkon sivujen lukumääräksi  $s$  (JHS184 2012, 17):

$$s = 3 \cdot (n - 1) - r \quad (46)$$

Toisaalta kun mitattavien pisteiden määrä  $n$ , kullakin pisteellä ollaan  $m$  havaintojaksoa ja havaintojaksojen välillä yhteisenä pidettävien pisteiden määrä on  $o$  tarvitaan havaintojaksoja yhteensä (Poutanen 1999, 212):

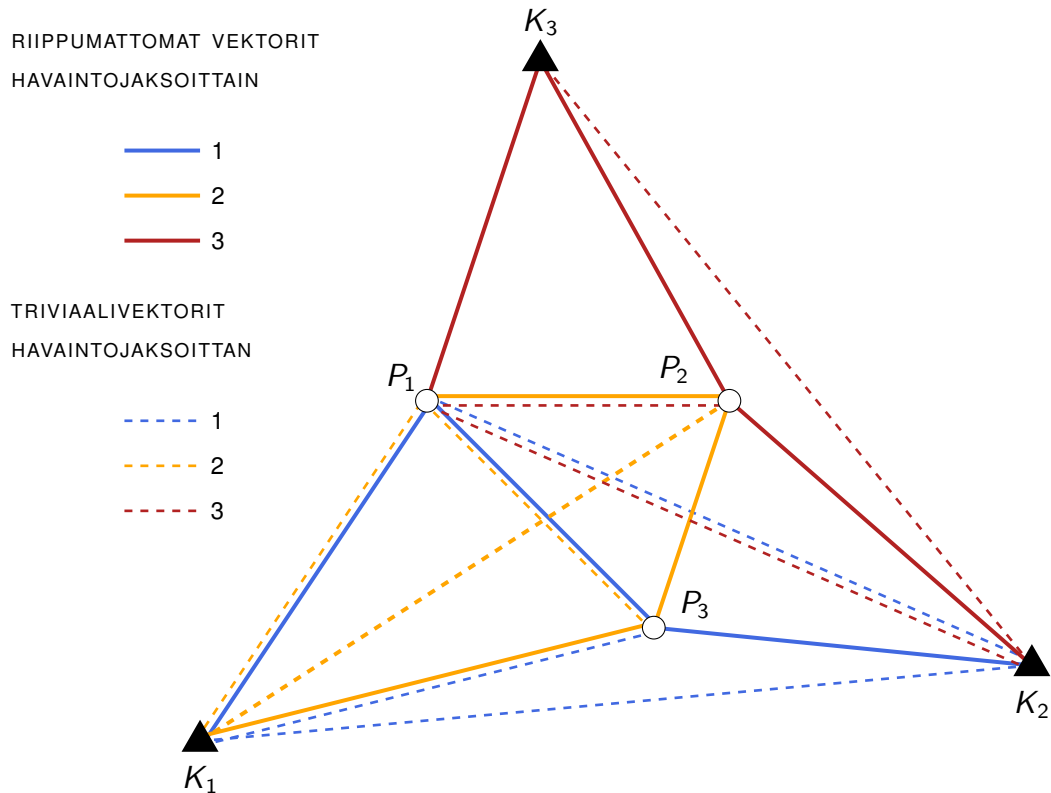
$$n = m \frac{N - o}{r - o} \quad (47)$$

JHS184-suosituksen mukaan verkon silmukoiden on sulkeuduttava eri havaintojaksoissa (JHS184 2012, 9). Erotushavainnoista muodostettavat vektorit eivät ole toisistaan riippumattomia, jolloin jälkilaskennassa tulisi käyttää vektoreiden välisiä varianssi-kovarianssimatriiseja. Tällöin samassa havaintojaksossa sulkeutuva silmukka tekee rakennematriisista  $\mathbf{A}$  singulaarisen. Jos jälkilaskentaan käytettävä ohjelma ei huomioi vektoreiden välisiä riippuvuuksia on pisteverkko suunniteltava luotettavaksi ja rakenteeltaan jäykäksi. (Poutanen 1999, 225.)

#### 4.4.4 Mittausten ylimääritys

Riittävän ylimäärityksen sisältävässä verkossa voidaan huono piste eristää ratkaisusta (Poutanen 1999, 225). Jos mittauksia on tehty  $n$  kappaletta ja ratkaistavia tuntemattomia on  $u$  kappaletta on vapausasteiden määrä  $n - u$ . Em. suureista saadaan myös kontrolloitavuusluku yhtälön (38) mukaisesti.

Ylimääritystä on käsitelty tarkemmin luvussa 4.1.3. Painotetaan silti vielä ylimäärityksen merkitystä verkon luotettavuuden ja virheidenpaljastamiskyvyn kannalta.



Kuvio 6. Triviaalivektorit

#### 4.4.5 Verkkohierarkia

Verkkohierarkia tarkoittaa mittausten sitomista yhtä luokkaa ylempiin lähtöpisteisiin. Mittausalueella lähtöpisteet edustavat siten vertausjärjestelmän realisaatiota. Kiintopistemittausten tulisi edetä siten, että ensin mitataan laajemmat verkot, joita tihennetään paikallisilla mittauksilla (Vermeer 2015a, 138). Verkkohierarkiaa noudattamalla pyritään välttämään tilanne, jossa samaan mittausluokkaan kuuluvilla vierekkäisillä pisteillä on toisiinsa nähden huono suhteellinen sijaintitarkkuus (Vermeer 2015a, 140). Yleisesti ottaen on valtakunnan tasolla pyrkimyksenä määrittää koko maan kattava pisteverkko, joka on sekä riittävän tiheä paikallisten mittausten lähtöpisteiksi, että laadultaan homogeeninen (Vermeer 2015a, 140). Nämä tavoitteet on tällä hetkellä realisoitu luvussa 5.1 kuvatuilla E1–E2 -luokkien EUREF-FIN –pisteillä.

Verkkohierarkia on nykyisin helppo ohittaa käyttämällä lähtöpisteinä Paikkatietokeskuksen ylläpitämän FinnRef-verkon aktiivisia GNSS-tukiasemia, joiden havaintodata on vapaasti saatavissa rekisteröitymistä vastaan (Paikkatietokeskus 2017). Tällä tavoin määritettävien pisteiden luokka määräytyy taulukon A.1 kriteereillä. Mittausten yhteensopivuus alueella jo olevan pisteverkon kanssa tulee tarkistaa huolellisesti.

#### 4.4.6 Pisteiden rakennustapa ja -paikka

Pisteiden rakennustapa (monumentointi) on oltava sellainen, että piste on stabiili. Hyviä alustoja ovat kallio, isot maakivet ja routarajan alapuolelle perustetut tai perustuksiltaan routasuojatut pilarit. Yhdistetty korkeus ja tasokiintopiste rakennetaan kuperasta tai pallopäisestä pultista, jossa on keskitysmerkki. Pallopäinen pultti soveltuu hyvin myös vaaitukseen (Poutanen 1999, 210). Käytännössä voidaan pisteen merkinä käyttää metalliputkea, -tankoa tai pulttia ja alustana riittävän pysyväksi arvioituja elementtejä ja rakenteita.

Rakennetussa ympäristössä piste voidaan perustaa esimerkiksi rakennuksen katolle, kunhan on varmistuttu ettei rakennus enää painu. Yli 20-kerroksisia rakennuksia on vältettävä (Blachut ym. 1979, 76) rakennuksen heilumisen vuoksi. Peruskiintopisteiden rakennustapaa ja -paikkaa valittaessa kannattaa varautua tuleviin esteisiin ja mahdollisesti tiukkeneviin tarkkuusvaatimuksiin (Salmenperä 2003, 47).

Pisteestä laaditaan pistekortti ja lähestymiskartta. Pistekorttiin kirjataan pisteen rakenne, sijainti maanpintaan nähden, merkin kiinnitysalustan rakenne (kallio, pilari, tms.), koordinaatit, korkeus, koordinaattien tarkkuusluokka, muutoshistoria, sijaintipiirros ja muita pisteverkon ylläpitäjän haluamia tietoja. Esimerkki pistekortista löytyy liitteestä G. Pisteiden rakennustapaa käsittelee muiden muassa (Blachut ym. 1979).

### 4.5 Suunnittelu

#### 4.5.1 Lähtökohdat

Suunnittelun pohjaksi otetaan olemassa olevan tilanteen ja tulevien tarpeiden analysointi (Salmenperä 2003, 47). Olemassaolevaa tilannetta kartoitettaessa perehdytään ainakin seuraaviin seikkoihin (Blachut ym. 1979, 54):

- Minkälaisia kiintopistemittauksia mittausalueella on aiemmin suoritettu?
  - Hankitaan olemassaolevien kiintopisteiden koordinaatit ja tarkkuustiedot.
  - Selvitetään olemassaolevien kiintopisteiden stabiilius.
- Minkälainen on mittausalueen maaperä ja geologia? Nämä määräävät pisteiden rakennustavan,
- Sijaitseeko mittausalueella rakennuksia?
  - Voidaanko rakennuksia käyttää pisteiden monumentointiin esimerkiksi rakennusten katolle?
  - Voidaanko rakentaa seinäpisteitä?
  - Hankitaan kiinteistön omistajien yhteystiedot lupien tiedustelemiseksi.

- Millainen on mittausalueen topografia ja rakennuskanta? Topografia vaikuttavaa tähtäyslinjojen muodostamiseen havaittaessa suuntia ja etäisyyksiä.

Huolellinen valmistautuminen vähentää myöhemmin tarvittavaa kenttätyön määrää (Blachut ym. 1979, 54). Määritettävän verkon on oltava riittävän tarkka ja tiheä, ja pisteiden rakennustavan stabiili. Kiintopistemittausten suunnittelun lähtökohtia Hakalan (1993, 37) mukaan ovat

- mitattavan verkon käyttötarkoitus
- asetetut tarkkuusvaatimukset
- tekniset rajoitukset
- käytettävissä oleva budjetti
- havaintoesteet.

Mitattavan verkon käyttötarkoituksessa huomioidaan mittausten tavoiteluokan vaatimukset sekä tavat, joilla verkkoa jatkossa käytetään. Mitä ylempää luokkaa määritetään sitä harvempia ovat pistevälit ja kriittisempiä tarkkuusvaatimukset. Tarkkuusvaatimusten kasvaessa on myös pisteiden rakennustapaan ja -paikkaan kiinnitettävä enemmän huomiota. Käyttötarkoitus vaikuttaa myös havaintoesteiden huomiointiin. Jos mitattavat pisteet toimivat lähtöpisteinä takymetrimittauksille on pisteiden väliselle näkyvyydelle annettava enemmän painoa, kuin taivasnäkyville. Taivasnäkyvä puolestaan on GNSS-mittauksissa oltava mahdollisimman esteetön.

Teknisiä rajoituksia voi aiheuttaa esimerkiksi käytettävä mittauskalusto: uusinta ja tarkinta kalustoa ei ole aina tarkoituksenmukaista hankkia. Kulma- ja etäisyshavaintojen tarkkuutta (käytännössä mitattujen suureiden keskihajontaa) voi pienentää riittävällä määrällä toistomittauksilla. Kuitenkin yhtälön (13) perusteella esimerkiksi kaksinkertainen tarkkuus vaatii enemmän kuin kaksinkertaisen määrä havaintoja. GNSS-mittauksissa puolestaan havaintojen tarkkuus paranee havaintojaksojen pituutta lisäämällä (ks. kuvio 9). Työtuntien hinta voikin aiheuttaa ongelmia työn budjetoinnin kannalta. Ei liene mahdotonta, ettei tavoitetarkkuuteen annetun budjetin ja käytettävissä olevan kaluston perusteella edes päästä.

Asianmukaisesti toteutettu mittaus suunnitelma varmistaa jo etukäteen mitattavan verkon tarkkuuden, luotettavuuden ja taloudellisuuden (Hakala 1993, 33). Noudatettaessa JHS184-suositusta ja huolellista työtapaa voidaan kiintopistemittauksissa olettaa mitattavalle piste-luokalle asetettujen tarkkuusvaatimusten täyttyvän.



#### 4.5.2 Verkon suunnittelun perusongelmat

Pienimmän neliösumman menetelmään pohjautuen voidaan verkon suunnittelu jakaa neljään perusongelmaan (Grafarend 1974, Ogundaren 2016, 213 mukaan). Samasta lähtökohdasta aihetta käsittelee myös Hakala (1993). Nollannen asteen suunnitteluongelmaa eli datumiongelmaa ei tässä esitellä, koska käytännössä kiintopistemittaukset suoritetaan EUREF-FIN –vertauskehyksessä. Paikallisissa erikoistöissä datuminongelman ratkaisu voi kuitenkin tulla kyseeseen.

Verkon suunnittelu aloitetaan ratkaisemalla I-asteen suunnitteluongelma eli **konfiguraatio-ongelma**. Tässä vaiheessa verkosta ja verkon geometriasta on olemassa jonkinlainen suunnitelma, jota ryhdytään hiomaan. Rakennematriisia **A** voidaan hahmotella verkon alustavan geometrian perusteella. Mitattavissa olevat havaintosuureet ja niihin sisältyvät virheet tunnetaan. Alustavasti on suunniteltu myös havaintomenetelmät ja mitattavat havaintosuureet, joten painomatriisi **W** on myös tiedossa. (Ogundare 2016, 213.) Tavoitteena on luoda sellainen verkon geometria, jolla annetut vaatimukset voidaan täyttää (Hakala 1993, 39). Käytännössä ratkaistaan suunnitellun geometrian perusteella varianssi-kovarianssimatriisi  $C_{zz}$  (Ogundare 2016, 213), jonka avulla verkon geometriaa koetetaan optimoida tarkkuuden kannalta.

I-asteen suunnitteluongelman ratkaisuna saadaan verkon geometria ja arvio  $(A^T W A)^{-1}$  saavutettavasta mittaustarkkuudesta (Hakala 1993, 40). II-asteen suunnitteluongelmasa eli **painotusongelmassa** rakennematriisia pidetään lukittuna ja eri havaintosuureiden ja -menetelmien vaikutusta varianssi-kovarianssimatriisiin kokeillaan. Tarkoituksena olisi löytää mahdollisimman hyvä painomatriisi (Ogundare 2016, 213). II-asteen suunnitteluongelman ratkaisemisen jälkeen on saatu ensimmäinen versio havaintosuunnitelmasta.

Seuraavaksi verkon pisteille asetetaan uudet, tiukemmat tarkkuusvaatimukset ja palataan I- ja II-asteen suunnitteluongelmiin. Tätä vaihetta kutsutaan III-asteen suunnitteluongelmaksi eli **parantamisongelmaksi**. Parantamisongelman tavoitteena on luoda vieläkin parempi geometria tai havaintosuunnitelma tai molemmat. (Hakala 1993, 41). Toisin sanoen varianssi-kovarianssimatriisi tunnetaan painotusongelman jälkeen, ja sitä koetetaan vielä parantaa muokkaamalla sekä verkon geometriaa että havaintomenetelmiä (Ogundare 2016, 213).

#### 4.5.3 Perusongelmien ratkaiseminen

Perusongelmien ratkaisemiseksi hyödynnetään virheiden kasautumisesta saatavia tarkkuus- ja luotettavuuslukuja. Ratkaisua voidaan hakea analyttisesti muodostamalla ja ratkaisemalla suunnitteluongelmia kuvaavat yhtälöt. Tuloksena saadaan aina optimaalinen

ratkaisu, mutta yhtälöiden työstäminen voi olla hyvin työlästä. Käytännössä sovelletaan yritys ja erehdys –menetelmää. Menetelmän etuna on sen helppo käytettävyys, mutta vastapainona vaaditaan jokaisessa vaiheessa kokemukseen ja intuitioonkin perustuvaa arviointia, eikä optimaalisinta tulosta välttämättä löydetä. Simuloinnilla tarkoitetaan juuri tätä menetelmää: kuinka arvon  $x$  muuttaminen vaikuttaa tulokseen  $y$ . Perusongelmien ratkaisu simuloimalla voidaan suorittaa seuraavin vaihein (Ogundare 2016, 218–219):

1. Määritetään mitattavan verkon tarkkuus- ja luotettavuusvaatimukset. Asiakasta kannattaa konsultoida.
2. Valitaan havaintomenetelmät ja -laitteet, sekä havaittavat suureet. Havaintolaitteiden tarkkuudet tunnetaan ja havaittaviin suureisiin liittyvät virheet voidaan mallintaa, jolloin saadaan painomatriisi laskettua. Valitaan rakennettavien pisteiden likimääräiset sijainnit. Tässä vaiheessa valinta voidaan tehdä kartan perusteella.
3. Valitaan lähtö- ja kontrollipisteet. Valinta voidaan tehdä kartan perusteella, mutta kuitenkin siten, että kontrolliin liittyvät vaatimukset täyttyvät.
4. Käydään kentällä rekognosoimassa lähtöpisteet ja tarkistamassa suunniteltujen pisteiden sijaintien sopivuus.
5. Kohtien 1–4 perusteella saadaan lähtökohta I-asteen suunnitteluongelman pohjaksi. Seuraavaksi suoritetaan tasoitus suunniteltujen pisteiden likimääräisten koordinaattien ja kohdassa 2 valittujen havaintomenetelmien perusteella. Tasoituksen tuloksena saadaan likimääräisten koordinaattien varianssi-kovarianssimatriisi, jonka avulla lasketaan tasoitettujen koordinaattien hajontaluvut, sekä absoluuttiset ja suhteelliset virhe-ellipsit.
6. Jos kohdassa 5 saadut tarkkuus- ja luotettavuusvaatimukset ovat lähellä kohdassa 1 esitettyjä vaatimuksia siirrytään kohtaan 7. Jos tulokset ovat huomattavasti asetettuja vaatimuksia paremmat voidaan kohdassa 2 vähentää havaintojen määrää, valita epätarkemmat ja edullisemmat mittausvälineet tai vähentää verkon kolmioita. Päinvastaisessa tapauksessa voidaan lisätä havaintoja ja pohtia tarkempien mittausmenetelmien- ja välineiden käyttöä.
7. Lasketaan verkon rakentamis- ja mittauskustannukset. Jos budjetti paukkuu voidaan pohtia tarkkuusvaatimuksia tai palata kohtaan 2 ja aloittaa suunnittelu puhtaalta pöydältä. Tästä vaiheesta siirrytään eteenpäin kun uskotaan edullisimman ratkaisun löytyneen.
8. Siirrytään kentälle ja valitaan rakennettavien pisteiden lopulliset paikat siten, että valittujen havaintomenetelmien käyttäminen on mahdollista. Kulma- ja etäisyyshavainnoin mitattaessa on pisteiden välillä oltava näköyhteys. GNSS-menetelmällä mitattaessa saa peittoa olla korkeintaan  $10^\circ$  –  $15^\circ$  korkeudella horisontista.
9. Jos kohta 8 onnistuu, rakennetaan pisteet ja suoritetaan mittaukset.

Simuloinnin apuna voi käyttää tarkoitukseen sopivaa tietokoneohjelmaa tai -ohjelmistoa. Kotimainen X-Position Oy:n XpLocal-ohjelmisto sopii tarkoitukseen mainiosti. Muita laitevalmistajista riippumattomia ohjelmia verkkotasoitukseen suorittamiseen ovat esimerkiksi GeoLab (BitWise Ideas 2016), Star\*Net (MicroSurvey 2016) ja Columbus (Best-Fit Computing 2017). Niillä voi yhdistää myös suunta- ja etäisyys-, sekä GNSS-havainnot. Lisäksi laitevalmistajien tarjoamat ohjelmistot, esimerkiksi Trimble Business Center (Trimble 2016b), Leica Geo Office (Leica 2016) ja Magnet Office Tools (Topcon 2016) sopivat tarkoitukseen. Delčev, Gučević & Ogrizović (2015) vertailevat laitevalmistajien ohjelmistoja ja niiden tuottamia tasoitustuloksia.

#### 4.6 Mittausten simulointi

Simuloinnin perusta on yhtälössä (35). Tasoitettujen koordinaattien varianssit ja tasoituksen tunnusluvut voidaan laskea pelkästään rakennematriisiin **A** ja painomatriisiin **W** avulla, itse koordinaateista ei tarvitse tietää mitään. Koska mittauslaitteiden tarkkuuksista ja mitausten tarkkuusvaatimuksista on olemassa etukäteen ainakin arvio ja mitattavan verkon rakenne voidaan hahmotella kartalla, päästään heti käsiksi I-asteen suunnitteluongelmaan. Ideaalitapauksessa mittauslaitteiden tarkkuudet tunnetaan kalibroinnin perusteella. Jos samalla kojeella on tehty paljon tietyn tyyppisiä havaintoja saadaan paras arvio kyseiselle havaintotyyppille laskemalla tehtyjen havaintojen varianssi (Kallio 2000, 29). Taulukossa 4 esitetään myös Lantmäterietin mittausohjeissa (Mårtensson & Bagherbandi 2015, 37) annetut käyttökelpoiset arviot eri havaintotyypeille. Niitä voi käyttää a priori ellei parempia arvioita ole saatavilla.

**Taulukko 4.** Mittaustarkkuuksia simuloinnin lähtökohdaksi (Mårtensson & Bagherbandi 2015, 37), vinoetäisyys tai vektorin pituus  $L$  kilometreinä

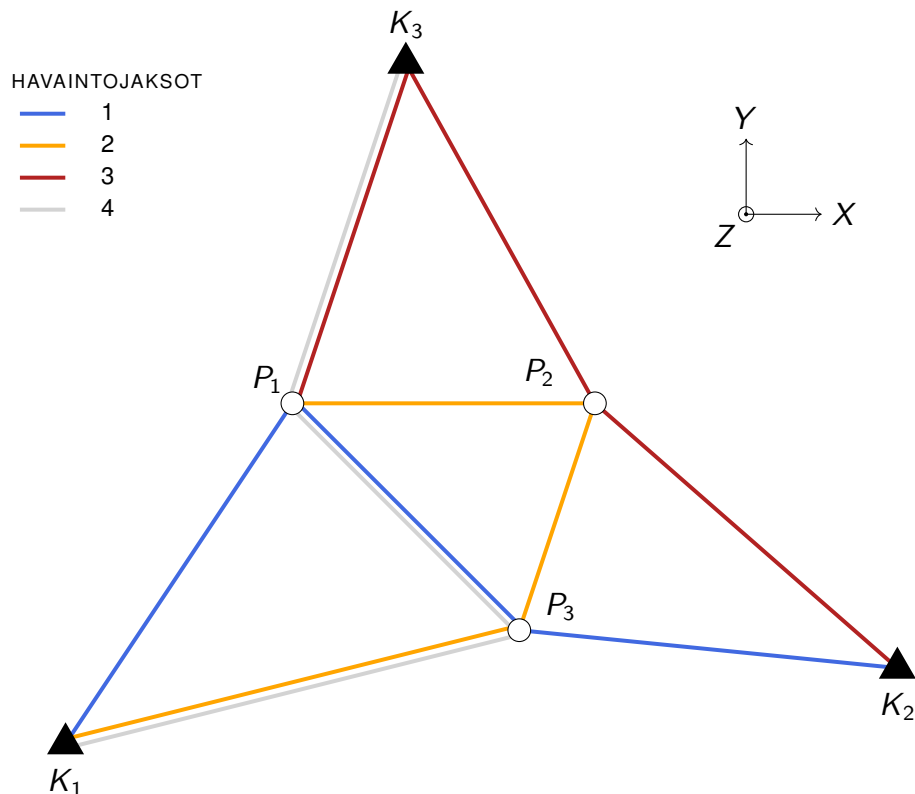
HAVAINTO	A PRIORI -TARKKUUS (mm)	HAVAINTO	A PRIORI -TARKKUUS (mgon)
N	$5 + 0,7L$	Vaakakulma	$0,04 + \frac{0,32}{L}$
E	$5 + 0,7L$		
U	$8 + 1,2L$		
X	$6 + 0,8L$	Pystykulma	$0,08 + \frac{0,51}{L}$
Y	$5 + 0,7L$		
Z	$7 + 1,1L$		
Etäisyys	$5 + 0,7L$		

Ensimmäisessä esimerkissä simuloidaan GNSS-mittauksin havaittava verkko. Esimerkkiä voi soveltaa myös vaaitusverkon tasoitukseen, sillä molemmissa tapauksissa rakennematriisi koostuu vain luvuista -1, 0 ja 1. Toisessa esimerkissä simuloidaan suunta- ja etäisyys-havainnoin mitattava 2D-verkko. Takymetreillä saadaan suoraan kolmiulotteisia mittaustuloksia paikallisessa NEU-koordinaatistossa, joten trigonometrinen korkeudenmääritys on myös mahdollista. Yksinkertaisuuden vuoksi kolmiulotteista tasoitusta ei kuitenkaan esitetä. Asiaan voi perehtyä muun muassa lähteen Ghilani (2010) esimerkkilaskujen avulla.

#### 4.6.1 Esimerkki: GNSS-mittaus

Simuloidaan kuvion 7 verkko. Lähtöpisteiden  $K_1$ ,  $K_2$  ja  $K_3$  tunnetut koordinaatit, sekä määritettävien pisteiden  $P_1$ ,  $P_2$  ja  $P_3$  likimääräiset koordinaatit löytyvät taulukosta 5. Havaitusjakeskisen NEU-koordinaatiston akselit tässä tapauksessa vastaavat XYZ-akseleita, toisin sanoen XY-taso vastaa havaitsijan horisonttitasoa ja Z-koordinaatti ilmoittaa suoraan pisteen korkeuden.

Määritettäviä pisteitä on kolme, joista jokaisella on X-, Y- ja Z-koordinaatti. Tuntemattomia on yhteensä yhdeksän. Kun havaitaan 12 riippumatonta vektoria saadaan yhteensä 36 tunnettua suuretta. Ylimääritys on siten 27 ja kontrolloitavuusluku yhtälön (38) perusteella 0,75.



Kuvio 7. Simuloitava verkko

GNSS-laitteen tasotarkkuudeksi valmistaja ilmoittaa 3 mm ja pystytarkkuudeksi 3,5 mm staattisella suhteellisella mittaustavalla. Tasotarkkuudesta saadaan keskihajonnat  $D_X$  ja  $D_Y$ :

$$3 \text{ mm} = D_X \sqrt{2} = D_Y \sqrt{2} \quad (48)$$

$$D_X = D_Y = \frac{3 \text{ mm}}{\sqrt{2}}$$

ja näistä edelleen varianssit  $\sigma_X^2$  ja  $\sigma_Y^2$ :

$$\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = D_X^2 = D_Y^2 = \left( \frac{0,003 \text{ m}}{\sqrt{2}} \right)^2 \quad (49)$$

$$\approx 0,000\,004\,5 \text{ m}^2$$

Valmistajan ilmoittaman korkeustarkkuuden perusteella korkeuden varianssi on  $\sigma_Z^2 = 0,000\,012\,25 \text{ m}^2$ .

Oletetaan, että vektorit olisivat toisistaan riippumattomia. Tällöin kutakin pistettä vastaava painomatriisin alimatriisi on:

$$\mathbf{W}_{P_i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0,000\,000\,45} & & \\ & \frac{1}{0,000\,000\,45} & \\ & & \frac{1}{0,000\,012\,25} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 2\,222\,222,220 & & \\ & 2\,222\,222,22 & \\ & & 81\,632,6531 \end{bmatrix} \quad (50)$$

**Taulukko 5.** Lähtöpisteiden tunnetut, sekä määritettävien pisteiden likimääräiset koordinaatit kuvioon 7

LÄHTÖPISTE	X (m)	Y (m)	Z (m)
$K_1$	0,000	0,000	25,000
$K_2$	2200,000	200,000	2,000
$K_3$	800,000	1800,000	11,000
<b>MÄÄRITETTÄVÄ PISTE</b>			
$P_1$	600	900	20
$P_2$	1400	900	14
$P_3$	1200	300	11



Muodostetaan matriisiyhtälö:

$$\begin{array}{r}
 P_1 - K_1 \\
 P_1 - K_1 \\
 P_1 - K_1 \\
 P_3 - P_1 \\
 P_3 - P_1 \\
 P_3 - P_1 \\
 K_2 - P_3 \\
 K_2 - P_3 \\
 K_2 - P_3 \\
 K_1 - P_3 \\
 K_1 - P_3 \\
 K_1 - P_3 \\
 P_2 - P_3 \\
 P_2 - P_3 \\
 P_2 - P_3 \\
 P_2 - P_1 \\
 P_2 - P_1 \\
 P_2 - P_1 \\
 K_3 - P_1 \\
 K_3 - P_1 \\
 K_3 - P_1 \\
 K_3 - P_2 \\
 K_3 - P_2 \\
 K_3 - P_2 \\
 K_2 - P_2 \\
 K_2 - P_2 \\
 K_2 - P_2 \\
 K_1 - P_3 \\
 K_1 - P_3 \\
 K_1 - P_3 \\
 P_3 - P_1 \\
 P_3 - P_1 \\
 P_3 - P_1 \\
 K_3 - P_1 \\
 K_3 - P_1 \\
 K_3 - P_1
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\
 -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{c}
 X_{P_1} \\
 Y_{P_1} \\
 Z_{P_1} \\
 X_{P_2} \\
 Y_{P_2} \\
 Z_{P_2} \\
 X_{P_3} \\
 Y_{P_3} \\
 Z_{P_3} \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=x}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 600 \\
 900 \\
 20 \\
 600 \\
 -600 \\
 -9 \\
 1200 \\
 300 \\
 11 \\
 1200 \\
 300 \\
 11 \\
 200 \\
 600 \\
 3 \\
 800 \\
 0 \\
 -6 \\
 600 \\
 900 \\
 20 \\
 1400 \\
 900 \\
 14 \\
 1400 \\
 900 \\
 14 \\
 1200 \\
 300 \\
 11 \\
 600 \\
 -600 \\
 -9 \\
 600 \\
 900 \\
 20
 \end{array}
 +
 \begin{array}{c}
 \nu_{X_{P_1 K_1}} \\
 \nu_{Y_{P_1 K_1}} \\
 \nu_{Z_{P_1 K_1}} \\
 \nu_{X_{P_3 P_1}} \\
 \nu_{Y_{P_3 P_1}} \\
 \nu_{Z_{P_3 P_1}} \\
 \nu_{X_{K_2 P_3}} \\
 \nu_{Y_{K_2 P_3}} \\
 \nu_{Z_{K_2 P_3}} \\
 \nu_{X_{K_1 P_3}} \\
 \nu_{Y_{K_1 P_3}} \\
 \nu_{Z_{K_1 P_3}} \\
 \nu_{X_{P_2 P_3}} \\
 \nu_{Y_{P_2 P_3}} \\
 \nu_{Z_{P_2 P_3}} \\
 \nu_{X_{P_2 P_1}} \\
 \nu_{Y_{P_2 P_1}} \\
 \nu_{Z_{P_2 P_1}} \\
 \nu_{X_{K_3 P_1}} \\
 \nu_{Y_{K_3 P_1}} \\
 \nu_{Z_{K_3 P_1}} \\
 \nu_{X_{K_3 P_2}} \\
 \nu_{Y_{K_3 P_2}} \\
 \nu_{Z_{K_3 P_2}} \\
 \nu_{X_{K_2 P_2}} \\
 \nu_{Y_{K_2 P_2}} \\
 \nu_{Z_{K_2 P_2}} \\
 \nu_{X_{K_1 P_3}} \\
 \nu_{Y_{K_1 P_3}} \\
 \nu_{Z_{K_1 P_3}} \\
 \nu_{X_{P_3 P_1}} \\
 \nu_{Y_{P_3 P_1}} \\
 \nu_{Z_{P_3 P_1}} \\
 \nu_{X_{K_3 P_1}} \\
 \nu_{Y_{K_3 P_1}} \\
 \nu_{Z_{K_3 P_1}}
 \end{array}
 \quad (54)$$

Varsinainen tasointi saataisiin ratkaisemalla yhtälön (32) mukaan, kun matriiseihin on ensin sijoitettu oikeat havainnot ja niiden painot. Yhtälön (35) perusteella koordinaattien

varianssi-kovarianssimatriisiksi saadaan:

$$\mathbf{Q}_{\hat{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 9,2411 \times 10^{-08} & 3,2143 \times 10^{-08} & 3,6161 \times 10^{-08} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9,2411 \times 10^{-08} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,5156 \times 10^{-06} & 8,7500 \times 10^{-07} & 9,8437 \times 10^{-07} & 0 \\ 3,2143 \times 10^{-08} & 3,2143 \times 10^{-08} & 1,2857 \times 10^{-07} & 1,2857 \times 10^{-07} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,2857 \times 10^{-07} & 0 & 0 \\ 3,6161 \times 10^{-08} & 0 & 8,7500 \times 10^{-07} & 3,5000 \times 10^{-06} & 8,7500 \times 10^{-07} & 0 \\ 0 & 3,6161 \times 10^{-08} & 3,2143 \times 10^{-08} & 9,2411 \times 10^{-08} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9,8437 \times 10^{-07} & 3,2143 \times 10^{-08} & 9,2411 \times 10^{-08} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8,7500 \times 10^{-07} & 2,5156 \times 10^{-06} & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

Pisteiden  $P_1$ ,  $P_2$  ja  $P_3$  varianssit löytyvät matriisin pääälvistäjältä:

$$\mathbf{Q}_{\hat{P}_1} = \begin{bmatrix} 9,2411 \times 10^{-08} & 0 & 0 \\ 0 & 9,2411 \times 10^{-08} & 0 \\ 0 & 0 & 2,5156 \times 10^{-06} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{P}_2} = \begin{bmatrix} 1,2857 \times 10^{-07} & 0 & 0 \\ 0 & 1,2857 \times 10^{-07} & 0 \\ 0 & 0 & 3,5000 \times 10^{-06} \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{P}_3} = \begin{bmatrix} 9,2411 \times 10^{-08} & 0 & 0 \\ 0 & 9,2411 \times 10^{-08} & 0 \\ 0 & 0 & 2,5156 \times 10^{-06} \end{bmatrix}$$

Koska pisteiden  $X$ - ja  $Y$ -koordinaattien varianssit ovat yhtä suuret, eikä niiden välillä tässä vaiheessa ole kovarianssia voidaan virhe-ellipsin yhtälöiden (16), (17) ja (19) perusteella päätellä, että tasotarkkuutta kuvaavat ellipsit ovat ympyröitä. Tässä tapauksessa virhe-ellipsien piirtäminen ei tarjoa havainnollista etua. Koska mittausten todellinen tarkkuus riippuu enemmän satelliittigeometriasta ja havainto-olosuhteista kuin verkon geometriasta, eikä  $X$ -,  $Y$ - ja  $Z$ -koordinaattien todellisista kovariansseista pystytä etukäteen arvioimaan, kuvaavat a priori -tiedoilla lasketut varianssit tässä tapauksessa pelkästään rakenne- ja painomatriiseja. Vaikka  $\sigma_{\hat{x}}^2$  ja  $\sigma_{\hat{y}}^2$  olisivat erisuuria, olisivat virhe-ellipsien isoakselit kuitenkin kaikki samansuuntaisia (ks. kuvio C.1 liitteessä C).



Redundanssimatriisi saadaan yhtälöstä (37). Matriisin päälävistäjän alkioit eli kunkin havainnon redundanssit on koottu taulukkoon 6. Matriisin jälki, eli päälävistäjän alkioiden summa on 27 mikä vastaa aiemmin pääteltyä ylimäärityksen suuruutta.

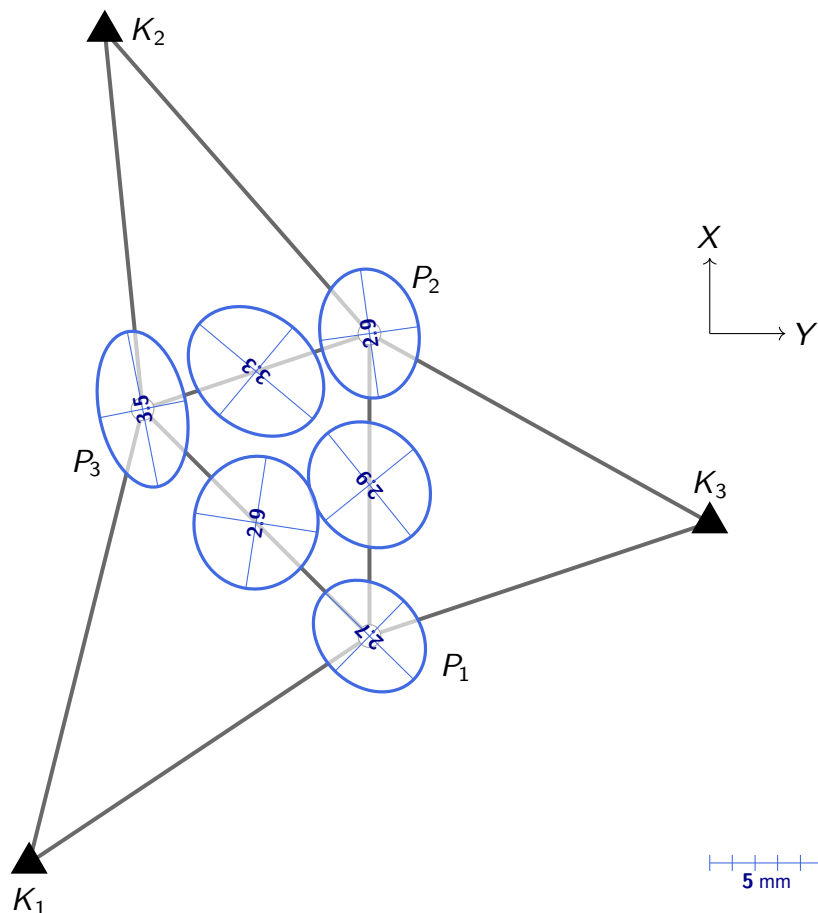
#### 4.6.2 Esimerkki: Suunta- ja etäisyshavainnot

Simuloidaan kuvion 8 verkko tasokoordinaattien osalta. Pisteiden koordinaatit löytyvät taulukosta 5, mutta kuviosta 7 poiketen  $X$ -akseli osoittaa tässä tapauksessa pohjoiseen ja  $Y$ -akseli itään. Olkoon koordinaatisto lisäksi aidosti kaksiulotteinen, joten redukointeja ei tehdä. Jokaiselta pisteeltä havaitaan vaakakulma ja etäisyys kaikille vierekkäisille pisteille.

Muodostetaan havaintoyhtälöt. Olkoon pisteiden 1 ja 2 koordinaatit  $(X_1, Y_1)$  ja  $(X_2, Y_2)$ . Pisteiden välinen etäisyys  $z_\ell$  on:

$$z_\ell = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \quad (57)$$

Etäisyys on epälineaarinen, jolloin yhtälöstä (57) saadaan myös etäisyyden likiarvo  $z_{\ell_0}$  tasoituksen ensimmäiselle kierrokselle. Pisteiden koordinaateissa tapahtuva pieni muutos



Kuvio 8. Suunta- ja etäisyshavainnoin simuloitava verkko

$\mathbf{x} = [\Delta X_1 \ \Delta X_2 \ \Delta Y_1 \ \Delta Y_2]^T$  aiheuttaa etäisyydessä  $z_\ell$  muutoksen:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{z_\ell} \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial z_\ell}{\partial X_1} & \frac{\partial z_\ell}{\partial X_2} & \frac{\partial z_\ell}{\partial Y_1} & \frac{\partial z_\ell}{\partial Y_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1 & \Delta X_2 & \Delta Y_1 & \Delta Y_2 \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{X_2 - X_1}{\ell} \Delta X_1 & \frac{X_2 - X_1}{\ell} \Delta X_2 & -\frac{Y_2 - Y_1}{\ell} \Delta Y_1 & \frac{Y_2 - Y_1}{\ell} \Delta Y_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (58)$$

Olkoon lisäksi asemapisteen  $A$  koordinaatit  $(X_A, Y_A)$  ja edellä mainittujen pisteiden 1 ja 2 etäisyydet asemapisteestä vastaavasti  $\ell_1$  ja  $\ell_2$ . Pisteiden atsimuutit  $\alpha_1$  ja  $\alpha_2$  ovat:

$$\alpha_1 = \arctan \left( \frac{Y_1 - Y_A}{X_1 - X_A} \right) \quad \text{ja} \quad \alpha_2 = \arctan \left( \frac{Y_2 - Y_A}{X_2 - X_A} \right) \quad (59)$$

ja pisteiden välinen kulma  $z_\alpha$ :

$$z_\alpha = \arctan \left( \frac{Y_1 - Y_A}{X_1 - X_A} \right) - \arctan \left( \frac{Y_2 - Y_A}{X_2 - X_A} \right) \quad (60)$$

Kulman  $z_\alpha$  osittaisderivaatat johtaa esimerkiksi Ghilani (2010, 268). Pisteiden koordinaateissa tapahtuva pieni muutos aiheuttaa kulmaan  $z_\alpha$  muutoksen:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{z_\alpha} \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial z_\alpha}{\partial X_1} & \frac{\partial z_\alpha}{\partial X_2} & \frac{\partial z_\alpha}{\partial X_A} & \frac{\partial z_\alpha}{\partial Y_1} & \frac{\partial z_\alpha}{\partial Y_2} & \frac{\partial z_\alpha}{\partial Y_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1 & \Delta X_2 & \Delta X_A & \Delta Y_1 & \Delta Y_2 & \Delta Y_A \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \frac{Y_1 - Y_A}{\ell_1^2} \Delta X_1 & -\frac{Y_2 - Y_A}{\ell_2^2} \Delta X_2 & \left( \frac{Y_2 - Y_A}{\ell_2^2} - \frac{Y_1 - Y_A}{\ell_1^2} \right) \Delta X_A \\ -\frac{X_1 - X_A}{\ell_1^2} \Delta Y_1 & \frac{X_2 - X_A}{\ell_2^2} \Delta Y_2 & \left( \frac{X_1 - X_A}{\ell_1^2} - \frac{X_2 - X_A}{\ell_2^2} \right) \Delta Y_A \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (61)$$

Yhtälön tulos on radiaaneina, gooneiksi muuntokerroin on  $\rho = \frac{200}{\pi}$  gon/rad. Pidetään lähtöpisteiden koordinaatteja kiinteinä, toisin sanoen niiden koordinaateissa ei tapahdu muutoksia, jolloin rakennematriisiksi  $\mathbf{J}$  saadaan:

$$\begin{array}{c}
\Delta X_{P_1} \qquad \qquad \qquad \Delta Y_{P_1} \qquad \qquad \qquad \Delta X_{P_2} \qquad \qquad \qquad \Delta Y_{P_2} \qquad \qquad \qquad \Delta X_{P_3} \qquad \qquad \qquad \Delta Y_{P_3} \\
\begin{array}{l}
\angle P_1 K_1 P_3 \\
\angle P_3 P_1 K_1 \\
\angle P_2 P_1 P_3 \\
\angle K_3 P_1 P_2 \\
\vdots \\
l_{K_1 P_1} \\
l_{K_1 P_3} \\
l_{P_1 K_1} \\
l_{P_1 P_3} \\
l_{P_1 P_2} \\
l_{P_1 K_3} \\
\vdots
\end{array}
\left[ \begin{array}{cccccc}
\frac{Y_{P_1} - Y_{K_1}}{l_{K_1 P_1}^2} \rho & -\frac{X_{P_1} - X_{K_1}}{l_{K_1 P_1}^2} \rho & & & -\frac{Y_{P_3} - Y_{K_1}}{l_{K_1 P_3}^2} \rho & \frac{X_{P_3} - X_{K_1}}{l_{K_1 P_3}^2} \rho \\
\left( \frac{Y_{K_1} - Y_{P_1}}{l_{P_1 K_1}^2} - \frac{Y_{P_3} - Y_{P_1}}{l_{P_1 K_3}^2} \right) \rho & \left( \frac{X_{P_3} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_3}^2} - \frac{X_{K_1} - X_{P_1}}{l_{P_1 K_1}^2} \right) \rho & & & \frac{Y_{P_3} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_3}^2} \rho & \frac{X_{P_3} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_3}^2} \rho \\
\left( \frac{Y_{P_3} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_3}^2} - \frac{Y_{P_2} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_2}^2} \right) \rho & \left( \frac{X_{P_2} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_2}^2} - \frac{X_{P_3} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_3}^2} \right) \rho & \frac{Y_{P_2} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_2}^2} \rho & -\frac{X_{P_2} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_2}^2} \rho & -\frac{Y_{P_3} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_3}^2} \rho & \frac{X_{P_3} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_3}^2} \rho \\
\left( \frac{Y_{P_2} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_2}^2} - \frac{Y_{K_3} - Y_{P_1}}{l_{P_1 K_3}^2} \right) \rho & \left( \frac{X_{K_3} - X_{P_1}}{l_{P_1 K_3}^2} - \frac{X_{P_2} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_2}^2} \right) \rho & -\frac{Y_{P_2} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_2}^2} \rho & \frac{X_{P_2} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_2}^2} \rho & & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\frac{X_{P_1} - X_{K_1}}{l_{K_1 P_1}} & \frac{Y_{P_1} - Y_{K_1}}{l_{K_1 P_1}} & & & & \\
\frac{X_{P_3} - X_{K_1}}{l_{K_1 P_3}} & \frac{Y_{P_3} - Y_{K_1}}{l_{K_1 P_3}} & & & & \\
-\frac{X_{P_1} - X_{K_1}}{l_{K_1 P_1}} & -\frac{Y_{P_1} - Y_{K_1}}{l_{K_1 P_1}} & & & & \\
-\frac{X_{P_3} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_3}} & -\frac{Y_{P_3} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_3}} & & & \frac{X_{P_3} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_3}} & \frac{Y_{P_3} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_3}} \\
-\frac{X_{P_2} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_2}} & -\frac{Y_{P_2} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_2}} & \frac{X_{P_2} - X_{P_1}}{l_{P_1 P_2}} & \frac{Y_{P_2} - Y_{P_1}}{l_{P_1 P_2}} & & \\
-\frac{X_{K_3} - X_{P_1}}{l_{P_1 K_3}} & -\frac{Y_{K_3} - Y_{P_1}}{l_{P_1 K_3}} & & & & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{array} \right]
\end{array}$$

(62)

Sijoitetaan rakennematriisiin lukuarvot, jolloin saadaan:

$$\begin{array}{c}
\mathbf{J} = \\
30 \times 6
\end{array}
\begin{array}{c}
\Delta X_{P_1} \quad \Delta Y_{P_1} \quad \Delta X_{P_2} \quad \Delta Y_{P_2} \quad \Delta X_{P_3} \quad \Delta Y_{P_3} \\
\begin{array}{l}
\angle P_1 K_1 P_3 \\
\angle P_3 P_1 K_1 \\
\angle P_2 P_1 P_3 \\
\angle K_1 P_1 P_2 \\
\vdots \\
l_{K_1 P_1} \\
l_{K_1 P_3} \\
l_{P_1 K_1} \\
l_{P_1 P_3} \\
l_{P_1 P_2} \\
l_{P_1 K_3} \\
\vdots
\end{array}
\left[ \begin{array}{cccccc}
0,04897 & -0,03265 & 0,00000 & 0,00000 & -0,01248 & 0,04993 \\
0,10202 & 0,08570 & 0,00000 & 0,00000 & -0,05305 & -0,05305 \\
0,05305 & 0,02653 & 0,00000 & -0,07958 & 0,05305 & 0,05305 \\
0,04897 & -0,11222 & 0,00000 & 0,07958 & 0,00000 & 0,00000 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0,55470 & 0,83205 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 \\
0,00000 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 & 0,97014 & 0,24254 \\
0,55470 & 0,83205 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 \\
-0,70711 & 0,70711 & 0,00000 & 0,00000 & 0,70711 & -0,70711 \\
-1,00000 & 0,00000 & 1,00000 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 \\
-0,21693 & -0,97619 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
\end{array} \right]
\end{array}$$

(63)

Käytetään mittaustarkkuuksien a priori -arvoja taulukosta 4. Etäisyyden varianssi on  $\sigma_{\ell}^2 = (0,005 + 0,0007L)^2$ , missä  $[L] = \text{km}$ . Yhden mitatun vaakakulman tarkkuus gooneina puolestaan on  $0,00004 + 0,00032/L$ . Kahden pisteen välisen kulman mittaaminen vaatii



Määritettävien pisteiden varianssi-kovarianssimatriisit löytyvät päälävistäjältä:

$$\mathbf{Q}_{\hat{p}_1} = \begin{bmatrix} 6,1064 \times 10^{-6} & -1,3790 \times 10^{-6} \\ -1,3790 \times 10^{-6} & 6,0501 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{p}_2} = \begin{bmatrix} 4,8027 \times 10^{-6} & -4,6611 \times 10^{-7} \\ -4,6611 \times 10^{-7} & 8,0436 \times 10^{-6} \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{p}_3} = \begin{bmatrix} 4,0156 \times 10^{-6} & -1,6094 \times 10^{-6} \\ -1,6094 \times 10^{-6} & 1,1830 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \quad (69)$$

Virhe-ellipsit esitetään kuviossa 8. Määritettäviä pisteitä on kolme, jokaisella kaksi tuntematonta koordinaattia, jolloin tuntemattomia on  $u = 6$ . Kaikkiaan havaitaan 12 kulmaa ja 18 etäisyyttä, jolloin havaintoja on yhteensä  $n = 30$ . Verkon kontrolloitavuusluvuksi saadaan  $k = 0,8$ .

#### 4.7 Erityisesti huomioitavaa kaluston suhteen ja maastossa

##### 4.7.1 GNSS-antennin vaihekeskipisteen paikka

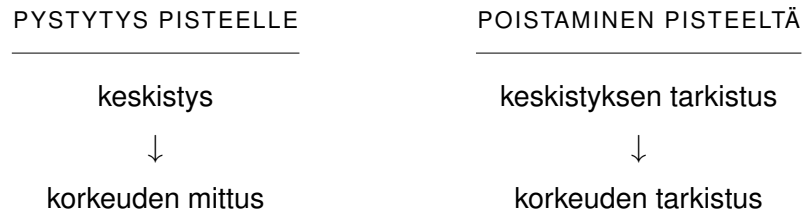
Antennin vaihekeskipiste (tai sähköinen keskipiste) on kohta, johon vastaanotettujen signaalien laskenta kohdistuu. Vaihekeskipisteen paikka riippuu vastaanotetun signaalin taajuudesta, tulosuunnasta ja -kulmasta, intensiteetistä ja satelliittigeometriasta. Vaihekeskipiste ei välttämättä sijaitse antennin keskistykseen käytettävän fyysisen merkin kohdalla. (Poutanen 1999, 139–140.) Jos vaihekeskipisteen käyttäytymistä keskistykseen käytettävän merkin suhteen ei tunneta jää havaintoihin systemaattinen virhe, joka ilmenee suurimmaksi osaksi antennikorkeuteen. (Poutanen 2016, 204–205.)

Identtisten antennien vaihekeskipisteiden oletetaan käyttäytyvän samoin. Kun antennit orientoidaan samalla tavalla (esim. jokin tietty fyysinen merkki pohjoiseen) katoaa vaihekeskipisteen paikasta aiheutuva virhe erotushavaintoja muodostettaessa. Eri valmistajien antenneja tai saman valmistajan eri mallisia antenneja käytettäessä on laskentavaiheessa käytettävä antennien kalibrointitiedostoja, joiden avulla vaihekeskipisteen paikka saadaan mallinnettua. (Poutanen 1999, 140–141.) Kalibrointi suoritetaan absoluuttisesti antennin referenssipisteen suhteen. Tuloksena saadaan vaihekeskipisteen paikka signaalin tulosuunnan atsimuutin ja korkeuskulman funktiona. Tarkimmissa mittauksissa käytetään yksilöllisesti kalibroituja antenneja. Muissa töissä käytetään sen sijaan tyyppikalibroinnin tuloksia. Tällöin kalibroidaan yksi tai muutama antenni ja oletetaan kaikkien samantyyppisten antennien käyttäytyvän samalla tavoin. (Poutanen 2016, 205.) Antennien kalibrointitiedos-

toja ANTEX-muodossa löytyy muun muassa yhdysvaltalaisen National Geodetic Survey:n www-sivuilta (NGS 2016).

#### 4.7.2 GNSS-antennin korkeus ja keskistys

Antennin käsittelyssä noudatetaan järjestystä:



Antennin korkeus pisteellä mitataan pisteen merkissä (pultti, tms.) olevasta keskistysmerkistä antennin reunaan. Mittaus suoritetaan kolmesti antennin reunan eri kohtiin (Poutanen 1999, 215). Antennin korkeus on näiden mittausten keskiarvo (Vermeer 2015b, 109). Jos mitatut korkeudet poikkeavat toisistaan enemmän kuin millimetrin tarkistetaan antennin keskistys ja tasaus, sekä suoritetaan antennin korkeuden määrittäminen uudelleen (Vermeer 2015b, 109). Havaintopöytäkirjaan piirretään antennin sivuprofiili ja merkitään mihin kohtaan korkeus on mitattu.

Korkeus mitataan kahdesti: ennen havaintojakson alkua antennin keskistykseen jälkeen, sekä havaintojakson päätyttyä keskistykseen tarkistamisen jälkeen (mutta ennen antennin poistamista pisteeltä). Mittaus suoritetaan joko mittanauhalla tai mittapuikolla (Poutanen 1999, 215). Tuloksena saatava vinoetäisyys pultista antennin reunaan muutetaan Pythagoraan lauseella suoraksi korkeudeksi.

Tällä menetelmällä pyritään minimoimaan antennien väärästä korkeudesta aiheutuvat karkeat virheet. Antennikorkeutta ei voida kontrolloida jälkikäteen, vaan väärästä korkeuksista aiheutuvat virheet päätyvät sellaisinaan koordinaatteihin. (Poutanen 1999, 215).

#### 4.7.3 Jalustat, pakkokeskistimet ja optiset luodit

GNSS-antennien, prismojen, takymetrioiden ym. havaintolaitteiden pystyttämiseen käytettävien välineiden kunnosta tulee huolehtia samoin kuin varsinaisista havaintolaitteistakin. Kolmijalkojen lukkojen tulee pitää, mutta toisaalta liikkuvien ja liukuvien osien on toimittava kitkattomasti. Optiset luodit on tarkistettava säännöllisesti. Laitteen saa pisteelle optisen luodin virheen suuruudella tarkkuudella (Poutanen 1999, 214). Riippuluoti ei kärsi optisen luodin virheistä, mutta se ei sovellu yhtä hyvin tuulisiin havainto-olosuhteisiin.

Jos pakkokeskistysjalustojen, prismojen ja vaaituskojeiden rasia- ja putkitasaimet ovat säädettäviä, on nekin kalibroitava ja niiden kunto tarkistettava säännöllisesti. Tasaimesta aiheutuva virhe aiheuttaa sekä keskistysvirheen, että kulmahavaintoihin ja antennin vaihekeskipisteen paikkaan systemaattista virhettä.

#### 4.7.4 Havaintojaksojen aikataulutus

Havaintoaikataulut kannattaa suunnitella siten, että havaitsija / mittausryhmä ehtii pisteelle ennen mittauksen alkua ja valoisan aikaan. Yhteydenpitotavasta muihin mittausryhmiin on sovittava etukäteen. (Poutanen 1999, 209). Havaintolaitteiden siirtojen optimointi on sitä haastavampaa, mitä laajemmasta mittauskampanjasta ja verkosta on kyse. Siirtymisiin varattava aika kannattaa yliarvioida. Ongelmatilanteissa havaintojakson toistaminen tai jonkin mittauksen uusiminen on yleensä helpompaa mahdollisimman pian, kuin vasta koko kampanjan päätteeksi.

#### 4.7.5 Havaintopöytäkirjan täyttäminen ja pisteen sijaintipiirros

Havaintopöytäkirja täytetään karkeiden virheiden eliminoimiseksi. Ilman pöytäkirjaa on mahdotonta jälkikäteen selvittää ja kontrolloida esimerkiksi antennikorkeutta tai havaintojen taltioinnin aikana esiintyneitä ongelmia (Poutanen 1999, 217). Suunta- ja etäisyshavain-toja suoritettaessa kirjataan havaintopöytäkirjaan muun muassa ilmanpaine ja lämpötila laskentavaiheessa tehtäviä sääkoroja varten.

Jokaisesta GNSS-havaintojaksosta täytetään havaintolomake, josta ilmenevät ainakin seuraavat tiedot (Poutanen 1999, 217):

- pisteen tunnus
- pisteen likimääräiset koordinaatit
- havaintoprojektin nimi
- havaitsijan nimi
- vastaanottimen tyyppi
- vastaanottimen (sarja)numero
- antennin tyyppi
- antennin (sarja)numero
- GPS-vuorokausi
- päivämäärä
- havaintojen alkamisaika
- havaintojen loppumisaika
- antennikorkeus ennen havaintojakson alkua
- antennikorkeus havaintojakson jälkeen
- mihin antennikorkeus on mitattu (piirros)
- huomautukset ja havaitut ongelmat.

Ennen tallennuksen aloittamista tarkistetaan ja tarvittaessa korjataan pisteestä laadittu horisonttipiirros. Lisäksi jokaisesta havaintopaikasta laaditaan sijaintipiirros ja kulkuselostus

pisteelle (Poutanen 1999, 217). Mitä GNSS-mittauksiin tulee on “useimmiten havaintojakson kuluessa aikaa enemmän kuin tarpeeksi kaikkien mahdollisten selvitysten tekoon” (Poutanen 1999, 217). Esimerkki GNSS-havaintopöytäkirjasta löytyy liitteestä H.

Suunta- ja etäisyyshavaintoja tehtäessä havaintopöytäkirjaan merkitään:

- asemapisteen tunnus
- pisteen likimääräiset koordinaatit
- havaintoprojektin nimi
- havaitsijan nimi
- mittauslaitteen tyyppi
- mittauslaitteen (sarja)numero
- prisman tyyppi ja prismavakio
- prisman numero
- prismakorkeus kullakin tähtäyspisteellä
- mitatut pisteet
- havainto-olosuhteet
- päivämäärä
- havaintojen alkamisaika
- havaintojen loppumisaika
- mittauslaitteen korkeus ennen havaintojakson alkua
- mittauslaitteen korkeus havaintojakson jälkeen
- mihin mittauslaitteen korkeus on mitattu (piirros)
- huomautukset ja havaitut ongelmat
- orientointiin käytetyt pisteet.

Samoin kuin GNSS-mittauksissa laaditaan suunta- ja etäisyyshavaintojen yhteydessä myös sijaintipiirros. Esimerkki takymetrimittausten havaintopöytäkirjasta on liitteessä I. Sijaintipiirros ja kulkuselostus pisteelle tehdään, jotta jälkikäteen on mahdollista todeta onko mittaukset suoritettu oikealla pisteellä. Sijaintipiirrosta voidaan käyttää myös pistekortin laatimisessa.



## 5 MITTAAMINEN EUREF-FIN –KEHYKSESSÄ

Julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunnan suositus numero 184 käsittelee EUREF-FIN –kiintopisteiden luokittelun, mittausmenetelmät, koordinaattien määrittämisen ja tarkkuusvaatimukset. Jos mittaukset ja kiintopisteet on tarkoitus luokitella johonkin EUREF-FIN –luokkaan on suosituksen mukaisia menetelmiä käytettävä. Suosituksen mukaiset ohjeet ja raja-arvot muodostavat vähimmäisvaatimukset, joilla on tarkoitus varmistaa EUREF-FIN–luokiteltujen kiintopisteiden tarkkuus, sekä kunkin kiintopisteluokan homogeenisuus.

Seuraavissa kappaleissa esitellään valtakunnallinen EUREF-FIN –pisteverkko, suosituksen mukaiset mittausmenetelmät, sekä tarkkuusvaatimukset luokkiin E3–E6. Osa suosituksen sisällöstä periytyy Kaavoitusmittausohjeesta (KMO 2003).

### 5.1 EUREF-FIN –pisteet

#### 5.1.1 Valtakunnalliset peruskiintopisteet

Peruskiintopisteet jaetaan valtakunnallisiin peruskiintopisteisiin (luokat E1–E2) ja paikallisiin peruskiintopisteisiin (E3–E4). Luokan E1 peruskiintopisteitä ovat Paikkatietokeskuksen ylläpitämät FinnRef-verkon GNSS-pisteet, sekä Geodeettisen laitoksen mittaamat sata passiivista kiintopistettä. E1-pisteet realisoivat kansallisen EUREF-FIN-koordinaattijärjestelmän, joka FinnRef-pisteiden kautta liittyy Euroopan laajuiseen ETRF89-vertauskehukseen. Luokkaan E1b kuuluu 350 passiivista kiintopisteestä, jotka Geodeettinen laitos mittasi vuosina 1998–1999. Luokkien E1 ja E1b -verkot on sisäisen tarkkuuden varmistamiseksi tasoitettu yhtenä verkkona. Näiden luokkien kaikkien pisteiden keskimääräinen pisteväli on 35 km. Luokkien E1 ja E1b valtakunnallisten kiintopisteiden likimääräiset sijainnit on esitetty kuviossa B.2 liitteessä B.

Luokkaan E2 kuuluu noin 4800 passiivista Maanmittauslaitoksen ja Merenkululaitoksen mittaamaa peruskiintopistettä. Pisteiden mittaukset on sidottu luokkiin E1 ja E1b, ja niiden keskimääräinen pisteväli on 12 km. Kirjoitushetkellä E2-luokkaan kuuluu myös 94 Geotrim Oy:n ylläpitämää GNSS-kiintopistettä. Luokan E2 valtakunnallisten peruskiintopisteiden likimääräiset sijainnit on esitetty kuviossa B.2 liitteessä B.

Luokkia E1, E1b ja E2 ylläpidetään Maanmittauslaitoksen toimesta, eikä siihen mitata enää passiivisia peruskiintopisteitä muuten kuin ylläpidon kannalta. Luokkaan E2 voidaan kuitenkin liittää uusia aktiivisia GNSS-kiintopisteitä, jos niiden avulla tuotetaan alueellisesti tai käyttäjämääräisesti laajassa käytössä olevia paikannuspalveluita. Alueellisesti laajassa verkossa reunimmaisten tukiasemien etäisyys on yli sata kilometriä. (JHS184 2012, 8.) Tällöin

GNSS-laitteiston ylläpitäjä lähettää päivittäin laitteistonsa vastaanottaman raaka-aineiston Paikkatietokeskukseen, joka määrittää vastaanottimen koordinaatit. Kirjoitushetkellä tuorein lisäys on 13.8.2015 lisätyt em. Geotrim Oy:n VRS-verkon tukiasemat. Laitteistovaatimukset ja liittymisohjeet löytyvät Paikkatietokeskuksen www-sivuilta (Paikkatietokeskus 2016).

### 5.1.2 Paikalliset perus- ja käyttökiintopisteet

Paikalliset, esimerkiksi kuntien ja kaupunkien, peruskiintopisteet mitataan luokkiin E3 ja E4. Luokka E3 on tarkoitettu ylemmäksi, harvemmaksi ja tarkemmaksi peruskiintopisteloluokaksi, jota voidaan tihentää E4-luokan mittauksilla. Maanmittauslaitos ja Merenkulkulaitos ovat mitanneet tuhansia E3-luokan kiintopisteitä, joita kunnat, kaupungit ja yksityiset tahot voivat käyttää omissa runkoverkoissaan. Näiden pisteiden keskimääräinen pisteväli on viidestä kymmeneen kilometriä. Jos mittausalueella on jo riittävästi valmiiksi mitattuja E3-luokan pisteitä ei omaa E3-verkkoa enää tarvitse mitata, vaan E4-luokkaan mitattu tihennys riittää.

Jos kunta, kaupunki tai muu taho ylläpitää GNSS-tukiasemaverkkoa omaan toimintaansa tai verkon koko on alle sata kilometriä voidaan tukiasemien koordinaatit määrittää E3- tai E4-luokkaan (JHS184 2012, 9).

Luokan E5 paikallisia käyttökiintopisteitä käytetään merkintä- ja kartoitusmittausten lähtöpisteinä. Luokkaan E6 sijoitetaan epätarkemmat käyttökiintopisteet, koordinaattimuunnoksilla saadut pisteet ja apupisteet.

### 5.2 Kiintopistemittausten kontrollointi

Pisteiden luokittelun perustaksi eivät pelkästään riitä jälkilaskennasta saatavat tunnusluvut, vaan mittausten suunnittelu ja itse mittaukset on suoritettava ohjeiden mukaisesti. Kontrol-

**Taulukko 7.** Kiintopistemittausten kontrollointi (JHS184 2012, 14)

SUUNNITTELU	MAASTOTYÖT	LASKENTA
pisteiden valinta	antennin pystytys	tasoituksen tunnusluvut
verkon rakenne	antennin keskistys	kontrollipisteet
ylimääritys	havaintojen tallennusväli	sulkuvirheet
kontrollipisteet	korkeuskulmamaski	
havaintojen keskivirheet		

lontia suoritetaan määrittämisen kaikissa vaiheissa ja se perustuu sekä tunnuslukuihin, että sanallisiin ohjeisiin. Kontrolloitavat kohteet on koottu taulukkoon 7.

Mittausten yhteensopivuus alueella aiemmin mitattuihin pisteisiin varmistetaan kontrollipisteillä. Jos mitattavan verkon alueella on määritettävään luokkaan aiemmin mitattuja pisteitä otetaan niitä mukaan mittaussuunnitelmaan määritettäväksi pisteiksi. Mittauksissa kontrollipisteille määritetään uudestaan koordinaatit ja niitä verrataan pisteiden olemassaoleviin koordinaatteihin. Jos uuden määrittämisen perusteella saadut koordinaatit ovat taulukoiden A.1, A.2 ja A.3 toleranssien rajoissa ovat suoritettavat mittaukset yhteensopivia aiempien mitausten kanssa. Jos uusissa ja aiemmin määritetyissä koordinaateissa on eroa on eron syy selvitettävä. Uusissa tai vanhoissa mittauksissa voi olla karkeita tai systemaattisia virheitä, kontrollipiste on voinut liikkua tai koordinaatisto deformatua. Jälkimmäisessä tapauksessa on arvioitava verkon saneeraustarve. (JHS184 2012, 14.)

Mittausten lähtöpisteiden tulee olla mitattaviin pisteisiin nähden vähintään yhtä luokkaa ylempiä. Jos lähtöpisteitä on useammasta eri luokasta on mitattavien pisteiden luokka yhtä alempi, kuin alin lähtöpisteen luokka. (JHS184 2012, 14.)

### 5.3 Staattinen suhteellinen GNSS-mittaus

Staattisella suhteellisella GNSS-mittauksella voidaan määrittää pisteitä kaikkiin EUREF-FIN –luokkiin kaikissa tapauksissa. Yhdellä GNSS-vastaanottimella suoritettava PPP-mittaus ei saa käyttää. Mitattavan verkon tulisi sulkeutua lähtöpisteiden sisään. Jos mitausalueella on aiemmin mitattuja saman luokan pisteitä on niitä otettava kontrollipisteiksi taulukoiden A.1, A.2 ja A.3 mukaisesti. Mitattavien pisteiden tulisi mahdollisuuksien mukaan sijaita tasavälein. (JHS184 2012, 9.)

Mitattavan verkon geometriasta ja vektoreista todetaan seuraavaa (JHS184 2012, 9):

- mitattavien vektoreiden oltava mahdollisimman tasapituisia
- silmukka suljettava toisen havaintojakson havainnoilla, ei samassa havaintojaksossa
- vektoreista vähintään 15% mitattava kahdesti
- viereisillä silmukoilla oltava vähintään kaksi yhteistä pistettä
- ei piikkipisteitä.

Vaatimukset ovat samat kuin Kaavoitusmittausohjeessa (KMO 2003, 11). Huomataan, että kun vierekkäisillä silmukoilla on vähintään kaksi yhteistä pistettä ei verkkoon muodostu solmupisteitä. GNSS-laitteistosta määrätään seuraavasti (JHS184 2012, 9):

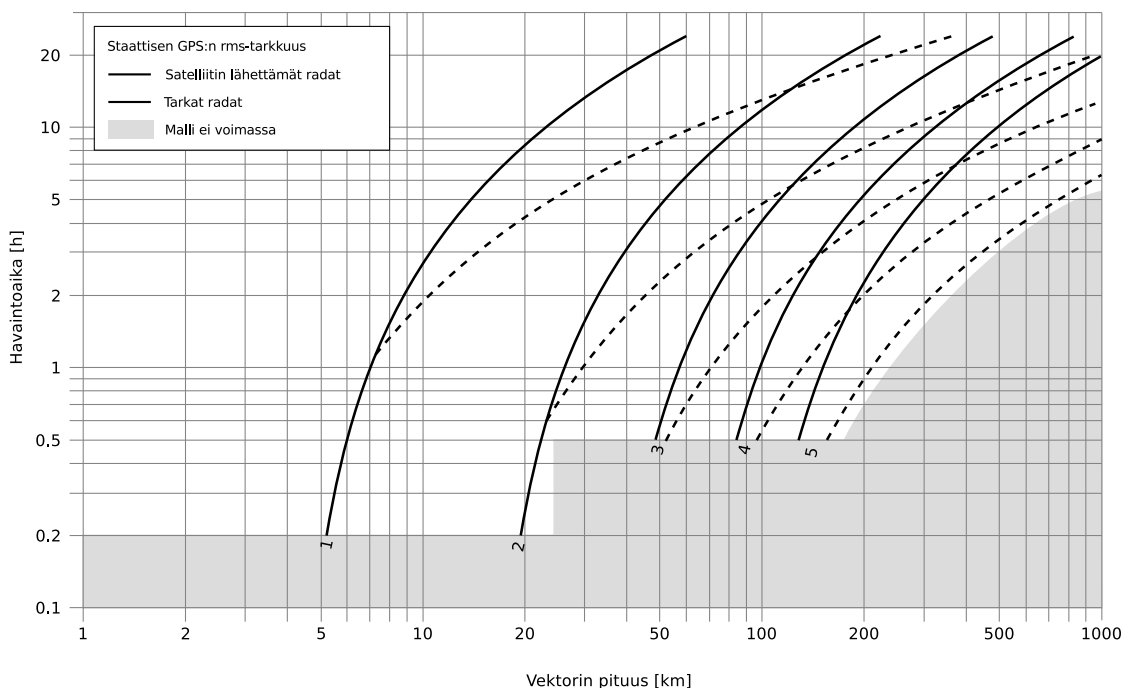
- vastaanottimen tallennettava raakahavainnot (koodi ja vaihe)

**Taulukko 8.** Vähimmäishavaintoajoja staattiselle suhteelliselle GNSS-mittaukselle, pohjana on kuvio 9 (JHS184 2012, 15–16)

VEKTORIN PITUUS (km)	MITTAUSJAKSON PITUUS (h)				
	E2	E3	E4	E5	E6
10	2	1	1	0,5	0,5
30	6	2,5	1,5	0,5	0,5
50	9	4,5	2,5	1	0,5
100	13	8	5	3	2
yli 100	24	–	–	–	–

- jos mitattavan vektorin pituus yli kymmenen kilometriä, käytettävä vähintään kaksitaajuushavaintoja
- käytettävän antennin oltava laskentaohjelman tuntemaa tyyppiä.

Antennin pystytykseen käytetään kolmijalkaa tai muuta tukevaa rakennetta. Kunkin havaintojakson ajallinen kesto määräytyy pisimmän mitattavan vektorin ja tavoiteltavan koordinaattiluokan mukaan. Apuna havaintojakson pituuden arvioinnissa voidaan käyttää kuviota 9, jossa esitetään staattisen GPS-mittauksen tarkkuuden, vektorin pituuden ja havaintoajan yhteys. (JHS184 2012, 9). Tuloksiin on päädytty Geodeettisen laitoksen suorittamissa mittauksissa Häkli, Koivula & Puupponen (2008). Kuviossa esitetyt tarkkuudet ovat 1 cm:n – 5 cm:n  $1\sigma$ -tarkkuuksia, jolloin vektorien tarkkuudet ovat 68% todennäköisyydellä vähintään ilmoitetun mukaisia. Tulokset on saatu hyvillä havaintopaikolla tehdyistä havainnoista ja



**Kuvio 9.** Staattisen GPS:n geodeettinen 3D-tarkkuus (Häkli, Koivula & Puupponen 2008, 14)

ajat ovat vähimmäishavaintoaikoja. Katkoviivat kuvaavat tarkkuutta, kun käytetään satelliittien lähettämiä ratatietoja. Yhtenäiset viivat puolestaan kuvaavat tarkkuutta, kun käytetään tarkkoja ratatietoja. (Häkli ym. 2008, 14.)

Havaintoaikoja mittausluokittain on kuvion 9 pohjalta koottu myös taulukkoon 8. Alle 30 minuutin havaintoaikaa ei saa käyttää missään mittausluokassa, ja huonoissa olosuhteissa havaintoaikoja on pidennettävä. Väliin osuvia vektoripituuksia vastaavat havaintoajat voidaan interpoloida. Jos havaintojakson kesto on yli tunnin suositellaan jälkilaskennassa käytettäväksi satelliittien tarkkoja ratatietoja. (JHS184 2012, 15.)

Lyhyemmillä havaintojaksoilla vektoreiden tarkkuuteen vaikuttavat sekä satelliittien määrä, että satelliittigeometria. Mittaukset tulisi tehdä satelliittigeometrian kannalta parhaaseen aikaan. Mittausten aikana GDOP-luvun on oltava alle kahdeksan. (JHS184 2012, 11.) Mittausaineistoa ei myöskään saa generoida tai manipuloida mittaustilanteessa eikä jälkikäteen, vaan laskentaan käytetään vain GNSS-laitteen keräämää dataa. Jos verkon koko on yli 200 km tulee jälkilaskennassa käyttää maannousumallia. (JHS184 2012, 15.)

Määritettäessä pisteitä E3- ja E4-luokkiin staattisella suhteellisella GNSS-mittauksella löytyvät mittausvaatimukset, verkon geometria, kontrollipisteet ja jälkilaskentaan liittyvät vaatimukset taulukosta A.1 liitteestä A. Taulukossa ilmoitetut arvot ovat hylkäysrajoja. Jos mainitut rajat ylittyvät on mittaukset kyseiseltä osalta hylättävä ja suoritettava uusia mittauksia. (JHS184 2012, 16.)

Käyttökiintopisteet luokkiin E5 ja E6 voidaan mitata verkkona, jonona tai piste kerrallaan. Kuitenkaan pisteitä, joiden etäisyys on alle 500 m ei saa mitata reaaliaikaisella GNSS-mittauksella. Tällaiset pisteet on mitattava joko staattisella suhteellisella GNSS-mittauksella tai suunta- ja etäisyyshavainnoin. Pisteväli voi näissä luokissa olla myös suurempi, kuin taulukossa A.1 ilmoitettu sadasta viiteensataan metriä (JHS184 2012, 18.) Taulukossa ilmoitetut arvot ovat hylkäysrajoja. Jos mainitut rajat ylittyvät on mittaukset kyseiseltä osalta hylättävä ja suoritettava uusia mittauksia. (JHS184 2012, 16.)

Staattisella suhteellisella GNSS-mittaustavalla kaikki geometriat on sidottava vähintään kolmeen ylemmän luokan kiintopisteeseen. Jos yhdellä vastaanottimella suoritetaan staattinen suhteellinen GNSS-mittaus ei mitattaville pisteille saada keskinäistä kontrollia. Tasointu suoritetaan tällöin virheyhtälötasoituksena. Mittaustapa onnistuu käyttämällä lähtöpisteinä aktiivisia GNSS-lähtöpisteitä. (JHS184 2012, 18.)

#### 5.4 Reaaliaikainen GNSS-mittaus

Reaaliaikaista GNSS-mittausta voidaan käyttää mitattaessa luokkien E5 ja E6 käyttökiintopisteitä, kun pisteväli on vähintään 500 metriä. Mittaukset tulisi suorittaa hyvillä havaintopaikoilla, ja erityisesti tukiasemat sijoittaa hyvälle havaintopaikoille. Hyvällä havaintopaikalla on esteetön taivasnäkyvä yli 20 asteen kulmassa, eikä lähistöllä ole heijastavia pintoja. Roverin antennikorkeuden tulisi olla enintään kaksi metriä ja se pitäisi tasata kolmijalalle tai sauvassa tukea statiivilla. (JHS184 2012, 12–13).

Reaaliaikaisissa mittauksissa satelliittien määrä ja geometria ovat avainasemassa. Tarkkuuden kannalta tulisi satelliitteja olla vähintään seitsemän kappaletta, mutta vähintään viisi vaaditaan. Jos käytetään sekä GPS-, että GLONASS-järjestelmiä on satelliittien vähimmäismäärä kuusi kappaletta. PDOP-luvun on mittausten aikana oltava alle viisi. (JHS184 2012, 13.) Vastaanotin on alustettava — ts. ratkaisun alkutuntemattomat nollattava — jokaisen tallennetun havainnon jälkeen. Mittauksista tulee näin alkutuntemattomien suhteen toisistaan riippumattomia ja mittaustulosten luotettavuus paranee. (JHS184 2012, 13.) Lisäksi saadaan mittaussarjoja, joista lasketaan sarjakeskiarvot. Jos pyritään senttimetritarkkuuteen mitataan useampi sarja siten, että satelliittigeometrian annetaan muuttua sarjojen välillä.

Mittauksia suoritetaan myös kontrollipisteillä, joiden koordinaatit on aiemmin määritetty muulla kuin reaaliaikaisella GNSS-mittauksella. Reaaliaikaisen mittauksen laatua kontrolloidaan vertaamalla kontrollipisteiden tunnettuja koordinaatteja reaaliaikaisen GNSS-mittauksen antamiin tuloksiin (ks. taulukko A.2 liitteessä A).

RTK-mittaukset etenevät siten, että ennen määritettäviä pisteitä mitataan tunnettu kiintopiste, joka on vähintään samassa luokassa kuin määritettävät pisteet. Näin tarkistetaan havaintolaitteiston toiminta ja vaatimusten täytyminen. Tämän jälkeen mitataan määritettävät pisteet ja kontrollipisteet. Lopuksi mitataan sama tunnettu kiintopiste kuin mittausten alussa ja tarkistetaan, että mittauksen antamat koordinaatit ovat vaatimusten mukaisissa rajoissa. (JHS184 2012, 20.)

#### 5.5 Kulma- ja etäisyshavainnot

Luokkien E5- ja E6-käyttökiintopisteet voidaan mitata jonomittauksena käyttäen takymetriä, tai teodoliittia ja erillistä etäisyysmittaria. Lähtöpisteinä käytetään vähintään kahta ylemmän luokan kiintopistettä, joiden välillä jono kulkee mahdollisimman suoraan. Mitattavien pisteiden välimatkojen tulisi olla suunnilleen yhtä suuret. (JHS184 2012, 13.) Jonot liitetään täydellisenä liitoksena. Jos liitossuuntaa ei erityisistä syistä johtuen ole mahdollista havaita voidaan liitos suorittaa myös koordinaattiliitoksena. Jonoon ei saa muodostua piikkipisteitä

(JHS184 2012, 13), vaan jonoista olisi suositeltavaa muodostaa verkkoja solmupisteillä (JHS184 2012, 22).

Mittalaite pystytetään suoraan mitattavan pisteen yläpuolelle kolmijalkaa ja luotia käyttäen. Kojeen ja tähyksen korkeudet mitataan ennen havaintojen suorittamista ja havaintojen suorittamisen jälkeen. (JHS184 2012, 13.) Mittalaitteiden ja pakkokeskistysalustojen on oltava kalibroituja ja niiden virheet on tunnettava. Epäkeskisiä prismoja tulisi välttää. Havaintoihin ei tehdä korjauksia, vaan ne tallennetaan alkuperäisinä. Säätiidot — ilman lämpötila ja ilmanpaine — kirjataan muistiin jälkilaskentaa varten. (JHS184 2012, 13–14.)

Kulma- ja etäisyyshavainnoin voidaan trigonometrisesti määrittää myös pisteiden korkeudet. Tällöin on sekä kojeen, että tähyksen korkeus määritettävä millimetrin tarkkuudella. (JHS184 2012, 13.) Lisäksi tulisi tehdä 3D-tasointu ja tallentaa pisteiden koordinaatit kolmiulotteisina. Lähtöpisteiden ellipsoidiset korkeudet muunnetaan normaalikorkeuksiksi geoidimallia tai paikallista muunnospintaa käyttäen. Tasoinnin jälkeen normaalikorkeudet muunnetaan samaa mallia tai muunnospintaa käyttäen takaisin ellipsoidisiksi korkeuksiksi. Ellipsoidisten korkeuksien tulee tarkkuuden osalta täyttää taulukon A.3 kriteerit. (JHS184 2012, 21.) Lisätietoja N2000-korkeusjärjestelmästä ja geoidimalleista löytyy suosituksesta JHS163 (2008).

Mittauslaitteiden tarkkuuksien tulee täyttää liitessä A taulukon A.3 alussa esitetyt kriteerit. Vertailun vuoksi on E5-luokassa keskivirheiden raja-arvot ovat samat kuin Kaavoitusmittausohjeen mukaiset raja-arvot peruskiintopisteille. Jonojen pituudet ja uusien pisteiden määrä jonoa kohti noudattavat Kaavoitusmittausohjeen 1. ja 2. luokan käyttökiintopisteiden vaatimuksia. Havintosarjojen lukumäärät ja sarjojen max–min -erot vastaavat taas Kaavoitusmittausohjeen vaatimuksia peruskiintopisteille. E6-luokassa raja-arvot puolestaan ovat samat, kuin Kaavoitusmittausohjeen määräykset 1. ja 2. luokan käyttökiintopisteille. Poikkeuksena jonon suurin pituus ja uusien pisteiden lukumäärä jonoa kohti ovat Kaavoitusmittausohjeen 3. luokan käyttökiintopisteiden mukaiset.

## 6 MITTAUSSUUNNITELMA

### 6.1 Toteutus

#### 6.1.1 Kohde ja tavoitteet

Suunnitelma koskee Lapin Ammattikorkeakoulun Rantavitikan kampusaluetta, käyntiosoite Jokiväylä 11, Rovaniemi. Tavoitteena on mitata alueelle JHS184-suosituksen mukaiset pisteverkot E4- ja E5-luokissa.

Sekä perus-, että käyttökiintopisteille määritetään aidosti kolmiulotteiset suorakulmaiset EUREF-FIN –koordinaatit. Lisäksi peruskiintopisteille tarkkavaaitaan N2000-korkeus. Molempien luokkien pisteille lasketaan koordinaattikonversiolla myös ETRS-GK26 –tasokoordinaatit. Mittaukset ja jälkilaskennan suorittavat maanmittaustekniikan opiskelijat.

#### 6.1.2 Vaatimukset

Peruskiintopisteverkon tulee muodostua JHS184-suosituksen mukaisista passiivisista E4-pisteistä. Käyttökiintopisteverkon tulee muodostua JHS184-suosituksen mukaisista passiivisista E5-pisteistä. Peruskiintopisteiden koordinaatit määritetään staattisella suhteellisella GNSS-mittauksella ja jälkilaskennalla. Lisäksi niille määritetään korkeus tarkkavaaituksella. Käyttökiintopisteiden koordinaatit määritetään joko staattisella suhteellisella GNSS-mittauksella tai takymetrimittauksella, ja korkeus vaaitsemalla. Korkeudet vaaitaan N2000-järjestelmään. Suunnitelmassa esitetään

- peruskiintopisteverkon lähtöpisteet
- peruskiintopisteiden likimääräinen sijainti
- käyttökiintopisteiden likimääräinen sijainti
- rakennettavien pisteiden rakenne
- menetelmät ja tarkkuusvaatimukset pisteiden mittaamiseksi
- mittausten vaiheistus
- työmenetelmät
- tarkkuusvaatimukset jälkilaskennalle
- järjestelmä uusien pisteiden numeroimiseksi.

Työmenetelmät esitetään niiltä osin, kuin ne voidaan esittää mittauskalustosta riippumattomina. Suunnitelma laaditaan viidelle GNSS-vastaanottimelle. Mittaukset suoritetaan vaiheittain ja niissä pyritään noudattamaan kiintopisteiden luokkahierarkiaa. Suunnitelmassa



ei esitetä mittauskaluston merkki- ja laitekohtaisia käyttöohjeita eikä jälkilaskentaohjelmiston käyttöä. Suunnitelmassa esitellään vaituksen tarkkuusvaatimukset, sekä mahdolliset lähtöpisteet kampusalueen ympäristössä, mutta ei vaituksen suorittamista.

### 6.1.3 Aiemmat suunnitelmat ja mittaukset

Kreus & Töllli (2009) suorittivat kampusalueella olevan pisteverkon mittaamisen EUREF-FIN –vertauskehyksessä. Mittaukset suoritettiin staattisella suhteellisella GNSS-mittauksella kahta vastaanotinta käyttäen. Kaikkia seinäpisteitä ei kuitenkaan mitattu. Seinäpisteiden koordinaatteja määritettiin myös suorittamalla ensin muunnos KKJ-järjestelmästä EUREF-FIN –järjestelmään ja korjaamalla muunnettuja koordinaatteja mitattauksista saaduilla keskipoikkeamilla (Kreus & Töllli 2009, 51). Mittauksissa pyrittiin lisäksi luomaan yh-

**Taulukko 9.** Kampusalueen pisteille aiemmin määritetyt EUREF-FIN –koordinaatit (Kreus & Töllli 2009, 52)

PISTE	ETRS-TM35FIN		N2000	MUUN- NETTU	PISTELAJI
	N (m)	E (m)	H (m)		
5546	7 374 229,863	442 963,912	77,618		Monikulmiopiste
50501	7 374 224,133	443 143,664	77,746		Monikulmiopiste
50502	7 374 124,571	443 130,138	78,111		Monikulmiopiste
50503	7 374 019,579	443 082,099	78,330		Monikulmiopiste
50504	7 374 047,398	443 025,964	78,102		Monikulmiopiste
50505	7 374 153,227	443 052,958	77,707		Monikulmiopiste
95001	7 374 143,331	443 064,595	80,474	•	Seinäpiste
95004	7 374 128,450	443 105,651	80,671	•	
95006	7 374 180,053	443 112,207	79,972	•	
95007	7 374 189,386	443 066,344	79,313		Seinäpiste
95009	7 374 003,173	443 093,740	80,764	•	
95010	7 374 034,424	443 129,887	80,412	•	
95012	7 374 009,480	443 177,392	80,126		Seinäpiste
95020	7 374 132,032	443 182,257	79,803		Seinäpiste
Teku1			79,220	••	
216			77,963	••	
234			78,753	••	
235			79,306	••	

• muunnos KKJ → ETRS-TM35FIN

•• muunnos N43 → N2000

teensopivuus staattisesti mitattujen koordinaattien ja VRS-menetelmällä mitattujen koordinaattien välillä. Työssä noudatettiin soveltuvin osin Kaavoitusmittausohjetta (2003).

Kampusalueen olemassa oleva pisteverkko on esitetty kuviossa B.3 (liite B). Kreuzin ja Töllin määrittämien pisteiden tasoitetut koordinaatit esitetään taulukossa 9. Seinäpisteille 95003, 95005 ja 95013–95018 he eivät työssään esitä mitattuja, eikä muunnettuja koordinaatteja. Monikulmiopisteet pyritään hyödyntämään E5-verkossa. Seinäpisteitä voidaan hyödyntää E5-verkossa, kun mittaukset suoritetaan kulma- ja etäisyyshavainnoin. Seinäpisteet 95012 ja 95020 on todettu myös GNSS-mittauksiin sopiviksi (Kreus & Tölli 2009, 26). Pisteille aiemmin määritettyjä koordinaatteja voidaan käyttää simuloinnissa lähtötietoina. Verrattaessa kuvioita B.3 ja B.8 ovat rakennusten muodot muuttuneet siten, että seinäpisteiden 95012 ja 95013 olemassaolo on epävarmaa. Näitä pisteitä ei käytetä mittaussuunnitelmassa.

Rovaniemen kaupunki on mitannut E3- ja E4-luokkiin peruskiintopisteitä, joiden sijainnit esitetään kuviossa B.4 (liite B). Lisäksi Ounasvaaralla sijaitsee Geodeettisen laitoksen mittaama E1b-piste 72M0102. Maanmittauslaitoksen E2- ja E3-luokkiin mitaamat peruskiintopisteet ovat epäkäytännöllisen kaukana mittausalueesta, minkä vuoksi niitä ei käytetä.

Kaupungin keskustassa sijaitsee Geotrim Oy:n ylläpitämän Trimnet-verkon aktiivinen E2-luokan GNSS-tukiasema. Oppilaitos saa tarvittaessa tukiaseman havaintodataa käyttöönsä mittausten suorittamiseksi (Immonen 2016). Aktiivisen tukiaseman hyödyntäminen lisäisi käytettävissä olevien vastaanottimien määrän kuuteen kappaleeseen.

Mittaussuunnitelmaan valitut lähtö- ja kontrollipisteet esitetään kuviossa B.5. Lähtöpisteiden koordinaatit löytyvät taulukosta 21, kontrollipisteiden koordinaatit taulukosta 13, kaikki liitteessä B.

## 6.2 Uudet pisteet

### 6.2.1 Numerointi

Uusien ja uudelleenrakennettavien perus- ja käyttökiintopisteiden numerointi noudattaa muotoa

$$yyAxxx \quad (70)$$

missä  $yy$  on pisteen perustamisen vuosiluku kahdella numerolla  
 $xxx$  juokseva numero

Kirjain A viittaa Lapin ammattikorkeakouluun.

## 6.2.2 Rakenne

Uusien perus- ja käyttökiintopisteiden merkinä käytetään pyöristettyä metallipulttia tai päästään pyöristettyä metallitankoa, jossa on keskitysmerkki. Merkki kiinnitetään kallioon, isoon maakiveen tai muuhun kiinteään rakenteeseen. Merkin materiaalin on oltava ruostumatonta terästä. Näkyvöittäminen vuoksi merkki maalataan punaisella tai oranssilla huomiovärillä.

Kun mittausmenetelmänä on takymetrimittaus voidaan käyttökiintopisteen merkinä käyttää myös seinäpistettä, joka rakennetaan kiinteään rakenteeseen. Mittauksen tulee kohdistua joko seinäkiinnikkeessä tai seinässä olevaan merkkiin, jonka sijainti suhteessa prismaan tai GNSS-antenniin pystytään luotettavasti ja tarkasti määrittämään. Merkki, johon mittaus kohdistuu merkitään havainnollistavan kuvan avulla ja mittojen avulla pistekorttiin. Jos perustuksena käytetään rakennusta tai muuta rakennelmaa on merkin stabiiliuden varmistamiseksi selvitettävä, ettei rakennus tai rakennelma enää painu. Lyhytkestoisessa käytössä merkki voi olla myös kiinteään rakenteeseen liimaamalla, naulaamalla, niittaamalla tai muulla menetelmällä kiinnitetty tähys.

Jokaisesta rakennetusta pisteestä täytetään pistekortti. Pistekortti on täytettävä huolellisesti ja riittävän yksityiskohtaisilla tiedoilla. Koska rakennettavat pisteet ovat EUREF-FIN –pisteitä on pistekorttiin kirjattava joko kolmiulotteiset EUREF-FIN-XYZ –koordinaatit ( $X, Y, Z$ ) tai geodeettiset EUREF-FIN-GRS80h –koordinaatit (geodeettiset leveys- ja pituuskoordinaatit, sekä ellipsoidinen korkeus). Vaaituille pisteille merkitään lisäksi N2000-korkeus. Yksi malli pistekortille on liitteessä G.

## 6.3 Mittausten valmistelu

### 6.3.1 Lähtö- ja kontrollipisteet

Ennen mittausten aloittamista tarkistetaan maastossa sekä lähtö-, että kontrollipisteiden olemassaolo ja kunto. Samalla voidaan GNSS-mittauksia varten laatia näkemäesteraportit ja tarvittaessa raivata pisteen ympäristöä.

Jos pisteiden merkkejä on kadonnut tai merkkien rakenne on rapistunut tai muuttunut siinä määrin, ettei pisteen paikkaa ja korkeutta voida luotettavasti enää määrittää, on mitaussuunnitelmaa muutettava ennen mittausten aloittamista. Lisäksi ko. merkkiä koskevat havainnot ilmoitetaan merkin rakentaneelle taholle, joka tämän mitaussuunnitelman mukaisten pisteiden kohdalla on joko Maanmittauslaitos tai Rovaniemen kaupunki.

### 6.3.2 GNSS-mittaus

Ennen GNSS-mittausten aloittamista laaditaan jokaiselta pisteeltä näkemäesteraportti. Jos pisteeltä ei ole esteetöntä taivasnäkyä korkeuskulman 20° yläpuolella on kyseisen havaintojakson ajoituksessa käytettävä rataennusteita mahdollisimman hyvän satelliittigeometrian takaamiseksi. Apuna voi käyttää esimerkiksi Trimblen Online GNSS Planning -palvelua (Trimble 2016a) ja CalSky-verkkosivustoa (Barmettler 2016).

### 6.3.3 Kojeiden tarkkuusvaatimukset takymetrimittauksessa

Käyttökiintopistemittaukset voidaan suorittaa myös kulma- ja etäisyyshavainnoin. Käytettävän elektro-optisen mittauskaluston tulee täyttää taulukossa 10 mainitut tarkkuusvaatimukset. Vaatimukset ovat JHS184-suosituksen mukaiset E5-luokan pisteiden määrittämiseksi.

### 6.3.4 Mittauskaluston merkitseminen ja muut tarkistukset

Ennen mittausten aloittamista suoritetaan mittauslaitteistolle seuraavat toimenpiteet:

- Antennit / prismat numeroidaan 1–5.
- Tallentimet / takymetrit numeroidaan 1–5.
- Mittaustavasta riippuen täytetään joko liitteen D tai E taulukoihin tiedot mittauskalustosta.

Lisäksi ennen maastoon lähtöä tarkistetaan, että

- optiset luodit, jos sellaisia käytetään, ovat kunnossa
- antennin / takymetrin akku ja vara-akku ovat täydessä varaustilassa
- tallentimen akku ja vara-akku ovat täydessä varaustilassa
- liittimet ja liitinjohdot ovat ehjiä
- pakkokeskitysjalusta on kunnossa
- kolmijalka on kunnossa
- havaintopöytäkirja on tulostettu

**Taulukko 10.** Kulma- ja etäisyyshavaintojen tarkkuusvaatimukset käyttökiintopistemittauksissa

Yhden suuntahavainnon keskivirhe	0,6 mgon
Yhden korkeuskulmahavainnon keskivirhe	1,5 mgon
Yhden etäisyyshavainnon keskivirhe	3 mm + 2 ppm

- mukana on mittanauha tai mittapuikko, kynä, kompassi ja vesuri
- yhteydenpitotavasta muihin mittaryhmiin on sovittu
- muiden mittaryhmien jäsenten matkapuhelinnumerot ovat tiedossa.

## 6.4 Havaintojen suorittaminen

### 6.4.1 GNSS-mittaus

Mittaustapana on staattinen suhteellinen (relatiivinen) GNSS-mittaus sekä perus-, että käyttökiintopisteille. Havaintojaksot peruskiintopisteiden mittaamiseksi on esitetty taulukossa 14 ja käyttökiintopisteiden mittaamiseksi taulukossa 19. Laitteiden käsittelyssä, maastotöissä ja havaintojen keräämisessä noudatetaan seuraavia ohjeita:

#### 1. Antenni

- Antenni keskistetään pisteelle ennen havaintojakson alkua vähintään millimetrin tarkkuudella.
- Antenni tasataan pakkokeskistysalustan putki- tai rasiatasaimen avulla.
- Antennin korkeus mitataan ennen havaintojakson alkua vähintään millimetrin tarkkuudella seuraavasti:
  - Mittaus suoritetaan mitattavan merkin keskistysmerkistä antennin reunaan.
  - Mittauksia tehdään kolme kappaletta antennin reunan eri kohtiin.
  - Antennin korkeus on näiden kolmen mittauksen keskiarvo.
  - Jos mitatut lukemat poikkeavat toisistaan millimetriä enempää tarkistetaan antennin keskistys ja tasaus (Vermeer 2015b, 109).
- Havaintojakson loputtua tarkistetaan antennin keskistys ja mitataan antennin korkeus uudestaan, jolloin
  - antennin korkeuden ero saa olla enintään 3 mm
  - keskistyksen on pysyttävä millimetrin tarkkuudessa.

#### 2. Havaintojen kerääminen ja tallentaminen

- Havainnot tallennetaan suorakulmaisina EUREF-FIN-XYZ –koordinaatteina, tai suorakulmaisina WGS84-koordinaatteina.
- Havaintojakson pituus on
  - peruskiintopisteitä mitattaessa yksi (1) tunti ja
  - käyttökiintopisteitä mitattaessa 30 minuuttia.
- Korkeuskulmamaskin on oltava viisi (5) astetta.
- Antennin on nähtävä koko ajan vähintään viisi satelliittia.

- PDOP-luku ei havaintojakson aikana saa ylittää arvoa viisi.
- Havaintoja tallennetaan 30 sekunnin välein.
- Tallenninta ei sammuteta tai pysäytetä kesken havaintojakson, ellei kyse ole laiteviasta.
- Yksittäisellä pisteellä voi havaintojen tallentamisen aloittaa aiemmin ja lopettaa myöhemmin kuin, mitä mittausaikataulussa on määrätty. Havaintojakson pituudeksi tulee aika, jolloin kaikki vastaanottimet tallentavat havaintoja samaan aikaan.

### 3. Maastossa

- Jokaisella pisteellä täytetään GNSS-mittausten havaintopöytäkirja (ks. liite H).
- Jos samaa antennia joudutaan syystä tai toisesta käyttämään samalla pisteellä kahden tai useamman peräkkäisen havaintojakson ajan on
  - antenni havaintojaksojen välissä poistettava pisteeltä
  - pystytettävä antenni pisteelle uudestaan ja
  - noudatettava poistamisen ja rakentamisen välillä kohdan yksi ohjeita.
- Kaikki havaitut poikkeamat tai mittaukseen mahdollisesti vaikuttavat seikat kirjataan havaintopöytäkirjaan.

#### 6.4.2 Takymetrimittaus

Kulma- ja etäisyshavainnoilla voidaan määrittää ainoastaan käyttökiintopisteitä (EUREF-FIN –luokat E5 ja E6). Laitteiden käsittelyssä, maastotöissä ja havaintojen keräämisessä noudatetaan seuraavia ohjeita:

##### 1. Takymetri

- Laite keskistetään pisteelle vähintään millimetrin tarkkuudella.
- Laite tasataan pakkokeskistysalustan putki- tai rasiatasaimen avulla. Takymetrin sisäänrakennettua tasainta tai tasauksen kompensattoria ei käytetä.

##### 2. Laittekorkeus mitataan ennen havaintojen suorittamista vähintään millimetrin tarkkuudella.

- Mittauksia suoritetaan kolme kappaletta mitattavan merkin keskistysmerkistä takymetrin vaaka-akselin merkkiin.
- Jokaisen mittauksen jälkeen takymetriä käännetään pystyakselin ympäri myötäpäivään noin 60°.
- Takymetrin korkeus on edellä tehtyjen kolmen mittauksen keskiarvo.
- Jos mitatut korkeudet poikkeavat toisistaan millimetriä enempää tarkistetaan takymetrin keskistys ja tasaus.

3. Havaintojen suorittamisen jälkeen tarkistetaan takymetrin keskistys ja mitataan kojeen korkeus uudestaan, jolloin
  - korkeuden ero saa olla enintään 2 mm ja
  - keskistyksen on pysyttävä millimetrin tarkkuudessa.
4. Prisma
  - Jos prisma pystytetään kartoitussauvan avulla on sauvan tukemiseksi käytettävä statiivia.
  - Keskistetään pisteelle vähintään millimerin tarkkuudella.
  - Tasaus suoritetaan
    - pakkokeskistysalustan putki- tai rasiatasaimen avulla, jos prisma pystytetään kolmijalan avulla, tai
    - sauvaan kiinnitetyn rasiatasaimen avulla, jos prisma pystytetään kartoitussauvan ja statiivin avulla.
  - Korkeus mitataan ennen havaintojen suorittamista vähintään millimetrin tarkkuudella.
  - Havaintojen suorittamisen jälkeen tarkistetaan prisman keskistys ja mitataan prisman korkeus uudestaan, jolloin
    - korkeuden ero saa olla enintään 2 mm ja
    - keskistyksen on pysyttävä millimetrin tarkkuudessa.
5. Havaintojen kerääminen ja tallentaminen
  - Havainnot tallennetaan korjaamattomina, ts. sääkorjauksen suuruus, prismavakio, yms. reduktiot asetetaan takymetrissa nolaksi.
  - Jokaisella pisteellä täytetään takymetrimittausten havaintopöytäkirja (ks. liite I),
  - Jokaiselta pisteeltä mitataan vähintään neljä (4) havintosarjaa perinteisellä sarjahavaintomenetelmällä.
    - Yksi sarja koostuu kahdesta puolisarjasta.
    - Ensimmäiseen puolisarjaan mitataan tähtäyspisteet takymetrin I-asennossa ja tähtäyspisteet mitataan myötöpäivään kiertäen.
    - Toiseen puolisarjaan mitataan tähtäyspisteet takymetrin II-asennossa ja tähtäyspisteet mitataan vastapäivään kiertäen (Laurila 2012, 341).
    - Jokaiseen tähtäyspisteeseen mitataan sekä kulma, että etäisyys.
  - Kulmahavainnoissa suurin havaittu ero saa olla enintään 2,0 mgon.
  - Etäisyshavainnoissa suurin havaittu ero saa olla enintään 15 mm.





Pisteistä kolme on uusia ja ne rakennetaan ennen mittausten aloittamista. Näille pisteille taulukossa esitetään likimääräiset koordinaatit suunnitellun rakentamispaikan haarukointiin. Jos pisteiden korkeuksia tarvitaan verkon analysoinnissa on rakennettaville pisteille käytetty korkeutta 91 metriä.

Pisteistä kaksi on kaupungin jo rakentamia ja mittaamia. Jos pisteiden rakenne täyttää mittaussuunnitelmassa esitetyt vaatimukset määritetään niille uudet koordinaatit. Pisteet liitetään peruskiintopisteverkkoon niiden olemassa olevilla pistenumeroilla. Jos pisteiden rakenne ei täytä mittaussuunnitelman vaatimuksia rakennetaan lähistölle uusi piste. Jos kaupungin rakentama piste on tuhoutunut rakennetaan sen paikalle uusi piste, jolle annetaan myös uusi pistenumero. Tuhoutuneista pisteistä ilmoitetaan kaupungin paikkatieto- ja tonttipalvelut –osastolle. Kaupungin mittaamille pisteille annetaan taulukossa niiden tämänhetkiset koordinaatit.

#### 6.5.2 Lähtöpisteet

Peruskiintopisteverkon lähtöpisteinä käytetään kaupungin mittaamia E3-luokan pisteitä, sekä Geotrim Oy:n ylläpitämän Trimnet-verkon pysyvää GNSS-asemaa (luokka E2). Pysyvän GNSS-aseman osalta mittaukset tapahtuvat ohi pistehierarkian, jolloin määritettävien pisteiden EUREF-FIN –luokka määräytyy mittausten perusteella. Lähtöpisteet on koordinaatti- ja korkeustietoineen lueteltu taulukossa 21. Kuviossa B.4 (liite B) on esitetty kampusalueen ympäristössä sijaitsevat mahdolliset lähtö- ja kontrollipisteet. Kuvioista ilmenee myös valittujen lähtöpisteiden rajaama mittausalue. Piste 503 valittiin lähtöpisteeksi pisteen 510 sijaan, jotta mittausalueelle saadaan kontrollipisteitä. Kuviossa B.5 esitetään lähtöpisteiden, kontrollipisteiden, sekä uusien peruskiintopisteiden sijainnit.

**Taulukko 12.** Peruskiintopistemittausten lähtöpisteet

PISTE	ETRS-GK26		N2000	PAIKKA
	N (m)	E (m)	H (m)	
503	7 377 194,211	26 484 394,310	80,966	VT4, Alakorkalontie 32:n kohdalla
ROVA	7 378 212,493	26 487 950,243	101,111	Hallituskatu 1
131	7 376 037,232	26 488 402,090	93,760	Metsäruusuntie 12
101	7 375 770,784	26 487 468,326	136,070	Kemijoen itäpuolentien ja Mäkitien risteys

### 6.5.3 Kontrollipisteet

Peruskiintopisteverkon mittauksia kontrolloidaan kolmella kaupungin mittaamalla E4-pisteellä. Kontrollipisteiden etäisyys mittausalueen reunoista on alle kolme kilometriä. Kontrollipisteet on lueteltu taulukossa 13 ja esitetty kuviossa B.5 (liite B).

Mittauksia suoritettaessa kontrollipisteille määritetään uudet koordinaatit. Jos uusien koordinaattien ja kontrollipisteelle aiemmin määritettyjen koordinaattien ero on alle 25 mm tassossa ja alle 50 mm korkeudessa voidaan mittausten katsoa olevan yhteensopivia alueella aiemmin tehtyjen mittausten kanssa.

### 6.5.4 GNSS-havaintojaksot

Mahdollisuus käyttää Trimnetin GNSS-tukiaseman havaintodataa lisää käytettävissä olevien vastaanottimien määrän kuuteen kappaleeseen. Jokaisella havaintojaksolla voidaan mitata tällöin viisi riippumatonta vektoria. Kuvion B.4 (liite B) kolmioverkossa on sivuja yhteensä 25 kappaletta. Ylimäärityksen vuoksi vektoreita on mitattava yhteensä  $1,15 \cdot 25 \approx 29$  kappaletta.

Kuudella vastaanottimella tarvitaan mittausten suorittamiseen kuusi havaintojaksoa, joiden aikana mitataan yhteensä 30 riippumatonta vektoria. Kahdesti mitattuja vektoreita on siten 20%. Kuusi havaintojaksoa on pieni määrä, eikä mitattavien vektoreiden määrää ole sen vuoksi syytä pienentää purkamalla kolmioita monikulmioiksi tai lisäämällä verkon reunapisteitä.

Havaintojaksot on esitetty kuviossa B.7 ja taulukossa 14 (liite B). Taulukon numerot viittaavat vastaanotin–tallennin -parin numeroihin. Lähtöpiste ROVA on kiinteä GNSS-tukiasema, jota hyödynnetään jokaisessa havaintojaksossa ja jonka tallentama havaintodata haetaan

**Taulukko 13.** Peruskiintopistemittausten kontrollipisteet

PISTE	ETRS-GK26		N2000	PAIKKA
	N (m)	E (m)	H (m)	
140	7 377 412,111	26 485 880,000	83,346	Alakorkalontien ja Perähuhdantien risteys
49	7 376 846,910	26 486 396,159	96,239	Viirinkankaantie 25
134	7 376 302,666	26 486 861,486	78,622	Hirttiönniemi

Geotrim Oy:n Trimnet-palvelusta. Taulukosta voidaan myös todeta, että jokainen piste kuuluu JHS184-vaatimusten mukaisesti vähintään kahteen havaintojaksoon.

Pisin mitattava vektori on noin 2,6 km pisteiden 503 ja 134 välillä, jolloin havaintojakson vähimmäiskesto on yksi tunti. Havaintojakson kesto on aika, jolloin kaikki vastaanottimet ovat yhtä aikaa päällä ja tallentavat havainnot.

Vastaanottimien käyttö on havaintojaksojen suunnittelussa huomioitu siten, että samaa vastaanotinta ei käytetä samalla pisteellä peräkkäisten havaintojaksojen aikana. Tämä toteutuu, vaikka havaintojaksojen järjestystä muutettaisiin.

#### 6.5.5 Analysointi

Käytetään a priori -tarkkuuksina keskihajontoja taulukosta 4:  $D_X = 6+0,8L$ ,  $D_Y = 5+0,7L$  ja  $D_Z = 7 + 1,1L$ , missä keskihajonnan yksikkö on millimetri ja  $L$  on pisteiden välisen vektorin pituus kilometreinä. Laskenta on suoritettu kappaleessa 4.6.1 esitetyin menetelmin. Lähtö- ja kontrollipisteiden koordinaateille tehtiin konversio geosentrisiksi suorakulmaisiksi kolmiulotteisiksi koordinaateiksi Paikkatietokeskuksen koordinaattimuunnospalvelulla. Koordinaatit löytyvät taulukosta 15. Pisteille 17A001 – 17A003 on käytetty korkeutena arvoa 91 metriä.

**Taulukko 14.** Peruskiintopistemittausten havaintojaksot

PISTE	LAJI	LUOKKA	HAVAINTOJAKSO					
			1	2	3	4	5	6
503	lähtöpiste	E3					1	5
ROVA	lähtöpiste	E2	x	x	x	x	x	x
131	lähtöpiste	E3	1	2				
101	lähtöpiste	E3	3	1		4		
140	kontrollipiste	E4					4	3
49	kontrollipiste	E4					5	4
134	kontrollipiste	E4				1	3	2
17A001	määritettävä	E4	2	3	4			
17A002	määritettävä	E4			5	3		1
17A003	määritettävä	E4		5	3	2		
5550	määritettävä	E4	4		2	5		
83	määritettävä	E4	5	4	1		2	

Pisteiden varianssit-kovarianssimatriisit verkon geometrian ja a priori -tarkkuuksien perusteella esitetään taulukossa C.1 (liite B). Varianssien NEU-komponentit on laskettu yhtälöllä (15) käyttäen käyttökiintopisteen 50502 geodeettisia koordinaatteja  $\phi = 66,481\ 161\ 444^\circ$  ja  $\lambda = 25,722\ 809\ 584^\circ$ . Kuviossa C.1 (liite C) esitetään pisteiden absoluuttiset virhe-ellipsit. Suhteelliset virhe-ellipsit eivät tässä tapauksessa tarjoa merkittävää lisäinformaatiota.

Kahdeksalle pisteelle määritetään kolme koordinaattia kullekin, jolloin tuntemattomia on yhteensä 24 kappaletta. Kaikkiaan mitataan 30 riippumatonta vektoria, jolloin havaintoja on yhteensä 90 kappaletta. Mittausten kontrolloitavuusluku on 0,73.

**Taulukko 15.** Määritettävien peruskiintopisteiden, sekä peruskiintopisteverkon lähtö- ja kontrollipisteiden kolmiulotteiset koordinaatit

PISTE	X (m)	Y (m)	Z (m)
17A001	2 299 787,7610	1 108 219,8501	5 825 475,0597
17A002	2 299 434,4795	1 107 158,5622	5 825 814,0469
17A003	2 299 187,8768	1 107 583,4683	5 825 830,4887
5550	2 299 361,0924	1 108 190,1884	5 825 633,1915
83	2 299 651,4607	1 107 722,5558	5 825 622,9071
503	2 300 368,2889	1 104 601,4203	5 825 919,1415
ROVA	2 297 980,1482	1 107 392,9858	5 826 350,7852
131	2 299 572,5218	1 108 672,3868	5 825 476,9293
101	2 300 216,0340	1 107 947,2340	5 825 407,7703
140	2 299 539,4921	1 105 850,1820	5 826 011,3938
49	2 299 784,0774	1 106 543,7298	5 825 798,7321
134	2 300 022,6353	1 107 177,8534	5 825 566,2803

## 6.6 Suunnitelma käyttökiintopisteverkolle

### 6.6.1 Määritettävät pisteet

Kampusalueen olemassaoleva pisteverkko on tiheä ja pistevälit lyhyitä, minkä vuoksi kaikkia olemassa olevia pisteitä ei hyödynnetä. Olemassa olevaa pisteverkkoa täydennetään pääasiassa kampusalueen reunoille määritettävillä pisteillä.

Käyttökiintopisteverkko rakentuu taulukossa 16 esitetyistä pisteistä. Ennen mittausten aloittamista rakennettavat pisteet on merkitty sarakkeeseen UUSI. Pisteiden valinnassa on pyritty siihen, että pisteväli olisi vähintään sata metriä. Toisaalta kampusalueen koon ja rakennuskannan vuoksi pistevälit ovat suurimmaksi osaksi alle 200 metriä, jotkin myös alle sata metriä. Reaaliaikainen GNSS-mittaus ei sen vuoksi tule kysymykseen. Takymetri-mittausta silmälläpitäen on määritettävät pisteet pyritty sijoittamaan siten, että jokaiselta pisteeltä olisi näkyvyys vähintään kahdelle muulle määritettävälle pisteelle, tai määritettävälle pisteelle ja lähtöpisteelle. Lisäksi on pyritty luomaan solmupisteitä, jolloin jonoista voidaan muodostaa verkkoja.

Pisteistä viisi on uusia ja ne rakennetaan ennen mittausten aloittamista. Näille pisteille esitetään taulukossa likimääräiset koordinaatit suunnitellun rakentamispaikan haarukointiin. Pisteistä kolme on kaupungin jo rakentamia ja mittaamia E5-luokan pisteitä. Jos pisteiden rakenne täyttää mittaussuunnitelmassa esitetyt vaatimukset, määritetään niille uudet koordinaatit. Jos pisteiden rakenne ei täytä mittaussuunnitelman vaatimuksia, rakennetaan lähistölle uusi piste. Jos kaupungin rakentama piste on tuhoutunut rakennetaan sen paikalle uusi piste, jolle annetaan myös uusi pistenumero. Tuhoutuneista pisteistä ilmoitetaan kaupungin paikkatieto- ja tonttipalvelut –osastolle. Kaupungin mittaamille pisteille annetaan taulukossa niiden tämänhetkiset koordinaatit.

Määritettävistä pisteistä kolme kuuluu kampusalueen olemassaolevaan pisteverkkoon. Näiden kohdalla noudatetaan samoja ohjeita kuin kaupungin mittaamien pisteiden kohdalla. Pisteistä yksi on seinäpiste. Jos seinäpiste ja maahan perustettu piste sijaitsevat lähekkäin on mittaussuunnitelmaan valittu pääsääntöisesti maahan perustettu piste.

### 6.6.2 Lähtöpisteet

Käyttökiintopisteverkon lähtöpisteinä käytetään luvussa 6.5 kuvattuja ja määritettyjä peruskiintopisteitä. Lähtöpisteet on lueteltu taulukossa 17. Kirjoitushetkellä niille ei ole olemassa tämän mittaussuunnitelman mukaisia koordinaatteja, mistä syystä uusille lähtöpisteillä esite-



**Taulukko 17.** Käyttökiintopistemittausten lähtöpisteet

PISTE	ETRS-GK26		N2000	PAIKKA
	N (m)	E (m)	H (m)	
17A001	7 376 041	26 487 901		Alaojantie 17, Kemijoen raSnta
17A002	7 376 894	26 487 102		Väylätien ja Yliopistonkadun risteys
17A003	7 376 933	26 487 592		Yliopistonkatu 6, koulu
5550	7 376 467,649	26 488 061,352	77,458	Jokiväylän ja Korvanrannan risteys
83	7 376 412,212	26 487 513,791	91,405	Korvanranta 56

### 6.6.3 Kontrollipisteet

Käyttökiintopisteverkon mittauksia kontrolloidaan kahdella kaupungin mittaamalla E5-pisteellä, jotka sijaitsevat mittausalueella. Kontrollipisteet on lueteltu taulukossa 18.

Mittauksia suoritettaessa kontrollipisteelle määritetään uudet koordinaatit. Jos uusien koordinaattien ja kontrollipisteelle aiemmin määritettyjen koordinaattien ero on riittävän pieni voidaan mittausten katsoa olevan yhteensopivia alueella aiemmin tehtyjen mittausten kanssa. Tällöin kontrollipisteet liitetään vanhoilla tunnuksillaan osaksi kampusalueen pisteverkkoa.

### 6.6.4 GNSS-havaintojaksot

JHS184-suositusten mukaan on vierekkäisten pisteiden välinen vektori mitattava suoraan, jos pisteiden etäisyys on alle 500 metriä. Pistevälejä 17A002–17A011, 17A003–17A016 ja 5537–17A016 lukuunottamatta pistevälit ovat alle 500 metriä. Mitataan käyttökiintopisteet kolmioverkkona, josta on poistettu pisteiden 17A002–17A011 välinen vektori.

**Taulukko 18.** Käyttökiintopistemittausten kontrollipisteet

PISTE	ETRS-GK26		N2000	PAIKKA
	N (m)	E (m)	H (m)	
5546	7 376 623,991	26 487 483,896	77,598	Rantavitikantien ja Heinämiehentien risteys
5548	7 376 419,341	26 487 836,322	77,441	Korvanranta 48

Taulukko 19. Käyttökiintopistemittausten havaintojaksot

PISTE	LAJI	LUOKKA	HAVAINTOJAKSO											
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
17A001	lähtöpiste	E4	1	2										
17A002	lähtöpiste	E4								5	3	1		
17A003	lähtöpiste	E4								4		5		
83	lähtöpiste	E4				2	3							1
5550	lähtöpiste	E4	4	5										
5546	kontrolli	E5						2		1	3	4		
5548	kontrolli	E5	5	3	1									
17A011	määritettävä	E5					5	4						
17A012	määritettävä	E5								3		5	2	
17A013	määritettävä	E5			2	5	1		3					4
17A015	määritettävä	E5						1	4	2				
17A016	määritettävä	E5	3		4				5		2	1		
5537	määritettävä	E5								5	1	2	4	
5549	määritettävä	E5	2	1										
5547	määritettävä	E5		4	3	1	2							
50501	määritettävä	E5							1	4			3	5
50504	määritettävä	E5				3	4	5						2
95020	määritettävä	E5			5	4		3	2					1

Havaintolaitteita on käytettävissä viisi kappaletta. Jokaisella havaintojaksolla voidaan mitata tällöin neljä riippumatonta vektoria. Kuvion B.9 verkossa on sivuja yhteensä 41 kappaletta. JHS184 ei edellytä ylimääritystä, mutta mitataan silti 12 havaintojaksoa, jolloin kahdesti mitattuja vektoreita on 48 kappaletta, noin 17%. Havaintojaksot on esitetty kuviossa B.9 ja taulukossa 19. Taulukon numerot viittaavat vastaanotin–tallennin -pariin.

Pisin mitattava vektori on noin 530 metriä pisteiden 17A003 ja 17A016 välillä, jolloin havaintojakson vähimmäiskesto on 30 minuuttia. Havaintojakson kesto on aika, jolloin kaikki vastaanottimet ovat yhtä aikaa päällä ja tallentavat havainnot. Vastaanottimien käyttö on havaintojaksojen suunnittelussa huomioitu siten, että samaa vastaanotinta ei käytetä samalla pisteellä peräkkäisten havaintojaksojen aikana. Tämä toteutuu, vaikka havaintojaksojen järjestystä muutettaisiin. Vastaanottimien siirtämistä havaintojaksosta toiseen ei ole optimoitu.



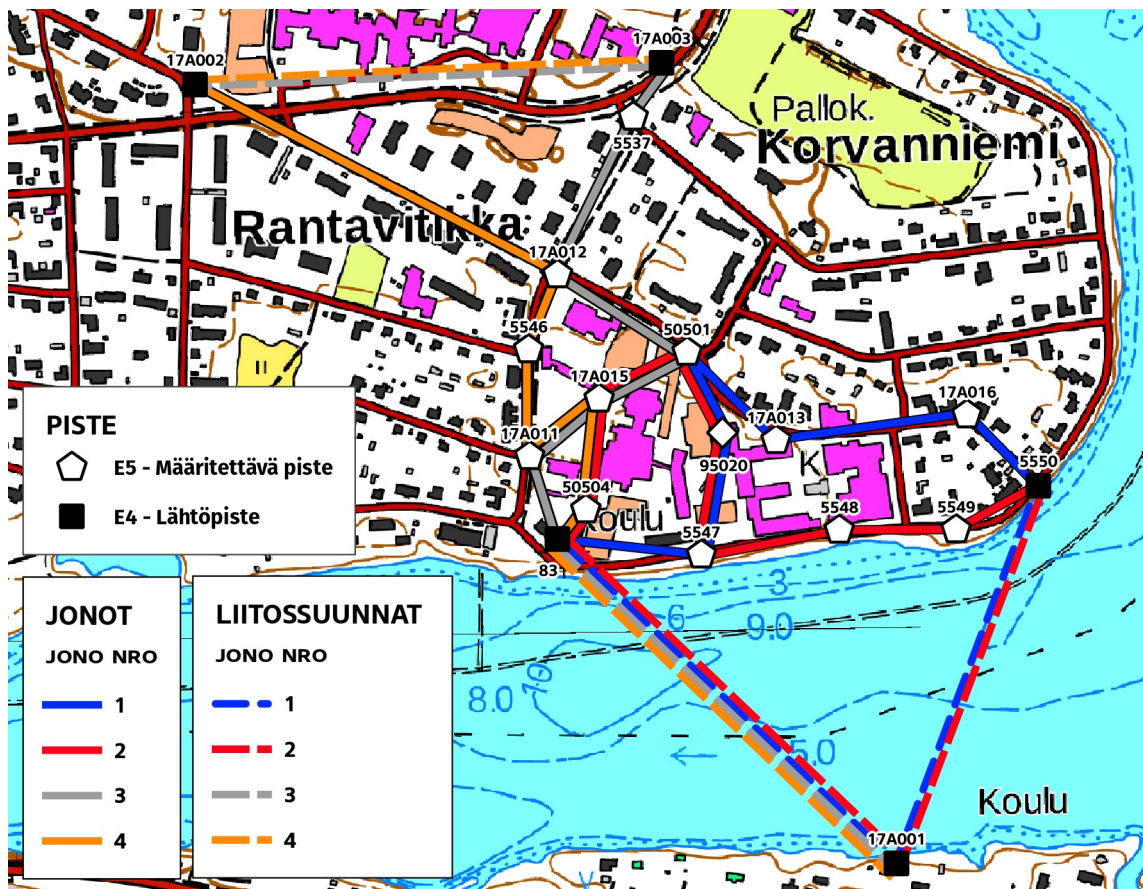
**Taulukko 20.** Suunta- ja etäisyshavainnoin mitattavat jonot

JONO	LIITOS	PISTEET	LIITOS
1	17A001	83 – 5547 – 95020 – 50501 – 17A013 – 17A016 –	5550 17A001
2	17A001	83 – 50504 – 17A015 – 50501 – 95020 – 5547 – 5548 – 5549 –	5550 17A001
3	17A001	83 – 17A011 – 17A015 – 50501 – 17A012 – 5537 –	17A002 17A002
4	17A001	83 – 50504 – 17A005 – 17A011 – 5546 – 17A012 –	17A002 17A003

### 6.6.5 Jonomittaus

Kuviossa 10 esitetään sellaiset käyttökiintopisteiden pistevälit, joilla kartta- ja ilmakuvien perusteella on näköyhteys. Yhden jonon pituus saa olla enintään kaksi kilometriä, ja jonossa saa olla enintään kahdeksan määritettävää pistettä. Mitattavat jonot on koottu taulukkoon 20 ja kuvioon 10.

Rakennuskannan vuoksi ei kaikkia vierekkäisiä pisteitä pystytä mittaamaan suoraan, vaikka niiden välinen etäisyys olisikin alle 500 metriä. Havaintojen suorituksen ja työmenetelmien suhteen tulee olla erityisen huolellinen.



**Kuvio 10.** Suunta- ja etäisyshavainnoin mitattavat pistevälit, ETRS-GK26, mittakaava 1:9000, sisältää Maanmittauslaitoksen peruskarttarasteria, sekä Rovaniemen kaupungin pistetietoja

### 6.6.6 Analysointi

Analysoidaan suunta- ja etäisyshavaintoja. Yksinkertaisuuden vuoksi otetaan huomioon vain vaakakulma- ja etäisyshavainnot, toisin sanoen pystykulman aiheuttama virhe vi-noetäisyyteen oletetaan nolaksi. Yhden atsimuuttikulman tarkkuuden on oltava vähintään 0,6 mgon, jolloin kahden pisteen välisen kulman (ts. kahden atsimuuttikulman erotuksen) tarkkuudeksi voidaan arvioida  $\sqrt{2 \cdot (0,6 \text{ mgon})^2} \approx 0,85 \text{ mgon}$ . Etäisyyden tarkkuus on 3 mm + 2 ppm. Jokainen kulma ja etäisyys mitataan yhteensä kahdeksan kertaa (4 sarjaa takymetrin I- ja II-assennoissa). Lasketaan jonot taulukon 20 mukaan, jolloin yhtälöiden (58) ja (61) avulla saadaan laskettua pisteiden varianssi-kovarianssimatriisit. Tulokset on koottu taulukkoon C.2 liitteessä C.

Yhteensä suoritetaan 608 havaintoa. Yhteensä 13:sta pisteelle määritetään kaksi koordi-naattia, jolloin tuntemattomia on 26. Verkon kontrolloitavuusluku on yhtälön (38) perusteella 0,96. Virhe-ellipsien perusteella huomataan, että pisteiden 5548, 5549, 17A13 ja 17A015 kohdalla verkon tarkkuus on huonompi kuin muiden pisteiden osalta. Syy selittyy sillä, et-tä muut pisteet on mitattu kahteen kertaan. Tarkkuutta voi parantaa esimerkiksi mittaamalla jonot yksi ja kaksi toiseen kertaan.

## 6.7 Korkeuksien vaaitseminen

Peruskiintopisteiden N2000-korkeus määritetään tarkkavaaituksella. Lähtö- ja sulkupisteinä käytetään Maanmittauslaitoksen mittaamia 1.–3. luokan korkeuskiintopisteitä. Rantavitikan lähistöllä sijaitsevat korkeuskiintopisteet on lueteltu taulukossa 21 ja esitetty kartalla kuviossa B.10 liitteessä B. Kaikkien pisteiden merkkinä on pultti. Käyttökiintopisteiden korkeudet vaaitaan käyttäen lähtö- ja sulkupisteinä peruskiintopisteitä. Vaaituksessa noudatetaan Kaavoitusmittausohjeessa (KMO 2003, 10, 15) annettuja menetelmiä ja tarkkuusvaatimuksia.

Peruskiintopisteverkossa suhteellisen tarkkuuden on korkeuserojen osalta oltava alle viisi miljoonasosaa. Käyttökiintopisteiden suhteellisen korkeustarkkuuden on oltava parempi kuin 50 ppm. (KMO 2003, 10.) Jos pisteiden välinen etäisyys on alle sata metriä, on korkeuksien absoluuttisen tarkkuuden oltava parempi kuin viisi millimetriä. Lisäksi yksittäisen vaaituslinjan korkeussulkuvirheen itseisarvolle  $|\nu_H|$  on oltava voimassa (KMO 2003, 15):

$$|\nu_H| < 1,96 \cdot \mu \cdot 10^{-6} \cdot L \quad (71)$$

missä  $\mu$  on mitattavan luokan edellä mainittu suhteellinen tarkkuusvaatimus ja  $L$  vaaituslinjan pituus metreinä.

**Taulukko 21.** Valtakunnallisia korkeuskiintopisteitä

PISTE	LKA	ETRS-TM35FIN		N2000	ALUSTA	PAIKKA
		N (m)	E (m)	H (m)		
1916	1	7 376 365	444 122	77,726 72	kalliossa	polulta
5207	1	7 376 358	444 094	75,870 64	kalliossa	
49245	1	7 375 822,4	443 998,4	83,750 19	sillassa	rautatiestä etelään 6,1 metriä
49260	1	7 376 388	444 126	78,597 12	kalliossa	
63051	1	7 375 733,0	443 614,6	83,745 35	sillassa	rautatiestä pohjoiseen 3,7 metriä
96121	1	7 375 835	440 761	81,200 99	maakivessä	rautatiestä etelään 16,9 metriä
96123	1	7 376 025	441 511	80,440 55	sillassa	rautatiestä pohjoiseen 2,3 metriä
542377	2	7 373 247,2	444 257,8	81,3791	maakivessä	tiestä itään 37,1 metriä
724257	3	7 373 065,0	441 447,6	80,5050	rummussa	tiestä kaakkoon 7,3 metriä
724258	3	7 373 502,7	442 943,0	81,3704	kalliossa	tiestä etelään 6 metriä
941149	2	7 374 323	444 231	77,6066	sillassa	tiestä itään 5,7 metriä

## 6.8 Suunnitelman soveltaminen

Mittaus suunnitelmassa on ratkaistu I-asteen suunnitteluongelma ja havaintosuunnitelma on laadittu sen pohjalta. Maastossa ei ole käyty. Jos sekä perus-, että käyttökiintopisteet mitataan GNSS-menetelmällä on E4-verkon osalta suunnitelma sinänsä käyttökelpoinen. Suunnitelmaa on kuitenkin muutettava, jos maastossa jonkin pisteen paikka todetaan liian peitteiseksi tai pistettä ei voida rakentaa.

Havaintojaksojen suunnittelussa ei kaluston siirtoja ole pohdittu. Jaksojen järjestys on laadittu vain sillä perusteella, ettei samoja laitteita käytetä kahden tai useamman peräkkäisen havaintojakson ajan samalla pisteellä. Kun yksi mittaryhmä siirtää ja käyttää yhtä vastaanointia voinee peruskiintopisteverkon mittauksissa yhden havaintojakson kestoksi siirtymisineen arvioida kaksi tuntia. Koko verkon mittaamiseen kuluu kaksi kuuden tunnin työpäivää. Jos käyttökiintopisteverkon osalta yhden GNSS-havaintojakson kestoksi siirtymiset mukaan lukien arvioidaan 1,25 tuntia kuluu koko verkon mittaamiseen kaksi 6,25:n tunnin työpäivää ja yksi 3,75:n tunnin työpäivä.

Käyttökiintopisteverkossa pistevälit 17A013–95020 ja 83–50504 ovat lyhyitä. Jotta pisteiden välinen suhteellinen virhe pysyisi mahdollisimman pienenä on kojeiden keskistyksessä ja korkeuden mittaamisessa noudatettava erityistä huolellisuutta. Piste 50504 voinee jättää E6-luokkaankin. Jos käyttökiintopisteverkko mitataan suunta- ja etäisyyshavainnoin kannattaa vielä panostaa II- ja III-asteen suunnitteluongelmien ratkaisemiseen. Lisäksi on peruskiintopisteverkko tarkistettava ja tarvittaessa muutettava siten, että eri puolilta mittausaluetta löytyy ainakin kaksi sellaista peruskiintopisteparia, joiden välillä on suora näkyvyys. Näin saadaan jonot liitettyä täydellisesti.

Peruskiintopisteiden korkeuksien vaaitsemiseksi on tehtävä oma suunnitelma ja laadittava mittausohjeet. Jos käyttökiintopisteet mitataan takymetrillä voidaan niiden korkeudet määrittää myös trigonometrisesti, jolloin koko verkko saadaan mitatuksi kerralla. Trigonometristä korkeudenmäärittäystä ei kuitenkaan saa käyttää yli 300:n metrin pisteväleillä. Painovoimaan perustuvan tasauksen käytöstä aiheutuva luotisuoran ja vertausellipsoidin normaalin välinen ero on myös korjattava joko geoidimallilla tai paikallisesti määritetyn hilan avulla.

## 7 POHDINTA

Johtopäätöksenä tämän opinnäytetyön perusteella voisi pitää sitä, etteivät kiintopistemittaukset eroa muista kartoitusmittauksista kuin työmääränsä vuoksi. Havaintoajat ovat pidempiä, havaintosarjoja on tehtävä useampia ja kenttätyöskentelyssä on oltava hiukan tarkempi. Toki tarkka työskentely on aina selviö mitattaessa. JHS184-suosituksen ilmestymisen jälkeen mittausohjeetkin ovat selvät ja kiintopistemittausten suunnittelu onnistuu helposti. Suurin tietotaidollinen vaatimus kiintopistemittauksissa liittyneekin jälkilaskennasta saatujen tulosten arviointiin, mitä tässä työssä ei käsitelty.

Käytännön kysymyksistä mittausten suunnittelijaa vaivannee eniten se, mikä on sopiva määrä ja sijoittelu pisteitä millekin alueelle? Vastaus riippuu vastaajasta. Rakennetuilla alueilla lienee harvoin tilannetta, jossa verkon voisi sekä käyttötarkoituksensa että mittausohjeiden kannalta rakentaa optimaaliseksi. Kompromisseja on tehtävä, sillä verkon on ensisijaisesti oltava helposti käytettävissä. Mittausohjeiden vaatimuksia esimerkiksi pisteväliä pituuksien suhteen voinee taivuttaa. Kenties E4-luokkaan määritettävä piste voi hiukan sijaita lähtöpisteiden sulkeman alueen ulkopuolellakin. Muodostuupa verkon lopullinen konfiguraatio minkälaiseksi hyvänsä ei huolellisista työtavoista kuitenkaan ole luistaminen. Virheet kasautuvat.

Aihetta työlle ehdotti työn ohjaaja: kampusalueen pisteverkko on saneerauksen tarpeessa. Ensisijaisena tavoitteena oli luoda käyttökelpoinen mittaussuunnitelma. Teoriaosassa ajatuksena oli luoda yleiskatsaus kiintopistemittausten suorittamiseen, arvioida JHS184-suosituksia kriittisesti, ja hiukan myös vertailla suomalaisia mittausohjeita ruotsalaisiin. Aiemmin harjoitustyönä laaditun suunnitelman pohjalta mittaussuunnitelma valmistuikin riipeästi, teoriaosa sen sijaan ei. Miksi jossain puhutaan vertausjärjestelmästä ja muualla koordinaatistosta? Miksi samassa havaintojaksossa ei saa muodostua sulkeutuvia silmuja? Miksi on käytettävä kaksitaajuushavaintoja? Mikä on PDOP-luvun konkreettinen vaikutus pisteen koordinaatteihin? Millä perusteilla on valittu pistesulkuvirheiden rajat? Minkälainen ylipäätään on tarkka mittaus tai koordinaatti? Kysymyksiä oli paljon, vastauksia ei ollut ensimmäistäkään.

Koordinaattien määrittämiseen liittyy jossain määrin matematiikkaa. Tilanne nähdäkseni pakottaa heti alussa tekemään valintoja: Millä tarkkuudella perusteita ja yhtälöitä olisi käsiteltävä, vai siteerataanko vain lähteiden selkokielisiä osia? Oman oppimiseni vuoksi ajattelin perehtyä perusteisiin koordinaattien takana, koska vastaukset löytyvät sieltä. Aikahan kuitenkin ei suureen perusteellisuuteen niissä puitteissa, mikä opinnäytetyön tekemisen kannalta on järkevää, riitä. Teoriaosaksi muodostuikin kokoelma perusteellisuudeltaan vaihtelevia yksityiskohtia. Vaikka itse työn osalta eivät kaikki tavoitteet täytyneetkään, omat

oppimistavoitteeni täytyivät hyvin: mistä on kiintopistemittauksissa kyse, kuinka koordinaatteja lasketaan ja mistä koordinaattien tarkkuus saadaan.

Teoriaosan parempaa antia ovat mielestäni vertausjärjestelmiä ja koordinaatistoja, sekä sisäistä ja ulkoista tarkkuutta käsittelevät kappaleet. Ensin mainitun toivon selventävän sitä sotkua, mikä mainittujen termien kohdalla kirjallisuudessa tällä hetkellä on. Jälkimmäisestä käy mielestäni kiistatta selville, miksi mittauslaitteiden kalibrointi on tehtävä säännöllisesti. Hyvää antia ovat myös simulointiesimerkit, vaikka joitakin mutkia niissä oikaisin. Laskuharjoitukset ja -esimerkit ovat aina hyödyllistä! Niitä on aina myös liian vähän, mikä valitettavasti pätee tähänkin työhön.

Mikä on tämän työn kohdalla teorian ja käytännön vastaavuus? Mitä pienimmän neliösumman menetelmään tulee käytti sitä geodeettisten verkkojen laskemiseksi jo Carl Friedrich Gauss. Ingram (1911) puolestaan kirjansa "Geodetic Surveying and the Adjustment of Observations" esipuheessa toteaa, että "Pennsylvanian yliopisto on perusteellisten tutkimusten jälkeen epäonnistunut löytämään sellaista sopivaa kirjaa, josta maanmittausinsinööreille voisi opettaa geodeettisten mittausten ja havaintojen tasoituksen suorittamista siten, kuin sitä heille mielestämme kuuluisi opettaa". Kirjan alaotsake on "Method of Least Squares". Kotimaistakin kirjallisuutta on tarjolla jo vuodelta 1965 (Hirvonen 1965). Näyttäisi siltä, että pienimmän neliösumman menetelmä on varhaisessa vaiheessa vakiinnuttanut paikansa havaintojen tasoittamisessa. Sen kummemmin uudempia lähteitä etsimättä totean sen nykyisin olevan de facto -menetelmä kiintopisteiden koordinaattien määrittämiseksi, joten teoria vastaa käytäntöä. Pikemminkin pitäisi kysyä, onko tasoituksen suorittamiseksi olemassa parempia menetelmiä?

Jatkotutkimukselle avautui useita aiheita. Vertailu ruotsalaisiin kiintopistemittausohjeisiin jäi tässä työssä suorittamatta. Lantmäterietin julkaisema materiaali kuitenkin vaikuttaa hyvältä ja monipuoliselta. Tässä olisi mahdollisuus poimia parhaat ja käyttökelpoisimmat palat kotimaiseenkin osaamiseen. Toinen tutkimusaihe liittyy korkeuden määrittämiseen. GNSS-menetelmällä määritetty korkeus tosin on epätarkka, mutta joihinkin tarpeisiin mahdollisesti riittävä. Muutama laskuesimerkki geoidimallin ja paikallisen hilan käyttämisestä korkeuksien muuttamiseksi N2000-korkeusjärjestelmään voisi olla käyttökelpoista materiaalia. Myös paikallisen hilan määrittämistä voisi käsitellä. Eurooppaan on luotu oma vertausjärjestelmäkin korkeuksien määrittämiseen. Kolmas tutkimusaihe voisi käsitellä aiemmin mainittujen keskistys-, tasaus- ja tähtäysvirheiden vaikutusta havaintoihin ja tasoitettuihin koordinaatteihin. Kuinka suuren muutoksen pisteen koordinaatteihin aiheuttaa millimetrin ero kojekorkeudessa tai asteen kallistus prisma-auvassa?

## LÄHTEET

Altamimi, Z. (toim.) 2011. European Terrestrial Reference System 89. Institut national de l'information géographique et forestière. Viitattu 11.9.2016 <http://etrs89.ensg.ign.fr/>.

Barmettler, A. 2016. CalSky. Global Navigation Satellite System GNSS (GPS/GLONASS). Viitattu 8.3.2016 <http://www.calsky.com/?GPS>.

Best-Fit Computing 2017. Home. Viitattu 19.1.2016 <http://bestfit.com/index.html>.

BitWise Ideas 2016. Home of GeoLab and the GeoLab Blog. Bitwise Ideas Inc. Viitattu 26.9.2016 <http://www.bitwiseideas.com>.

Blachut, T. J., Chrzanowski, A. & Saastamoinen, J. H. 1979. Urban Surveying and Mapping. 9. painos. New York: Springer-Verlag.

Boucher, C. & Altamimi, Z. 2011. Memo: Specifications for reference frame fixing in the analysis of a EUREF GPS campaign. Versio 8. EUREF Technical Working Group. Viitattu 27.1.2017 [http://epncb.oma.be/\\_documentation/guidelines](http://epncb.oma.be/_documentation/guidelines).

CRS-EU 2014. Information and Service System for European Coordinate Reference Systems. Viitattu 11.9.2016 <http://www.crs-geo.eu>.

Delčev, S., Gučević, J. & Ogrizović V. 2015. Comparison of Different Software for GPS Network Adjustment. Teoksessa: FIG Working Week 2015. International Federation of Surveyors. Sofia. Viitattu 26.9.2016 [https://www.fig.net/resources/proceedings/fig\\_proceedings/fig2015/techprog.htm](https://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig2015/techprog.htm).

Earth Orientation Center 2017. Missions of the EOP Product Centre of the International Earth Rotation and Reference Systems Service. Paris Observatory. Viitattu 26.1.2017 <http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/index.php>.

EPN Central Bureau 2016. EUREF Permanent Network. Viitattu 11.9.2016 <http://epncb.oma.be>.

EUREF 2016. Welcome to EUREF! IAG Reference Frame Sub Commission for Europe. Viitattu 11.9.2016 <http://www.euref.eu>.

FGCC 1988. Geometric Geodetic Accuracy Standards and Specifications for Using GPS relative Positioning Techniques. Version 5.0. USA: Federal Geodetic Control Committee. Viitattu 1.2.2017 [http://docs.lib.noaa.gov/noaa\\_documents/NOS/NGS/Geom\\_Geod\\_Accu\\_Standards.pdf](http://docs.lib.noaa.gov/noaa_documents/NOS/NGS/Geom_Geod_Accu_Standards.pdf).

Ghilani, C. D. 2010. Adjustment Computations. Spatial Data Analysis. 10. painos. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.

Grafarend, E. W. 1974. Optimization of Geodetic Network. Bolletino di Geodesia a Science Affini 4/1974, 351–406.

GSS 2010. Accuracy Standards of Control Survey. Version 2.0. Hong Kong: Geodetic Survey Section of Survey ja Mapping Office of Lands Department. Viitattu 1.2.2017 <https://www.geodetic.gov.hk/data/specifications/Accuracy%20Standards%20of%20Control%20Survey%20-%20Version%202.0.pdf>.

Haggrén, H. 2001. Maa-57.260: Fotogrammetrian erikoissovellukset. Chapter 6: Network geometry. Aalto yliopisto. Viitattu 8.12.2016 <https://foto.aalto.fi/opetus/260/luennot/6/6.html>.

Hakala, J. 1993. Geodeettisten runkoverkkojen analysointi. Teoksessa: J. Santala (toim.) Mittaus- ja kartoitustekniikan valtakunnallinen tutkijakoulutusseminaari Otaniemi 6. – 10.9.1993, 31–45. Otaniemi: Teknillinen korkeakoulu.

Häkli, P., Koivula, H. & Puupponen, J. 2008. Staattisen GPS-mittauksen geodeettisesta 3D-tarkkuudesta. Maanmittaus 83:2. Viitattu 22.6.2016 [http://www.maanmittaustieteidenseura.fi/maanmittaus/2008\\_2\\_hakli\\_etal.pdf](http://www.maanmittaustieteidenseura.fi/maanmittaus/2008_2_hakli_etal.pdf).

Hirvonen, R. 1965. Tasoituslasku. Helsinki: Teknillisten tieteiden akatemia.

IGN 2016a. ITRF Website. Network description. Institut national de l'information géographique et forestière. Viitattu 11.9.2016 [http://itrf.ign.fr/net\\_desc.php](http://itrf.ign.fr/net_desc.php).

——— 2016b. ITRF Website. Institut national de l'information géographique et forestière. Viitattu 11.9.2016 <http://itrf.ign.fr/>.

——— 2016c. ITRF2014: Frame Definition. Institut national de l'information géographique et forestière. Viitattu 11.9.2016 [http://itrf.ign.fr/ITRF\\_solutions/2014/frame\\_ITRF2014.php](http://itrf.ign.fr/ITRF_solutions/2014/frame_ITRF2014.php).

IGS 2016. International GNSS Service. International GNSS Service. Viitattu 11.9.2016 <http://www.igs.org>.

——— 2017. Products. International GNSS Service. Viitattu 20.1.2017 <http://www.igs.org/products>.

Immonen, K. 2016. E2-havaintodata, Rovaniemi. Sähköposti [tapio.patila@edu.lapinamk.fi](mailto:tapio.patila@edu.lapinamk.fi). Tulostettu 15.3.2016.

Ingram, E. L. 1911. Geodetic Surveying and the Adjustment of Observations. (Method of Least Squares). 1st ed. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc.

ISO 5725-1 1994. Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results. Part 1: General principles and definitions. ISO/TC 69/SC 6. International Organization for Standardization. Viitattu 8.12.2016 [http://www.iso.org/iso/home/store/catalogue\\_tc/catalogue\\_detail.htm?csnumber=11833](http://www.iso.org/iso/home/store/catalogue_tc/catalogue_detail.htm?csnumber=11833).

IVS 2016. International VLBI Service for Geodesy & Astrometry. Toim. D. Behrend. Viitattu 11.9.2016 <http://ivscc.gsfc.nasa.gov>.

JHS163 2008. Suomen korkeusjärjestelmä N2000. Julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunta. Viitattu 8.4.2016 <http://www.jhs-suositukset.fi/suomi/jhs163>.



JHS184 2012. Kiintopistemittaus EUREF-FIN –koordinaattijärjestelmässä. Julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunta. Viitattu 24.2.2016 <http://www.jhs-suositukset.fi/suomi/jhs184>.

JHS196 2016. ETRS89-järjestelmän mukaiset koordinaatit Suomessa. Julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunta. Viitattu 8.4.2016 <http://www.jhs-suositukset.fi/suomi/jhs196>.

JHS197 2016. EUREF-FIN –koordinaattijärjestelmät, niihin liittyvät muunnokset ja karttalehtijako. Julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunta. Viitattu 8.4.2016 <http://www.jhs-suositukset.fi/suomi/jhs197>.

Kallio, U. 2000. Tasoituslasku. 3. painos. Helsinki: Otatieto.

Karttunen, H., Donner, K. J., Kröger, P., Oja, H. & Poutanen, M. 1995. Tähtitieteen perusteet. Uudistettu laitos. Ursan julkaisuja 56. Helsinki: Tähtitieteellinen yhdistys URSA.

KMO 2003. Kaavoitusmittausohjeet 2003. Maanmittauslaitoksen julkaisu 94. Maanmittauslaitos. Helsinki: Maanmittauslaitos.

Kosunen, R. 2016. Geodesian JHS-sanasto. Sähköposti [tapio.patila@edu.lapinamk.fi](mailto:tapio.patila@edu.lapinamk.fi). Tulostettu 14.8.2016.

Kreus, T. & Tölli, A. 2009. Rovaniemen ammattikorkeakoulun Rantavitikan kampuksen runkoverkon saneeraus. Opinnäytetyö. Rovaniemen Ammattikorkeakoulu.

Laurila, P. 2012. Mittaus- ja kartoitustekniikan perusteet. 4. uudistettu painos. Rovaniemen ammattikorkeakoulun julkaisusarja D nro 3. Rovaniemi: Rovaniemen ammattikorkeakoulu.

——— 2017. RE: Opinnäytetyö - versio 0.02. Sähköposti [tapio.patila@edu.lapinamk.fi](mailto:tapio.patila@edu.lapinamk.fi). Tulostettu 20.1.2017.

Leica. 2016. Leica Geo Office. Leica Geosystems Oy. Viitattu 26.9.2016 <http://www.leica-geosystems.fi/fi/4621.htm>.

Leick, A., Rapoport, L. & Tatarnikov, D. 2015. GPS Satellite Surveying. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.

Liikennevirasto 2011. Tie- ja ratahankkeiden maastotiedot. Mittausohje. Liikenneviraston ohjeita 18/2011. Liikennevirasto. Viitattu 1.2.2017 [http://www2.liikennevirasto.fi/julkaisut/pdf3/lo\\_2010-03\\_rato\\_2\\_radan\\_geometria\\_web.pdf](http://www2.liikennevirasto.fi/julkaisut/pdf3/lo_2010-03_rato_2_radan_geometria_web.pdf).

LINZ 2010. Coordinate accuracy. LINZG25706. New Zealand Government. Viitattu 1.2.2017 <http://www.linz.govt.nz/regulatory/25706>.

Magellan 1999. Practical GPS Surveying. Ashtech Precision Products. Magellan Corp. Viitattu 19.12.2016 [http://www.geonavsystems.com/geonavsystems\\_support.html](http://www.geonavsystems.com/geonavsystems_support.html).

MicroSurvey 2016. 30 years of developing complete software solutions for surveying and mapping. MicroSurvey Software Inc. Viitattu 26.9.2016 <http://www.microsurvey.com>.

Myrberg, P. 1965. Differentiaali- ja integraalilaskennan oppikirja. 5. painos. Tiedekirjasto vol. 23. Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Otava.

Mårtensson, S.-G. & Bagherbandi, M. (toim.) 2015. Geodesi: Stommätning. HMK – Handbok i mät- och kartfrågor. Lantmateriet. Viitattu 30.1.2017 <https://www.lantmateriet.se/sv/0m-Lantmateriet/Samverkan-med-andra/Handbok-i-mat--och-kartfragor-HMK/Aktuella-HMK-dokument/>.

NGA 2014. World Geodetic System 1984. Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems. GA.STND.0036\_1.0.0\_WGS84. National Geospatial-Intelligence Agency. USA: Department of Defense. Viitattu 25.1.2017 <http://earth-info.nga.mil/GandG/publications>.

NGS 2016. Antenna Calibrations. National Geodetic Survey. Viitattu 13.12.2016 <https://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL/>.

Ogundare, J. 2016. Precision Surveying. The Principles and Geomatics Practice. 10. painos. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.

Ollikainen, M., Koivula, H. & Poutanen, M. 2000. The Densification of the EUREF Network in Finland. Suomen Geodeettisen laitoksen julkaisuja 129.

Paikkatietokeskus 2016. E2-info. Liittyminen. Maanmittauslaitos. Viitattu 25.2.2016 <http://euref-fin.fgi.fi/fgi/fi/e2/liittyminen>.

——— 2017. Paikannuspalvelu. Palveluiden käyttö. Maanmittauslaitos. Viitattu 19.1.2017 <http://euref-fin.fgi.fi/fgi/fi/paikannuspalvelu/palvelun-k%C3%A4ytt%C3%B6>.

Petit, G. & Luzum, B. (toim.) 2010. IERS Conventions (2010). IERS Technical Note 36. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäs. Viitattu 26.1.2017 <https://www.iers.org/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html>.

Poutanen, M. 1999. GPS-paikanmääritys. 2. painos. Ursan julkaisuja 64. Helsinki: Tähtitieteellinen yhdistys URSA.

——— 2016. Satelliittipaikannus. Ursan julkaisuja 152. Helsinki: Tähtitieteellinen yhdistys URSA.

Poutanen, M. & Piironen, J. 2004. Metsähovin geodeettiset VLBI-mittaukset. Maanmittaus 79:1–2. Viitattu 11.9.2016 [http://www.maanmittaustieteidenseura.fi/?page\\_id=68](http://www.maanmittaustieteidenseura.fi/?page_id=68).

Salmenperä, H. 2003. Runko- ja kartoitusmittaukset. Opetusmoniste 1/2003. Tampereen teknillinen yliopisto.

Sanastokeskus TSK 2014a. Geodesian JHS-sanasto. Lausuntoluonnos 5.5.2014. Viitattu 9.7.2016 <http://www.tsk.fi/tiedostot/luonnokset/GeodesianJHSSanasto.pdf>.

——— 2014b. Geoinformatiikan sanasto. TSK 45. 3. laitos. Helsinki: Sanastokeskus TSK ry.

Tarkkonen, L. 2006. Keskiarvojen ja varianssin ominaisuuksista. Helsingin Yliopisto. Viitattu 17.7.2016 <http://www.helsinki.fi/~tarkkone/johd>.

Topcon 2016. Magnet Office Tools. Topcon Corp. Viitattu 26.9.2016 <https://www.topconpositioning.com/en-gb/magnet-productivity-suite/magnet-office-solutions/magnet-office-tools>.

Trimble 2014. Trimble R10 GNSS-system. Datasheet. Viitattu 14.12.2016 <http://www.trimble.com/Survey/TrimbleR10.aspx>.

Trimble 2016a. GNSS Planning Online. Trimble Navigation Ltd. Viitattu 8.3.2016 <https://www.trimble.com/GNSSPlanningOnline>.

——— 2016b. Trimble Business Center. Trimble Navigation Ltd. Viitattu 26.9.2016 <http://www.trimble.com/Survey/trimble-business-center.aspx>.

Vaisala 2016. Miten tulkitta oikein mittalaitteiden suorituskykyä ja teknisiä tietoja. Viitattu 8.12.2016 <http://www.vaisala.com/en/services/technicalsupport/downloads/Pages/default.aspx>.

Vermeer, M. 2014. Statistical uncertainty and error propagation. Opetusmoniste. Viitattu 19.12.2016 <https://users.aalto.fi/~mvermeer/>.

——— 2015a. Geodesia. Helsinki: Samizdat kustannus Oy. Viitattu 1.3.2016 <http://users.aalto.fi/~mvermeer>.

——— 2015b. Käytännön geodesia. Opetusmoniste. Viitattu 1.3.2016 <http://users.aalto.fi/~mvermeer>.

Vermeer, M. & Rasila, A. 2014. Maailman kartta – johdatus matemaattiseen geodesiaan. Ursan julkaisuja 140. Helsinki: Tähtitieteellinen yhdistys URSA.

## LIITTEET

LIITE A. KIINTOPISTEMITTAUSTEN KRITTEERIT . . . . .	97
LIITE B. KARTAT . . . . .	103
LIITE C. VIRHE-ELLIPSIT JA KOVARIANSSIMATRIISIT . . . . .	112
LIITE D. HAVAITOLAITTEET (GNSS-MITTAUS) . . . . .	114
LIITE E. HAVAITOLAITTEET (TAKYMETRIMITTAUS) . . . . .	115
LIITE F. NÄKEMÄESTEIDEN KARTOITUS . . . . .	116
LIITE G. PISTEKORTTI . . . . .	117
LIITE H. HAVAITOPÖYTÄKIRJA (GNSS-MITTAUS) . . . . .	119
LIITE I. HAVAITOPÖYTÄKIRJA (TAKYMETRIMITTAUS) . . . . .	122

## A KIINTOPISTEMITTAUSTEN KRITEERIT

**Taulukko A.1.** Mittaussuunnitelman, mitausten ja jälkilaskennan vaatimukset E3–E6 -luokissa käytettäessä staattista suhteellista GNSS-mittausta (JHS184 2012, 16–17, 19)

SUUNNITTELU	E3	E4	E5	E6
<b>Lähtöpisteet</b>				
Luokka	E1–E2	E1–E3	Väh. E4	Väh. E5
Lukumäärä	Väh. 3 pistettä mittausalueen ulkopuolelta	Väh. 3 pistettä mittausalueen ulkopuolelta	Väh. 3	Väh. 3
Mittausalueelta	Väh. E2-luokan pisteet	Väh. E3-luokan pisteet		
Etäisyys mittausalueen rajalta	Enintään 100 km	Enintään 100 km	Enintään 100 km	Enintään n 100 km
Sijainti	Uloimmat lähtöpisteet sulkevat mittausalueen sisäänsä	Uloimmat lähtöpisteet sulkevat mittausalueen sisäänsä	Mittausalueelta tai sen ulkopuolelta	Mittausalueelta tai sen ulkopuolelta
<b>Kontrollipisteet (jos mittausalueella on ko. luokan pisteitä)</b>				
Luokka	E3	E4	E5	E6
Lukumäärä ( <i>N</i> määritettävien pisteiden lukumäärä koko verkossa)	$3 + 0,2N$	$2 + 0,2N$	Vähintään yksi mittausaluetta kohti	Vähintään yksi mittausaluetta kohti
Sijainti	Mittausalueella tai korkeintaan 5 km mittausalueen reunoista	Mittausalueella tai korkeintaan 3 km mittausalueen reunoista	Mittausalueella tai korkeintaan 1 km mittausalueen reunoista	Mittausalueella tai korkeintaan 1 km mittausalueen reunoista
<b>Verkon rakenne</b>				
Rakenne	Kolmioverkko	Monikulmioverkko		
Riippumattomia vektoreita silmukassa	3	3–5		
Vektoreita jokaisesta lähtöpisteestä	Väh. 2	Väh. 2		
Yhtä aikaa havaitsevat vastaanottimet	Väh. 2	Väh. 2	Väh. 1	Väh. 1
Jononaisuus	Ei piikkipisteitä, kaikkien pisteiden kuuluttava johonkin silmukkaan	Ei piikkipisteitä, kaikkien pisteiden kuuluttava johonkin silmukkaan		
Jokainen piste mukana väh. kahdessa havaintojaksossa	Kyllä	Kyllä		

Taulukko A.1. Jatkuu

	E3	E4	E5	E6
Yhteisiä pisteitä vierekkäisillä silmukoilla	2	Väh. 2		
Suosittelava pisteväli	4 km – 10 km	500 m – 5 km	100 m – 500 m	100 m - 500 m
Kahdesti mitattavien riippumattomien vektoreiden lkm.	15% suunnitelluista vektoreista	15% suunnitelluista vektoreista		
Vierekkäisten pisteiden välinen vektori	Mitattava aina suoraan (→ kolmioverkko)	Mitattava, jos pisteiden välillä on näköyhteys tai jos pisteiden välinen etäisyys on alle 20% muita mitattuja vektoreita pitkin saatavasta etäisyydestä	Mitattava, jos etäisyys alle 500 m. Suositellaan mitattavaksi, jos näköyhteys	Mitattava, jos etäisyys alle 500 m. Suositellaan mitattavaksi, jos näköyhteys
Havaintojaksojen suunnittelu				
Havaintojakson vähimmäispituus	Vähintään 1 h, ks. taulukko 8	Vähintään 1 h, ks. taulukko 8	Vähintään 30 min, ks. taulukko 8	Vähintään 30 min, ks. taulukko 8
PDOP	Enintään 5	Enintään 5	Enintään 5	Enintään 5
Satelliittien lkm (75% havaintojaksosta)	Väh. 5	Väh. 5		
Havaintopaikan esteisyys	Mahd. avointa korkeuskulman 15° – 20° yläpuolella, vältettävä montieheijastuksia	Mahd. avointa korkeuskulman 15° – 20° yläpuolella, vältettävä montieheijastuksia	Mahd. avointa korkeuskulman 15° – 20° yläpuolella, vältettävä montieheijastuksia	Mahd. avointa korkeuskulman 15° – 20° yläpuolella, vältettävä montieheijastuksia
MAASTOSSA				
Havaintoväli	1 s, 5 s, 10 s, 15 s tai 30 s	1 s, 5 s, 10 s, 15 s tai 30 s	1 s, 5 s, 10 s, 15 s tai 30 s	1 s, 5 s, 10 s, 15 s tai 30 s
Aikaväli toistettaville vektoreille väh.	60 min	60 min		
Antennin keskistys ja korkeus	1 mm:n tarkkuudella, jokaiselle mittaukselle oma pystytys ja keskistys. Tasain ja luoti tarkistettava säännöllisesti. Korkeus ja keskistys tarkistetaan ennen ja jälkeen havaintojakson.	1 mm:n tarkkuudella, jokaiselle mittaukselle oma pystytys ja keskistys. Tasain ja luoti tarkistettava säännöllisesti. Korkeus ja keskistys tarkistetaan ennen ja jälkeen havaintojakson.	1 mm:n tarkkuudella, jokaiselle mittaukselle oma pystytys ja keskistys. Tasain ja luoti tarkistettava säännöllisesti. Korkeus ja keskistys tarkistetaan ennen ja jälkeen havaintojakson.	1 mm:n tarkkuudella, jokaiselle mittaukselle oma pystytys ja keskistys. Tasain ja luoti tarkistettava säännöllisesti. Korkeus ja keskistys tarkistetaan ennen ja jälkeen havaintojakson.
Max. antennikorkeuden poikkeama ennen ja jälkeen	3 mm	3 mm	3 mm	3 mm
Korkeuskulmamaski	5°	5°	5°	5°

jatkuu

Taulukko A.1. Jatkuu

	E3	E4	E5	E6
JÄLKIKÄSITTELY				
Verkon laskenta	Yhtenä tasoituksena	Yhtenä tasoituksena		
Havaintojen katkaisukulma	10°–20°	10°–20°	10°–20°	10°–20°
Alkutuontemattomien ratkaisu	Vain fix-ratkaisut hyväksytään	Vain fix-ratkaisut hyväksytään		
Satelliittien radat	Tarkat; jos kaikki vektorit alle 10 km, voidaan käyttää satelliittien lähettämiä ratatietoja	Tarkat; jos kaikki vektorit alle 10 km, voidaan käyttää satelliittien lähettämiä ratatietoja	Tarkat; jos kaikki vektorit alle 10 km, voidaan käyttää satelliittien lähettämiä ratatietoja	Tarkat; jos kaikki vektorit alle 10 km, voidaan käyttää satelliittien lähettämiä ratatietoja
Koordinaattien likiarvojen poikkeama lopullisista enintään	10 m	10 m	10 m	10 m
Pisteitä silmukoiden sulkuvirheanalyysissä, enintään	4	6		
Silmukan pituus sulkuvirheanalyysissä, enintään	40 km	30 km		
Pistesulkuvirhe, enintään	60 mm	75 mm		
Standardisoitu residuaali vapaan verkon tasoituksessa, enintään	2,8	2,8		
Ero kahteen kertaan havaittujen vektoreiden välillä, enintään	70 mm (3D) 28 mm (taso) 56 mm (korkeus)	75 mm (3D) 30 mm (taso) 60 mm (korkeus)		
Ero kontrollipisteiden koordinaateissa, enintään	25 mm (taso) 50 mm (korkeus)	33 mm (taso) 50 mm (korkeus)	40 mm (taso) 70 mm (korkeus)	40 mm (taso) 70 mm (korkeus)
Koordinaattiero vapaan verkon ja kiinnitetyn verkon tasoituksessa, oltava alle	25 mm	25 mm	25 mm	25 mm
Maannousu huomioitava	Jos verkon koko yli 200 km	Jos verkon koko yli 200 km		

Taulukko A.2. Mittaussuunnitelman, mittausten ja jälkilaskennan vaatimukset E5–E6 -luokissa käytettäessä reaaliaikaista GNSS-mittausta, (JHS184 2012, 20–21.)

SUUNNITTELU	E5	E6
Lähtöpisteet		
Etäisyys tukiasemaan (RTK-mittaus) tai tukiasemaverkon reunaan (verkko-RTK), enintään	10 km	15 km
Tukiasemien luokka, vähintään	E4	E5

Taulukko A.2. Jatkuu

	E5	E6
Kontrollipisteet		
Luokka	E5	E6
Lukumäärä, vähintään	1 kpl / mittausalue	1 kpl / mittausalue
Verkon rakenne		
Suosittelava pisteväli	100 m – 500 m	100 m - 500 m
Vierekkäisten pisteiden välinen vektori	Mitattava, jos etäisyys alle 500 m. Suositellaan mitattavaksi, jos näköyhteys	Mitattava, jos etäisyys alle 500 m. Suositellaan mitattavaksi, jos näköyhteys
MAASTOSSA		
Tukiaseman pystytys	Jalusta ja pakkokeskistysalusta, tai pilari	Jalusta ja pakkokeskistysalusta, tai pilari
Tukiaseman keskistystarkkuus	1 mm	1 mm
Roverin pystytys	Jalusta ja pakkokeskistysalusta, tai sauva (max. 2 m) ja statiivi	Jalusta ja pakkokeskistysalusta, tai sauva (max. 2 m) ja statiivi
Roverin keskistystarkkuus	5 mm	5 mm
Korkeuskulmamaski (astetta)	5° – 10° (tukiasema) 10° – 15° (roveri)	5° – 10° (tukiasema) 10° – 15° (roveri)
PDOP, enintään	5	5
Satellittien lkm, vähintään	6 kpl	6 kpl
Havaintoväli	1 s	1 s
Havaintoja (epookkeja) / mittaus	5 – 15	5
Mittauksia / sarja	5 kpl	5 kpl
Sarjojen lkm	2 kpl	1 kpl
Sarjojen välillä vähintään	45 min	
Saman sarjan mittausten max–min ero komponenttia kohti, enintään	20 mm (taso) 40 mm (korkeus)	20 mm (taso) 40 mm (korkeus)
Sarjakeskiarvojen max–min ero, enintään	40 mm (taso) 70 mm (korkeus)	
Ero kontrollipisteiden koordinaatteihin, enintään	40 mm (taso) 70 mm (korkeus)	40 mm (taso) 70 mm (korkeus)
Alkuperäisten koordinaattien tallennus	(X, Y, Z) tai ( $\phi$ , $\lambda$ , h)	(X, Y, Z) tai ( $\phi$ , $\lambda$ , h)
Sauvan antennikorkeuden tarkistus	Ennen ja jälkeen mittauksen	Ennen ja jälkeen mittauksen
Testipisteen mittaus	Ennen ja jälkeen uusien pisteiden mittauksen	Ennen ja jälkeen uusien pisteiden mittauksen



**Taulukko A.3.** Mittaussuunnitelman, mittausten ja jälkilaskennan vaatimukset E5–E6 -luokissa käytettäessä suunta- ja etäisyshavainnoja, (JHS184 2012, 22.)

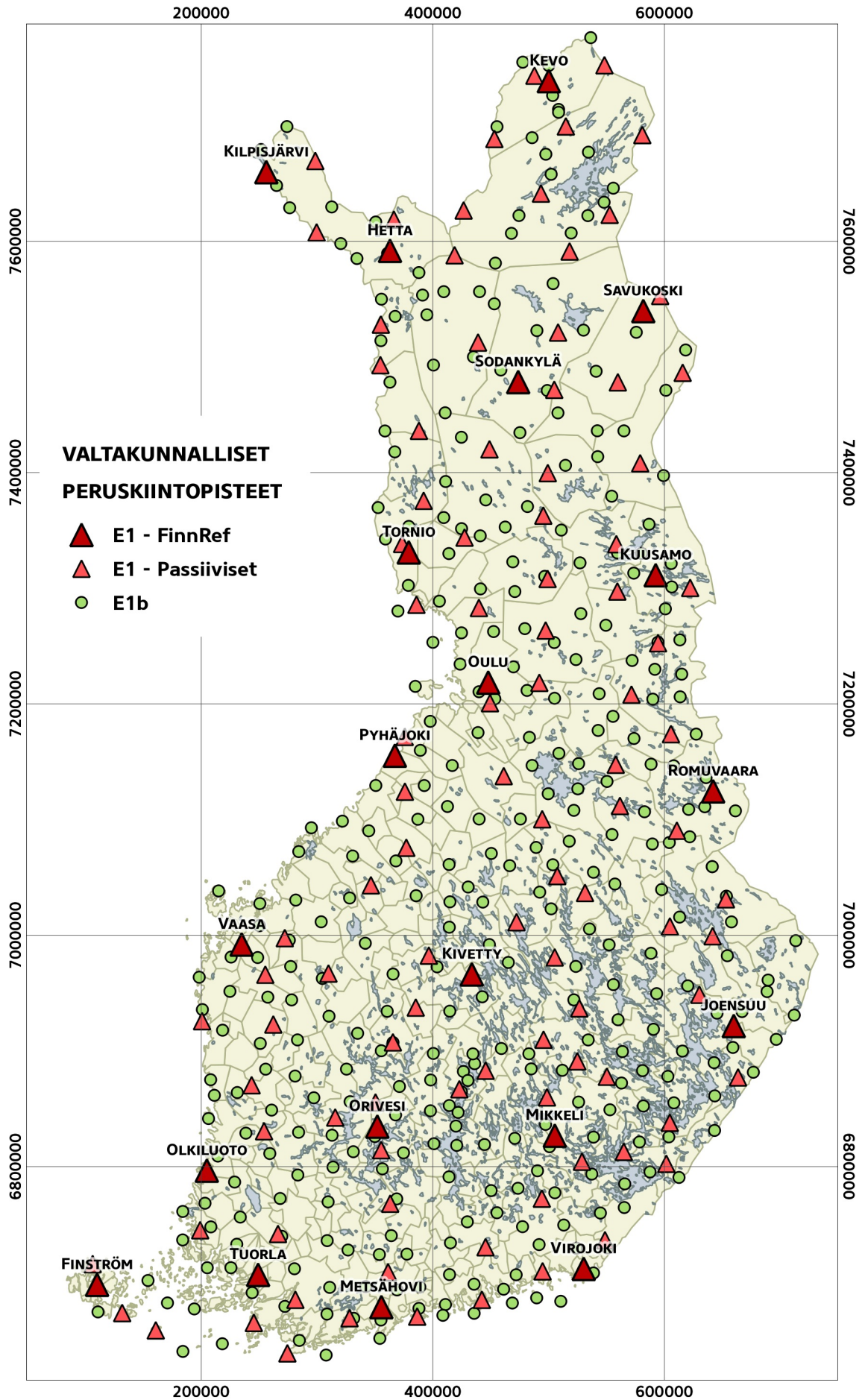
KOJEIDEN TARKKUUS	E5	E6
Yhden suuntahavainnon keskivirhe	0,6 mgon	1,0 mgon
Yhden korkeuskulmahavainnon keskivirhe	1,5 mgon	1,5 mgon
Yhden etäisyshavainnon keskivirhe	3 mm + 2 ppm	5 mm + 5 ppm
<b>SUUNNITTELU</b>		
<b>Lähtöpisteet</b>		
Luokka	E4	E5
Lukumäärä, väh.	2	2
<b>Kontrollipisteet</b>		
Luokka, väh.	E5	E6
Lukumäärä	Vähintään yksi mittausaluetta kohti	Vähintään yksi mittausaluetta kohti
Sijainti	Näköetäisyys jonon pisteisiin	Näköetäisyys jonon pisteisiin
<b>Verkon rakenne</b>		
Geometria	Jono tai jonoverkko	Jono tai jonoverkko
Jonon pituus, enintään	2 km	5 km
Määritettäviä pisteitä per jono, enintään	8	20
Suosittava pisteväli	100 m – 500 m	
Vierekkäisten pisteiden välinen vektori	Mitattava, jos etäisyys alle 500 m; suositellaan mitattavaksi, jos näköyhteys	Mitattava, jos etäisyys alle 500 m; suositellaan mitattavaksi, jos näköyhteys
<b>HAVAINNOT</b>		
Keskistystarkkuus	1 mm	1 mm
Koje-, tähys- ja prismakorkeuden tarkkuus	2 mm	2 mm
Kulmahavaintosarjojen lukumäärä, vähintään	4 kpl	2 kpl
Sarjojen max-min ero, enintään	2,0 mgon	3,0 mgon
Etäisyshavainnot, väh.	4 + 4	2 + 2

*jatkuu*

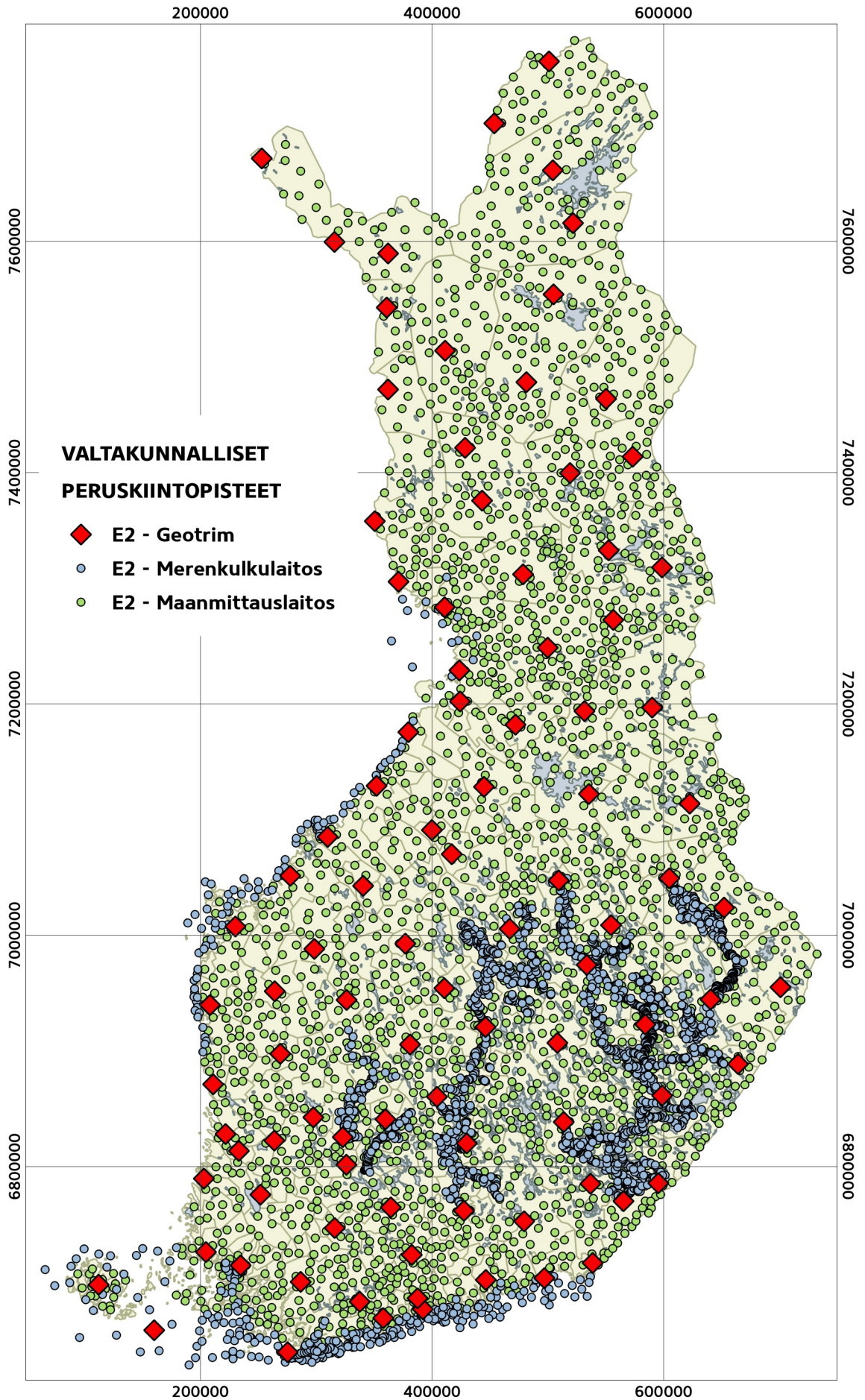
Taulukko A.3. Jatkuu

	E5	E6
Etäisyyshavaintojen max-min ero, enintään	15 mm	20 mm
LASKENTA		
Sivun eri päistä havaittujen redukoitujen etäisyyksien ero, enintään	6 mm	10 mm
Pistevälin edestakaisten korkeuserojen summa, enintään ( $s$ sivun pituus [km])	$30 \cdot \sqrt{2s}$ mm	$35 \cdot \sqrt{2s}$ mm
Pistesulkuvirhe tasoittamattomista havainnoista, enintään ( $L$ jonon pituus [km])	$45 \cdot L$ mm	$90 \cdot L$ mm
Korkeussulkuvirhe redukoituilla havainnoilla, enintään ( $L$ jonon pituus [km])	$30 \cdot \sqrt{L}$ mm	$35 \cdot \sqrt{L}$ mm
Ero kontrollipisteiden koordinaatteihin, enintään	40 mm (taso) 70 mm (korkeus)	40 mm (taso) 70 mm (korkeus)

B KARTAT

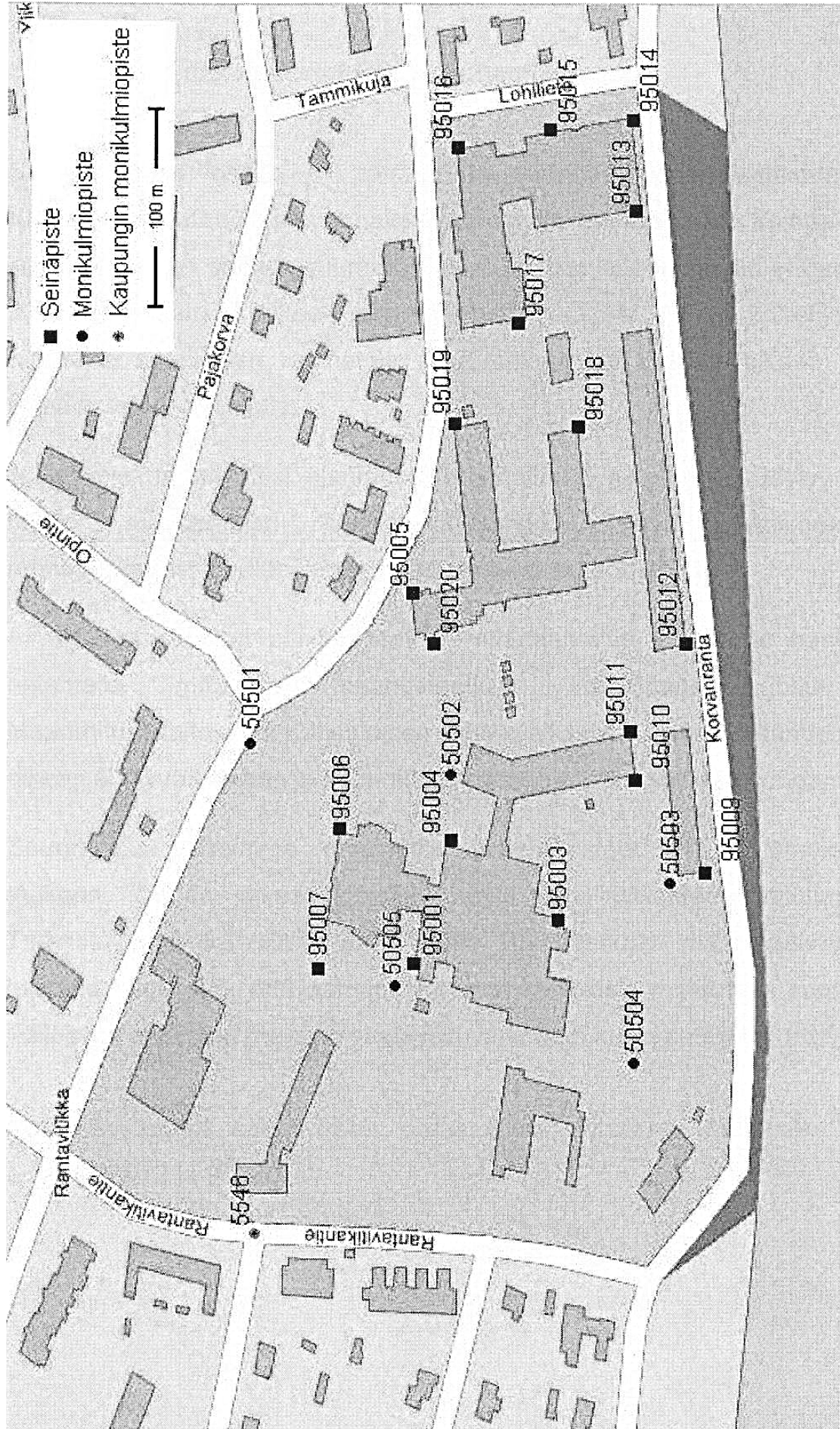


**Kuvio B.1.** Valtakunnalliset E1- ja E1b-peruskiintopisteet, ETRS-TM35FIN, mittakaava 1 : 4 900 000, sisältää Maanmittauslaitoksen kartta- ja pisteaineistoa



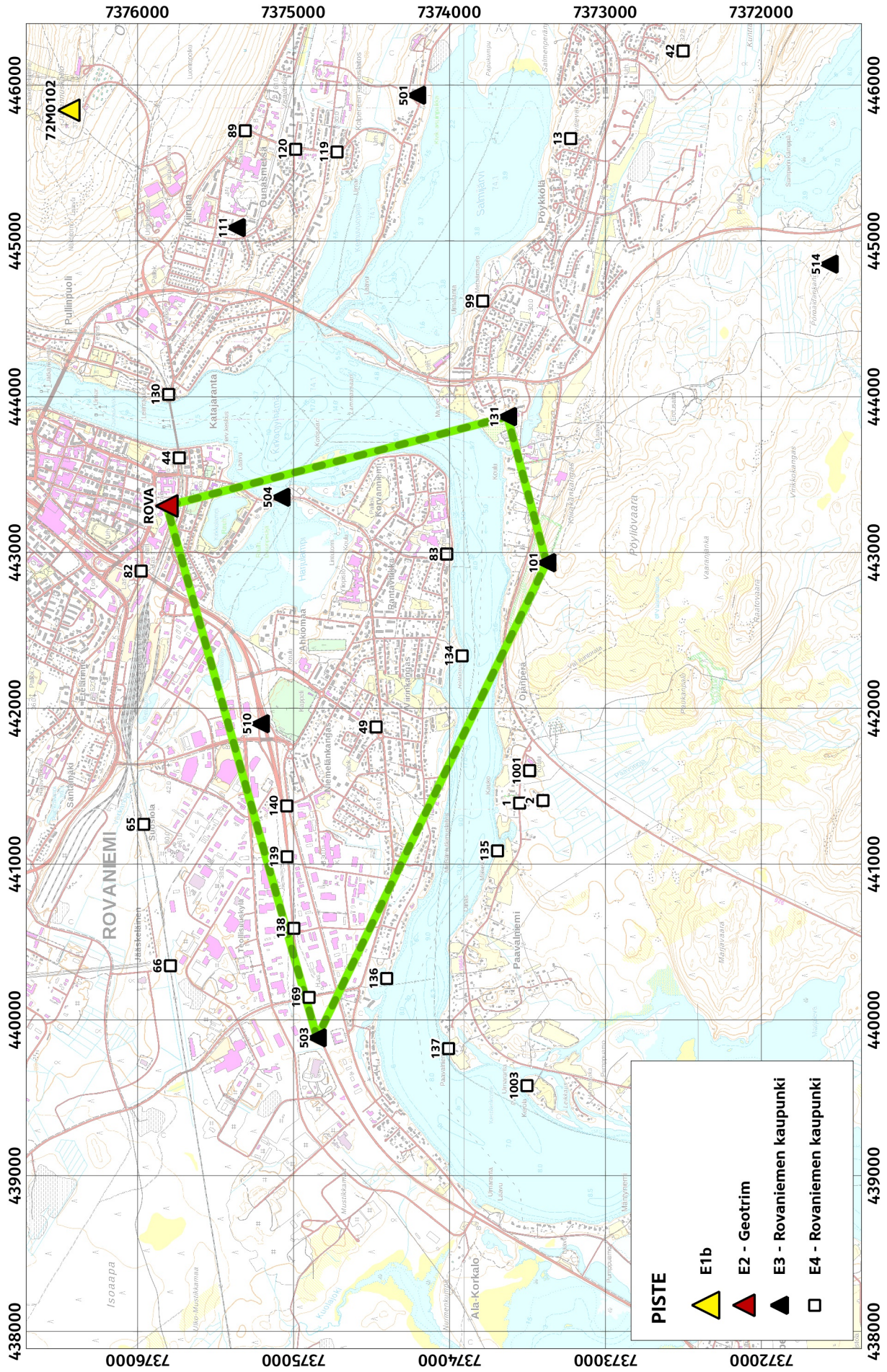
**Kuvio B.2.** Valtakunnalliset E2-peruskiintopisteet, ETRS-TM35FIN, mittakaava 1 : 4 900 000, sisältää Maanmittauslaitoksen kartta- ja pisteaineistoa





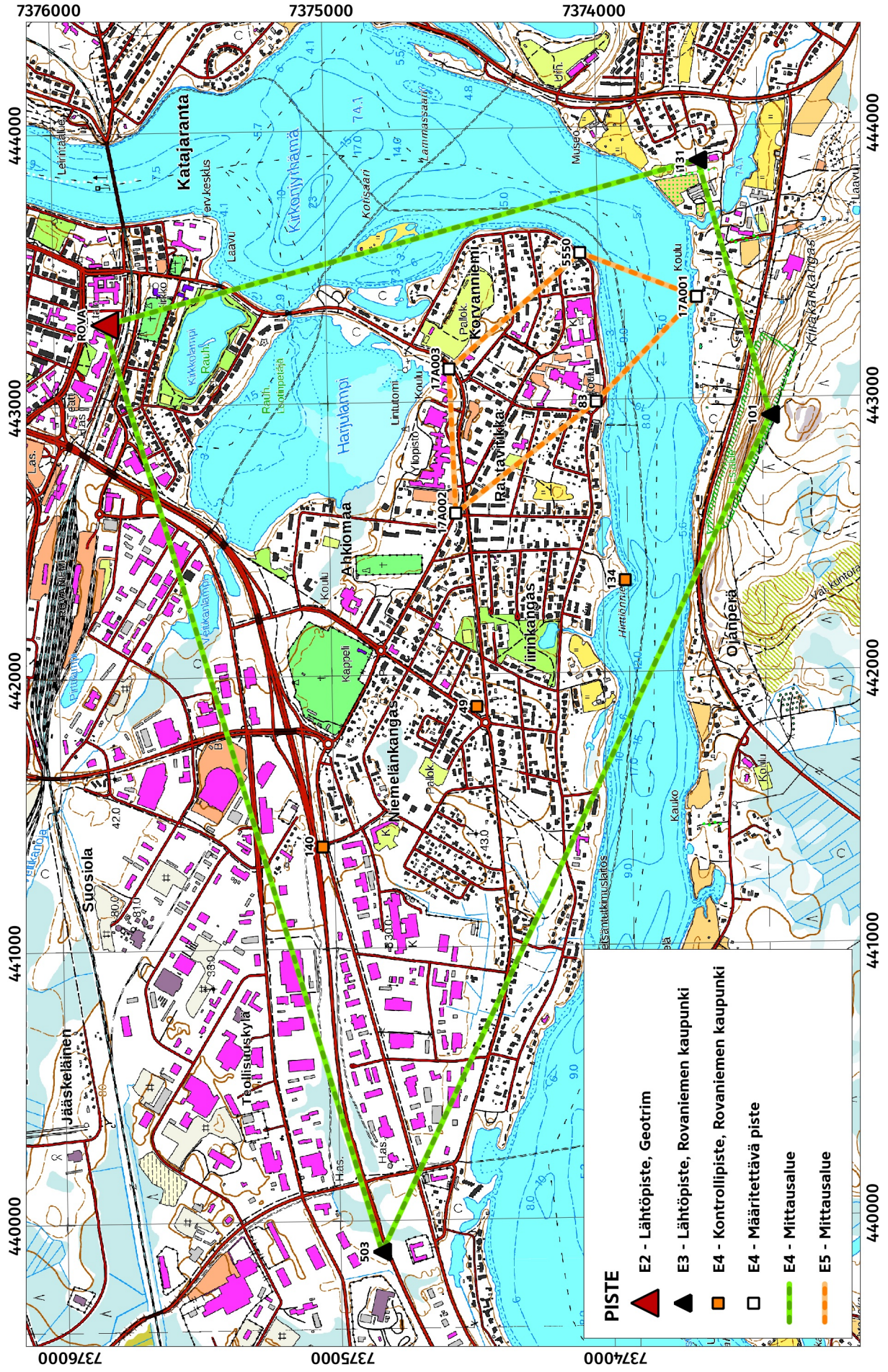
Kuvio B.3. Aiemmin määritetyt monikulmio- ja seinäpisteet (Kreus & Tölli 2009, 25)





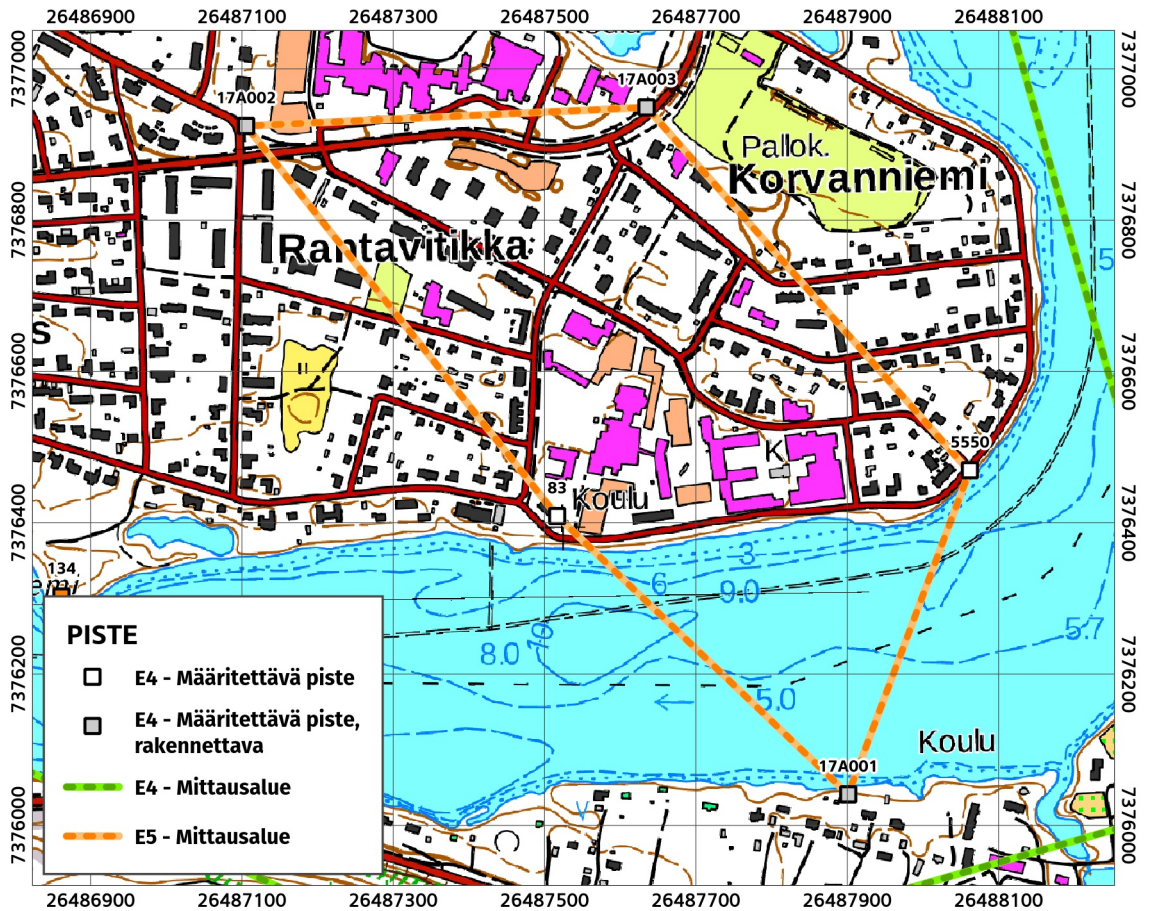
**Kuvio B.4.** Peruskiintopisteitä Rantaviitikan ympäristössä, ETRS-TM35FIN, mittakaava 1:35 000, sisältää Maanmittauslaitoksen peruskarttarasteria, sekä Rovaniemen kaupungin ja Maanmittauslaitoksen piste tietoja



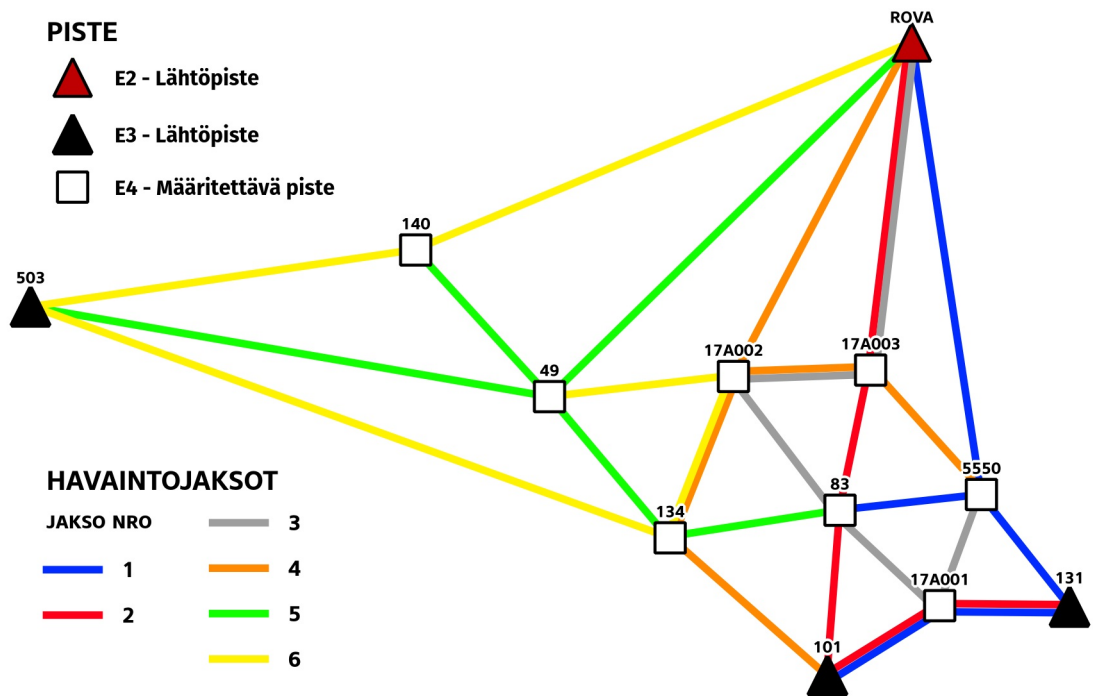


**Kuvio B.5.** Peruskintopisteverkkoon määritettävien pisteiden, kontrollipisteiden ja lähtöpisteiden sijainti kartalla, ETRS-GK26, mittakaava 1 : 20 000, sisältää Maanmittauslaitoksen peruskarttarasteria, sekä Rovaniemen kaupungin pisteitietoja

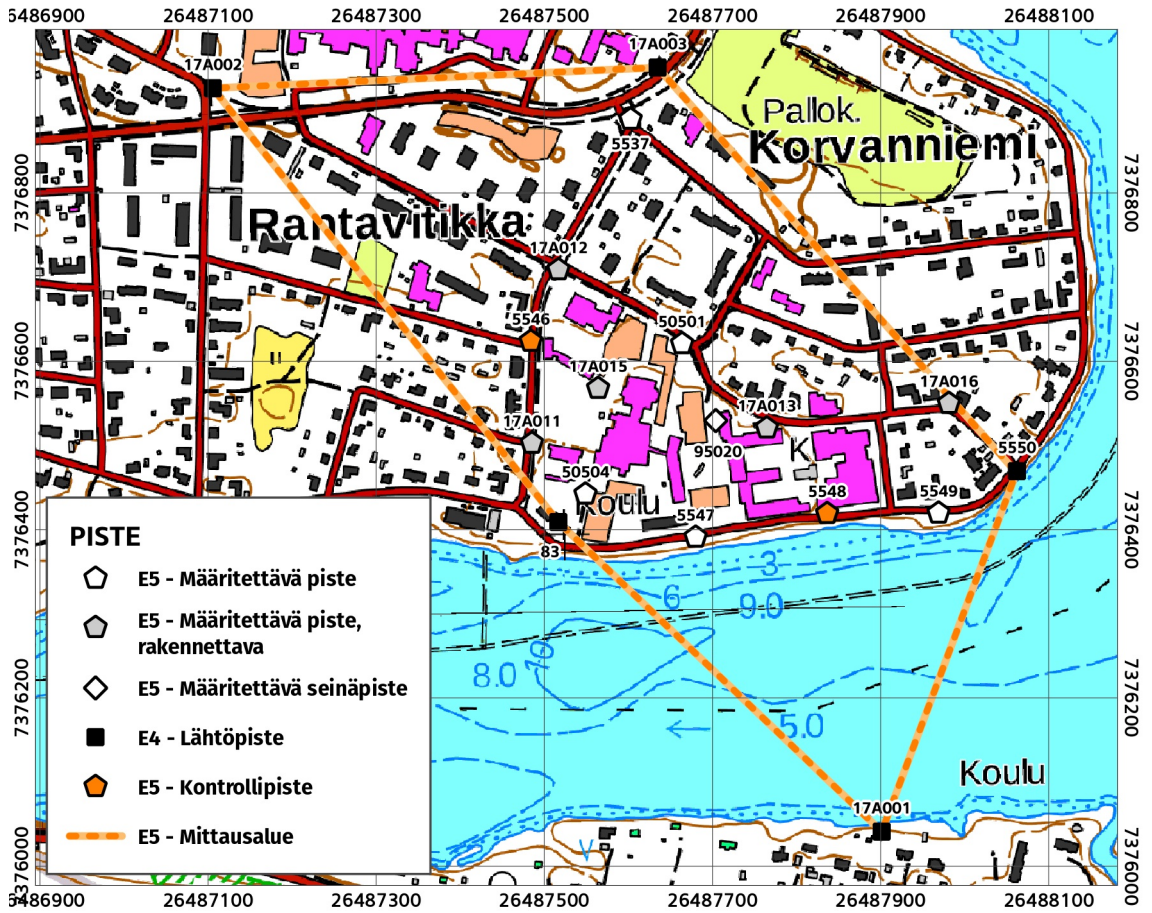




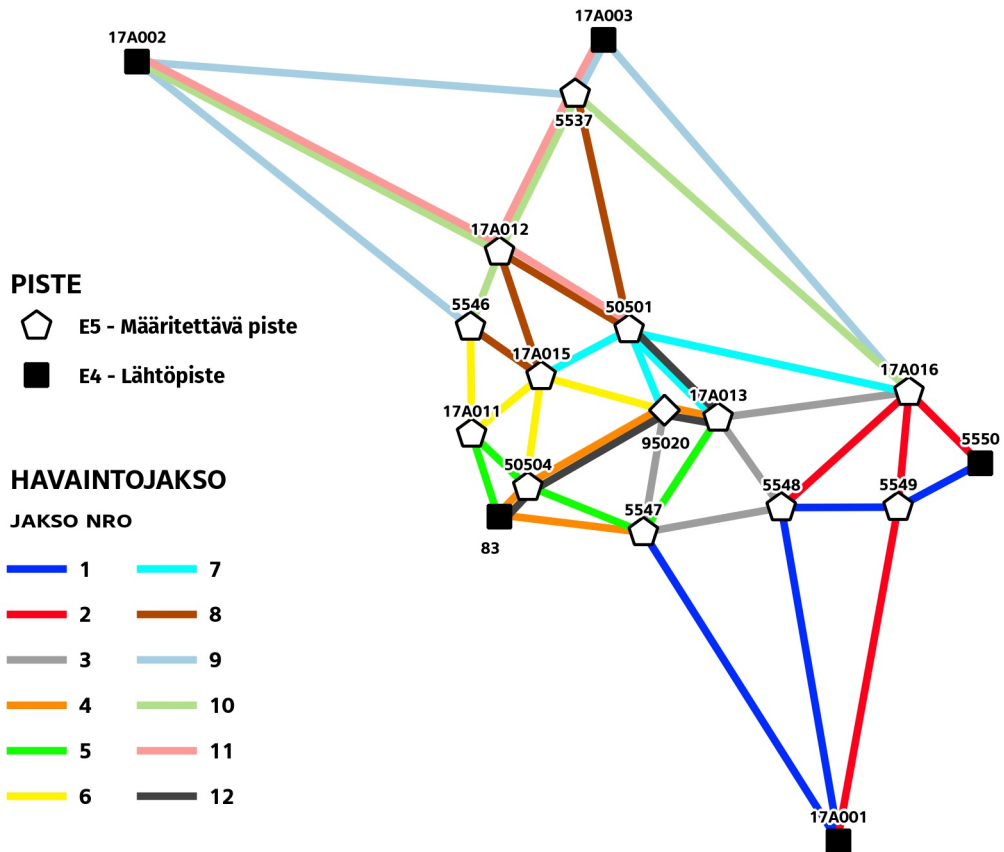
**Kuvio B.6.** Peruskiintopisteverkkoon määrittävien uusien pisteiden sijainti, ETRS-GK26, mittakaava 1 : 10 000, sisältää Maanmittauslaitoksen peruskarttarasteria, sekä Rovaniemen kaupungin pistetietoa



**Kuvio B.7.** Havaintojaksot peruskiintopisteverkolle

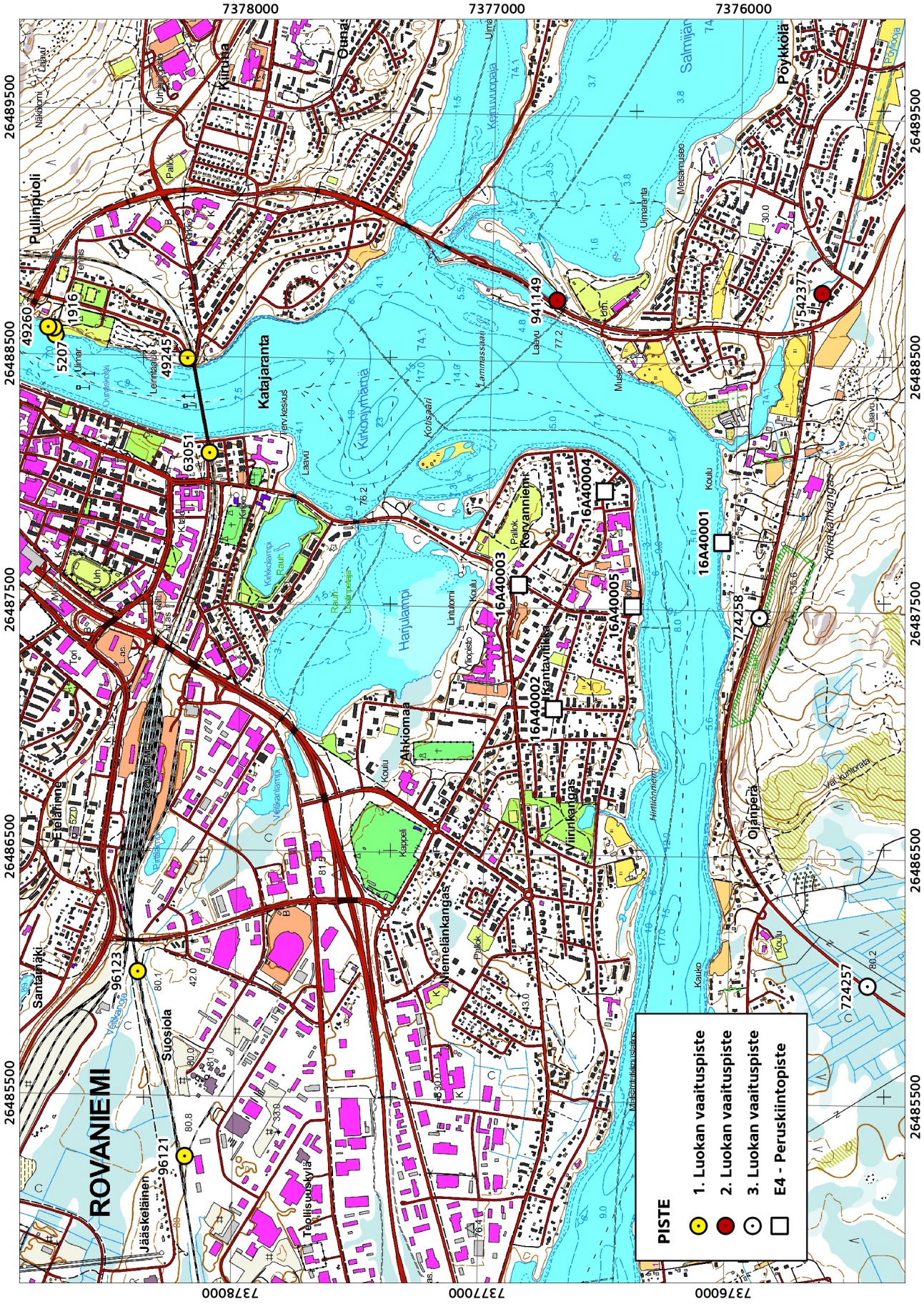


Kuvio B.8. Määritettävien käyttökiintopisteiden ja lähtöpisteiden sijainti kartalla, ETRS-GK26, mittakaava 1:9000, sisältää Maanmittauslaitoksen peruskarttarasteria, sekä Rovaniemen kaupungin pistetietoja



Kuvio B.9. Havaintojaksot käyttökiintopisteverkon mittaamiseksi





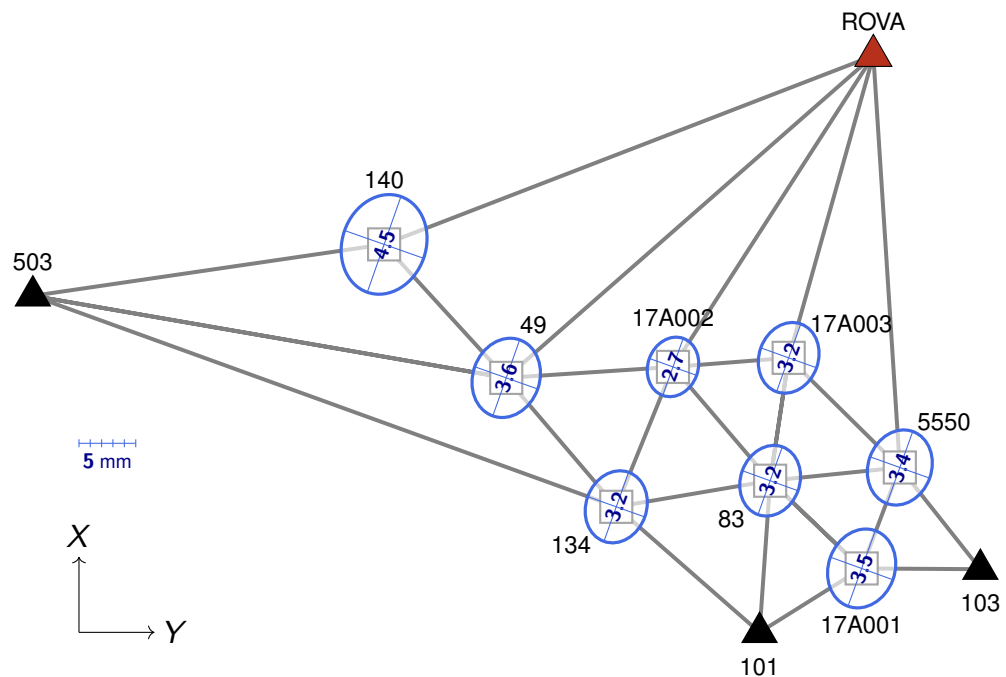
**Kuvio B.10.** Maanmittauslaitoksen mittaamat ensimmäisen, toisen ja kolmannen luokan vaaituspisteet Rovaniemen Rantaviitikan ympäristössä, ETRS-TM35FIN, mittakaava 1:22 000, sisältää Maanmittauslaitoksen peruskarttasteria, sekä Maanmittauslaitoksen ja Rovaniemen kaupungin pisteaineistoa



## C VIRHE-ELLIPSIT JA KOVARIANSSIMATRIISIT

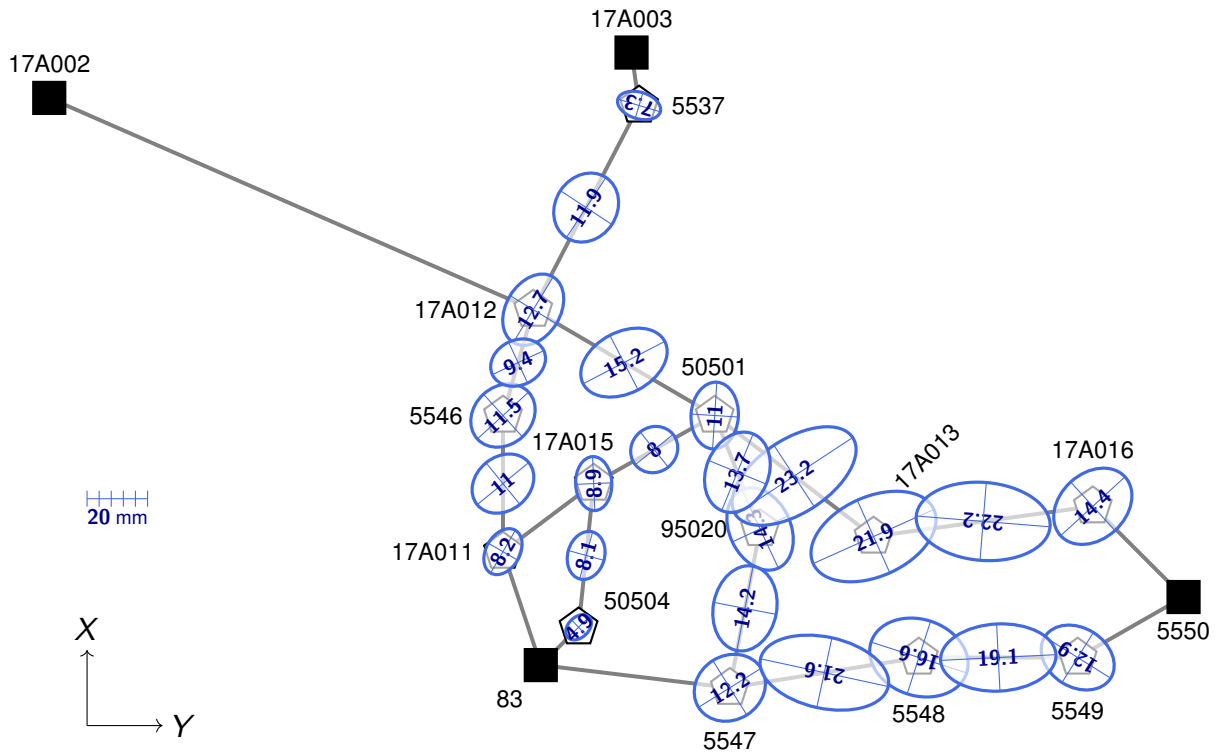
**Taulukko C.1.** Määritettävien peruskiintopisteiden ja kontrollipisteiden a priori –varianssi-kovarianssimatriisit

PISTE	VARIANSSI-KOVARIANSSIMATRIISI					
	XYZ (mm <sup>2</sup> )			NEU (mm <sup>2</sup> )		
140	18,855 91			19,308 47	1,987 13	3,438 85
		13,313 44		1,987 13	14,357 48	-0,864 80
			27,210 18	3,438 85	-0,864 80	25,713 58
49	11,974 14			12,242 71	1,267 06	2,146 77
		8,440 07		1,267 06	9,105 79	-0,551 43
			17,175 51	2,146 77	-0,551 43	16,241 23
134	9,866 87			10,060 68	1,051 69	1,714 98
		6,933 50		1,051 69	7,486 06	-0,457 70
			14,001 32	1,714 98	-0,457 70	13,254 96
17A001	11,938 39			12,118 90	1,287 71	1,969 37
		8,346 708		1,287 71	9,023 28	-0,560 42
			16,6441	1,969 37	-0,560 42	15,787 00
17A002	6,783 37			6,904 78	0,726 38	1,155 90
		4,757 37		0,726 38	5,139 01	-0,316 12
			9,560 79	1,155 90	-0,316 12	9,057 73
17A003	9,505 63			9,681 63	1,016 25	1,631 27
		6,671 11		1,016 25	7,205 06	-0,442 28
			13,429 93	1,631 27	-0,442 28	12,719 99
83	9,529 06			9,687 26	1,023 88	1,599 60
		6,673 27		1,023 88	7,211 22	-0,445 59
			13,362 78	1,599 60	-0,445 59	12,666 63
5550	10,797 33			10,987 84	1,156 94	1,834 48
		7,570 412		1,156 94	8,178 27	-0,503 50
			15,203 05	1,834 48	-0,503 50	14,404 68

**Kuvio C.1.** Peruskiintopisteiden absoluuttiset virhe-ellipsit a priori

**Taulukko C.2.** Käyttökiintopisteiden ja kontrollipisteiden a priori –varianssi-kovarianssimatriisit

PISTE	KOVARIANSSIMATRIISI (mm <sup>2</sup> )	PISTE	KOVARIANSSIMATRIISI (mm <sup>2</sup> )
5547	$\begin{bmatrix} 0,000\ 138\ 414 & 0,000\ 016\ 227 \\ 0,000\ 016\ 227 & 0,000\ 122\ 587 \end{bmatrix}$	17A016	$\begin{bmatrix} 0,000\ 166\ 950 & 0,000\ 044\ 765 \\ 0,000\ 044\ 765 & 0,000\ 158\ 879 \end{bmatrix}$
5548	$\begin{bmatrix} 0,000\ 264\ 612 & -0,000\ 033\ 959 \\ -0,000\ 033\ 959 & 0,000\ 170\ 306 \end{bmatrix}$	17A015	$\begin{bmatrix} 0,000\ 035\ 801 & -0,000\ 001\ 814 \\ -0,000\ 001\ 814 & 0,000\ 079\ 717 \end{bmatrix}$
5549	$\begin{bmatrix} 0,000\ 145\ 643 & -0,000\ 031\ 419 \\ -0,000\ 031\ 419 & 0,000\ 115\ 167 \end{bmatrix}$	5546	$\begin{bmatrix} 0,000\ 113\ 312 & 0,000\ 020\ 123 \\ 0,000\ 020\ 123 & 0,000\ 109\ 696 \end{bmatrix}$
50504	$\begin{bmatrix} 0,000\ 017\ 965 & 0,000\ 006\ 201 \\ 0,000\ 006\ 201 & 0,000\ 017\ 430 \end{bmatrix}$	50501	$\begin{bmatrix} 0,000\ 061\ 536 & 0,000\ 003\ 815 \\ 0,000\ 003\ 815 & 0,000\ 121\ 751 \end{bmatrix}$
17A011	$\begin{bmatrix} 0,000\ 040\ 012 & 0,000\ 015\ 372 \\ 0,000\ 015\ 372 & 0,000\ 057\ 760 \end{bmatrix}$	17A012	$\begin{bmatrix} 0,000\ 101\ 621 & 0,000\ 035\ 844 \\ 0,000\ 035\ 844 & 0,000\ 138\ 773 \end{bmatrix}$
95020	$\begin{bmatrix} 0,000\ 120\ 438 & -0,000\ 038\ 810 \\ -0,000\ 038\ 810 & 0,000\ 185\ 282 \end{bmatrix}$	5537	$\begin{bmatrix} 0,000\ 050\ 876 & -0,000\ 009\ 433 \\ -0,000\ 009\ 433 & 0,000\ 022\ 178 \end{bmatrix}$
17A013	$\begin{bmatrix} 0,000\ 427\ 211 & 0,000\ 114\ 011 \\ 0,000\ 114\ 011 & 0,000\ 224\ 046 \end{bmatrix}$		

**Kuvio C.2.** Suunta- ja etäisyshavaintojen virhe-ellipsit a priori

## D HAVAINTOlaitteet (GNSS-MITTAUS)

PROJEKTI	
----------	--

### ANTENNIT

Antenni nro	Antennin merkki, malli ja sarjanumero
1	
2	
3	
4	
5	
6	

### TALLENTIMET

Tallennin nro	Tallentimen merkki, malli ja sarjanumero
1	
2	
3	
4	
5	
6	

## E HAVAINTOlaitteet (Takymetrimittaus)

PROJEKTI	
----------	--

### TAKYMETRIT

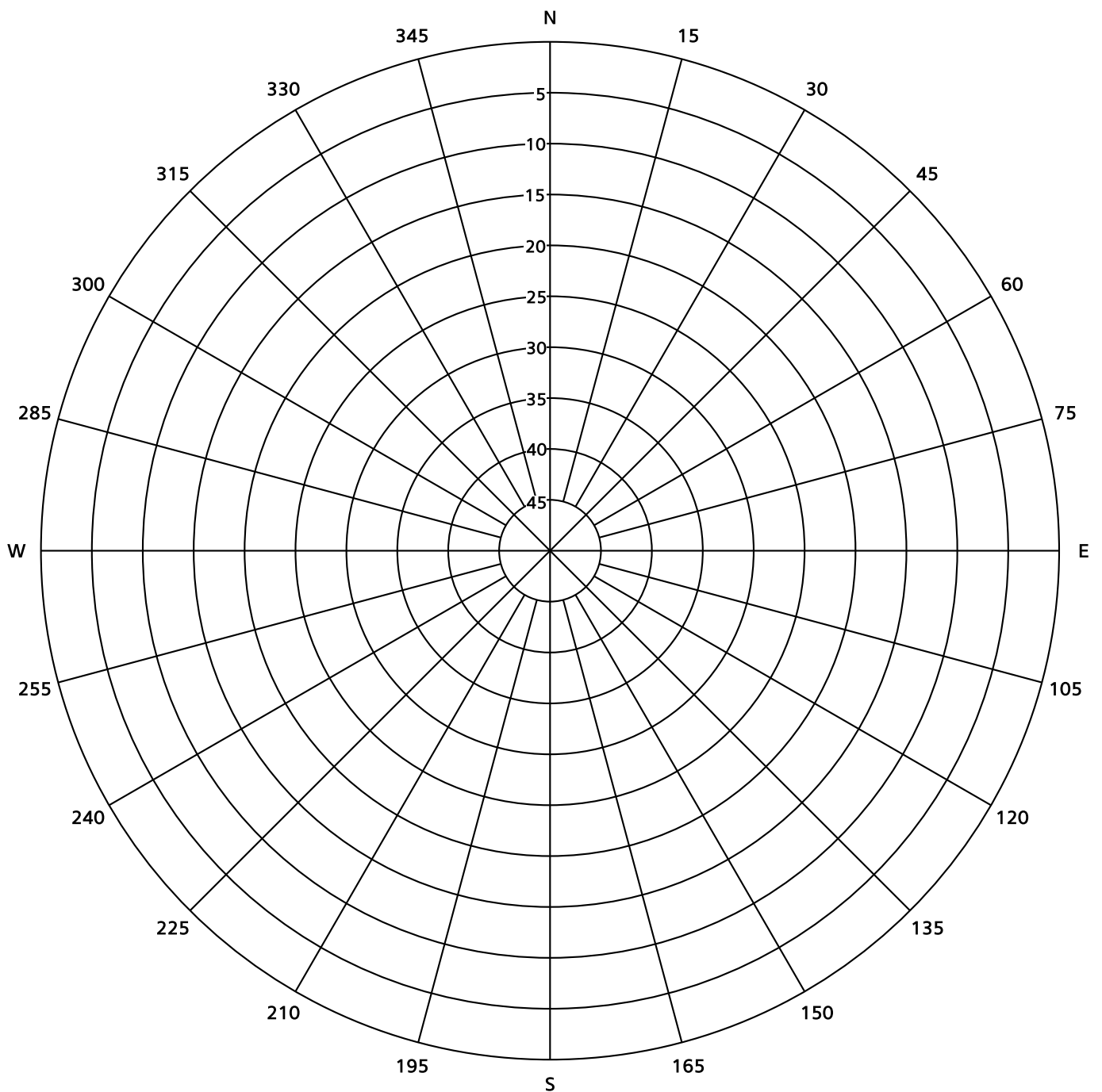
Takymetri nro	Takymetrin merkki, malli ja sarjanumero
1	
2	
3	
4	
5	
6	

### PRISMAT

Prisma nro	Prisman merkki, malli	Prismavakio (mm)
1		
2		
3		
4		
5		
6		

# F NÄKEMÄESTEIDEN KARTOITUS

PROJEKTI	
PISTE	
PÄIVÄMÄÄRÄ	
MITTAAJA(T)	





## G PISTEKORTTI

### PISTEKORTIN TIEDOT

Jokaisesta uudesta pisteestä tehdään pistekortti. Sen tehtävänä on auttaa mittausten laadun tarkkailussa ja pisteverkon ylläpidossa. Pistekortista tulee selvittää pisteen tiedot siten, että kolmas osapuoli voi tietojen perusteella löytää ja yksikäsitteisesti yksilöidä pisteen, sekä käyttää pisteen tietoja omissa mittauksissaan. Vähintäinkin on pistekortista käytävä ilmi pisteen

- rakenne
- sijainti maanpintaan nähden
- sijaintipaikan nimi
- koordinaatit
- korkeus
- koordinaattien ja korkeuden tarkkuusluokka
- sijaintipiirros tai sanallinen selvitys pisteen sijainnista suhteessa lähellä oleviin kiinteisiin maamerkkeihin
- muutoshistoria
- muita pisteverkon ylläpitäjän haluttavia tietoja

### PISTEKORTIN TÄYTTÄMINEN

Pistekorttiin on täytettävä kaikki kohdat seuraavin huomioin:

- Jos mitataan EUREF-FIN –pisteitä on niistä merkittävä joko
  - karteesiset kolmiulotteiset koordinaatit kohtaan EUREF-FIN –KOORDINAATIT tai
  - geodeettiset pituus ( $\lambda$ )- ja leveys ( $\phi$ )-koordinaatit, sekä ellipsoidinen korkeus ( $h$ ) kohtaan EUREF-FIN –KOORDINAATIT
- Jos mitataan tasopistettä karttaprojektioon merkitään pisteen
  - tasokoordinaatit ja käytetty projektio kohtaan TASOKOORDINAATIT, sekä
  - N2000-korkeus kohtaan KORKEUS
- Jos mitataan korkeuspistettä merkitään pisteen
  - N2000-korkeus kohtaan KORKEUS
  - likimääräiset tasokoordinaatit ja käytetty projektio kohtaan TASOKOORDINAATIT tai
  - geodeettiset pituus- ja leveyskoordinaatit kohtaan EUREF-FIN –KOORDINAATIT
- Kohdan LÄHIMMÄT PISTEET täyttäminen on suositeltavaa, mutta ei pakollista. Lähimmät pisteet ovat lisätieto ja vihje muille pisteen käyttäjille samalla suunnalla olevista vaihtoehtoisista pisteistä.

**PISTEKORTTI** LAPIN AMK / TELI

TULOSTETTU

pvm.

**PISTE**

KESKUSMERKKI

ALUSTA

MAANPINNASTA (m)

KUNTA

KYLÄ

UTM-KARTTALEHTI

**EUREF-FIN -KOORDINAATIT (m / o. ")**

X / φ

Tarkkuusluokka<sup>1</sup>

Y / λ

Muuta

Z / h

<sup>1</sup> JHS184

**TASOKOORDINAATIT (m)**

X

Projektio<sup>2</sup>

Y

Tarkkuusluokka

Muuta

<sup>2</sup> JHS153

**KORKEUS (m)**

H

Korkjärjestelmä

Tarkkuusluokka

Muuta

SIJAINTIPIIRROS / -SELITYS

MUUTOSHISTORIA

Suorittaja

Pvm.

Etäisyys (m)

Piste rakennettu

Piste mitattu

Koordinaatteja muutettu

LÄHIMMÄT PISTEET

Suunta (g)

Piste todettu kadonneeksi

## H HAVAINTOPÖYTÄKIRJA (GNSS-MITTAUS)

Havaintopöytäkirja täytetään jokaisesta havaintojaksosta. Ts. aina kun tallentimesta on painettu "TALLENNA"-painiketta on asiasta oltava täytetty havaintopöytäkirja.

Havaintopöytäkirja on osa mittauksen laadunvalvontaa, sekä JHS184-suosituksen ohjeita, ja se mahdollistaa mittauksen toistettavuuden. Jos havaintopöytäkirjaa ei täytetä ei ko. pisteellä tehtyjä havaintoja voida käyttää EUREF-FIN-pisteiden määrittämiseksi.

Huomioitavaa havaintopöytäkirjan täyttämässä:

- Jos antennia tai tallenninta ei ole erikseen merkitty selkeästi havaittavalla numerolla, kirjataan numeroksi laitteen sarjanumero.
- Antennin korkeus ja keskistys mitataan *ennen* tallentimen käynnistämistä ja tallentimen pysäyttämisen *jälkeen*. Tallennuksen aikana kaikenlainen antenniin kohdistuva hiplailu aiheuttaa havaintoihin karkeita virheitä.
- Kohtaan *MUUTA* kirjataan kaikki havaintoihin mahdollisesti vaikuttavat seikat.

Havaintoihin mahdollisesti vaikuttavat seikat eristetään ajallisesti. Esimerkkejä:

- *Putoava oksa kopsahti antenniin ja putosi saman tien maahan klo hh.mm.ss. Tapahtuman vuoksi antenni oli mittaustapahtuman lopussa kaksi (2) millimetriä alempana, kuin mittaustapahtuman alussa.*
- *Paikalla koettiin maanjäristys alkaen klo hh.mm.ss ja päättyen klo hh.mm.ss. Havaintojakson päätyttyä todettiin, että antenni on siirtynyt x mm suuntaan g gon.*
- *Antennin eteläpuolelle noin metrin päähän antennista pysähtyi kuorma-auto klo hh.mm.ss. Kuorma-auto poistui klo hh.mm.ss. Tällä aikavälillä oli näkemäestettä korkeudelle 25° atsimuutista 150° atsimuuttiin 180°.*

Havaintopöytäkirjan marginaalit on määritelty kaksipuoleista tulostusta varten.

## H HAVAINTOPÖYTÄKIRJA (GNSS-MITTAUS)

PROJEKTI	
----------	--

PISTE NRO		HAVAINTOJAKSO NRO	
Pvm.		GPS-vuorokausi nro	
Likim. koordinaatit			
Mittaaja(t)			

HAVAINTOLAITTEET			
Antenni nro		Tallennin nro	
Antennin merkki ja malli			
Tallentimen merkki ja malli			

ENNEN HAVAINTOJAKSON ALKUA	
Havaintojen tallennus alkoi (hh.mm)	
Antennin keskistys	
Antennin korkeus (mm)	
Korkeusmaski (astetta)	
Havaintojen tallennusväli (s)	

HAVAINTOJAKSON JÄLKEEN	
Havaintojen tallennus päättyi (hh.mm)	
Antennin keskistys	
Antennin korkeus (mm)	

MUUTA
-------

SIJAINPIIRROS

PIIRROS ANTENNIKORKEUDEN  
MÄÄRITYKSESTÄ

## I HAVAINTOPÖYTÄKIRJA (TAKYMETRIMITTAUS)

Havaintopöytäkirja täytetään jokaisesta asemapisteestä. Ts. aina kun takymetrilla on tallennettu havainto on asiasta oltava merkintä havaintopöytäkirjassa.

Havaintopöytäkirja on osa mittausten laadunvalvontaa, sekä JHS184-suosituksen ohjeita, ja se mahdollistaa mittausten toistettavuuden. Jos havaintopöytäkirjaa ei täytetä ei ko. pisteellä tehtyjä havaintoja voida käyttää EUREF-FIN–pisteiden määrittämiseksi.

Huomioitavaa havaintopöytäkirjan täyttämässä:

- Jos takymetriä tai prismaa ei ole erikseen merkitty selkeästi havaittavalla numerolla, kirjataan numeroksi laitteen sarjanumero.
- Takymetrin korkeus ja keskistys mitataan *ennen* takymetrin orientointia ja viimeisen suoritettun havainnon *jälkeen*.
- Takymetriin tai sen pystytykseen käytettyihin jalkoihin kohdistuvien iskujen ja kolhujen jälkeen on takymetrin korkeus ja keskistys tarkistettava. Tarvittaessa koje pystytetään uudelleen, jolloin aloitetaan myös uusi havaintopöytäkirja.
- Kohtaan *MUUTA* kirjataan kaikki havaintoihin mahdollisesti vaikuttavat seikat.

Havaintoihin mahdollisesti vaikuttavat seikat eristetään ajallisesti. Esimerkkejä:

- *Putoava oksa kopsahti takymetriin ja putosi saman tien maahan klo hh.mm. Tapahtuman vuoksi takymetrin keskistys oli pielessä. Takymetrin keskistys korjattiin ja kojekorkeus mitattiin uudelleen. Laite ei silmämääräisesti näyttänyt kärsineen muita vahinkoja. Tätä seuranneet havainnot ovat toisessa pöytäkirjassa.*
- *Prisma putosi maahan klo hh.mm. Laite ei kärsinyt silmämääräisiä vahinkoja, mutta siitä kuuluu käänneltäessä vaimeaa helinää. Mittaukset keskeytettiin klo hh.mm uuden prisman noutamiseksi. Mittauksia jatkettiin klo hh.mm uuteen havaintopöytäkirjaan.*

Havaintopöytäkirjan marginaalit on määritelty kaksipuoleista tulostusta varten.

# I HAVAINTOPÖYTÄKIRJA (TAKYMETRIMITTAUS)

PROJEKTI	
----------	--

PISTE NRO		Pvm.	
Likim. koordinaatit			
Mittaaja(t)			

HAVAINTOLAITTEET			
Takymetrin nro			
Takymetrin merkki ja malli			
Prisman nro		Prismavakio (mm)	
Prisman merkki ja malli			

ENNEN HAVAINTOJAKSON ALKUA	
Havaintojen suoritus alkoi (hh.mm)	
Takymetrin keskistys	
Takymetrin korkeus (mm)	

HAVAINTOJAKSON JÄLKEEN	
Havaintojen suoritus päättyi (hh.mm)	
Takymetrin keskistys	
Takymetrin korkeus (mm)	

MUUTA
-------

TAKYMETRIN ORIENTOINTI

Tähtäyspiste	Prismakorkeus (m)	Vaakakulma (gon)	Pystykulma (gon)	Vinoetäisyys (m)	Ilman lämpötila (°C) ja -paine (Pa)

SIJAINTIPIIRROS

PIIRROS TAKYMETRIN KORKEUDEN  
MÄÄRITYKSESTÄ





