



SAVONIA

OPINNÄYTETYÖ - AMMATTIKORKEAKOULUTUTKINTO
TEKNIIKAN JA LIIKENTEEN ALA

JÄNNEBETONIRAKENTEEN LYHENEMÄ JÄNNEVOI- MASTA, KUTISTUMASTA JA VIRTUMASTA

TEKIJÄ: Emil Ruotsalainen

Koulutusala Tekniikan ja liikenteen ala	
Koulutusohjelma/Tutkinto-ohjelma Rakennustekniikan tutkinto-ohjelma	
Työn tekijä Eemil Ruotsalainen	
Työn nimi Jännebetonirakenteen lyhenemä jännevoimasta, kutistumasta ja virumasta	
Päiväys	Sivumäärä/Liitteet
Ohjaajat Rakennetekniikan yliopettaja, Tkt Arto Puurula ja rakennetekniikan lehtori, DI Matti Mikkonen	
Toimeksiantaja/Yhteistyökumppani RI Ari Korhonen, Laaturakenne Oy, Insinööritoimisto Laaturakenne Oy	
Tiivistelmä <p>Opinnäytetyön tarkoitus oli perehtyä jännitetyn betonipalkin virumasta, kutistumasta, ja jännevoimista aiheutuvien lyhenemien laskentaan. Työ toimii Laaturakenne Oy:n kehittämän jännitettyjen betonirakenteiden mitoitukseen käytetyn JbHpalkkiEC2 Pro ohjelman kehityksen pohjatyönä.</p> <p>Opinnäytetyö koostuu taulukkolaskentaohjelman kehitystyöstä ja laskennan periaatteiden selvittämisestä, jonka perusteella JbHpalkkiEC2 Pro ohjelman kehitystyö voidaan tehdä. Laskenta perustuu standardiin SFS-EN-1992-1-1 ja lisäaineistona käytettiin Matti Leskelän, 2005, kirjaa <i>Betonirakenteiden Suunnittelu Ja mitoitus</i>.</p> <p>Opinnäytetyön tuloksena saatiin esimerkkilaskelma jännebetonirakenteiden lyhenemistä jännevoiman, kutistuman ja viruman seurauksena, johon JbHpalkki EC2 Pro ohjelmaan lisättäviä laskelmia voidaan verrata.</p>	
Avainsanat Lyhenemä, kuivuma, viruma, kokoonpuristuma, jännebetoni	

Field of Study Technology, Communication and Transport			
Degree Programme Degree Programme in Construction Engineering			
Author Eemil Ruotsalainen			
Title of Thesis Deformation of Prestressed Concrete due to Shrinkage, Creep and Prestress Forces			
Date	26 May 2020	Pages/Appendices	
Supervisors Mr Arto Puurula, PhD, Principal Lecturer and Mr Matti Mikkonen, M.Sc., Senior Lecturer			
Client Organisation /Partners Mr Ari Korhonen, B.Sc., Insinööritoimisto Laaturakenne Oy			
<p>Abstract</p> <p>The aim of this final project was to study and calculate the deformation of a concrete structure due to creep, shrinkage, and prestress forces. The project works as a basis for development of JbHpalkki EC2 Pro program used for designing prestressed concrete structures.</p> <p>The thesis consists of a report and the actual calculations. For the calculations, theory was studied, and an Excel sheet was created. Based on these results, the formulas can be implemented to JbHpalkki EC2 Pro program. The calculations were done by the European standard SFS-EN-1992-1-1, and additional information was acquired from the book <i>Betonirakenteiden Suunnittelu Ja Mitoitus</i> by Matti Leskelä, 2005.</p> <p>As a result, an Excel sheet calculator for dimensioning deformation due to creep, shrinkage and prestress forces was created. In addition, the formulas and theory which the calculations are based on was made clear. After the implementation of the feature to the JbHpalkki EC2 Pro, the final evaluation of the calculations can be done by comparing the values from the Excel sheet to the values from the program.</p>			
<p>Keywords shrinkage, prestressed, concrete, prestress, creep, deformation</p>			

SISÄLTÖ

1	JOHDANTO	6
2	ESIJÄNNITETYT RAKENTEET	7
2.1	Jännittämisen teoriaa	7
2.2	Jännittämismenetelmät	7
2.2.1	Esijännittäminen	7
2.2.2	Jälkijännittäminen	7
2.3	Lineaarisen kimmoteorian mukainen jännitys- ja muodonmuutostila.....	8
2.3.1	Jännitetyn betonirakenteen kimmoteorian mukainen toimintaperiaate	8
3	JÄNNITYSMUODONMUUTOKSET	10
3.1	Betonin lujuuden kehittyminen.....	10
3.2	Viruma	11
3.3	Epälineaarinen viruma	15
3.4	Muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmä	15
3.5	Betonin tehollisen kimmomoduulin menetelmä.....	18
4	KUIVUMISKUTISTUMA	20
4.1	Betonin jälkihoitaminen	20
4.2	Betonin kuivumiskutistuman laskeminen.....	21
4.2.1	Kuivumiskutistuma	21
4.2.2	Sisäinen kutistuma	24
5	JÄNNITYSHÄVIÖT TARTUNTAJÄNNEPUNOKSISSA.....	25
5.1	Jännityshäviöiden yksinkertaistettu laskentatapa.....	25
6	LIITTOVALUN VAIKUTUS RAKENTEEN LYHENEMÄÄN	26
7	ESIJÄNNITETYN PALKIN LYHENEMIEN LASKENTAESIMERKKI	28
7.1	Palkin lähtötiedot	28
7.2	Teholliset poikkileikkausarvot jännepunosten laukaisun hetkellä.....	30
7.2.1	Tehollinen pinta-ala.....	30
7.2.2	Poikkileikkauksen tehollinen painopiste.....	31
7.2.3	Tehollinen jäyhyysmomentti	32
7.3	Tehollinen virumaluku	33
7.3.1	Virumaluvun kehittyminen	35
7.4	Kutistuma.....	36

7.4.1	Kuivumiskutistuma	36
7.4.2	Sisäinen kutistuma	37
7.4.3	Kokonaiskutistuma	37
7.5	Betonin pitkäaikaiset eli viruneet poikkileikkausarvot	37
7.6	Punosjännitykset.....	38
7.7	Kimmainen kokoonpuristuma muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmällä	40
7.7.1	Virumakertoimet	40
7.7.2	Kokoonpuristuma jännevoimasta ja virumasta.....	40
8	POHDINTA JA LASKENTATULOSTEN VERTAILUT	43

1 JOHDANTO

Tämän opinnäytetyön tarkoituksena on tehdä selvitys jännebetonirakenteen lyhenemisen suunnitteluun liittyvistä vaiheista, teoriasta ja oleellisista asioista. Opinnäytetyö toimii pohjana Laaturakenne Oy:n kehittämän JbHpalkkiEC2 Pro ohjelman kehitystyössä, eikä sitä ole tarkoitettu varsinaiseksi suunnittelun työkaluksi tai ohjeeksi.

Opinnäytetyö koostuu Excel taulukkoon tehdyistä vertailulaskelmista ja teorian sekä lyhenemien kaavojen selvittämisestä muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmällä. Kaavat lisätään myöhemmin JbHpalkki ohjelmaan ja laskentaa vertaillaan Excel taulukosta ja käsinlaskusta saatuihin tuloksiin.

Lyhenemien laskenta perustuu statiikan ja lujuusopin periaatteisiin, sekä *SFS-EN-1992-1-1* standardiin, lisäksi lähdemateriaalina on käytetty Matti Leskelän (2005) kirjaa *Betonirakenteiden Suunnittelu Ja Mitoitus BY 210*. Laskentakaavoja on otettu myös *JbHpalkki EC2 Pro* -ohjelman lähdekoodista, lisäksi materiaalina on liitteessä 3 esitetty Oulun Yliopiston Jännebetonirakenteiden kurssin luentomoniste muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmästä sekä tehollisen kimmomoduulin menetelmästä.

Asiakasyritys on Kuopiossa sijaitseva Insinööritoimisto Laaturakenne Oy, joka erikoistuu elementtisuunnitteluun, jännitettyihin betonirakenteisiin, rakennesuunnitteluun, tuotekehittelyyn, sekä ohjelmistokehittelyyn.

2 ESIJÄNNITETYT RAKENTEET

2.1 Jännittämisen teoriaa

Matti Leskelän (2005) kirjassa *Betonirakenteiden Suunnittelu Ja Mitoitus* esitetään jännitettyjen rakenteiden toimintaperiaate seuraavanlaisesti: Jännitetyn betonirakenteen etuja on, että puristavan alkujännitystilän seurauksena rakenne saadaan käyttörajatilassa yleensä pysymään halkeilemattomana, oikein suunniteltuna ulkoisten jännitysten seurauksena rakenne pysyy puristetussa tilassa. Halkeilemattomuudesta seuraa myöskin parempi taivutusjäykkyys ja sen mukana pienempi taipuma kuin jännittämättömissä rakenteissa.

Jännittäessä tuotetaan rakenteeseen sellainen puristusjännitystila, että ulkoiset voimat eivät riitä sen kumoamiseen tai pysyvät sellaisena, että rakenteeseen ei synny merkittävää halkeilua.

2.2 Jännittämismenetelmät

2.2.1 Esijännittäminen

Esijännittämistä käytetään vain tehdasolosuhteissa ja elementtituotannossa. Jännepunokset vedetään yleensä hydraulisilla tunkeilla ennaltamääritettyyn venymään ja sidotaan jännityspukkiin tai muottiin, tämän jälkeen betoni valetaan punosten ympärille ja vapautetaan betonin saavutettua tarvittavan lujuuden. Jännepunosten tartunta betoniin estää punosten vapaan palautumisen ja syntyy puristettu rakenne.

Esijännittäessä käytetyt jännepunokset ovat yleensä halkaisijaltaan 9,3mm tai 12,5mm ja langan pinta voi olla kuvioitu tai profiili muotoiltu tartunnan parantamiseksi. Kaikki punostyytit eivät sovellu kaikkiin kohteisiin, esimerkiksi voimakkaasti lyhyellä matkalla ankkuroituvat punokset eivät sovellu halkaisuvoiman vuoksi pienen betonipeitteen omaaviin rakenteisiin.

2.2.2 Jälkijännittäminen

Menetelmässä jänneet jännitetään ja kiinnitetään valmiiseen betonirakenteeseen. Jälkijännittäessä jänneet asennetaan metalliputken sisään siten että ne pääsevät vapaasti liikkumaan jännitettäessä. Menetelmä soveltuu pääasiassa paikallavalurakenteisiin ja suuriin rakenteisiin, joiden kuljettaminen tehtaalta työmaalle suuren kokonsa ja painonsa vuoksi olisi muuten epäkäytännöllistä

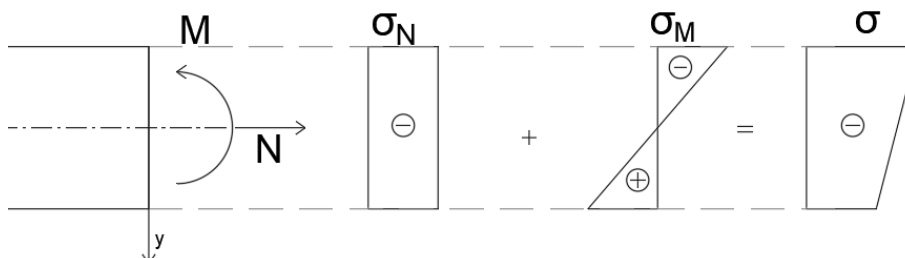
Jännittäminen tehdään hydraulitunkeilla, putket valetaan juotoslaastilla tartunnan parantamiseksi ja punokset ankkuroidaan päätyankkureiden avulla. Juotoslaasti estää myös korroosiota ja parantaa halkeilukestävyyttä.

Tartunnattomissa jännepunoksissa tartunta voidaan estää tarkoituksellisesti rasvan tai vaseliinin avulla. Jännitykset kohdistuvat tällöin rakenteeseen vain päädyissä.

2.3 Lineaarisen kimmoteorian mukainen jännitys- ja muodonmuutostila

Lineaarinen kimmoteoria olettaa, että erilaisten voimasuureiden vaikutus rakenteen poikkileikkauksessa, on niiden osavaikutusten summa.

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot y$$



Kuva 2.2/1 Normaalivoiman ja momentin aiheuttama yhdistetty jännitystila (Ruotsalainen 2020)

Epäkeskinen normaalivoima N voidaan aina muuttaa keskeiseksi normaalivoimaksi ja epäkeskisyyshmomentiksi, jonka suuruus on $n = N \cdot e$, jossa e = epäkeskisyyshmomentti, eli voiman etäisyys painopisteestä.

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e}{I} \cdot y$$

Edellisen periaatteen mukaisesti tästä aiheutuva jännitystila

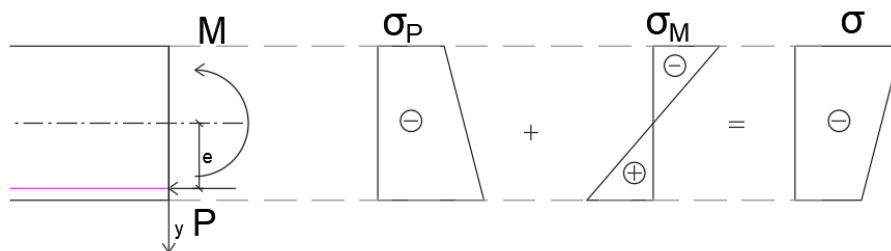
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{Ne}{I} y = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{ey}{I/A} \right) = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{ey}{i^2} \right) ; i^2 = \frac{I}{A} \rightarrow i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

i on poikkileikkauksen jäyhyys säde, jota käyttäen saadaan laskettua reunajännitykset ylä- ja alapinnassa

$$\sigma_{Bot} = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{ey_{Bot}}{i^2} \right) \quad \sigma_{Top} = \frac{N}{A} \left(1 - \frac{ey_{Top}}{i^2} \right)$$

2.3.1 Jännitetyn betonirakenteen kimmoteorian mukainen toimintaperiaate

Poikkileikkauksen sydänkuviolla, eli alueella, jonka sisällä vaikuttavan puristavan voiman aiheuttamat reunajännitykset ovat maksimissaan nolla, sijaitseva jännitysvoima saa aikaan sen, että koko rakenne on puristettu. Taivutusmomentti aiheuttaa lineaarisesti muuttuvan jännitystilaa, jossa toisella reunalla on vetoa ja toisella puristusta. Jotta rakenne säilyisi puristettuna on jännevoiman sijaittava poikkileikkauksen vetopuolella.



Kuva 2.2/2 Jännitetyn betonirakenteen yhdistetty jännitystila (Ruotsalainen 2020)

Jännitykset punosvoimista P poikkileikkauksen ylä- ja alareunoilla σ_{Top} ja σ_{Bot} . Momentista alapintaan kohdistuu vetävä voima ja voiman epäkeskisyyden painopisteen suhteen on e_p . Edellä mainitun perusteella jännevoiman aiheuttama jännitystila on

$$\sigma_P = -\frac{P}{A} \left(1 + \frac{e_p y}{i^2} \right)$$

Jossa y on tarkasteltavan kohdan etäisyys neutraaliakselilta, etäisyydet ylä- ja alapintoihin merkitään y_{Top} ja y_{Bot} . Taivutusmomentin aiheuttamat jännitykset ovat $\sigma_M = M_y/I$ joten reunajännitykset ovat vastaavasti

$$\sigma_{Top} = -\frac{P}{A} \left(1 + \frac{e_p y_{Top}}{i^2} \right) - \frac{M}{I} y_{Top}$$

$$\sigma_{Bot} = -\frac{P}{A} \left(1 + \frac{e_p y_{Bot}}{i^2} \right) + \frac{M}{I} y_{Bot}$$

3 JÄNNITYSMUODONMUUTOKSET

3.1 Betonin lujuuden kehittyminen

Leskelä toteaa kirjassaan, että betonin normaalilujuuden arvona pidetään 28vrk lujuutta, on kuitenkin hyvä huomioida, että lujuuksien kehittyminen ei ole suoraviivaista, sekä eri ominaisuudet kuten vetolujuus ja puristuslujuus kehittyvät eri tahtiin. Puristuslujuuden arvioimiseen käytetään Eurokoodi 2:ssa aikafunktiota

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t)f_{cm}$$

Jossa

$$\beta_{cc}(t) = e^{s(1-\sqrt{28/t})}$$

Jossa

t on betonin ikä vuorokausina tarkasteltavana ajankohtana

s on sementtityypistä johtuva kerroin, jonka arvo on

0,2 nopeasti kovettuville R-typin sementteille

0,25 normaalisti kovettuville N-typin sementteille

0,38 hitaasti kovettuville S-typin sementteille

f_{cm} on betonin keskimääräinen puristuslujuus 28vrk ikäisenä

Kun $t < 28$ vuorokautta niin oletetaan että puristus ja vetolujuus kehittyvät samaan tahtiin, jonka jälkeen vetolujuuden aikafunktiona käytetään $\beta_{cc}(t)^{2/3}$

Betonin kimmokerroin ajan hetkellä t saadaan Eurokoodi 2:n mukaisesti laskettua kaavalla

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right)^{0,3} \cdot E_{cm}$$

Jossa

E_{cm} on betonin kehittyneen kimmomoduulin keskiarvo 28vrk ikäisenä, se saadaan laskettua kaavasta

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3}$$

3.2 Viruma

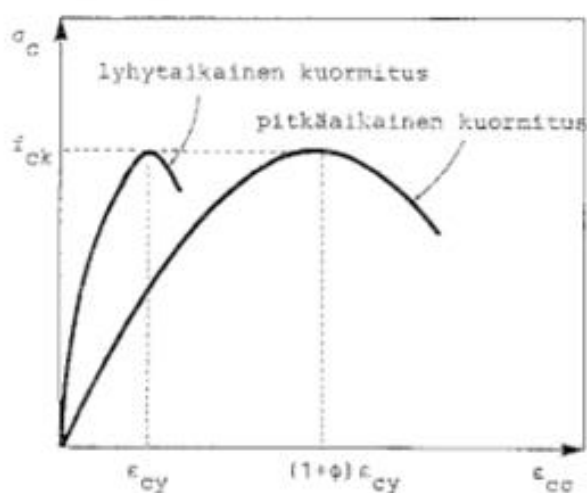
Betonin viruminen on betonin koostumuksesta sekä ympäristötekijöistä johtuva funktio. Sisäisten tekijöiden vaikuttavat ominaisuudet ovat kapillaarihuokoisuus ja vesi/sementti suhde. Ulkoisista tekijöistä virumaan eniten vaikuttaa ympäristön suhteellinen kosteus ja betonin ikä kuormituksen alkaessa (hydrostaatioaste).

Betonin viruminen ja kutistuminen riippuvat ympäristön kosteudesta. Virumaan vaikuttaa myös betonin kovettumisaste kuormituksen alkaessa.

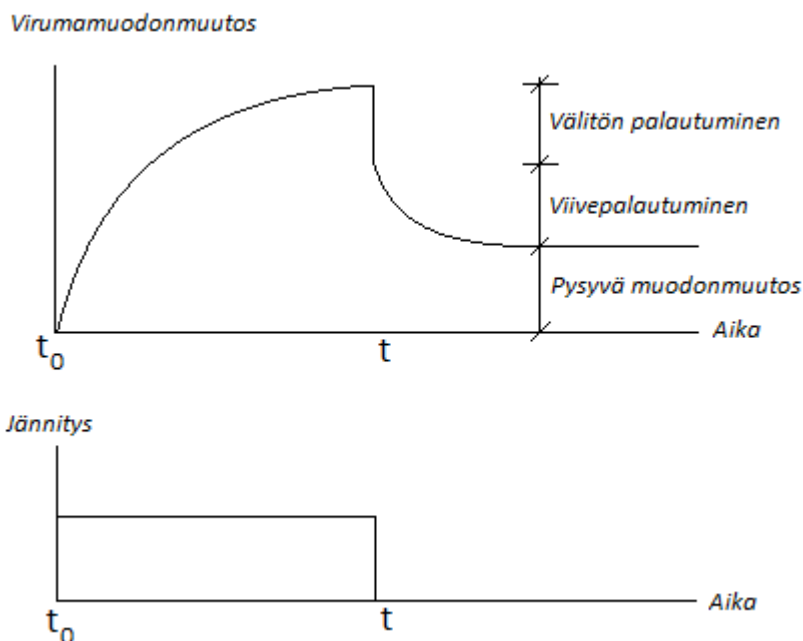
Viruman vaikuttaa:

- Viruma kasvaa, kun kapillaarihuokoisuus lisääntyy
- Viruma pienenee vähennettäessä vesi/sementti suhdetta ja hydrostaatioasteen kasvaessa.
- Mitä aikaisemmassa vaiheessa betonia aletaan kuormittamaan, sitä suurempaa viruminen on.
- Ympäristön korkea suhteellinen kosteus vähentää betonin virumaa
- Ohuet kappaleet viruvat enemmän kuin paksut (muunnetun paksuuden h_0 vaikutus virumalukuun)

Viruma ei periaatteessa lopu koskaan, mutta vähenee ajan myötä eksponentiaalisesti lähes nollaan. Käytännössä kaikki viruma on tapahtunut viimeistään 70 vuoden aikana. Viruma on osittain palautuva muodonmuutos, joka palautuu osittain kuormituksen loppuessa. Tämän takia virumaa tarkastellaan kahdessa osassa, jotka ovat viivästynyt kimmainen palautuva muodonmuutoksen osa, sekä viskoosi palautumaton muodonmuutoksen osa.



Kuva 3.2/1 lyhytaikainen ja pitkäaikainen jännitysmuodonmuutos (LIITE 3).



Kuva 3.2/2 Virumisen periaate (Leskelä 2005).

Kaikkia virumaan vaikuttavia tekijöitä ei tunneta, mutta sen ajatellaan johtuvan pääosin sementin virumasta, koska kiviaines on virumatonta. Betonin viruma johtuu siis pääasiassa sementissä olevasta vedestä sekä sen liikkeestä huokosissa. Tämän lisäksi tapahtuu myös partikkeleiden liukumista, sekä tiivistymistä.

Virumasta johtuvia seuraamuksia ovat jännityshuippujen tasaantuminen, jännitysten uudelleenjaakautuminen, taipumien kasvu sekä jännityshäviöt. (*Betonirakenteiden Suunnittelu Ja Mitoitus By210*, Leskelä 2005)

SFS-EN-1-1 1992: Eurokoodi 2, kohdan 3.1.4 ja Liite B:n mukaan viruma esitetään virumaluvun $\varphi(t, t_0)$ avulla, joka kuvaa virumamuodonmuutoksen suhdetta jännityksen aiheuttamaan lyhytaikaiseen muodonmuutokseen. Menetelmällä laskettujen betonin virumalukujen hajonta on n. 20% verrattuna laboratorio kokeiden tuloksiin

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0)$$

Missä

φ_0 on nimellinen virumaluku, joka voidaan laskea kaavasta

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0)$$

Missä

φ_{RH} on suhteellisen kosteuden vaikutuksen nimelliseen virumalukuun huomioon ottava kerroin

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0,1\sqrt[3]{h_0}} \quad \text{Kun } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\varphi_{RH} = \alpha_2 \left[1 + \alpha_1 \frac{1 - RH/100}{0,1\sqrt[3]{h_0}} \right] \quad \text{Kun } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

RH on ympäristön suhteellinen kosteus

$\beta(f_{cm})$ on betonin lujuuden vaikutuksen nimelliseen virumalukuun huomioon ottava kerroin

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}$$

$\beta(t_0)$ on betonin kuormittumisen alkamisajankohdan vaikutuksen nimelliseen virumalukuun huomioon ottava kerroin

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}}$$

h_0 on poikkileikkauksen muunnettu paksuus [mm], missä

$$h_0 = \frac{2A_c}{u}$$

Missä

A_c on poikkileikkauksen pinta-ala

u on haihtumiselle alttiin piirin pituus poikkileikkauksessa

$\beta_c(t, t_0)$ on kerroin, joka kuvaa betonin virumisen kehittymistä kuormittumisen jälkeen, sen likiarvo voidaan laskea kaavalla

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}$$

t on betonin ikä vuorokausina tarkasteluajankohtana

t_0 on betonin ikä vuorokausina kuormituksen alkamisajankohdassa

β_H on kerroin suhteellisesta kosteudesta ($RH\%$) ja poikkileikkauksen muunnetusta paksuudesta (h_0) riippuva kerroin, jonka likiarvo saadaan kaavasta

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012RH)^{18}] + 250 \leq 1500$$

Kun $f_{cm} \leq 35$ MPa

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3$$

Kun $f_{cm} > 35$ MPa

α_1 α_2 ja α_3 ovat kertoimia, jotka ottavat huomioon betonin lujuuden

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,7}; \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,2}; \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,5}$$

Sementtityypin vaikutus betonin virumalukuun voidaan ottaa huomioon muuttamalla $\beta(t_0)$ kaavassa oleva t_0 seuraavan kaavan mukaisesti

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + (t_{0,T})^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5$$

Missä

$t_{0,T}$ on betonin lämpökorjattu ikä kuormitushetkellä vuorokausina

α on sementtityypistä riippuva eksponentti

= -1, S-typin sementeillä

= 0, N-typin sementeillä

= 1, R-typin sementeillä

Betonin kovettumislämpötilan vaikutus kovettumisasteeseen lämpötilavälillä 0...80 °C voidaan ottaa huomioon korjaamalla betonin ikää seuraavalla kaavalla

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)]-13,65)} \cdot \Delta t_i$$

Missä

t_T on lämpötilakorjattu betonin ikä vuorokausina, joka korvaa suureen t vastaavissa kaavoissa

$T(\Delta t_i)$ on lämpötila [°C] aikavälillä Δt_i

Δt_i on aikaväli vuorokausina, jonka betoni on lämpötilassa T

Koska virumaluku $\varphi(\infty, t_0)$ kuvaa virumamuodonmuutoksen suhdetta lyhytaikaiseen muodonmuutoksen, niin kokonaismuodonmuutos viruman seurauksesta verrattuna lyhytaikaiseen muodonmuutokseen on $[1 + \varphi(\infty, t_0)]$ (tehollinen virumaluku)

3.3 Epälineaarinen viruma

Korkeassa jännitystilassa, kun puristusjännitys ylittää arvon $0,45f_{ck}(t_0)$ viruminen tapahtuu epälineaarisesti betonin mikrohalkeilun vuoksi. Tämän vuoksi voi tapahtua myös virumahalkeilua.

Epälineaarisen viruman loppuarvo $\varphi_{nl}(\infty, t_0)$ saadaan arvioitua kaavalla

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0)e^{(1,5(k_\sigma - 0,45))}$$

missä

k_σ on jännityksen ja lujuuden välinen suhde $\sigma_c/f_{ck}(t_0)$

$\varphi(\infty, t_0)$ on viruman loppuarvo

3.4 Muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmä

Seuraavassa kappaleessa esitetään LIITE 3:ssa esitetyn luentomonisteen mukainen laskenta muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmälle.

Eri ajan hetkillä vaikuttavista osakuormituksista aiheutuneet virumamuodonmuutokset voidaan laskea käyttäen yhteenlaskuperiaatetta (superpositioperiaate), mikäli käyttöjännitykset pysyvät suuruudeltaan käyttörajatilaa vastaavalla alueella.

Tämän huomioon ottaen jännityksestä σ_{c0} aiheutuva virumismuodonmuutos on suoraan verrannollinen jännitykseen

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\varepsilon_{ce28}}$$

Missä

ε_{ce28} on betonin kimmoinen muodonmuutos jännityksestä σ_{c0} 28 vuorokauden iässä

$$\varepsilon_{ce28} = \frac{\sigma_{c0}}{E_{c28}}$$

Jossa

E_{c28} betonin kehittynyt kimmomoduuli 28vrk:n iässä, joka lasketaan kohdan 3.1 mukaan

$\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ on betonin virumamuodonmuutos vakiojännityksestä σ_{c0} , joka vaikuttaa ajan hetkellä t_0

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_{c0}}{E_{c28}} \varphi(t, t_0)$$

Betonin kimmainen muodonmuutos kuormitushetkellä t_0 voidaan laskea kaavalla

$$\varepsilon_{c\sigma}(t_0) = \frac{\sigma_{c0}}{E_c(t_0)}$$

Jossa

$E_c(t_0)$ on betonin kimmomoduuli ajan hetkellä t_0 , joka lasketaan kohdan 3.1 mukaan

Betonin kokonaisvenymä ajanhetkellä t on siis

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \varepsilon_{ce}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0)$$

Jolle saadaan täten johdettua kaava

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_{c0} \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right]$$

Jos jännitys σ_c ei olekaan vakio vaan vaihtelee ajan mukana, niin täytyy jännityksen aiheuttaman venymän $\varepsilon_{c\sigma}$ laskemiseksi hyödyntää yhteenlaskuperiaatetta

Oletuksena on, että betonin jännitys on alussa nolla, ajan hetkenä t_0 se saa arvon σ_{c0} ja ajan hetkinä t_i , $i=1, 2, 3, \dots$ joihin kuhunkin lisäykset $\Delta\sigma_{ci}$. Tämän mukaan saadaan laskettua yhteenlaskuperiaatella jännityksen σ_{c0} aiheuttama venymä $\varepsilon_{c\sigma}$ ajan hetkellä $t > t_0$

$$\varepsilon_{c\sigma}^0(t) = \varphi(t, t_0) \sigma_{c0}$$

Ja siitä edespäin jokaisen jännityksen muutoksen $\Delta\sigma_{ci}$, jonka ajankohta t_i on ennen tarkasteluajan kohtaa t , aiheuttamat venymät

$$\Delta\varepsilon_{c\sigma}^i(t) = \varphi(t, t_i) \Delta\sigma_{ci}$$

Eli siis yhteenlaskuperiaatteen mukaisesti laskettuna jännityksen aiheuttama kokonaisvenymä saadaan laskettua kaavalla

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = \varphi(t, t_0)\sigma_{c0} + \sum_{i=1}^n \varphi(t, t_i)\Delta\sigma_{ci}$$

Vaikka kuormitukset ei todellisuudessa muutu suurin hyppäyksin, niin tällä laskentatavalla saadaan kuitenkin hyvä aproksimaatio venymän arvioimiseksi.

Oletetaan tässä tapauksessa, että aluksi betoinin jännitys on nolla ajan hetkellä t_0 ja vaihtelee tämän jälkeen jatkuvan funktion $\sigma_c(t)$ mukaan. Saadaan yhteenlaskuperiaatteen mukaisesti nyt laskemalla jännityksen σ_{c0} aiheuttama venymä.

$$\varepsilon_{c\sigma}^0(t) = \varphi(t, t_0)\sigma_{c0}$$

Sekä kaikkien differentiaalisten jännitysmuutosten $d\sigma_c(\tau)$ joiden tarkasteluajankohta τ on ennen ajankohtaa t , aiheuttamat venymät

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = \varphi(t, t_0)\sigma_{c0} + \int_{t_0}^t \varphi(t, \tau) d\sigma_c(\tau)$$

Tämä on yleinen lauseke jännityksestä betoniin aiheutuvalle venymälle, kun jännitys on ajanhetkestä t_0 alkaen jatkuva ajan funktio. Kaavoista voidaan todeta, että tarkasteltavan pisteen venymä $\varepsilon_{c\sigma}$ ajanhetkellä t ei riipu ainoastaan jännityksestä samana ajankohtana, vaan kappaleeseen kohdistuneesta jännityshistoriasta.

Jos jännityksen muuttuminen ajankohdan t_0 jälkeen on rajattu siten, ettei se ylitä 30% arvosta σ_{c0} , voidaan muodostaa kaavan likiarvon laskemiseksi kaavan (luentomoniste) 3.17 mukaisesti.

$$\varepsilon_{c\sigma 1}(t) = \frac{\sigma_c(t_0) + \sigma_c(t)}{2} + \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right]$$

Jännitys muuttuu ajanhetkellä t arvoon $\sigma_c(t)$, jonka aiheuttama kimmainen venymä kaavalla

$$\varepsilon_{c\sigma 2}(t) = \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{2} \cdot \frac{1}{E_c(t)}$$

Käyttäen yhteenlaskuperiaatteen mukaista laskemistapaa saadaan täten muodostettua kaava

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c\sigma}(t) &= \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t) + \sigma_c(t_0)}{2E_{c28}} \varphi(t, t_0) \\ &+ \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{2} \left[\frac{1}{E_c(t)} + \frac{1}{E_c(t_0)} \right] \end{aligned}$$

Tähän kaavaan perustuvaan menettelyä kutsutaan muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmäksi (mean stress method with variable E_c).

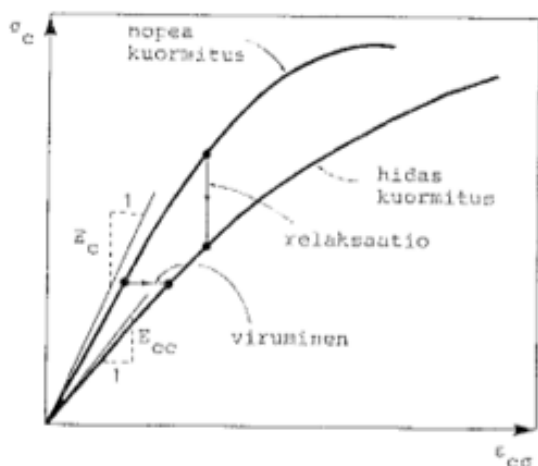
Jos taas kimmomoduulin muuttumisen voi jättää huomioimatta niin kaava yksinkertaistuu muotoon

$$\varepsilon_{c\sigma}(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_{c28}} + \frac{\sigma_c(t) + \sigma_c(t_0)}{2E_{c28}} \varphi(t, t_0)$$

Tätä laskentatapaa kutsutaan vakio kimmomoduulin keskijännitysmenetelmäksi (mean stress method with constant E_c).

3.5 Betonin tehollisen kimmomoduulin menetelmä

Betonin tehollisen kimmomoduulin laskentaa sanotaan tehollisen kimmomoduulin menetelmäksi tai kokonaiskimmomoduulimenetelmäksi (total deformation modulus method).



Kuva 3.2/3 viruneen betonin kimmomoduulin kehittyminen jännitysmuodonmuutosten seurauksena (LIITE 3)

Betoninormien kohdan 2.1.5.4, kuten myös nykyisen SFS-EN-1992 1-1 Eurokoodi 2 standardin kohdan 3.1.4 mukaan virumasta aiheutuva muodonmuutoksen laskentakaava on.

$$\varepsilon_{cc} = \varphi \varepsilon_c$$

Missä

ε_c on pitkäaikaiskuormituksen aiheuttama betonin hetkellinen venymä

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{cm}}$$

Missä

E_{cm} on betonin kimmomoduuli 28 vuorokauden iässä

Betonin kokonaisjännitysmuodonmuutokselle saadaan näin betoninormien mukaan kaava

$$\varepsilon_{c\sigma} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} = (1 + \varphi) \frac{\sigma_c}{E_c}$$

Missä

φ on loppuviruman arvo

Ja tämän mukaan saadaan viruneelle kimmomoduulille arvoksi

$$E_{cc} = \frac{E_c}{1 + \varphi}$$

4 KUIVUMISKUTISTUMA

Kuivumiskutistuma ε_{cs} muodostuu sisäisestä kutistumasta ε_{ca} , ja ulkoisesta kutistumasta ε_{cd} . Kuivumiskutistuma kehittyy hitaasti koska se aiheutuu kosteuden haihtumisesta kovettuneen betonin läpi. Sisäinen kutistuma taas kehittyy betonin kovettuessa ja merkittävä osa tapahtuu ensimmäisten päivien aikana. Sisäinen kutistuma on suoraan verrannollinen betonin lujuuteen ja on tarpeen ottaa huomioon erityisesti silloin kun valetaan uutta betonia kovettunutta betonia vasten. (SFS-EN-1992-1-1 Kohta 3.1.4 ja Liite B)

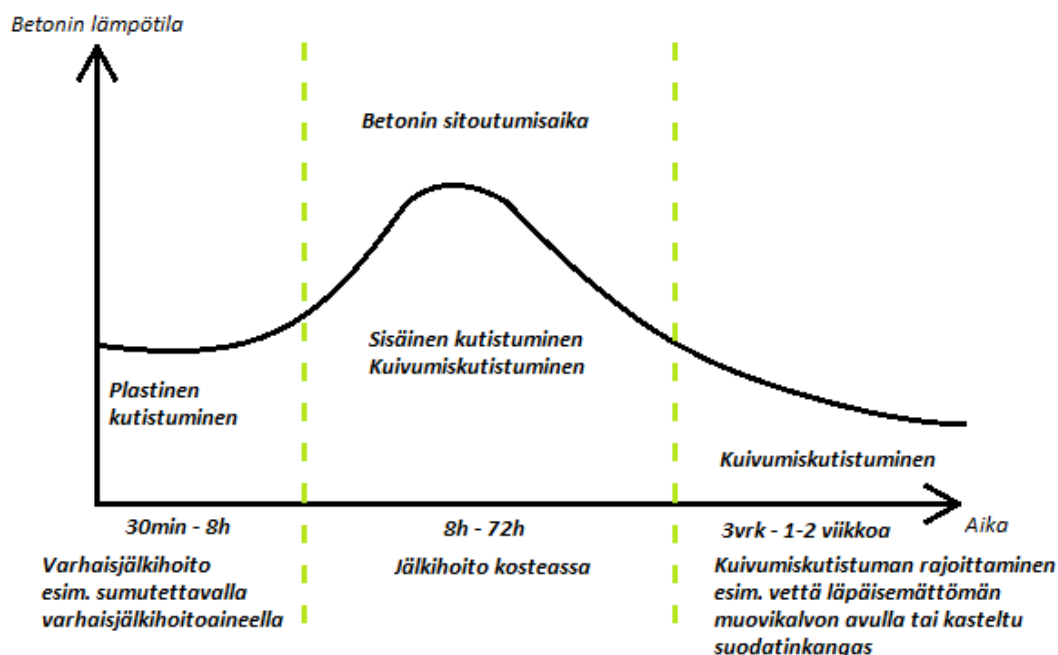
Komonen Juha mainitsee esitelmässään *Betonilattioiden kutistuminen* (2012) seuraavia seikkoja: Betonin kutistuma on betonin materiaaliominaisuus, joka tapahtuu sen ollessa notkeassa eli plastisessa tilassa. Betoni kutistuu aina kuivuessaan, kuivumiskutistuma voidaan määritellä aikasidonnaiseksi vakiolämpötilassa tapahtuvaksi muodonmuutokseksi, joka johtuu pääasiassa veden liikkumisesta betonin mikrorakenteissa. Osa kuivumiskutistumasta on myös palautuvaa, eli betonin kastuessa tapahtuu paisumista.

Jotta betonimassaa pystytään työstämään, niin massaan käytetään käytännössä aina enemmän vettä kuin sementin ja veden välisessä hydraatioreaktiossa tarvitaan, usein vettä käytetään betonimassioissa lähes kaksinkertaisesti hydraatioreaktioon tarvittavan veden määrään verrattuna. Kuivumiskutistuma tapahtuu pääasiassa sementtipastassa, joten pastamäärän minimoiminen vaikuttaa merkittävästi kuivumiskutistumaan. Tämä vaatii betonilaadun, runkoaineen ja sen rakeisuuden, sekä vesi-sementtisuhteen optimoimista. Betonin suuremman lujuusasteen saavuttamiseen tarvittava sementtimäärä yleensä lisää ei-toivottuja muodonmuutosominaisuuksia. Runkoaineen karkea kiviaines pystyy rajoittamaan kutistumista vähentämällä tarvittavan sementtipastan määrää.

Kuivumisen ja kovettumisen myötä tapahtuvan kutistumisen lisäksi tuoreessa betonissa tapahtuu myös plastista painumaa, joka voi aiheuttaa betonin halkeilua. Betonimassassa tapahtuu erottamista, jolloin kiinteät partikkelit painuvat vielä tärytyksen jälkeen alaspäin ja vesi erottuu betonimassan pinnalle lisäten kuivumaa

4.1 Betonin jälkihoitaminen

Koska suurin osa betonin kutistumisesta tapahtuu ensimmäisten päivien aikana, on elintärkeää estää betonin muodonmuutoksia kovettumisen alkuvaiheessa jälkihoidon avulla. Jälkihoidon tulee olla tarpeeksi pitkäkestoinen ja se voidaan aloittaa jo betonin ollessa notkeaa. Jälkihoidossa betonin pinta tulisi pitää tarpeeksi kosteana, jotta pinnan kosteuspitoisuus ja lämpötila säilyisivät jotakuinkin samana kuin syvemmissä kerroksissa. Jälkihoidon puutteellisuus aiheuttaa betoniin halkeilua varsinkin alhaisemmilla betonilujuuksilla. Jälkihoidon periaate on esitetty kuvassa 4.1/2.



Kuva 4.1/2 betonin jälkihoidon periaatekaavio (Ruotsalainen 2020)

Mikäli pinta kuivuu liikaa ennen lujuuden kehittymistä niin siihen syntyy plastista kutistumaa ja halkeilua. Plastisen kutistuman määrä on suoraan verrannollinen pinnalta haihtuvan kosteuden määrään, jota kasvattavat ilmavirtaukset, ilman vähäinen suhteellinen kosteus, korkea lämpötila tai suora auringonpaiste. Tuulisuuden poistaminen on tärkeää ulkotiloissa, sillä 7m/s ilmavirtauksen on todettu aiheuttavan neljässä tunnissa betoniin jopa 10 kertaisen plastisen kutistuman kuivumiskutistumaan verrattuna. Komonen (2012)

4.2 Betonin kuivumiskutistuman laskeminen

SFS-EN-1992-1-1 eurokoodi 2:n mukaan betonin kokonaiskutistuma saadaan laskettua kaavalla

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

Missä

ε_{cd} on kuivumiskutistuma

ε_{ca} on sisäinen kutistuma, eli kovettumis-/kemiallinen kutistuma, jonka oletetaan loppuvan betonin saavutettua maksimaalisen lujuutensa 28 vuorokauden ikäisenä

4.2.1 Kuivumiskutistuma

Kuivumiskutistuman loppuarvo $\varepsilon_{cd,\infty}$ saadaan laskettua kaavalla

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

Jossa

k_h on muunnettuun paksuuteen perustuva kerroin, joka saadaan taulukosta 1 ja tarkempia väliarvoja k_h kertoimelle voidaan laskea lineaarisesti interpoloimalla.

$\varepsilon_{cd}(f_{cm})$ on kuivumiskutistuman perusarvo, joka saadaan laskettua kaavasta

$$\varepsilon_{cd}(f_{cm}) = 0,85[(220 + 110\alpha_{ds1})e^{-\alpha_{ds2}(f_{cm}/10)}] \cdot 10^{-6}$$

Jossa

α_{ds1} ja α_{ds2} kertoimet ovat sementtiluokasta riippuvia kertoimia, jotka saadaan taulukosta 2

TAULUKKO 1. Loppukutistuman k_h kertoimet, (SFS-EN 1992-1-1 kohta 3.1.4.)

Loppukutistuman k_h kertoimet	
h_0 [mm]	k_h
≤100	1,00
200	0,85
300	0,75
≥500	0,70

TAULUKKO 2. kutistumisyhtälöiden α kertoimet (SFS-EN 1992-1-1 Kohta 3.)

Kutistumisyhtälöiden α -kertoimet			
Sementtilaatu	Hitaasti kovettuva (S)	Normaalisti kovettuva (N)	Rapid erikoisluja (R)
α_{as}	800	700	600
α_{ds1}	3	4	6
α_{ds2}	0,13	0,12	0,11

Kuivumiskutistuman aikafunktio, $\beta_{ds}(t-t_s)$ saadaan laskettua kaavalla

$$\beta_{ds}(t-t_s) = \frac{t-t_s}{0,04\sqrt{h_0^3 + t-t_s}}$$

Jossa

t on betonin ikä tarkasteluhetkellä vrk

t_s on betonin ikä vrk, kuivumiskutistumisen (tai paisumisen) alkamisesta, joka on normaalisti varhaisjälkihoidon loppumisajankohta.

h_0 on poikkileikkauksen nimellismitta (muunnettu paksuus)

$$h_0 = 2A_c/u$$

jossa

A_c on betonin poikkileikkausala

u on kuivumiselle alttiin betonin poikkileikkauksen osan piiri

Ympäristön suhteellisen kosteuden vaikutus huomioidaan funktion β_{RH} avulla

$$\beta_{RH}(RH) = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] \quad \text{kun} \quad RH < \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \cdot 99\%$$

Ja

$$\beta_{RH}(RH) = 0,25 \quad \text{kun} \quad RH \geq \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \cdot 99\%$$

Betonin kuivumiskutistuman nimellisarvo ε_{cd0} saadaan kaavalla

$$\varepsilon_{cd0} = \varepsilon_{cd}(f_{cm})\beta_{RH}(RH)$$

Ja kuivumiskutistuman arvo ajanhetkellä $\varepsilon_{cd}(t)$

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t) \cdot K_h \cdot \varepsilon_{cd0}$$

TAULUKKO 3. SFS-EN 1992-1-1:ssa esitettyjä nimelliskutistuman $\varepsilon_{ca,\infty}$ (‰) arvoja betonille, jossa on käytetty N-tyyppin sementtiä.

Betoni- luokka	Suhteellinen kosteus RH (%)					
	20	40	60	80	90	100
C20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
C40/50	0,48	0,41	0,34	0,24	0,13	0,00
C60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
C80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
C90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

4.2.2 Sisäinen kutistuma

Sisäinen kutistuma ε_{ca} saadaan laskemalla kaavasta

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty)$$

Jossa sisäisen kutistuman ominaisarvo $\varepsilon_{ca}(\infty)$ on

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

Ja sisäisen kutistuman aikafunktio β_{as}

$$\beta_{as} = 1 - e^{-0,2\sqrt{t}}$$

5 JÄNNITYSHÄVIÖT TARTUNTAJÄNNEPUNOKSISSA

5.1 Jännityshäviöiden yksinkertaistettu laskentatapa

SFS EN1992-1-1 kohdassa 5.10.6 esitetään laskentatapa ajasta riippuville jännityshäviöille seuraavanlaisesti:

Ajasta riippuvat jännityshäviöt voidaan laskea ottamalla huomioon viruma- ja kutistumamuodonmuutoksen pienentyminen, sekä vetojännityksestä aiheutuva relaksaation tuottama jännityksen pieneminen. Terästen relaksaatio riippuu betonin muodonmuutoksesta viruman ja kutistuman seurauksena. Näiden yhteisvaikutus voidaan yleensä ottaa huomioon kertoimen 0,8 avulla.

Yksinkertaistetun laskentatavan mukainen kaava

$$\Delta p_{c+s+r} = A_p \cdot \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \sigma_{c,Qp}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} (z_{cp})^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]}$$

Jossa

ε_{cs} on kuivumiskutistuman itseisarvo

E_p on jänneteräksen kimmokerroin

E_{cm} on betonin kehittynyt kimmokerroin

$\Delta \sigma_{pr}$ on jänneteräksen relaksaatiosta johtuva jänneterästen jännityksen muutoksen itseisarvo. Se määritetään kaavalla $\sigma_p = \sigma_p (G + P_{m0} + \psi_2 Q)$ Joka tarkoittaa alkujännitevoiman ja pitkäaikaiskuorman seurauksena aiheutuvaa alkutilanteen jännitystä

A_p on kaikkien kohdassa x olevien jänneterästen ala

A_c on betonipoikkileikkauksen ala

I_c on betonipoikkileikkauksen jäyhyysmomentti

z_{cp} on betonipoikkileikkauksen painopisteen ja jänneterästen välinen etäisyys

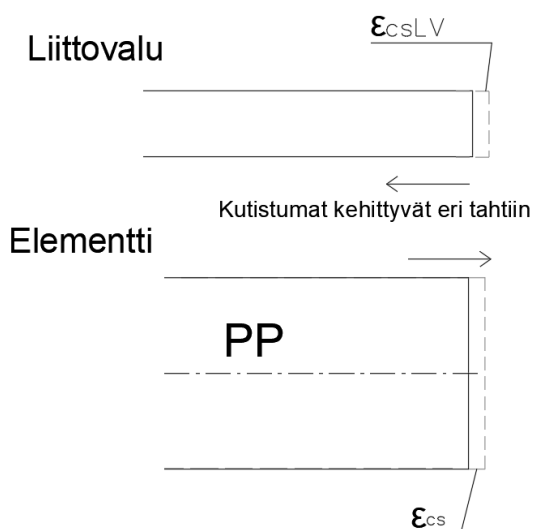
Laskentatapa soveltuu myös injektoiduille ankkurijänteille, kun käytetään jännitysten paikallisia arvoja ja tartunnattomille jänteille jännitysten keskimääräisillä arvoilla.

Huom. Esimerkkilaskelman jännityshäviöt on laskettu JbHpalkki ohjelmalla, joka käyttää jännityshäviöiden laskentaan huomattavasti yksityiskohtaisempaa laskentatapaa, jota ei käsitellä asian laajuuden ja ajan rajallisuuden vuoksi tässä opinnäytetyössä. Asiaankuuluvaa kirjallisuutta ks. Leskelä (2005) *Betonirakenteiden Suunnittelu Ja Mitoitus BY210* kohta 9.1.6.

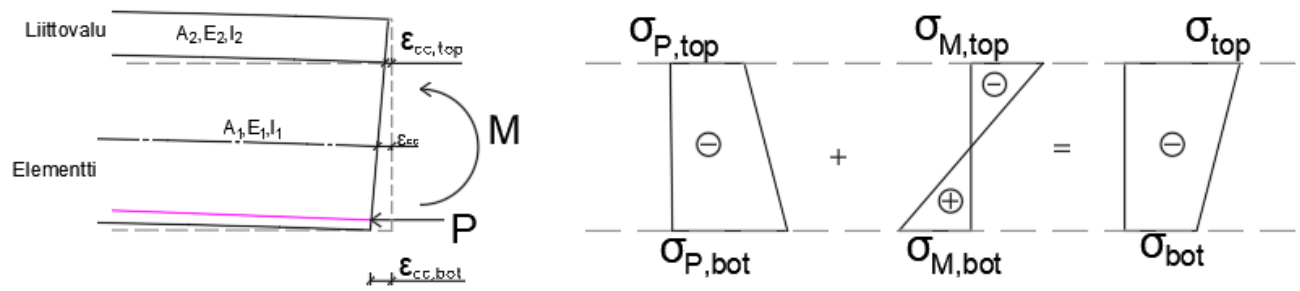
6 LIITTOVALUN VAIKUTUS RAKENTEEN LYHENEMÄÄN

Lujuusopin, sekä lineaarisen kimmoteorian periaatteita noudattaen saadaan laskettua liittovalun ja valmiin betonirakenteen viruma- ja kutistumaerot (ks. kohta 2.3 ja 3), sitä kautta niistä aiheutuvat jännitykset, sekä niiden vaikutukset rakenteen lyhenemään.

Jos uutta betonia valetaan kiinni valmiiseen kovettuneeseen betoniin niin rakenteiden kutistumaerot on otettava huomioon kuten myös liittovalun tuoma lisäjäykkyys rakenteessa ja sen vaikutus pitkäaikaisiin muodonmuutoksiin.



Kuva 6/1 Elementin ja Liittovalun ja elementin kutistumaeroista aiheutuvien voimien periaate (Ruotsalainen 2020)



Kuva 6/2 Liittovalun periaattellinen vaikutus rakenteen pitkäaikaismuodonmuutoksiin (Ruotsalainen 2020)

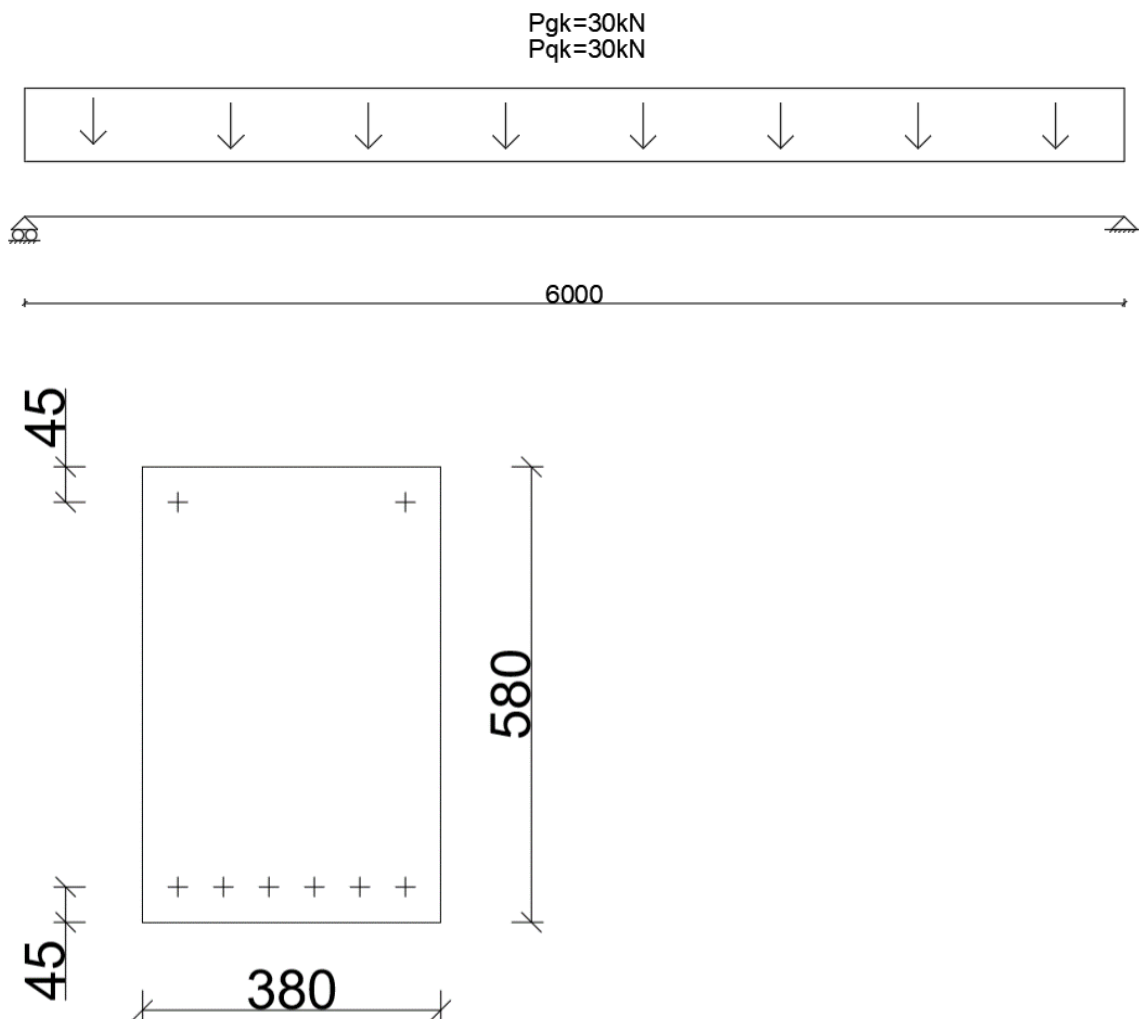
Lisätietoa liittorakenteista ks. Betonitieto Oy:n Valmisosarakentaminen II kansion osasta 1 Liittorakenteet.

7 ESIJÄNNITETYN PALKIN LYHENEMIEN LASKENTAESIMERKKI

Laskentaesimerkissä tarkastellaan jännitetyn betonipalkin lyhenemiä eri ajanhetkillä sekä palkin laskentapisteissä. Lasketaan esimerkkinä käsinlaskut suorakaidepalkin lyhenemistä laskentapisteessä $x = 0$. Loput laskentapisteet syötetään työn nopeuttamiseksi excel laskuriin, josta saadaan muiden laskentapisteiden ja ajanhetkien arvot poikkileikkauksille, punosjännityksille, sekä lyhenemille.

Käsinlaskenta suoritetaan punosjännitysten laukaisun ajanhetkellä $t = 3\text{vrk}$, betonin kovettumisen jälkeen $t = 28\text{vrk}$, mahdollisen liittovalun hetkellä $t = 60\text{vrk}$, sekä käytännössä äärettömän ajan kulluttua, joka on tässä tapauksessa 70v , eli $t = 25550\text{vrk}$. Näiden lisäksi palkki jaetaan 20 laskentapisteeseen, jotka sijaitsevat tasaisin välein toisistaan.

7.1 Palkin lähtötiedot



Betonilaatu	C50/60
Laukaisulujuus	30N/mm ²
Sementti	R-rapid
Ilman suhteellinen kosteus	50%
Punostiedot	
Alapinnan punokset	6J12,5mm
A _{p, ala}	93 mm ²
Etäisyys alapinnasta A _r	45mm
Yläpinnan punokset	
Yläpinnan punokset	2J12,5mm
A _{p, ylä}	93 mm ²
Etäisyys yläpinnasta Y _r	45mm
Punosten alkujännitys	
σ _{p0, ala}	1350 N/mm ²
σ _{p0, ylä}	1350 N/mm ²
Punosten kimmomoduuli	
E _p	200000 N/mm ²
Palkin dimensiot	
H	580mm
B	380mm
Jänneväli L	6000mm
A _c	220400mm ²
I _c	6178546667mm ⁴

7.2 Teholliset poikkileikkausarvot jännepunosten laukaisun hetkellä

7.2.1 Tehollinen pinta-ala

$$A_{i,eff} = A_{i,c} + A_{i,p,eff} + A_{i,s,eff}$$

Jossa

$A_{i,p,eff}$ On jännepunosten pinta-ala suhteutettuna betonin kehittyneeseen kimmomoduuliin punosten laukaisun hetkellä

$A_{i,s,eff}$ On raudoitusterästen pinta-ala suhteutettuna betonin kehittyneeseen kimmomoduuliin punosten laukaisun hetkellä

$$A_{p,eff} = (\alpha_{p,eff} - 1) \cdot A_p$$

$$A_{s,eff} = (\alpha_{p,eff} - 1) \cdot A_s$$

jossa

$$\alpha_{p,eff,3vrk} = \frac{E_p}{E_{c,eff}(t)}$$

$E_{c,eff}(t)$ on betonin tehollinen kimmokerroin ajanhetkellä t, joka on kohdan 3.1 mukaan laskettuna:

$$\beta_{cc}(3vrk) = e^{0,2(1-\sqrt{28/3})} = 0,66298$$

$$f_{cm}(3vrk) = 0,662998 \cdot 50N/mm^2 = 33,15N/mm^2$$

Koska lujuus ylittää valitun laukaisulujuuden arvon niin käytetään kimmomoduulin laskennassa arvoa $f_{ck} = 33 \text{ N/mm}^2$

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{50 + 8 \text{ N/mm}^2}{10} \right)^{0,3} = 37277,9 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm}(3vrk) = 22000 \cdot \left(\frac{33 + 8}{50 + 8} \right)^{0,3} = 32953,5 \text{ N/mm}^2$$

Tämän mukaan saadaan sitten $\alpha_{p,eff}$ -kertoimelle arvoksi

$$\alpha_{p,eff} = \frac{195000 \text{ N/mm}^2}{32953,5 \text{ N/mm}^2} \approx 5,94$$

$$\alpha_{s,eff} = \frac{200000 \text{ N/mm}^2}{32953,5 \text{ N/mm}^2} \approx 6,09$$

Näin saadaan sitten laskettua poikkileikkauksen teholliset pinta-alat $A_{i,eff}$

$$A_{i,p,eff,ala} = (5,94 - 1) \cdot (6 \cdot 93 \text{ mm}^2) = 2755,68 \text{ mm}^2$$

$$A_{i,p,eff,ylä} = (5,94 - 1) \cdot (2 \cdot 93 \text{ mm}^2) = 918,56 \text{ mm}^2$$

$$A_{i,eff} = 220400 + 2755,68 + 918,56 = 224074,25 \text{ mm}^2$$

7.2.2 Poikkileikkauksen tehollinen painopiste

Ensin lasketaan alapinnan jänneterästen vaikutus painopisteeseen

$$PP_{p,eff} = \sum A_p(i) \cdot (\alpha_{p,eff} - 1) \cdot A_{p,ala} \cdot (h - Dp(i))$$

Jossa

$A_p(i)$ on punosrivillä i oleva punosmäärä

$Dp(i)$ on punosrivin etäisyys yläpinnasta

$$PP_{p,eff} = 6 * (5,94 - 1) \cdot 93 \text{ mm}^2 \cdot (580 \text{ mm} - (580 \text{ mm} - 45 \text{ mm})) = 124005,8 \text{ mm}^3$$

Jonka perusteella saadaan sitten laskettua poikkileikkauksen tehollinen painopiste PP_{eff}

$$PP_{eff} = \frac{PP_c + PP_p + PP_{p,ylä} + PP_{s,ylä} + PP_{s,ala}}{A_{i,eff}}$$

$$PP_{eff} = \frac{\frac{380 \cdot 580^2}{2} + 124005,8 + 2 \cdot 93 \cdot (5,94 - 1) \cdot (580 - 45)}{224074,25}$$

$$PP_{eff} = 288,0mm$$

7.2.3 Tehollinen jäyhyysmomentti

Teholliseen jäyhyysmomenttiin on laskettuna raudoituksen vaikutus

$$I_{i,eff} = I_{i,c} + I_{i,p,ala} + I_{i,p,ylä} + I_{i,s,ala} + I_{i,s,ylä}$$

Jossa

I_c On betonipoikkileikkauksen jäyhyysmomentti

$$I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{380 \cdot 580^3}{12} = 6178546667mm^4$$

$I_{i,p,ala}$ On alapinnan punosten vaikutus jäyhyysmomenttiin poikkileikkauksen painopisteen suhteen

$$I_{i,p,ala} = A_{i,p,eff,ala} \left(PP_{eff} - \frac{PP_p}{A_{i,p,eff,ala}} \right)^2$$

$$I_{i,p,ala} = A_{i,p,eff,ala} \left(PP_{eff} - \frac{PP_p}{A_{i,p,eff,ala}} \right)^2 = 2782,3 \cdot \left(288,0 - \frac{124005,8}{2755,7} \right)^2$$

$$I_{i,p,ala} = 164292376mm^4$$

$I_{i,p,ylä}$

On yläpinnan punosten vaikutus jäyhyysmomenttiin poikkileikkauksen painopisteen suhteen

$$I_{i,p,ylä} = A_{i,p,eff,ylä} (PP_{eff} - (h - yr))^2 = 918,56 \cdot (288 - (580 - 45))^2 = 56040427 \text{ mm}^4$$

Täten saadaan poikkileikkauksen tehollinen jäyhyysmomentin $I_{i,eff}$ arvoksi

$$I_{i,eff} = 6178546667 + 16429237 + 56040427 = 6398189118 \text{ mm}^4$$

7.3 Tehollinen virumaluku

Suoritetaan esimerkkinä lähtötietojen perusteella käsinlasku virumaluvun arvolle $t = 3\text{vrk}$, $x = 0$

RH 50%

Fcm 58 N/mm²

h_0 kohdan 3.2 mukaan laskettuna

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 580 \cdot 380}{2 \cdot (580 + 380)} = 229,58 \text{ mm}$$

Ympäristön kosteuden vaikutus virumalukuun φ_{RH} . Koska betonin lujuusluokka ylittää 35 MPa niin käytetään φ_{RH} :n arvoa

$$\varphi_{RH} = 0,903916 \left[1 + 0,702179 \frac{1 - 50/100}{0,1^3 \sqrt{229,58}} \right] = 1,422198$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{58} \right)^{0,7} = 0,702179$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{35}{58} \right)^{0,2} = 0,903916$$

Lujuusluokan vaikutus $\beta(f_{cm})$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{58}} = 2,205948$$

Nimellisen virumaluvun aikafunktio $\beta(t_0)$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + 3^{0,2}} = 0,743091$$

Nimellinen virumaluku

$$\varphi_0 = 1,422198 \cdot 2,205948 \cdot 0,743091 = 2,331294$$

Koska $f_{cm} > 35\text{MPa}$ niin viruman kehittymisen aikafunktion β_H arvona käytetään

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 \cdot 50)^{18}]229,58 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{35}{58}\right)^{0,5} = 0,776819$$

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 \cdot 50)^{18}]229,58 + 250 \cdot 0,853913 \leq 1280,87$$

$$\beta_H = 538,6148$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{25550 - 3}{538,6148 + 25550 - 3} \right]^{0,3} = 0,99376$$

Lopullisen tehollisen virumaluvun $\varphi_{eff}(t)$ arvoksi saadaan 70v kohdalla

$$\varphi_{eff}(t) = \varphi_{RH} \cdot \frac{\beta(f_{cm})}{1,1} \cdot \beta_c(t - t_0)$$

$$\varphi_{eff}(t) = 1,422 \cdot \frac{2,20595}{1,1} \cdot 0,99376 = 2,834$$

Tarkastellaan viruman kehittymisen aikafunktion $\beta_c(t, t_0)$ arvoa heti laukaisun jälkeen 3v uorokauden kohdalla

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{3-1}{538,6148+3-1} \right]^{0,3} = 0,18640$$

Virumaluvun $\varphi_{eff}(t)$ arvoksi saadaan heti laukaisun jälkeen

$$\varphi_{eff}(t) = 1,422 \cdot \frac{2,20595}{1,1} \cdot 0,18640 = 0,532$$

Tarkastetaan vielä epälineaarisen viruman mahdollisuus $\frac{\sigma_{cp0}}{33} > 0,45$

Betonin jännitys $\sigma_{c,p}$ ala- ja yläpunosten kohdalla, M_{el} on elementin omasta painosta johtuva taivutusmomentti

$$\sigma_{c,p,ala} = \frac{-N_0}{A_{i,eff}} - \frac{M_0 \cdot (PP - (H - Dse))}{I_{i,eff}} + \frac{M_{el} \cdot (PP - (H - Dse))}{I_{i,eff}}$$

$$=-8,76 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,p,ylä} = \frac{-N_0}{A_{i,eff}} - \frac{M_0 \cdot (PP - (H - Yr))}{I_{i,eff}} + \frac{M_{el} \cdot (PP - (H - Yr))}{I_{i,eff}}$$

$$=0,12 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{8,76}{33} = 0,27$$

Epälineaarista virumaa ei siis tapahdu.

7.3.1 Virumaluvun kehittyminen

Jännityshäviöiden takia, palkkiin vaikuttava punosjännitys ei ole vakio, joten virumaluvut $\varphi(t, t_0)$ on selvitettävä jokaiselle ajanjaksolle erikseen todellisen viruman arviointia varten, myös poikkileikkauksen muuttuessa esim. harjapalkeilla on myös sen vaikutuksesta johtuva virumaluvun muutos otettava huomioon eri laskentapisteissä. Laskennan nopeuttamiseksi otetaan muiden ajanhetkien ja laskentapisteiden virumaluvut taulukkolaskentaohjelmasta (LIITE 1.).

7.4 Kutistuma

Lasketaan kokonaiskutistuma $\varepsilon_{cs}(t)$ kun $t = 3$ vuorokautta

7.4.1 Kuivumiskutistuma

Kuivumiskutistuman aikafunktio β_{ds} , jälkihoidon vuoksi kuivumisen alkamisajankohdaksi oletetaan valupäivän jälkeinen päivä

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \frac{3 - 1}{0,04\sqrt{229,58^3 + 3 - 1}} = 0,014$$

Kuivumiskutistuman nimellisarvo ε_{cd0}

$$\varepsilon_{cd0}(f_{cm}) = 0,85[(220 + 110\alpha_{ds1})e^{-\alpha_{ds2}(f_{cm}/10)}] \cdot 10^{-6}$$

Jonka α_{ds1} ja α_{ds2} arvot R-luokan sementille saadaan kohdan 4.2 taulukosta 2

$$\varepsilon_{cd0}(f_{cm}) = 0,85[(220 + 110 \cdot 6)e^{-0,11(58/10)}] \cdot 10^{-6} = 0,000536$$

Ympäristön kosteuden vaikutus kuivumiseen $\beta_{RH}(RH)$

kun $\left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,1} \cdot 99\% = 94\%$

$$\beta_{RH}(RH) = 1,55 \left[1 - \left(\frac{50}{100}\right)^3 \right] = 1,356$$

Kuivumiskutistuman nimellisarvoksi ε_{cd0} saadaan näin

$$\varepsilon_{cd0} = 0,000536 \cdot 1,356 = 0,000726$$

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t - t_s) \cdot K_h \cdot \varepsilon_{cd0}$$

Jossa

K_h kertoimen väliarvoksi saadaan kohdan 4.2 taulukon 1 mukaan 0,82

$$\varepsilon_{ca}(t) = 0,0104 \cdot 0,82 \cdot 0,000598 = 0,0000062$$

7.4.2 Sisäinen kutistuma

Lasketaan sisäisen kutistuman arvo $\varepsilon_{ca}(t)$ kun $t = 3\text{vrk}$

$$\beta_{as} = 1 - e^{-0,2\sqrt{3}} = 0,2928$$

Kuivumiskutistuman perusarvo $\varepsilon_{ca}(\infty)$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (50 - 10) \cdot 10^{-6} = 0,00010$$

Kuivumiskutistuman $\varepsilon_{ca}(t)$ arvo kun $t=3\text{vrk}$

$$\varepsilon_{ca}(t) = 0,2928 \cdot 0,000100 = 0,0000293$$

7.4.3 Kokonaiskutistuma

Kokonaiskutistuma $\varepsilon_{cs}(t)$ kun $t = 3\text{vrk}$

$$\varepsilon_{cs}(t) = 0,0000293 + 0,0000062 = 0,000036 = 0,036\text{‰}$$

7.5 Betonin pitkäaikaiset eli viruneet poikkileikkausarvot

Virumaluvun huomioon ottavat kimmokertoimet poikkileikkauksen laskentaan pisteessä $x = 0$, kun $t = 3\text{vrk}$

$$E_{cc}(t) = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{eff}(t)}$$

Jossa

$\varphi_{eff}(t)$ on tehollinen virumaluku

$$\varphi_{RH} \cdot \frac{\beta(f_{cm})}{1,1} \cdot \beta_c(t - t_0) = 1,422 \cdot \frac{2,205948}{1,1} \cdot 0,1864 = 0,532$$

Pitkäaikaisen, eli viruneen betonin kimmomoduulin $E_{cc}(t)$ arvoksi saadaan näin siis 3vrk:n ajanhetkellä

$$E_{cc}(t) = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi_{eff}(t)} = \frac{32953}{1 + 0,532} = 21515,37 \text{ MPa}$$

Tämän vuoksi siis myöskin $\alpha_{p,eff}$ ja $\alpha_{s,eff}$ kertoimet muuttuvat, kuten myöskin teholliset poikkileikkausarvot.

Excel laskurin mukaan saadaan näin pitkäaikaispoikkileikkauksen arvoiksi, kun $t = 3\text{vrk}$ ja $x = 0$, luvut

$$PP_{eff,pit} = 286,8\text{mm}$$

$$A_{i,eff,pit} = 226399,1 \text{ mm}^2$$

$$I_{i,eff,pit} = 6536256333,3 \text{ mm}^4$$

7.6 Punosjännitykset

Punosjännitykset ala- ja yläpunoksilla laukaisussa $\sigma_{p0} = 1350 \text{ N/mm}^2$, josta kuitenkin kohdan 2.3 esitetyn lineaarisen kimmoteorian mukaan lasketun palkin jännitysmuodonmuutosten seurauksena häviää tietty osa heti laukaisun jälkeen.

$$\Delta\sigma_{p0,eff,ala} = \left(\frac{-N_{0,kok}}{A_{ieff}} - \frac{M_{0,kok} \cdot (PP - (H - Dse))}{I_{ieff}} \right) \cdot \alpha_p$$

$$\Delta\sigma_{p0,eff,ylä} = \left(\frac{-N_{0,kok}}{A_{ieff}} - \frac{M_{0,kok} \cdot (PP - (H - Yr))}{I_{ieff}} \right) \cdot \alpha_p$$

Jossa $N_{0,kok}$ on punostenalkujännityksestä aiheutuva kokonaisnormaalivoima ja $M_{0,kok}$ on punosten alkujännityksestä johtuva kokonaistaivutusmomentti ja Dse on alapunosten tehollinen korkeus.

$$N_{0,kok} = 1350 \text{ N/mm}^2 \cdot 93 \text{ mm}^2 \cdot 6 \text{ kpl} + 1350 \text{ N/mm}^2 \cdot 93 \text{ mm}^2 \cdot 2 \text{ kpl} = 1004400 \text{ N} = 1004,4 \text{ kN}$$

$$M_{0,kok} = 1350 \cdot 93 \cdot 6 \cdot (288 - 45) + 1350 \cdot 93 \cdot 2 \cdot (288 - (580 - 45))$$

$$M_{0,kok} = 121030200 \text{ Nmm} \approx 121 \text{ kNm}$$

$$\Delta\sigma_{p0,eff,ala} = \left(\frac{-1004400}{224074,2} - \frac{121030200 \cdot (288 - (580 - 535))}{6398189118} \right) \cdot 5,94 = -53,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta\sigma_{p0,eff,ylä} = \left(\frac{-1004400}{224074,2} - \frac{121030200 \cdot (288 - (580 - 45))}{6398189118} \right) \cdot 5,94 = 1,13 \text{ N/mm}^2$$

Todelliseksi punosjännityksiksi $\sigma_{p,eff}(t)$ saadaan siis laukaisussa

$$\sigma_{p,eff,ala} = 1350 + (-53,9) = 1296,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{p,eff,ylä} = 1350 + 1,13 = 1351,1 \text{ N/mm}^2$$

Josta aiheutuvat normaalivoimat ja momentit palkille ovat

$$N_{0,kok} = 1296,1 \cdot 93 \cdot 6 + 1296,1 \cdot 93 \cdot 2 = 974525,9 \text{ N} \approx 974,5 \text{ kN}$$

$$M_{0,kok} = 1296,1 \cdot 93 \cdot 6 \cdot (288 - 45) + 1351,1 \cdot 93 \cdot 2 \cdot (288 - (580 - 45))$$

$$M_{0,kok} = 113659647 \text{ Nmm} \approx 113,7 \text{ kNm}$$

Näiden lisäksi tapahtuu myös jännityshäviöitä virumisen myötä mutta opinnäytetyöhön varatun ajan rajallisuuden vuoksi kuitenkin valitaan arvot JbHpalkkiEC2 Pro:n laskentatuloksista, jonka mukaan alapunosten jännityshäviöt AJH palkin poikkileikkauksessa $x = 0$ ajanhetkellä $t=3$ vrk ovat

$$AJH(1) = 43,5 \text{ N/mm}^2$$

Ja yläpunosten jännityshäviöt YJH

$$YJH(1) = 17,6 \text{ N/mm}^2$$

Seuraavan tarkasteltavan ajanjakson punosjännitykset alussa vaikuttavat punosjännitykset jännityshäviöiden jälkeen

$$\sigma_{p3,ala} = \sigma_{p0,eff} - AJH(3vrk)$$

$$\sigma_{p3,ala} = 1350 - 43,5 = 1306,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{p3,ylä} = 1350 - 17,6 = 1332,4 \text{ N/mm}^2$$

Ja edellisen periaatteen mukaan saadaan välittömien muodonmuutosten aiheuttamat jännityshäviöt ja sitä kautta aiheutuvat punosjännitykset selvitettyä lopuille ajanhetkille.

7.7 Kimmainen kokoonpuristuma muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmällä

7.7.1 Virumakertoimet

Virumakertoimien Vk avulla voidaan ottaa huomioon ajanjakson aikana tapahtuvien jännitysten muutokset sekä viruman kehittyminen suhteessa kokonaisvirumaan. Tämä kerroin korvaa virumaluvun φ_{eff} .

$$Vk_x = \frac{\varphi_{eff}(t) - \varphi_{eff}(t_0)}{\varphi_{eff}(\infty)}$$

Teholliset virumaluvut $\varphi_{eff}(t)$ pisteessä $x = 0$

3	28	60	25550
0,532	1,145	1,424	2,834

Ja näiden mukaan saadaan sitten laskettua virumakertoimet

vk1	0,187568868
vk2	0,216421525
vk3	0,098406955

7.7.2 Kokoonpuristuma jännevoimasta ja virumasta

Kohdassa 3.4 aseitetyn muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmän avulla saadaan johdettua kaavat palkin jännevoimista johtuvan kokoonpuristuman $\varepsilon_{c\sigma}$ laskentaan

Lyhenemät palkin lujuuden kehittymiseen laukaisu...28 vuorokauden aikajaksolle

$$\varepsilon_{c\sigma} = \frac{N_{p,kok}(1)}{E_{c,eff}(1) \cdot A_{i,eff}(1)} +$$

$$\frac{Vk1 \cdot (+N_{p,kok}(1) + N_{p,kok}(2))}{2} \cdot \left(\frac{1}{E_{c,eff}(1) \cdot A_{i,eff}(1)} + \frac{1}{E_{c,eff}(2) \cdot A_{i,eff}(2)} \right) +$$

$$\frac{(+N_{p,kok}(2) - N_{p,kok}(1))}{2} \cdot \frac{1}{E_{c,eff}(2) \cdot A_{i,eff}(2)} +$$

$$\frac{Vk2 \cdot (+N_{p,kok}(2) + N_{p,kok}(3))}{2} \cdot \left(\frac{1}{E_{c,eff}(2) \cdot A_{i,eff}(2)} + \frac{1}{E_{c,eff}(3) \cdot A_{i,eff}(3)} \right) +$$

$$\frac{(+N_{p,kok}(3) - N_{p,kok}(2))}{2} \cdot \frac{1}{E_{cm} \cdot A_{i,eff}} +$$

Kokoonpuristuma ennen liittovalua (28...60vrk)

$$\frac{Vk3 \cdot (+N_{p,kok}(3) + N_{pnkok}(4))}{2} \cdot \left(\frac{1}{E_{cm} \cdot A_{i,eff}} + \frac{1}{E_{ceff}(4) \cdot A_{i,eff}(4)} \right) +$$

$$\frac{(+N_{p,kok}(4) - N_{p,kok}(3))}{2} \cdot \frac{1}{E_{cm} \cdot A_{i,eff}}$$

Kokoonpuristuma liittovalun jälkeen (60...25550vrk)

$$\frac{(1 - Vk1 - Vk2 - Vk3) \cdot (+N_{p,kok}(4) + N_{p,kok}(5))}{2} \cdot \left(\frac{1}{E_{cm} \cdot A_{i,eff}} + \frac{1}{E_{c,eff}(5)A_{i,eff}(5)} \right) +$$

$$\frac{(+N_{p,kok}(5) - N_{p,kok}(4))}{2} \cdot \frac{1}{E_{cm} \cdot A_{i,eff}}$$

Jännityksistä aiheutuvat kokoonpuristuma 28vrk:n hetkellä

$$\varepsilon_{co}(28vrk) = \frac{974526}{32837 \cdot 224074} +$$

$$\frac{0,1876 \cdot (974523 + 948028)}{2} \cdot \left(\frac{1}{32837 \cdot 224074} + \frac{1}{21515 \cdot 224059} \right) +$$

$$\frac{(948028 - 974523)}{2} \cdot \frac{1}{37278 \cdot 223547} +$$

$$\frac{0,2164 \cdot (948028 + 901897)}{2} \cdot \left(\frac{1}{21515 \cdot 224059} + \frac{1}{37278 \cdot 228004} \right) +$$

$$\frac{(901897 - 948028)}{2} \cdot \frac{1}{37278 \cdot 223547} +$$

$$\varepsilon_{co}(28vrk) = 0,000194$$

Liittovalun hetkellä (60vrk)

$$\frac{0,0984 \cdot (901897 + 885629)}{2} \cdot \left(\frac{1}{37278 \cdot 2208004} + \frac{1}{17279 \cdot 229090} \right) +$$

$$\frac{(885629 - 901897)}{2} \cdot \frac{1}{37278 \cdot 223547}$$

$$\varepsilon_{\text{co}}(\text{Lv}) = 0,0003$$

Ääretömän ajan kuluttua (25550vrk)

$$\frac{0,4976 \cdot (885629 + 732735)}{2} \cdot \left(\frac{1}{37278 \cdot 2208004} + \frac{1}{15279 \cdot 732735} \right) +$$

$$\frac{(732735 - 885629)}{2} \cdot \frac{1}{37278 \cdot 223547}$$

$$\varepsilon_{\text{co}}(\text{Ääretön}) = 0,000736$$

8 POHDINTA JA LASKENTATULOSTEN VERTAILUT

Opinnäytetyön tuloksena saatiin vertaillaskelmat JbHpalkki ohjelman kehitystyöhön. Liitteessä 1 on esitetty Excel taulukon laskentaan käyttämät arvot ja Liitteessä 2 vertailut taulukon ja JbHPalkki EC2 Pro ohjelman käyttämille todellisten punosjännitysten $\sigma_{p,eff}$ arvoille, joiden arvoilla myös lyhenemien laskenta suoritettiin. Liite 2:ssa esitetään laskentojen tuloserot prosentteina, laskentatulokset vastaavat toisiaan, joten voidaan olettaa laskennan vastaavan JbHpalkki ohjelman laskentaa. Lopulliset tarkastukset jännevoimista aiheutuville lyhenemille suoritetaan vertailemalla Excelin laskennasta saatuja arvoja JbHpalkki EC2 Pro ohjelmaan myöhemmin lisättävän ominaisuuden antamiin arvoihin ja tutkitaan näiden perusteella laskennan oikeellisuus.

LÄHTEET

SFS-EN-1992-1-1 Betonirakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Suomen Standardisoimisliitto SFS.

LESKELÄ, Matti V. 2005 Betonirakenteiden Suunnittelu Ja Mitoitus By210 (s. 27-48, 587, 623)

KOMONEN, J. 2012. Betonilattioiden kutistuminen. 1-12 [Viitattu 2020-21-05.] Saatavissa:
<http://www.bly.fi/File/2012-1Komonen.pdf?rnd=1356604064>

LIITE 1: LASKENTATULOKSET TAULUKKOLASKENTAHOJELMALLA

Poikkileikkaukset

Elementin poikkileikkaus laskentapisteessä												
Poikkileikkauksen pituus 6000												
piste	h1	h2	hx	h3	h4	h	b1	b2	b3	b4	b5	
0	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
300	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
600	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
900	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
1200	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
1500	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
1800	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
2100	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
2400	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
2700	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
3000	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
3300	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
3600	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
3900	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
4200	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
4500	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
4800	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
5100	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
5400	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
5700	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
6000	116	116	116	116	116	116	580	380	380	380	380	380
Piste	A _{i,eff} [mm ²]					PPP _{eff}						
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		
0	224074,245	224074,2	223547,85	229089,6	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,7	478524,3		
300	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
600	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
900	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
1200	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
1500	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
1800	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
2100	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
2400	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
2700	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
3000	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
3300	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
3600	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
3900	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
4200	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
4500	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
4800	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
5100	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
5400	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
5700	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		
6000	224074,245	224074,2	223547,85	229089,62	234578,5	124005,8	124005,7662	106240,0508	293274,6682	478524,3		

Pitkäaikaiset poikkileikkausarvot												
Piste	$A_{i,eff}$ [mm ²]				$I_{i,eff}$ [mm ⁴]							
	2	3	4	5	2	3	4	5				
0	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
300	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
600	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
900	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
1200	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
1500	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
1800	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
2100	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
2400	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
2700	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
3000	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
3300	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
3600	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
3900	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
4200	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
4500	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
4800	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
5100	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
5400	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
5700	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
6000	226423	228004	229090	234578	6537678523	6631178786	6695194933	7016750886				
Poikkileikkauksen pitkäaikaisimmokerroin pisteessä x					Kimmomoduulin α kertoimet							
piste	$E_{cc}(t)$ [N/mm ²]				$\alpha_{p,eff}(t)$				$\alpha_{s,eff}(t)$			
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
0	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
300	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
600	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
900	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
1200	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
1500	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
1800	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
2100	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
2400	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
2700	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
3000	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
3300	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
3600	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
3900	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
4200	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
4500	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
4800	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
5100	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
5400	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
5700	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57
6000	21439	17379	15379	9722	9,10	11,22	12,68	20,06	9,33	11,51	13,00	20,57

Viruma poikkileikkauksille pisteessä x ajanhetkellä t												
piste	φ_{RH}	φ_0	β_H	$\beta_c(t-t_0)$				$\varphi_{eff}(t)$				
				2	3	4	5	2	3	4	5	
				3	28	60	25550	3	28	60	25550	
0	1,422	2,331	538,615	0,18640	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
300	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
600	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
900	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
1200	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
1500	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
1800	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
2100	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
2400	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
2700	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
3000	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
3300	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
3600	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
3900	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
4200	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
4500	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
4800	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
5100	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
5400	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
5700	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
6000	1,422	2,331	538,615	0,186	0,393	0,495	0,994	0,532	1,145	1,424	2,834	
Kuivumiskutistuma												
t	$\beta_{ds}(t-t_s)$				ϵ_{cd}	ϵ_{cs}						
	3	28	60	1825		3	28	60	1825			
0	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
300	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
600	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
900	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
1200	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
1500	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
1800	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
2100	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
2400	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
2700	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
3000	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
3300	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
3600	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
3900	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
4200	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
4500	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
4800	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
5100	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
5400	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
5700	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293
6000	0,0104	0,0368	0,0555	0,2998	0,000003	0,000040	0,000073	0,000227	0,000033	0,000105	0,000138	0,000293

Sisäisen kutistuman arvot					
	3	28	60	1825	
$\beta_{as}(t-t_s)$	0,2928	0,6530	0,6530	0,6530	
ϵ_{ca}	0,0000293	0,0000653	0,0000653	0,0000653	
k_n kertoimet poikkileikkauksille laskentapisteissä					
piste	1	2	3	4	5
0	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
300	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
600	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
900	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
1200	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
1500	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
1800	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
2100	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
2400	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
2700	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
3000	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
3300	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
3600	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
3900	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
4200	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
4500	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
4800	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
5100	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
5400	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
5700	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204
6000	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204	0,8204

Laskenta- pisteet	Jännityshäviöt JbHpalkki									
	Alapunosten jännityshäviöt [N/mm ²]					Yläpunosten jännityshäviöt [N/mm ²]				
Piste [mm]	AJH1	AJH2	AJH3	AJH4	AJHS	YJH1	YJH2	YJH3	YJH4	YJHS
0	43,5	78,3	28,9	144,6	295,3	17,6	38,7	3,9	108,4	168,7
300	43,2	77,7	28,4	136,2	285,4	18,0	39,3	4,4	117,1	178,7
600	42,9	77,2	27,9	128,6	276,6	18,3	39,9	4,8	124,7	187,7
900	42,7	76,9	27,6	122,4	269,7	18,7	40,5	5,3	131,9	196,3
1200	42,5	76,5	27,3	116,6	262,9	18,9	40,9	5,6	137,7	203,2
1500	42,2	76,0	27,0	111,3	256,5	19,2	41,4	6,0	143,1	209,6
1800	42,0	75,7	26,7	107,3	251,7	19,4	41,7	6,2	147,2	214,4
2100	41,9	75,5	26,5	104,1	248,1	19,5	41,9	6,4	150,3	218,1
2400	41,8	75,3	26,4	101,9	245,5	19,6	42,1	6,5	152,6	220,8
2700	41,7	75,3	26,3	100,6	243,9	19,6	42,2	6,6	154,0	222,4
3000	41,7	75,2	26,3	100,1	243,4	19,7	42,2	6,6	154,4	222,9
3300	41,7	75,3	26,3	100,6	243,9	19,6	42,2	6,6	154,0	222,4
3600	41,8	75,3	26,4	101,9	245,5	19,6	42,1	6,5	152,6	220,8
3900	41,9	75,5	26,5	104,1	248,1	19,5	41,9	6,4	150,3	218,1
4200	42,0	75,7	26,7	107,3	251,7	19,4	41,7	6,2	147,2	214,4
4500	42,2	76,0	27,0	111,3	256,5	19,2	41,4	6,0	143,1	209,6
4800	42,5	76,5	27,3	116,6	262,9	18,9	40,9	5,6	137,7	203,2
5100	42,7	76,9	27,6	122,4	269,7	18,7	40,5	5,3	131,9	196,3
5400	42,9	77,2	27,9	128,6	276,6	18,3	39,9	4,8	124,7	187,7
5700	43,2	77,7	28,4	136,2	285,4	18,0	39,3	4,4	117,1	178,7
6000	43,5	78,3	28,9	144,6	295,3	17,6	38,7	3,9	108,5	168,7

Punostäntöjännitykset Jännityshäviöiden jälkeen									
$\sigma_{p,0,ala}$ [N/mm ²]					$\sigma_{p,0,yli}$ [N/mm ²]				
2	3	4	5	5	2	3	4	5	5
1306,5	1228,2	1199,3	1054,7	1054,7	1332,4	1293,6	1289,7	1181,3	1181,3
1306,8	1229,1	1200,7	1064,5	1064,5	1332,0	1292,7	1288,3	1171,2	1171,2
1307,1	1229,9	1202,0	1073,4	1073,4	1331,7	1291,8	1287,0	1162,3	1162,3
1307,3	1230,4	1202,8	1080,4	1080,4	1331,3	1290,8	1285,5	1153,6	1153,6
1307,5	1231,0	1203,7	1087,1	1087,1	1331,1	1290,2	1284,6	1146,9	1146,9
1307,8	1231,8	1204,8	1093,5	1093,5	1330,8	1289,4	1283,4	1140,3	1140,3
1308,0	1232,3	1205,6	1098,3	1098,3	1330,6	1288,9	1282,7	1135,5	1135,5
1308,1	1232,6	1206,1	1102,0	1102,0	1330,5	1288,6	1282,2	1131,9	1131,9
1308,2	1232,9	1206,5	1104,6	1104,6	1330,4	1288,3	1281,8	1129,2	1129,2
1308,3	1233,0	1206,7	1106,1	1106,1	1330,4	1288,2	1281,6	1127,6	1127,6
1308,3	1233,1	1206,8	1106,7	1106,7	1330,3	1288,1	1281,5	1127,1	1127,1
1308,3	1233,0	1206,7	1106,1	1106,1	1330,4	1288,2	1281,6	1127,6	1127,6
1308,2	1232,9	1206,5	1104,6	1104,6	1330,4	1288,3	1281,8	1129,2	1129,2
1308,1	1232,6	1206,1	1102,0	1102,0	1330,5	1288,6	1282,2	1131,9	1131,9
1308,0	1232,3	1205,6	1098,3	1098,3	1330,6	1288,9	1282,7	1135,5	1135,5
1307,8	1231,8	1204,8	1093,5	1093,5	1330,8	1289,4	1283,4	1140,3	1140,3
1307,5	1231,0	1203,7	1087,1	1087,1	1331,1	1290,2	1284,6	1146,9	1146,9
1307,3	1230,4	1202,8	1080,4	1080,4	1331,3	1290,8	1285,5	1153,6	1153,6
1307,1	1229,9	1202,0	1073,4	1073,4	1331,7	1291,8	1287,0	1162,3	1162,3
1306,8	1229,1	1200,7	1064,5	1064,5	1332,0	1292,7	1288,3	1171,2	1171,2
1306,5	1228,2	1199,3	1054,7	1054,7	1332,4	1293,7	1289,8	1181,3	1181,3
Punoksista aiheutuvat normaalivoimat									
$N_{p,0,kok}$ [N]									
2	3	4	5	5					
976836	925942	909105	808247	808247					
976946	926280	909614	811834	811834					
977058	926559	910098	815145	815145					
977095	926652	910265	817433	817433					
977170	926875	910600	819925	819925					
977281	927173	910991	822269	822269					
977356	927359	911307	824054	824054					
977393	927470	911493	825449	825449					
977430	927582	911642	826398	826398					
977486	927619	911716	826937	826937					
977467	927656	911753	827179	827179					
977486	927619	911716	826937	826937					
977430	927582	911642	826398	826398					
977393	927470	911493	825449	825449					
977356	927359	911307	824054	824054					
977281	927173	910991	822269	822269					
977170	926875	910600	819925	819925					
977095	926652	910265	817433	817433					
977058	926559	910098	815145	815145					
976946	926280	909614	811834	811834					
976853	925964	909112	808244	808244					

Punosjännitykistä aiheutuvat momentit				
$M_{0,kok}$ [Nmm]				$M_{p0,kok}$
2	3	4	5	1
115930624	107356803	103615297	86597548	121021475
115991009	107524122	103870814	88383976	121021475
116045468	107674022	104106944	89990884	121021475
116090964	107787787	104284378	91333682	121021475
116127270	107896769	104447852	92543377	121021475
116181730	108042080	104652244	93708194	121021475
116218037	108132899	104792965	94574841	121021475
116236190	108187391	104883784	95238238	121021475
116254343	108241882	104956440	95712315	121021475
116267902	108260046	104992767	95987786	121021475
116272496	108278210	105010931	96091473	121021475
116267902	108260046	104992767	95987786	121021475
116254343	108241882	104956440	95712315	121021475
116236190	108187391	104883784	95238238	121021475
116218037	108132899	104792965	94574841	121021475
116181730	108042080	104652244	93708194	121021475
116127270	107896769	104447852	92543377	121021475
116090964	107787787	104284378	91333682	121021475
116045468	107674022	104106944	89990884	121021475
115991009	107524122	103870814	88383976	121021475
115931954	107356059	103611931	86600641	121021475

piste	AJH_{ecs} [N/mm ²]				YJH_{ecs} [N/mm ²]			
	1	2	3	4	1	2	3	4
0	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
300	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
600	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
900	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
1200	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
1500	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
1800	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
2100	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
2400	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
2700	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
3000	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
3300	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
3600	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
3900	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
4200	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
4500	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
4800	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
5100	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
5400	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
5700	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86
6000	6,39	14,10	-6,28	42,86	6,39	14,10	-6,28	42,86

$\Delta\sigma_{p0ala}$ [N/mm ²]					$\Delta\sigma_{p0ylä}$ [N/mm ²]				
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
-53,91	-51,9	-43,1	-42,0	-133,1	1,13	0,69	0,10	-0,27	-6,63
-53,91	-51,9	-43,2	-42,0	-134,7	1,13	0,70	0,12	-0,23	-5,65
-53,91	-51,9	-43,2	-42,1	-136,2	1,13	0,71	0,15	-0,19	-4,77
-53,91	-51,9	-43,2	-42,1	-137,3	1,13	0,72	0,17	-0,16	-4,00
-53,91	-51,9	-43,3	-42,2	-138,4	1,13	0,73	0,18	-0,14	-3,34
-53,91	-51,9	-43,3	-42,2	-139,5	1,13	0,74	0,21	-0,10	-2,70
-53,91	-51,9	-43,3	-42,3	-140,2	1,13	0,74	0,22	-0,08	-2,22
-53,91	-51,9	-43,3	-42,3	-140,8	1,13	0,75	0,23	-0,07	-1,86
-53,91	-51,9	-43,3	-42,3	-141,3	1,13	0,75	0,24	-0,06	-1,60
-53,91	-52,0	-43,3	-42,3	-141,5	1,13	0,75	0,24	-0,05	-1,45
-53,91	-52,0	-43,3	-42,3	-141,6	1,13	0,75	0,24	-0,05	-1,40
-53,91	-52,0	-43,3	-42,3	-141,5	1,13	0,75	0,24	-0,05	-1,45
-53,91	-51,9	-43,3	-42,3	-141,3	1,13	0,75	0,24	-0,06	-1,60
-53,91	-51,9	-43,3	-42,3	-140,8	1,13	0,75	0,23	-0,07	-1,86
-53,91	-51,9	-43,3	-42,3	-140,2	1,13	0,74	0,22	-0,08	-2,22
-53,91	-51,9	-43,3	-42,2	-139,5	1,13	0,74	0,21	-0,10	-2,70
-53,91	-51,9	-43,3	-42,2	-138,4	1,13	0,73	0,18	-0,14	-3,34
-53,91	-51,9	-43,2	-42,1	-137,3	1,13	0,72	0,17	-0,16	-4,00
-53,91	-51,9	-43,2	-42,1	-136,2	1,13	0,71	0,15	-0,19	-4,77
-53,91	-51,9	-43,2	-42,0	-134,7	1,13	0,70	0,12	-0,23	-5,65
-53,91	-51,9	-43,1	-42,0	-133,1	1,13	0,69	0,09	-0,27	-6,63
Todelliset punosjännitykset									
$\sigma_{p,eff,ala}$ [N/mm ²]					$\sigma_{p,eff,ylä}$ [N/mm ²]				
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1296,1	1254,6	1185,1	1157,3	921,6	1351,1	1333,1	1293,7	1289,5	1174,7
1296,1	1254,9	1185,9	1158,7	929,8	1351,1	1332,7	1292,8	1288,1	1165,6
1296,1	1255,2	1186,7	1159,9	937,2	1351,1	1332,4	1291,9	1286,8	1157,5
1296,1	1255,4	1187,2	1160,7	943,1	1351,1	1332,0	1291,0	1285,3	1149,6
1296,1	1255,6	1187,7	1161,5	948,7	1351,1	1331,8	1290,4	1284,5	1143,6
1296,1	1255,9	1188,5	1162,6	954,0	1351,1	1331,5	1289,6	1283,3	1137,6
1296,1	1256,1	1189,0	1163,3	958,1	1351,1	1331,3	1289,1	1282,6	1133,3
1296,1	1256,2	1189,3	1163,8	961,2	1351,1	1331,2	1288,8	1282,1	1130,0
1296,1	1256,3	1189,6	1164,2	963,3	1351,1	1331,1	1288,5	1281,7	1127,6
1296,1	1256,3	1189,7	1164,4	964,6	1351,1	1331,2	1288,4	1281,5	1126,1
1296,1	1256,3	1189,8	1164,5	965,1	1351,1	1331,1	1288,3	1281,5	1125,7
1296,1	1256,3	1189,7	1164,4	964,6	1351,1	1331,2	1288,4	1281,5	1126,1
1296,1	1256,3	1189,6	1164,2	963,3	1351,1	1331,1	1288,5	1281,7	1127,6
1296,1	1256,2	1189,3	1163,8	961,2	1351,1	1331,2	1288,8	1282,1	1130,0
1296,1	1256,1	1189,0	1163,3	958,1	1351,1	1331,3	1289,1	1282,6	1133,3
1296,1	1255,9	1188,5	1162,6	954,0	1351,1	1331,5	1289,6	1283,3	1137,6
1296,1	1255,6	1187,7	1161,5	948,7	1351,1	1331,8	1290,4	1284,5	1143,6
1296,1	1255,4	1187,2	1160,7	943,1	1351,1	1332,0	1291,0	1285,3	1149,6
1296,1	1255,2	1186,7	1159,9	937,2	1351,1	1332,4	1291,9	1286,8	1157,5
1296,1	1254,9	1185,9	1158,7	929,8	1351,1	1332,7	1292,8	1288,1	1165,6
1296,1	1254,6	1185,1	1157,3	921,6	1351,1	1333,1	1293,8	1289,5	1174,7

Punosten todellisista jännityksistä aiheutuvat voimat									
$N_{p,eff}$ [N]					$M_{p,eff}$ [Nmm]				
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
974526	948028	901897	885629	732735	113659647	108875444	101498345	97928564	69052083
974526	948131	902216	886110	735612	113659647	108933094	101658859	98173700	70578267
974526	948236	902479	886568	738278	113659647	108985059	101802710	98400209	71950431
974526	948268	902562	886719	740059	113659647	109028603	101912134	98570827	73100790
974526	948338	902773	887036	742066	113659647	109063246	102016677	98727641	74133767
974526	948443	903055	887405	743946	113659647	109115211	102156067	98923764	75128860
974526	948513	903231	887705	745384	113659647	109149855	102243187	99058694	75868904
974526	948548	903337	887881	746511	113659647	109167176	102295458	99145813	76435170
974526	948583	903442	888022	747272	113659647	109184498	102347729	99215508	76840211
974526	948636	903477	888092	747702	113659647	109197370	102365153	99250356	77075659
974526	948618	903513	888128	747901	113659647	109201820	102382577	99267780	77163980
974526	948636	903477	888092	747702	113659647	109197370	102365153	99250356	77075659
974526	948583	903442	888022	747272	113659647	109184498	102347729	99215508	76840211
974526	948548	903337	887881	746511	113659647	109167176	102295458	99145813	76435170
974526	948513	903231	887705	745384	113659647	109149855	102243187	99058694	75868904
974526	948443	903055	887405	743946	113659647	109115211	102156067	98923764	75128860
974526	948338	902773	887036	742066	113659647	109063246	102016677	98727641	74133767
974526	948268	902562	886719	740059	113659647	109028603	101912134	98570827	73100790
974526	948236	902479	886568	738278	113659647	108985059	101802710	98400209	71950431
974526	948131	902216	886110	735612	113659647	108933094	101658859	98173700	70578267
974526	948044	901918	885636	732732	113659647	108876679	101497583	97925305	69054792

Elementin ja liittovalun omapainoista aiheutuvat taivutusmomentit [Nmm]			Pysyvistä ja muuttuvista kuormista aiheutuvat taivutusmomentit [Nmm]		Taivutusmomentit ulkoisista kuormista [Nmm]		
Piste	M_{el}	M_{LV}	M_{g0}	M_{q0}	M_{1kok}	M_{2pit}	M_{Ed}
0	0	0	0	0	0	0	0
300	471105	471105	2565000	2565000	4318605	3805605	7339021
600	892620	892620	4860000	4860000	8182620	7210620	13905513
900	1264545	1264545	6885000	6885000	11592045	10215045	19699477
1200	1586880	1586880	8640000	8640000	14546880	12818880	24720912
1500	1859625	1859625	10125000	10125000	17047125	15022125	28969819
1800	2082780	2082780	11340000	11340000	19092780	16824780	2395197
2100	2256345	2256345	12285000	12285000	20683845	18226845	16722547
2400	2380320	2380320	12960000	12960000	21820320	19228320	17641368
2700	2454705	2454705	13365000	13365000	22502205	19829205	18192661
3000	2479500	2479500	13500000	13500000	22729500	20029500	18376425
3300	2454705	2454705	13365000	13365000	22502205	19829205	18192661
3600	2380320	2380320	12960000	12960000	21820320	19228320	17641368
3900	2256345	2256345	12285000	12285000	20683845	18226845	2594797
4200	2082780	2082780	11340000	11340000	19092780	16824780	2395197
4500	1859625	1859625	10125000	10125000	17047125	15022125	2138569
4800	1586880	1586880	8640000	8640000	14546880	12818880	1824912
5100	1264545	1264545	6885000	6885000	11592045	10215045	1454227
5400	892620	892620	4860000	4860000	8182620	7210620	1026513
5700	471105	471105	2565000	2565000	4318605	3805605	541771
6000	0	0	0	0	0	0	0

Virumakertoimet poikkileikkauksille				Virumamuodonmuutos elementissä		
Piste	Vk			$\epsilon_{b,top}$	$\epsilon_{b,bot}$	$\epsilon_{b,pp}$
	1	2	3			
0	0,188	0,216	0,098	0,000017	-0,000275	-0,000130
300	0,188	0,216	0,098	0,000016	-0,000275	-0,000130
600	0,188	0,216	0,098	0,000016	-0,000275	-0,000130
900	0,188	0,216	0,098	0,000016	-0,000274	-0,000130
1200	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
1500	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
1800	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
2100	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
2400	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
2700	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
3000	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
3300	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
3600	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
3900	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
4200	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
4500	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
4800	0,188	0,216	0,098	0,000015	-0,000274	-0,000130
5100	0,188	0,216	0,098	0,000016	-0,000274	-0,000130
5400	0,188	0,216	0,098	0,000016	-0,000275	-0,000130
5700	0,188	0,216	0,098	0,000016	-0,000275	-0,000130
6000	0,188	0,216	0,098	0,000017	-0,000275	-0,000130

Kokoonpuristuma ajan hetkellä				
$\epsilon_{cc}(t)$				
laukaisu	3	28	LV	Ääretön
0,000132	0,000194	0,000253	0,000300	0,000736
0,000132	0,000194	0,000253	0,000300	0,000737
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000739
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000740
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000741
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000742
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000743
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000744
0,000132	0,000194	0,000254	0,000301	0,000744
0,000132	0,000194	0,000254	0,000301	0,000744
0,000132	0,000194	0,000254	0,000301	0,000745
0,000132	0,000194	0,000254	0,000301	0,000744
0,000132	0,000194	0,000254	0,000301	0,000744
0,000132	0,000194	0,000254	0,000301	0,000744
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000743
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000742
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000741
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000740
0,000132	0,000194	0,000254	0,000300	0,000739
0,000132	0,000194	0,000253	0,000300	0,000737
0,000132	0,000194	0,000253	0,000300	0,000736

Piste	Rakenteen kokonaislyhenemä				
	$\epsilon_{\text{cop+cs}}(t)$				
	1	2	3	4	5
0	0,000132	0,000230	0,000390	0,000496	0,001209
300	0,000132	0,000230	0,000390	0,000496	0,001211
600	0,000132	0,000230	0,000390	0,000496	0,001213
900	0,000132	0,000230	0,000390	0,000496	0,001214
1200	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001215
1500	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001216
1800	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001217
2100	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001218
2400	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001218
2700	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001218
3000	0,000132	0,000230	0,000391	0,000497	0,001218
3300	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001218
3600	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001218
3900	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001218
4200	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001217
4500	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001216
4800	0,000132	0,000230	0,000390	0,000497	0,001215
5100	0,000132	0,000230	0,000390	0,000496	0,001214
5400	0,000132	0,000230	0,000390	0,000496	0,001213
5700	0,000132	0,000230	0,000390	0,000496	0,001211
6000	0,000132	0,000230	0,000390	0,000496	0,001209
Rakenteen kokonaislyhenemä					
t	1	2	3	4	5
$\epsilon_{\text{cop+cs}}(t)$ [%o]	0,132447	0,390381	0,390381	0,496585	1,215026
$\Delta L(t)$ [mm]	0,79	2,34	2,34	2,98	7,29
L(t) [mm]	5999,21	5997,66	5997,66	5997,02	5992,71

LIITE 2: TULOSTEN VERTAILU

Taulukkolaskennan tulosten vertailu JbHpalkkiohjelman tuloksiin

Piste	Lyhenemien Excel									
	$\sigma_{p,eff\ ala}$					$\sigma_{p,eff\ ylä}$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0	1296,1	1254,4	1185,1	1157,3	1054,7	1351,1	1333,1	1293,7	1289,5	1181,3
300	1296,1	1254,7	1185,9	1158,7	1064,5	1351,1	1332,7	1292,8	1288,1	1171,2
600	1296,1	1255,0	1186,7	1159,9	1073,4	1351,1	1332,4	1291,9	1286,8	1162,3
900	1296,1	1255,2	1187,2	1160,7	1080,4	1351,1	1332,0	1291,0	1285,3	1153,6
1200	1296,1	1255,4	1187,7	1161,5	1087,1	1351,1	1331,8	1290,4	1284,5	1146,9
1500	1296,1	1255,7	1188,5	1162,6	1093,5	1351,1	1331,5	1289,6	1283,3	1140,3
1800	1296,1	1255,9	1189,0	1163,3	1098,3	1351,1	1331,3	1289,1	1282,6	1135,5
2100	1296,1	1256,0	1189,3	1163,8	1102,0	1351,1	1331,2	1288,8	1282,1	1131,9
2400	1296,1	1256,1	1189,6	1164,2	1104,6	1351,1	1331,1	1288,5	1281,7	1129,2
2700	1296,1	1256,2	1189,7	1164,4	1106,1	1351,1	1331,2	1288,4	1281,5	1127,6
3000	1296,1	1256,2	1189,8	1164,5	1106,7	1351,1	1331,1	1288,3	1281,5	1127,1
3300	1296,1	1256,2	1189,7	1164,4	1106,1	1351,1	1331,2	1288,4	1281,5	1127,6
3600	1296,1	1256,1	1189,6	1164,2	1104,6	1351,1	1331,1	1288,5	1281,7	1129,2
3900	1296,1	1256,0	1189,3	1163,8	1102,0	1351,1	1331,2	1288,8	1282,1	1131,9
4200	1296,1	1255,9	1189,0	1163,3	1098,3	1351,1	1331,3	1289,1	1282,6	1135,5
4500	1296,1	1255,7	1188,5	1162,6	1093,5	1351,1	1331,5	1289,6	1283,3	1140,3
4800	1296,1	1255,4	1187,7	1161,5	1087,1	1351,1	1331,8	1290,4	1284,5	1146,9
5100	1296,1	1255,2	1187,2	1160,7	1080,4	1351,1	1332,0	1291,0	1285,3	1153,6
5400	1296,1	1255,0	1186,7	1159,9	1073,4	1351,1	1332,4	1291,9	1286,8	1162,3
5700	1296,1	1254,7	1185,9	1158,7	1064,5	1351,1	1332,7	1292,8	1288,1	1171,2
6000	1296,1	1254,5	1185,1	1157,3	1054,7	1351,1	1333,1	1293,8	1289,5	1181,3

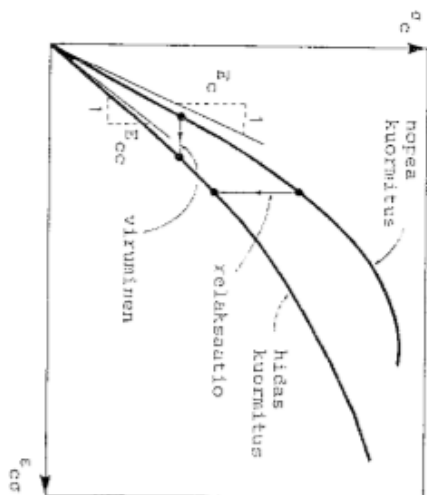
JbhPalkki EC2 Pro										
$\sigma_{p,eff\ ala}$					$\sigma_{p,eff\ ylä}$					
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1296,1	1254,6	1185,1	1157,3	1054,7	1351,1	1333,1	1293,7	1289,5	1181,3	
1296,1	1254,9	1185,9	1158,7	1064,6	1351,1	1332,7	1292,8	1288,1	1171,3	
1296,1	1255,2	1186,7	1159,9	1073,4	1351,1	1332,4	1292,0	1286,8	1162,3	
1296,1	1255,4	1187,1	1160,6	1080,3	1351,1	1332,1	1291,0	1285,4	1153,7	
1296,1	1255,6	1187,7	1161,5	1087,1	1351,1	1331,8	1290,4	1284,4	1146,8	
1296,1	1255,9	1188,5	1162,6	1093,5	1351,1	1331,5	1289,6	1283,3	1140,4	
1296,1	1256,1	1189,0	1163,3	1098,3	1351,1	1331,4	1289,2	1282,7	1135,6	
1296,1	1256,2	1189,3	1163,8	1101,9	1351,1	1331,3	1288,8	1282,1	1131,9	
1296,1	1256,3	1189,5	1164,2	1104,5	1351,1	1331,2	1288,6	1281,8	1129,2	
1296,1	1256,3	1189,7	1164,4	1106,1	1351,1	1331,1	1288,4	1281,5	1127,6	
1296,1	1256,3	1189,7	1164,4	1106,6	1351,1	1331,1	1288,4	1281,5	1127,1	
1296,1	1256,3	1189,7	1164,4	1106,1	1351,1	1331,1	1288,4	1281,5	1127,6	
1296,1	1256,3	1189,5	1164,2	1104,5	1351,1	1331,2	1288,6	1281,8	1129,2	
1296,1	1256,2	1189,3	1163,8	1101,9	1351,1	1331,3	1288,8	1282,1	1131,9	
1296,1	1256,1	1189,0	1163,3	1098,3	1351,1	1331,4	1289,2	1282,7	1135,6	
1296,1	1255,9	1188,5	1162,6	1093,5	1351,1	1331,5	1289,6	1283,3	1140,4	
1296,1	1255,6	1187,7	1161,5	1087,1	1351,1	1331,8	1290,4	1284,4	1146,8	
1296,1	1255,4	1187,1	1160,6	1080,3	1351,1	1332,1	1291,0	1285,4	1153,7	
1296,1	1255,2	1186,7	1159,9	1073,4	1351,1	1332,4	1292,0	1286,8	1162,3	
1296,1	1254,9	1185,9	1158,7	1064,6	1351,1	1332,7	1292,8	1288,1	1171,3	
1296,1	1254,6	1185,1	1157,3	1054,7	1351,1	1333,1	1293,7	1289,5	1181,3	

LIITE 3: LUENTOMONISTE, VIRUMA, MUUTTUVAN KIMMOMODUULIN KESKIJÄNNITYSMENETELMÄ

Oulun Yliopiston luentomoniste Muuttuvan kimmomoduulin keskijännitysmenetelmästä

taan ensin kovettua noin vuoden päivät ja sitte... Niitä kuormitetaan kolmella hyvin erilaisella kuormitusnopeudella, jännitys-muodonmuutos käyrät voisivat näyttää kuvan 3.3 mukaisilta. Toisin sanoen, nopea kuormitus lisää lujuutta noin 20% ja hidas kuormitus vähentää sitä noin 20%.

Pitkäaikaisesta kuormituksesta aiheutuva lujuuden pieneneminen jätetään suunnittelussa yleensä huomioimattamatta. Toisaalta jätetään myös huomioimattamatta se betonin lujuuden kasvu, joka tapahtuu ajan mukana, ja suunnittelu perustetaan 28 vuorokauden ikäisen betonin lujuuteen. Kun betonin lujuus lisääntyy 20-40%:n hydrataation vaikutuksesta, joka tapahtuu 28 vuorokauden jälkeä, joutavat nämä kaksi yksinkertaistusta yhdessä varmalla puolella olevaan lopputulokseen.



Kuva 3.4: Betonin viruminen.

3.16 Betonin viruminen

Betonin jännitys-muodonmuutos vaste riippuu kuormitusnopeudesta ja kuormituksen alkahistoriasta. Jos betonin jännitystä pidetään vakiona, sen venymä lisääntyy ajan mukana. Ilmiötä kutsutaan virumiseksi. Jos betonin venymää pidetään vakiona, sen jännitys pienenee ajan mukana. Ilmiötä kutsutaan relaksaatioksi. Tilannetta on havainnollistettu kuvassa 3.4.

Virumisen suuruuksia, joka tietyssä betonikoekappaleessa tapahtuu, on

vaikaa ar. vda tarkasti, ellei suoriteää koekelta virumista kuvaava- vien suureiden määrittämiseksi. Ilman erityiskoekelta ei voida odottaa tarkkainta, joka olisi parempi kuin 130%. Otsaan huomioon tämä hajonta on järkevä käyttää yksinkertaisia, likimääräisiä menetelmiä betonin virumismuodonmuutosten arvioinnissa.

Tyypillisessä virumiskoeksessa betonin aiheutetaan muutaman vuorokauden päästä valamisen jälkeen (t_0 vuorokautta) jännitys σ_{c0} , joka pidetään tämän jälkeen vakiona. Venymä ϵ_{ce} , joka tapahtuu heti kuormitettaessa kutsutaan kimmiseksi venymäksi ja lisääntyvä $\epsilon_{cc}(t, t_0)$, joka kehittyy ajan mukana kutsutaan virumisvenymäksi. Virumisvenymään suhdetta kimmoiseen venymään t vuorokautta valamisen jälkeen kutsutaan virumaluvuksi.

Seuraavassa esitellään betonin virumisista ja kutistumista kuvaava CEN 1978 malli siltä osin kun se käsittelee virumisista. Mallia voidaan käyttää puristetulle betonille, jos betonin puristusjännitys ei ylitä arvoa $0,4f_{ck}$ ja sen annetaan kovettua vakio lämpötila- ja kosteusolosuhteissa. Mallin soveltuvuusalue ulottuu käsittelemään myös vedetyn betonin. Mallin yhteydessä annettavat numeeriset arvot ovat keskinäisriippuvia. Niitä tulee käsitellä tyypillisinä arvoina, jotka voivat vaihdella 20% jompaan kumpaan suuntaan.

Eri ajanhetkellä vaikutuksena aloitettavista osakuormituksista aiheutuneet virumismuodonmuutokset voidaan mallilla laskea käyttäen yhteenlaskuperiaatetta (superpositioperiaate), mikäli jännitykset pysyvät suuruukseltaan käyttötilaa vastaavalla alueella.

Tämä huomioimatta, vakio jännityksestä σ_{c0} aiheutuva virumismuodonmuutos on suoraan verrannollinen jännitykseen. Ajanhetkeen t liittyvä virumaluku $\phi(t, t_0)$ määritellään kaavalla

$$\phi(t, t_0) = \frac{\epsilon_{cc}(t, t_0)}{\epsilon_{ce28}}, \quad (3.13)$$

missä $\epsilon_{cc}(t, t_0)$ on betonin virumisvenymä vakiojännityksestä σ_{c0} , joka on alkanut vaikuttaa ajanhetkellä t_0 ja

$$\epsilon_{ce28} = \frac{\sigma_{c0}}{E_{c28}} \quad (3.14)$$

on betonin kimmoisuus alkuvienymä jännityksestä σ_{c0} 28 vuorokauden iässä. (Betonin kimmomoduulille 28 vuorokauden iässä käytetään tässä

merkintää E_{c28} , jotta se poikkeaisi kimmomodulista E_c , joka on ajasta riippuva. Betoninormelissa ja muualla näissä luennoinnissa käytetään 28 vuorokauden kimmomodulille merkintää $E_{c,28}$. Betonin virumisenvenymä on täten

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_{c0}}{E_{c28}} \psi(t, t_0), \quad (3.15)$$

Betonin kimmoinen ajkuvuymä kuormitushetkellä t_0 saadaan kaavasta

$$\epsilon_{ce}(t_0) = \frac{\sigma_{c0}}{E_c(t_0)}, \quad (3.16)$$

missä $E_c(t_0)$ on betonin kimmomoduli ajanhetkellä t_0 .

Betonin jännityksestä σ_{c0} aiheutuva kokonaisvenymä ajanhetkellä t on täten alkuvuymä ajanhetkellä t_0 plus virumisvenymä, ts. $\epsilon_{cc}(t, t_0) + \epsilon_{ce}(t_0) + \epsilon_{cc}(t, t_0)$. Sille saadaan täten

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \sigma_{c0} \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\psi(t, t_0)}{E_{c28}} \right]. \quad (3.17)$$

Betonin kimmomoduli $E_c(t_0)$ ajan hetkellä t_0 [vrk] voidaan määrittää kaavalla

$$E_c(t_0) = \frac{E_{c28}}{\beta_1(t_0)}, \quad (3.18)$$

missä

$$\beta_1(t_0) = 0,875 \left[\frac{t_0 + 47}{t_0} \right]^{1/7,35}. \quad (3.19)$$

Virumaluku $\psi(t, t_0)$ riippuu ajanhetkien t ja t_0 lisäksi erityisesti: (i) ympäristön kosteusolosta, (ii) rakenteen dimensioista, (iii) betonin koostumuksesta, (iv) ympäristön lämpötilasta ja (v) betonin kovettumisnopeudesta.

Virumaluku voidaan määrittää riittävällä tarkkuudella kaavasta

$$\psi(t, t_0) = \beta_a(t_0) + \psi_d \beta_d(t - t_0) + \psi_e [\beta_e(t) - \beta_e(t_0)], \quad (3.20)$$

missä

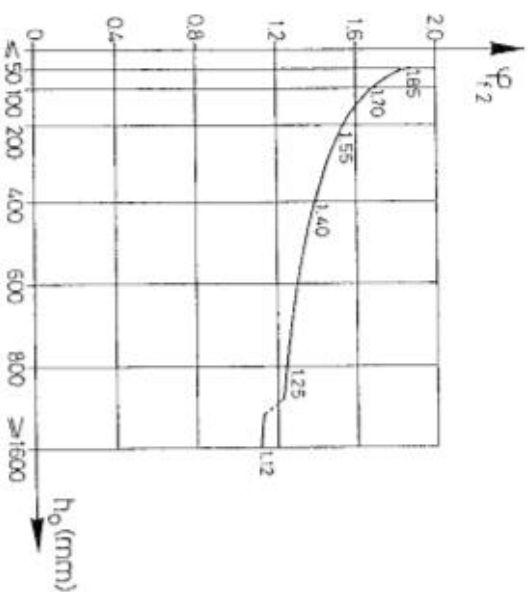
$$\beta_a(t_0) = 0,8 \left[1 - \left(\frac{t_0}{t_0 + 47} \right)^{1/2,45} \right],$$

Taulukko 3.5

Ympäristöolosuhteet	Suhteellinen kosteus R.H.	Kerroin		Kerroin λ
		Viruma ψ_{f1}	Kutistuma ϵ_{s1}	
1	2	3	4	5
Vesi		0,8	+0,00010	30
Hyvin kosteat ilmasto-olot	90%	1,0	-0,00013	5
Ulkosalla yleensä	70%	2,0	-0,00032	1,5
Hyvin kuivat ilmasto-olot	40%	3,0	-0,00052	1

ψ_d on kerroin, joka ottaa huomioon viivästyneen kimmoluveden ja jollle käytetään arvoa 0,4, $\psi_e = \psi_{e1} \psi_{e2}$ on virtauskerroin, jossa ψ_{e1} riippuu ympäristöolosuhteista taulukon 3.5 mukaisesti ja sillä on myös kaava

$$\psi_{e1} = 4,45 - 0,035 \cdot \text{R.H.}, \quad (3.21)$$



Kuva 3.5: Tehollisen paksuuden vaikutus virumaan.

missä R_H on suhteellinen kosteus (%) ja φ_{f2} -juttu tehollisesta paksuudesta h_0 [cm] kuvan 3.5 mukaisesti ja sillä on kaava

$$\varphi_{f2} = \exp\left(4,4 \cdot 10^{-5} h_0 - \frac{0,357}{h_0} - \ln\left(\frac{h_0^{0,1667}}{2,6}\right)\right), \quad (3.22)$$

β_d on funktio, joka kuvaa viivästettyneen kimmoisen venymän kehitysmatää ajan mukana (kuva 3.6) ja sillä on lauseke

$$\beta_d(t-t_0) = \left(\frac{t-t_0}{t-t_0+128}\right)^{\frac{1}{4,2}}, \quad (3.23)$$

β_f on funktio, joka kuvaa virtauksen kehittymistä ajan mukana (kuva 3.7) ja sillä on lauseke

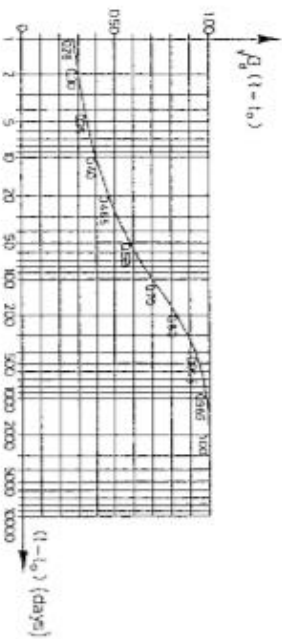
$$\beta_f(\tau) = \left[\frac{\tau}{t+K_1(h_0)}\right]^{K_2(h_0)}, \quad (3.24)$$

missä

$$K_1(h_0) = \exp\left[\frac{5,02}{h_0} + \ln\left(6,95h_0^{1,25}\right)\right] \quad (3.25)$$

$$K_2(h_0) = \exp\left[0,00144h_0 - \frac{1,1}{h_0} - \ln\left(1,005h_0^{0,2954}\right)\right], \quad (3.26)$$

t on betonin ikä [vrk], johon on suoritettu mahdollinen ympäristön lämpötilan ja sementin tyyppin huomioitava korjaus tarkasteltavana hetkenä, ja t_0 on betonin vastaava ikä kuormitushetkellä.



Kuva 3.6: Viivästettyneen kimmoisen venymän kehittyminen ajan mukana.

Tehollinen paksuus määritellään kaavalla

$$h_0 = \lambda \frac{2A_c}{u}, \quad (3.27)$$

missä λ on kerroin, joka riippuu ympäristöolosuhteista taulukon 3.3 mukaisesti, A_c on betonipalkkileikkauksen pinta-ala ja u on betoni-

poikkileikkauksen ympäristöön kosketuksessa olevan ympärysviivan pituus.

Jotta voitaisiin ottaa huomioon ympäröivä lämpötila betonin kovettumisen aikana, jos se poikkeaa merkittävästi arvosta 20°C , ja sementin tyyppi, betonin todellisista ikästä tulee korjata. Jokaisesta todellisesta aikavälillä Δt_i kohti, jonka aikana ympäröivä keskilämpötila on T_i , korjattu ikä saadaan kaavasta

$$t = \frac{\alpha}{30} \sum (T_i + 10) \Delta t_i, \quad (3.28)$$

missä α on kerroin, jolla voi olla seuraavia arvoja: 1 normaalisti tai hitaasti kovettuville sementteille, 2 nopeasti kovettuville sementteille ja 3 nopeasti kovettuville korkealuokuisille sementteille, T_i on betonin vuorokautinen keskilämpötila [$^\circ\text{C}$] ja Δt_i on päivien lukumäärä, jona betonin vuorokautisella keskilämpötilalla on ollut arvo T_i

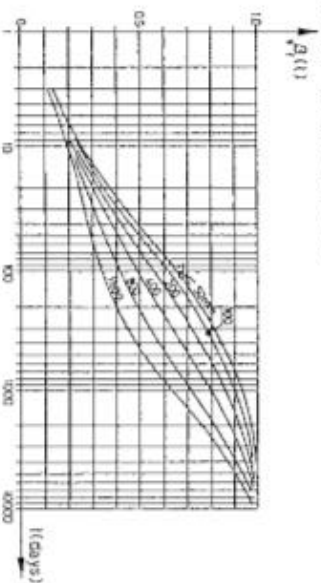
Betonin jännityksestä aiheutuvan kokonaisvenymän lauseke (3.17) voidaan myös esittää muodossa

$$\epsilon_{cp}(t, t_0) = c_0 \phi(t, t_0), \quad (3.29)$$

missä

$$\phi(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{c28}} = \frac{\beta_1(t_0) + \phi(t, t_0)}{E_{c28}} \quad (3.30)$$

on määritetty virumafunktio.



Kuva 3.7: Virtauksen kehittyminen ajan mukana.

Virumafunktio $\phi(t, t_0)$ on viskoelastisuusteoriasta tuttu käsite, joka ilmaisee ajanhetkellä t_0 aktivoituneen yksikön suuruuden jännityksen aiheuttaman betonin kokonaisvenymän ajanhetkellä t .

Jos nyt jännitys σ_c ei olekaan vakio vaan vaihtelee ajan mukana, johdetaan sen aiheuttaman venymän ϵ_{cs} määrittämiseksi sovellettaman yhteenlaskuperiaatetta.

Oletetaan, että aluksi betonin jännitys on nollla, ajanhetkenä t_0 se saa arvon σ_{c0} ja ajanhetkinä $t_1, i=1,2, \dots$ kunakin liikkeeseen $\Delta\sigma_{ci}$. Venymä ϵ_{cs} ajanhetkenä $t > t_0$ saadaan yhteenlaskuperiaatteen perusteella laskemalla yhteen jännityksen σ_{c0} aiheuttama venymä

$$\epsilon_{cs}^0(t) = \phi(t, t_0) \sigma_{c0} \quad (3.11)$$

ja kaikkien niiden jännitysjärjestysten $\Delta\sigma_{ci}$, joiden alkamisajankohhta t_i on ennen tarkasteltavaa ajankohta t , aiheuttamat venymät

$$\Delta\epsilon_{cs}^i(t) = \phi(t, t_i) \Delta\sigma_{ci} \quad (3.12)$$

Näin saadaan

$$\epsilon_{cs}(t) = \phi(t, t_0) \sigma_{c0} + \sum_{i=1}^n \phi(t, t_i) \Delta\sigma_{ci} \quad (3.13)$$

missä siis summaus käy viimeiseen i:n arvoon asti, jolla $t_i \leq t$. Vaikka betonin jännitys ei todellisuudessa vaihtelee äkillisin hyppäyksin vaan jatkuvammin, on tehty oletamus käyttämön laskelmissa usein hyvä approksimaatio.

Oletetaan nyt, että aluksi betonin jännitys on nollla, ajanhetkenä t_0 se saa arvon σ_{c0} ja vaihtelee tämän jälkeen jatkuvan funktion $\sigma_c(t)$ tavoin. Venymä ϵ_{cs} ajanhetkenä $t > t_0$ saadaan yhteenlaskuperiaatteen perusteella nyt laskemalla yhteen jännityksen σ_{c0} aiheuttama venymä

$$\epsilon_{cs}^0(t) = \phi(t, t_0) \sigma_{c0} \quad (3.14)$$

ja kaikkien niiden differentiaalisien jännitysjärjestysten $d\sigma_c(\tau)$, joiden alkamisajankohhta τ on ennen tarkasteltavaa ajankohta t , aiheuttamat venymät

$$d\epsilon_{cs}(\tau) = \phi(\tau, \tau) d\sigma_c(\tau) \quad (3.15)$$

Näin saadaan venymälle ϵ_{cs} lauseke

$$\epsilon_{cs}(t) = \phi(t, t_0) \sigma_{c0} + \int_{t_0}^t \phi(\tau, \tau) d\sigma_c(\tau) \quad (3.16)$$

Kaava (3.16) on yleinen lauseke betonin jännityksestä aiheutuvalle venymälle $\epsilon_{cs}(t)$, kun jännitys $\sigma_c(t)$ on ajanhetkestä t_0 alkaen jatkuva ajan funktio.

Kaavojen (3.13) ja (3.16) pohjalta todetaan, että tarkasteltavan pisteen venymä ϵ_{cs} ajanhetkellä t ei riipu, kuten kimmoavissa, ainostaan jännityksestä σ_c samana ajankohtana t , vaan koko kyseisen pisteen kokemasta jännityshistoriasta.

Jos jännityksen muuttuminen ajankohdan t_0 jälkeen on rajattua siten, että se ei ylitä jot arvosta σ_{c0} , venymän $\epsilon_{cs}(t)$ laskemiseksi voidaan kehittää likikaava seuraavasti. Oletetaan, että jännitys heti ajanhetkellä t_0 saa arvon, jonka suuruus on $\sigma_c(t_0)$:n ja $\sigma_c(t)$:n keskiarvo, ja pysyy siten vakiona. Vastaavalle venymälle saadaan kaavan (3.17) perusteella

$$\epsilon_{cs1}(t) = \frac{\sigma_c(t_0) + \sigma_c(t)}{2} \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{R_{c28}} \right] \quad (3.17)$$

Ajanhetkellä t jännitys siten muuttuu arvoon $\sigma_c(t)$. Vastaava venymä on kimminen ja muotoa

$$\epsilon_{cs2}(t) = \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{2} \frac{1}{E_c(t)} \quad (3.18)$$

Yhteenlaskuperiaatteen perusteella saadaan nyt tulos

$$\epsilon_{cs}(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t) + \sigma_c(t_0)}{2R_{c28}} \phi(t, t_0) + \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{2} \left[\frac{1}{E_c(t)} + \frac{1}{E_c(t_0)} \right] \quad (3.19)$$

Kaavaan (3.19) perustuuva menetelmä kutsutaan muuttuvan kimmoisuuden keski-jännitysmenetelmäksi (mean stress method with variable E_c).

Jos betonin kimmoisuuden muuttuminen ajan mukana voidaan jättää huomiottaanatta ts. $E_c(t) = E_{c28}$, kaava (3.19) yksinkertaistuu muotoon

$$\epsilon_{cs}(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_{c28}} + \frac{\sigma_c(t) + \sigma_c(t_0)}{2E_{c28}} \phi(t, t_0) \quad (3.40)$$

Kaavaan (3.40) perustuuva menetelmä kutsutaan vakio kimmoisuuden keski-jännitysmenetelmäksi (mean stress method with constant E_c).

Jos jännitys ei vaihtelee tai se vaihtelee vain vähän (esimerkiksi laskettaessa jännityshäviöiden polkukäsitteissä, joissa on alhaisen jänneteräsprosentti), voidaan lopullisen jännityksen $\sigma_c(t)$ otaksua aloittavan vaikutuksensa heti ajanhetkellä t_0 ja pysyvän siten

vakiota. Tällöin saadaan tulos

$$e_{CC}(t) = \frac{\sigma_C(t)}{E_{CC}(t)}, \quad (3.41)$$

missä suuretta

$$E_{CC}(t) = \frac{E_{C28}}{1+\phi(t, t_0)} \quad (3.42)$$

kutsutaan betonin teholliseksi kimmoosuudeksi (effective modulus). Kaavoihin (3.41) ja (3.42) perustuvaa menetelyä kutsutaan tehollisen kimmoosuulin menetelmäksi tai kokonaismoduulinmenetelmäksi (to-tai deformation modulus method). Sitä käytetään laajalti jännitettyjen betonirakenteiden ajustavan suunnittelun yhteydessä.

Betoninormissa virumista käsitellään kohdassa 2.1.5.4. Tarkastelu perustuu tehollisen kimmoosuulin menetelyyn. Betonin virumisvenymälle loppuolosuhteissa e_{CC} käytetään seuraavaa kaavaa

$$e_{CC} = \phi e_C', \quad (3.43)$$

missä e_C on pitkäaikaisuormituksen aiheuttama betonin hetkeellinen venymä, ts.

$$e_C = \frac{\sigma_C}{E_C}, \quad (3.44)$$

missä E_C on betonin kimmoosuuden 28 vuorokauden iässä, ja ϕ on (loppuviruman) virumaluku, jonka määrittämiseen tapahtuu normien kaavan (2.14) ja taulukoiden 2.6 ja 2.7 avulla. Betonin jännityksestä aiheutuvalle kokonaisvenymälle saadaan näin

$$e_{CC} = e_C + e_{CC} = (1+\phi) \frac{\sigma_C}{E_C}, \quad (3.45)$$

eli

$$e_{CC} = \frac{\sigma_C}{E_{CC}}, \quad (3.46)$$

joten teholliseksi kimmoosuudeksi tulee

$$E_{CC} = \frac{E_C}{1+\phi}. \quad (3.47)$$

Betoninormissa on myös esitetty yksinkertainen tapa laskea täytyiä aikavälillä tapahtuva virumisvenymä sekä täytyiä ajankelkellä tapahtuvasta jännitysmuutoksesta aiheutuva virumisvenymän muutos.

Tehollisen jännömoduulin ajattelu voidaan myös yleistää käsitteeseen betonin epälineaarinen jännitys-muodonmuutoslaki. Oikoon betonin lyhytaikainen jännitys-venymäriippuvuus kaavan (3.44) sijasta epälineaarinen ja muotoa

$$e_C = f(\sigma_C). \quad (3.48)$$

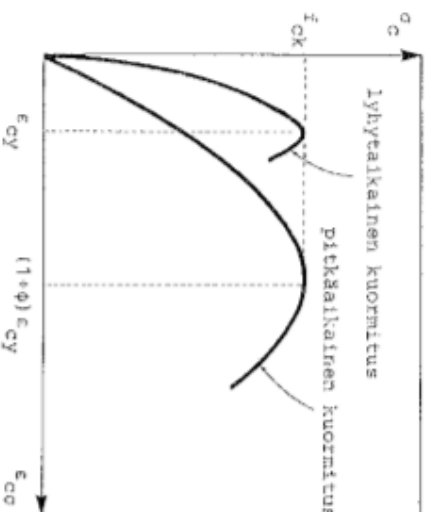
Sijoittamalla tämä pitkäaikaisuormituksen lausekkeeseen

$$e_{CC} = e_C + e_{CC} = (1+\phi)e_C \quad (3.49)$$

saadaan

$$e_{CC} = (1+\phi)f(\sigma_C). \quad (3.50)$$

Tulos (3.50) merkitsee sitä, että betonin pitkäaikainen jännitysmuodonmuutosriippuvuus saadaan vastaavasta lyhytaikaisesta riippuvuudesta skaalaamalla e_{CC} arvoja kertoimella $1+\phi$ (Kuva 3.8).

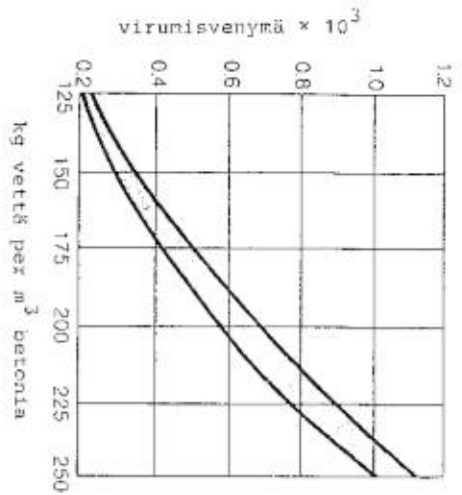


Kuva 3.8: Lyhytaikainen ja pitkäaikainen jännitysmuodonmuutoskäyrä.

3.12 Betonin kutistuminen

Ettei betonia pidetä vedessä tai 100% suhteellisessa kosteudessa, se menettää kosteuttaan ajan mukana ja sen tilavuus pienenee. Ilmiötä kutsutaan betonin kutistumiseksi.

Kutistuminen määrä riippuu voimakkaasti betonin koostumuksesta, jossa veden kokonaismäärä betonimassassa on erittäin tärkeä, kuten voidaan nähdä kuvasta 3.9. Myöskin runkoinen laatu on tärkeä si-



Kuva 3.9: Betoniseoksen veden määrän vaikutus kutistumaan.

ten, että kovat, tiiviit ja jäykät runkoaineet, joilla on alhainen absorptio (kuten kalkkikivi tai graniitti) aiheuttavat pienemmän kutistumisen.

Seuraavassa esitellään CEB 1978 mallin kutistumista käsittelevä osuus. Betonin kutistuma, joka kehittyi aikavälillä t_0 - t saadaan kaavalla

$$e_s(t, t_0) = e_{s0} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)], \quad (3.51)$$

missä e_{s0} ja e_{s1} on peruskutistumakerroin, e_{s1} riippuu ympäristöolosuhteista taulukon 3.3 mukaisesti ja sillä on myös kaava

$$e_{s1} = (0,000775 \cdot R \cdot H \cdot t_0^{-3} - 0,1565 \cdot R \cdot H \cdot t_0^{-2} + 11,0125 \cdot R \cdot H - 303,25) \cdot 10^{-5}, \quad (3.52)$$

e_{s2} riippuu tehollisesta paksuudesta h_0 kuvan 3.9 mukaisesti ja sillä on kaava

$$e_{s2} = \exp \left[0,00174 h_0^{-0,32} - \frac{0,32}{h_0} \ln \left(\frac{h_0^{0,251}}{1,9} \right) \right], \quad (3.53)$$

β_s on funktio, joka kuvaa kutistumisen kehittymistä ajan funktiona kuvan 3.10 mukaisesti ja sillä on myös kaava

$$\beta_s(t) = \left[\frac{t}{t + K_3(h_0)} \right]^{K_4(h_0)}, \quad (3.54)$$

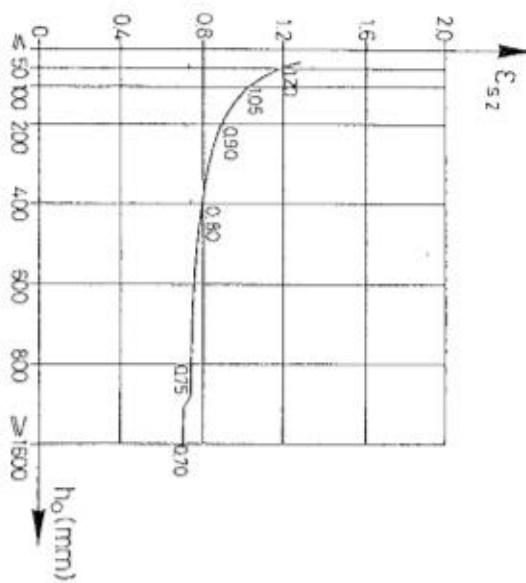
missä

$$K_3(h_0) = -11,8h_0 + 16, \quad (3.55)$$

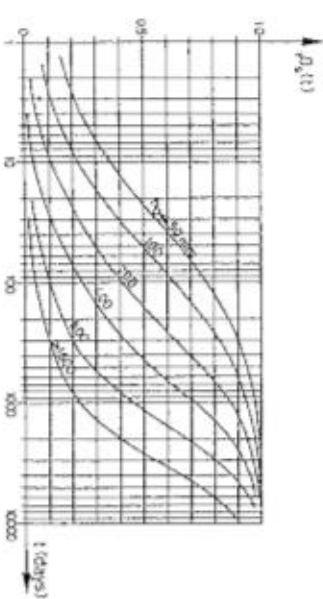
ja

$$K_4(h_0) = \exp \left[-0,00257h_0 + \frac{0,32}{h_0} + \ln(0,22h_0^{0,4}) \right], \quad (3.57)$$

t on betonin ikä [vrk] tarkasteltavana hetkenä, johon on suoritettu mahdollinen ympäristön lämpötilan ja sementin tyyhin huomioitava korjaus kaavaan (3.28) mukaisesti siten, että $\alpha=1$ kaikissa tapauksissa ja t_0 on betonin ikä josta lähtien kutistumista tarkastellaan, johon on suoritettu vastaava kaavaan (3.28) mukainen korjaus.



Kuva 3.9: Tehollisen paksuuden vaikutus kutistumaan.



Kuva 3.10: Kutistumisen kehittymisen ajan mukana.