

Mikko Moilanen

Sageko Matlabin korvaaja?

Opinnäytetyö
Tietotekniikan koulutusohjelma


Elokuu 2012




MIKKELIN AMMATTIKORKEAKOULU

Mikkeli University of Applied Sciences

KUVAILULEHTI

 <p>MIKKELIN AMMATTIKORKEAKOULU Mikkeli University of Applied Sciences</p>	<p>Opinnäytetyön päivämäärä</p> <p>4.9.2012</p>	
<p>Tekijä(t) Mikko Moilanen</p>	<p>Koulutusohjelma ja suuntautuminen Tietotekniikan koulutusohjelma</p>	
<p>Nimeke Sageko Matlabin korvaaja?</p>		
<p>Tiivistelmä</p> <p>Tässä insinööriyössä tutkitaan voiko Sagella korvata Matlabin korkeakouluopinnoissa matemaattisen analyysin opiskelutyövälineenä. Tutkimuksen perusteella arvioidaan, että onko Sagella tulevaisuutta ohjelmistona, varmistetaan Sagen toimivuus matemaattisessa analyysissä ja selvitetään, että miten helppoa yksittäisen käyttäjän on ottaa Sage käyttöön ja miten oppilaitos saa Sagen käyttöönsä.</p> <p>Matlab on kiistan standardiohjelmisto matemaattisessa mallinnuksessa ja analyysissä. Sen peruslisenssimaksut ja Toolboxien lisenssimaksut ovat kuitenkin kohonneet ehkä juuri tästä syystä korkeiksi ja mikään ei estä lisenssimaksujen jatkuvaa kohoamista. Näin ollen halvemman vaihtoehdon löytäminen Matlabille korkeakouluopintojen työvälineenä on mielenkiintoinen ja hyödyllinen tutkimuskohde.</p> <p>Eräs mielenkiintoinen vaihtoehto Matlabille on Sage, koska se kokoaa lähes 100 matemaattista laskentaohjelmistoa yhden ja saman käyttöliittymän alle. Sage on myös suunniteltu toimimaan palvelin/asiakas -mallilla WWW-selaimella, mistä voi olla erityistä hyötyä laajoissa asennuksissa ylläpidon ja luokkahuoneidan varaamisen kannalta .</p> <p>Tutkimuksen tuloksena havaittiin Sagen olevan niin erilainen ja epäyhteensopiva Matlabin kanssa, että Matlab ei ole suoraan korvattavissa Sagella. Sen sijaan todettiin, että Sage on riittävän kehittynyt matemaattinen ohjelmisto toimimaan omilla ansioillaan itsenäisesti tietyin rajoituksin opiskelutyövälineenä Matlabiin verrattuna ja että tästä syystä Sagen käyttö opiskelutyövälineenä on oppilaista ja opettajista itsestään kiinni.</p>		
<p>Asiasanat (avainsanat) atk-ohjelmat, MATLAB, vapaat ohjelmistot, ohjelmistopaketit</p>		
<p>Sivumäärä 26</p>	<p>Kieli Suomi</p>	<p>URN URN:NBN:fi:amk-2012101214394</p>
<p>Huomautus (huomautukset liitteistä)</p>		
<p>Ohjaavan opettajan nimi Reijo Vuohelainen</p>	<p>Opinnäytetyön toimeksiantaja</p>	

DESCRIPTION

 <p>MIKKELIN AMMATTIKORKEAKOULU Mikkeli University of Applied Sciences</p>	<p>Date of the bachelor's thesis</p> <p>4.9.2012</p>	
<p>Author(s) Mikko Moilanen</p>	<p>Degree programme and option Tietotekniikan koulutusohjelma</p>	
<p>Name of the bachelor's thesis Sage to replace MATLAB?</p>		
<p>Abstract</p> <p>The purpose of this bachelor's thesis is to estimate is it possible to replace MATLAB with Sage as a tool for mathematical analysis on higher education. Sage will be evaluated by estimating the longevity of the project, by testing installation of Sage on different platforms, and by testing how Sage works in actual use; by testing how a single user can use Sage on his machine, and how Sage can be installed as a server for many users.</p> <p>MATLAB is <i>de facto</i> standard in mathematical analysis and engineering. Licensing costs of MATLAB and associated software like Simulink are high enough to rise interest in searching for alternative software for them in educational use.</p> <p>One prominent alternative for MATLAB is Sage because it is Free Software and especially good for client/server usage model since it can be used with www-browser. This can benefit significantly education centres.</p> <p>The result of the estimations is that Sage is so different and incombatile with MATLAB that a straight replacement of MATLAB with Sage is not possible. However, Sage is a mature and good enough software to be used by its own merits independently—with certain limitations—and therefore it depends of the teachers and students how they can use Sage in higher education.</p>		
<p>Subject headings, (keywords) computer software, MATLAB, free software, software bundle</p>		
<p>Pages 26</p>	<p>Language Finnish</p>	<p>URN URN:NBN:fi:amk-2012101214394</p>
<p>Remarks, notes on appendices</p>		
<p>Tutor Reijo Vuohelainen</p>	<p>Bachelor's thesis assigned by</p>	

SISÄLTÖ

1 JOHDANTO.....	1
2 YLEISTÄ SAGESTA.....	2
2.1 Historia.....	3
2.2 Spekulointia Sagen tulevaisuudesta.....	5
2.3 Esimerkkejä Sagella työskentelystä.....	6
3 YLEISTÄ MATLABISTA.....	11
4 SAGEN ASENNUS.....	13
4.1 Asennus paikallisesti GNU/Linux systeemissä.....	13
4.2 Asennus paikallisesti Microsoft Windowsissa.....	14
4.3 Asennus palvelimena GNU/Linuksissa.....	14
5 LASKENTAESIMERKKI MATLABILLA JA SAGELLA.....	19
6 SAGE VASTAAN PYTHON	20
7 VAPAAOHJELMISTOVAIHTOEHTOJA MATLABILLE.....	20
7.1 FreeMat.....	21
7.2 Scilab.....	22
7.3 GNU Octave.....	24
8 TULOKSET.....	25
9 YHTEENVETO.....	26

1 JOHDANTO

Tässä opinnäytetyössä tutkitaan, onko mahdollista korvata Matlab Sagella insinööriopintojen työvälineenä. Opinnäytetyön idea tuli ensimmäisen kerran esille noin vuonna 2006 Sarkolan kanssa GNU Octavesta keskustellessa. Silloin pohdittiin mahdollisuuksia korvata Matlab GNU Octavella. Insinöörityön tullessa uudelleen ajankohtaiseksi vuonna 2011 keskusteltiin Reijo Vuohelaisen kanssa Pythoniin pohjautuvista vaihtoehtoista Matlabille. Näitä ovat mm. SciPy, NumPy ja Matplotlib. Näiden lisäksi muita vapaaohjelmistovaihtoehtoja Matlabille on ainakin Scilab, Freemat ja Sage.

Matlab on kiistaton standardityökalu matemaattisessa suunnittelussa ja mallinnuksessa, jonka asema on erittäin vahva teollisuudessa ja yliopistoissa/korkeakouluissa. Tästä syystä MathWorks voi hinnoitella Matlabin hieman liian vapaasti ilman paineita hintakilpailusta vaihtoehtoisten ohjelmien kehittäjien taholta. Matlabin lisenssihinnat ovat ehkä juuri siitä syystä muodostuneet korkeiksi, eikä mikään estä niiden jatkuvaa kohoamista.

Vapaaohjelmistoista löytyy vaihtoehtoja omisteisille ohjelmille tekstieditoreista kokonaiseen käyttöjärjestelmiin, jotka ovat auttaneet mm. julkista sektoria säästämään huomattavia summia lisenssihinnoissa. Esimerkiksi vapaaohjelmisto Firefoxilla pystyy korvaamaan Internet Explorerin kaikin puolin erinomaisesti, vapaaohjelmisto LibreOfficella pystyy korvaamaan Microsoft Officen ja GNU/Linux käyttöjärjestelmällä pystyy korvaamaan Microsoft Windowsin.

Guimardin arvion mukaan Gendarmerie eli Ranskan valtiollinen poliisi säästi vuosina 2004 – 2009 50 miljoonaa euroa pääasiassa lisenssimaksuissa avoimen lähdekoodin ohjelmistoihin siirtymisen johdosta (1). Toisaalta taas Computer Economicsin tekemän kyselyn mukaan avoimen lähdekoodin ohjelmistojen suurin hyöty on toimittajariippumattomuus eli se, että käyttäjät/asiakkaat eivät ole riippuvaisia yhdestä toimittajasta vaan heillä on valinnanvaraa. Kustannussäästöt oli arvioitu toiseksi tärkeimmäksi hyödyksi (2).

Tämän opinnäytetyön aiheeksi muodostui Sageen perehtyminen, koska havaittiin, että Sage on ilmeisesti koonnut huomattavan määrän matemaattisia vapaaohjelmistoja

yhteen pakettiin sekä luonut niiden päälle WWW-selaimella toimivan käyttöliittymän. Sagea on siten mahdollista käyttää verkon yli palvelinkoneelta WWW-selaimella. Tämä voisi helpottaa tietojärjestelmän ylläpitoa ja yksinkertaistaa opetustilojen varaamista, koska Sagea ei tarvitsisi asentaa työasematietokoneisiin ja toisaalta Sagea käyttävät opiskelijat voisivat käyttää Sagea miltä tahansa koulun koneelta tai koulun ulkopuolisilta koneilta.

Matlabintyyppisiä ohjelmistoja löytyy vapaaohjelmistoista sekä omisteisista ohjelmistoista. Koska yksi tärkeimmistä syistä Matlabille vaihtoehdon löytämisessä on kustannussäästöt ja toimittajariippumattomuuden saavuttaminen, niin tässä insinööriyössä ei tutustuta omisteisiin ohjelmistoihin.

Osana tutkimusta arvioidaan, että mitä matemaattiselta laskentaohjelmistolta opiskelukäytössä vaaditaan ja pystyykö Sage täyttämään nämä vaatimukset.

Tutkimusmenetelminä käytetään mm. koodianalyysia Sagen lähdekoodista, mikä kertoo, että miten paljon koodimäärä on lisääntynyt Sagessa ja kuinka paljon Sagella on kehittäjiä.

2 YLEISTÄ SAGESTA

Sage eli Software for Algebra and Geometry Experimentation on matemaattiseen laskentaan kehitetty ohjelmistokokonaisuus, joka on julkaistu GNU GPL -lisenssillä eli samalla lisenssillä, jolla mm. Linux on julkaistu. Sagessa on lähes sata matemaattista vapaaohjelmistoa koottu yhdeksi paketiksi saman käyttöliittymän alle. Sagen tavoitteena on kehittyä avoimen lähdekoodin vaihtoehdoksi Magmalle, Maplelle, Matlabille ja Mathematicalle. (3.)

Sagen kehittämistä tukee tai on tukenut mm. Google, Microsoft Research, Washingtonin yliopisto, Sun Microsystems, Yhdysvaltain puolustusministeriö ja Yhdysvaltain kansallinen tiedesäätiö (4).

Sagea voi käyttää WWW-selaimella tai Sagen komentoriviltä. Jos Sagea käyttää WWW-selaimella, niin Sagea ei tarvitse välttämättä asentaa tietokoneella lainkaan vaan WWW-selaimella otetaan yhteys WWW-palvelimeen, josta Sagea käytetään.

Internetissä on myös useita julkisia Sagepalvelimia, joita kuka tahansa voi käyttää WWW-selaimella.

2.1 Historia

Sagen historia on tässä kirjoitettu William Steinin eli Sagen pääkehittäjän kertomana. Sagen julkaisi alun perin vuonna 2005 William Stein. Hän oli kirjoittamassa kirjaa lukuteoriasta ja ajatteli esitellä siinä Mathematican, PARIn Magman ja Maplen käyttöä. Hänellä ei kuitenkaan ollut Maplea, mutta hän päätti kokeilla saada kopion siitä ilmaiseksi, koska oli kirjoittamassa kirjaa. Maplesoftista vastattiin ja kerrottiin, että he voivat myydä Maplen akateemisella alennuksella 500:lla dollarilla mutta eivät anna ilmaista kopiota. Stein pyysi parempaa tarjousta ja Maplesoft vastasi, että jos Stein saa myytyä Maplen neljälle kollegalleen 250:llä dollarilla kappale, niin hän saisi itse Maplen 250 dollarilla. (5.)

Tämä ärsytti Steiniä ja hän hankki vain ilmaisen kokeiluversion Maplesta. Pian hän huomasi, että Maple oli paljon hitaampi kuin Pari, Magma tai Mathematica. Hän asensi GNU/Linuxin nähdäkseen millainen käyttöjärjestelmä se on. Matemaattiset ohjelmat, mukaan lukien Maple, toimivat GNU/Linuxilla Steinin mielestä paremmin kuin Windowsilla ja hän poisti Windowsin koneeltansa. (5.)

Stein ajatteli ettei suurta määrää ongelmia Maplessa ei tulla koskaan poistamaan ja hän turhautui enemmän ja enemmän, koska Pythonissa ei ollut samoja ongelmia. Stein keskusteli Thomas Barnet-Lambin ja Dylan Thurstonin kanssa avoimen lähdekoodin matemaattiseen ohjelman tekemisestä, jossa ei piiloteltaisi algoritmien toteutuksia. (5.)

Stein alkoi kehittää Sagea ja päätyi käyttämään ohjelmoinnissa Pythonia, koska Pyrexin kanssa sillä kirjoitetut algoritmit olivat yhtä nopeita kuin mitä hän oli kirjoittanut Magmalla ja Pythonia kehitettiin kiihtyvällä tahdilla monien ihmisten toimesta. Pian Stein kuitenkin huomasi, että hän oli ryhtynyt liian isoon urakkaan yrittäessään itse kehittää matemaattisia funktioita. Niinpä hän kehitti Sageen toiminnallisuuden, jonka avulla Sagella pystyi käytännössä käyttämään jotain muuta matemaattista ohjelmistoa. (5.)

Tammikuussa 2005 Stein koodasi Sagea AMS:n tapaamisessa Atlantassa ja David Joyner kiinnostui siitä. Joyner halusi helposti asennettavan kopion ohjelmistosta. Stein toimitti sen ja Joyner innostui valtavasti sekä alkoi kehittää Sagea. Pian David Kohel liittyi heihin ja vuoden 2005 lopussa nämä kolme miestä olivat kirjoittaneet paljon koodia ja saaneet aikaiseksi esiversion Sagesta. (5.)

Tässä vaiheessa Steinin mukaan peli sai likaisia piirteitä. John Cannon, Magman kehittäjä, lähetti Steinille seuraavanlaisen sähköpostin. (5.)

Date: Mon, 19 Dec 2005 16:54:09 -0800

From: "John Cannon"

Subject: Magma calculator

William,

This is to formally advise you that your permission to run a general-purpose calculator based on Magma ends on Dec 31, 2005. This was originally set up at your request so students in your courses at Harvard could have easy access to Magma.

Please confirm receipt of this letter.

Wishing you a happy Christmas,

John

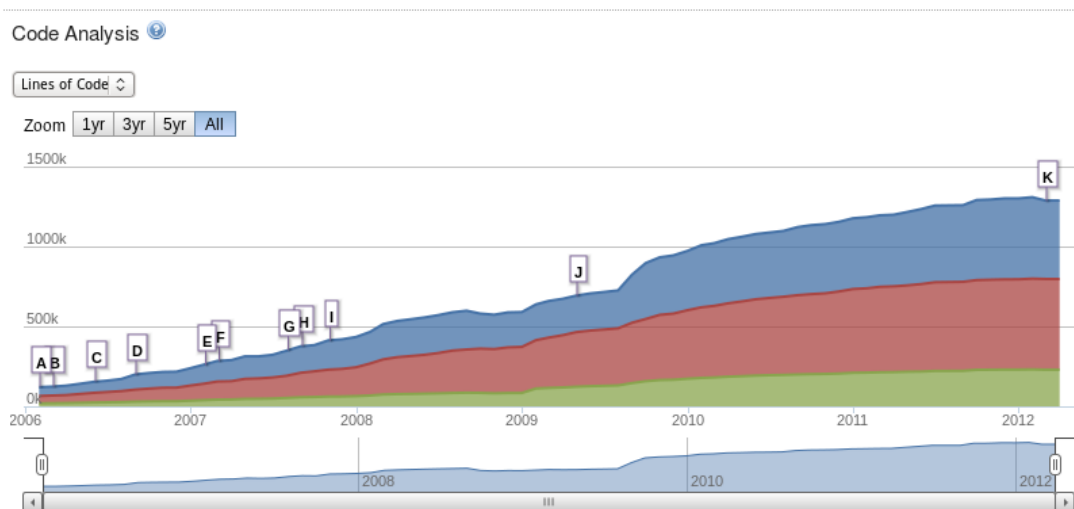
Steinin tulkinnan mukaan hänellä oli kaksi vaihtoehtoa: joko lopettaa Sagen kehittäminen tai lopettaa Magman käyttäminen, koska Cannon kielsi Magman käyttämisen Sagen kautta. Magman käyttämisen lopettaminen kauhistutti Steiniä, sillä hän ei voinut kuvitella Sagen voivan korvata Magmaa. Stein etsi vaihtoehtoja Magmalle, mutta niitä ei ollut. (5.)

Stein päätti ottaa riskin ja onnistua Sagen kanssa. Hän järjesti Sage Days -konferenssin Joynerin kanssa ja julkaisi vuonna 2006 helmikuussa 1.0 version Sagesta. Stein palkkasi yliopistopiskelijoita lisäämään ominaisuuksia Sageen ja tekemään AJAXilla Sageen WWW-selaimella toimivan käyttöliittymän, koska perinteiset graafiset käyttöliittymät voivat olla hankalia kehittää ja kääntää eri käyttöjärjestelmille. Sen sijaan WWW-selaimella toimiva käyttöliittymä toimii helposti eri käyttöjärjestelmissä. (5.)

Vuonna 2007 Sage voitti ensimmäisen palkinnon Trophees du Libren tieteellisten ohjelmistojen kategoriassa, minkä seurauksena Sage sai paljon julkisuutta. (5.)

2.2 Spekulointia Sagen tulevaisuudesta

Ohloh.netistä löytyvän analyysin mukaan koodimäärä Sagessa on kasvanut tasaisesti (6).



KUVA 1. Koodimäärän lisääntyminen Sagessa (6)

Ohloh.netin mukaan on yleensä hyvä merkki nähdä noususuuntaista ja jatkuvaa aktiiviteettia pitkällä aikavälillä (7). Olen seurannut Sageen liittyviä virallisia keskusteluryhmiä ja havainnut ne erittäin vilkkaiksi. Ilmeisesti Sagea siis kehitetään kiihtyvällä vauhdilla ja projekti on elinvoimainen, joten Sage itsessään voisi olla tulevaisuudessa vielä parempi kuin se on nyt.

En näe mitään syytä sille, että Sagen kehittäminen keskeytyisi äkillisesti tai loppuisi kokonaan, koska Sagen takana on elinvoimainen yhteisö. Toisaalta taas teoriassa MathWorks voi mennä konkurssiin mutta Sage voi periaatteessa ”elää” vaikka ikuisesti, koska se on vapaaohjelmisto. Näin ollen Sage voi helposti olla olemassa vaikka 10 vuoden kuluttua, joten vaaraa siitä, että Sagen käyttämiseksi opetellut taidot menisi hukkaan ei käytännössä ole.

2.3 Esimerkkejä Sagella työskentelystä

Sagea on tarkoitus käyttää WWW-selaimella. Alla on kuva Sagen kirjautumisruudusta, jossa on näkyvissä kentät käyttäjätunnukselle ja salasanalle.

Sign in -- Sage

http://localhost:8000/

SAGE The Sage Notebook
Version 5.1

Welcome!
Sage is a different approach to mathematics software.

The Sage Notebook
With the Sage Notebook anyone can create, collaborate on, and publish interactive worksheets. In a worksheet, one can write code using Sage, Python, and other software included in Sage.

General and Advanced Pure and Applied Mathematics
Use Sage for studying calculus, elementary to very advanced number theory, cryptography, commutative algebra, group theory, graph theory, numerical and exact linear algebra, and more.

Use an Open Source Alternative
By using Sage you help to support a viable open source alternative to Magma, Maple, Mathematica, and MATLAB. Sage includes many high-quality open source math packages.

Use Most Mathematics Software from Within Sage
Sage makes it easy for you to use most mathematics software together. Sage includes GAP, GP/PARI, Maxima, and Singular, and dozens of other open packages.

Use a Mainstream Programming Language
You work with Sage using the highly regarded scripting language Python. You can write programs that combine serious mathematics with anything else.

Sign into the Sage Notebook v5.1

Username
admin

Password
.....

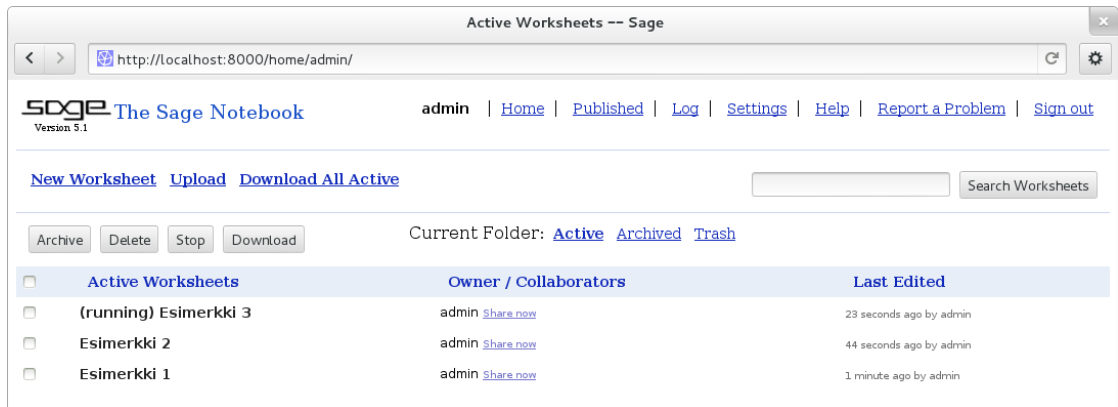
Remember me

Sign in

[Browse published Sage worksheets \(no login required\)](#)

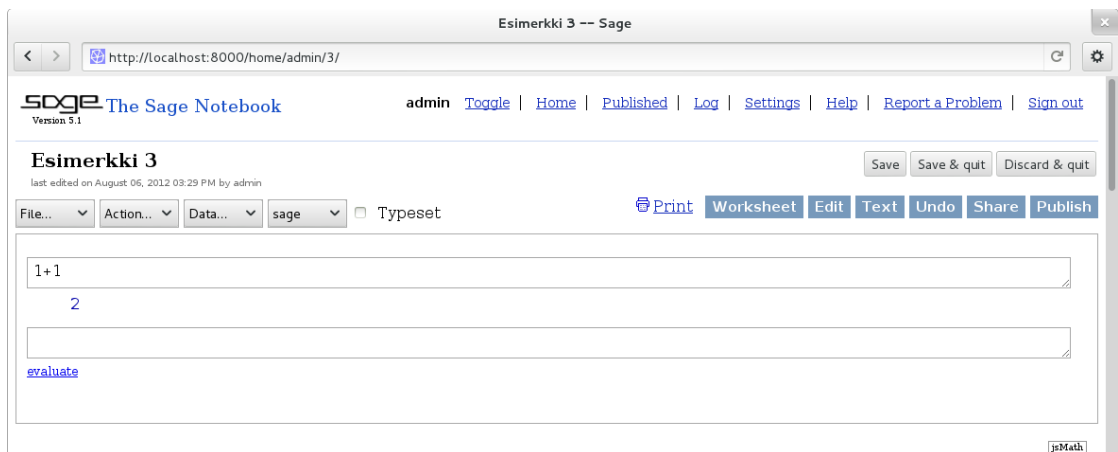
KUVA 2. Sagen WWW-käyttöliittymän sisäänkirjautumisruutu

Sisäänkirjautumisen jälkeen avautuu sivu, jossa näkyy mm. käyttäjän työkirjat (worksheets) sekä käyttöliittymä työkirjojen ja asetusten hallintaan.



Kuva 3. Sagen WWW-käyttöliittymän aloitussivu

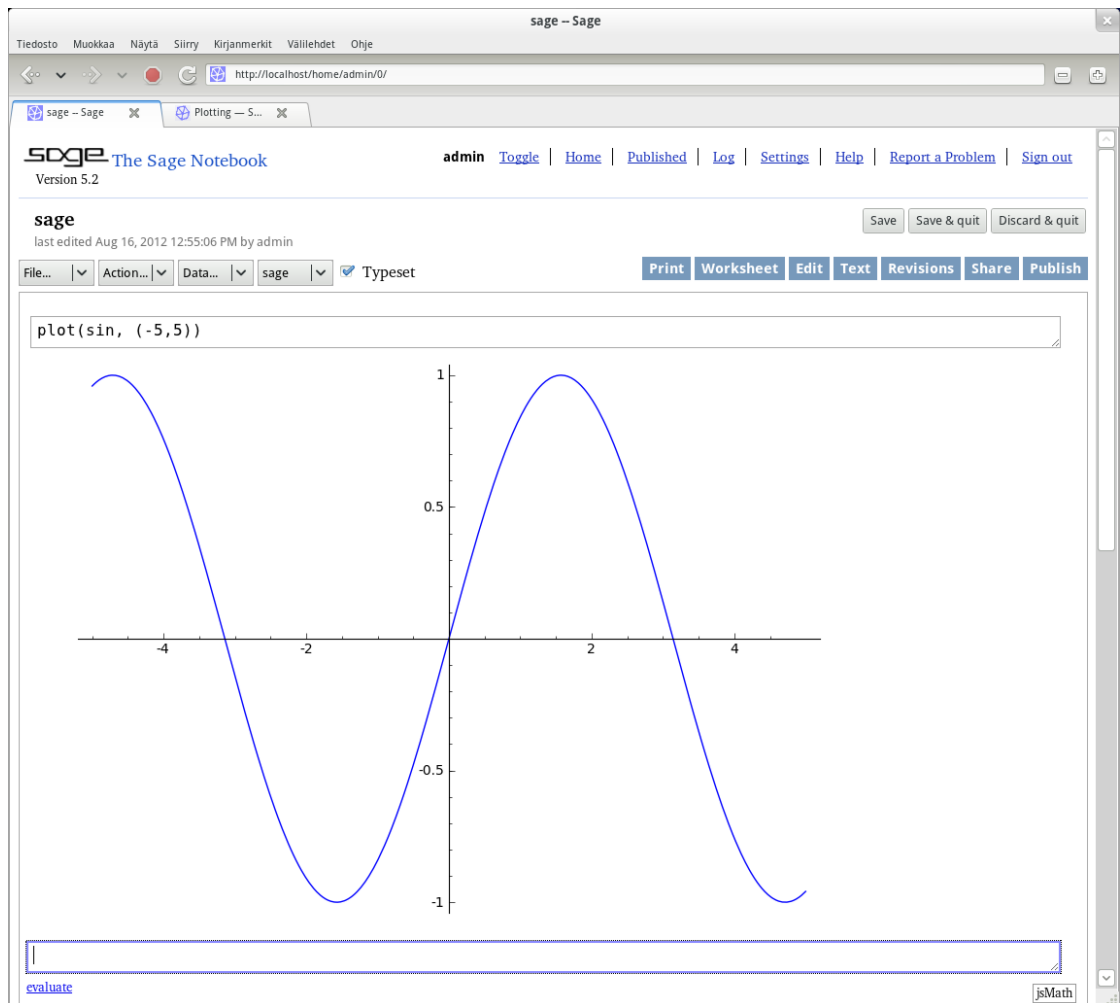
Kuvassa 4 on yksinkertainen laskuesimerkki WWW-pohjaisessa käyttöliittymässä. Esimerkissä lasketaan $1+1$.



Kuva 4. Laskuesimerkki Sagen WWW-käyttöliittymässä

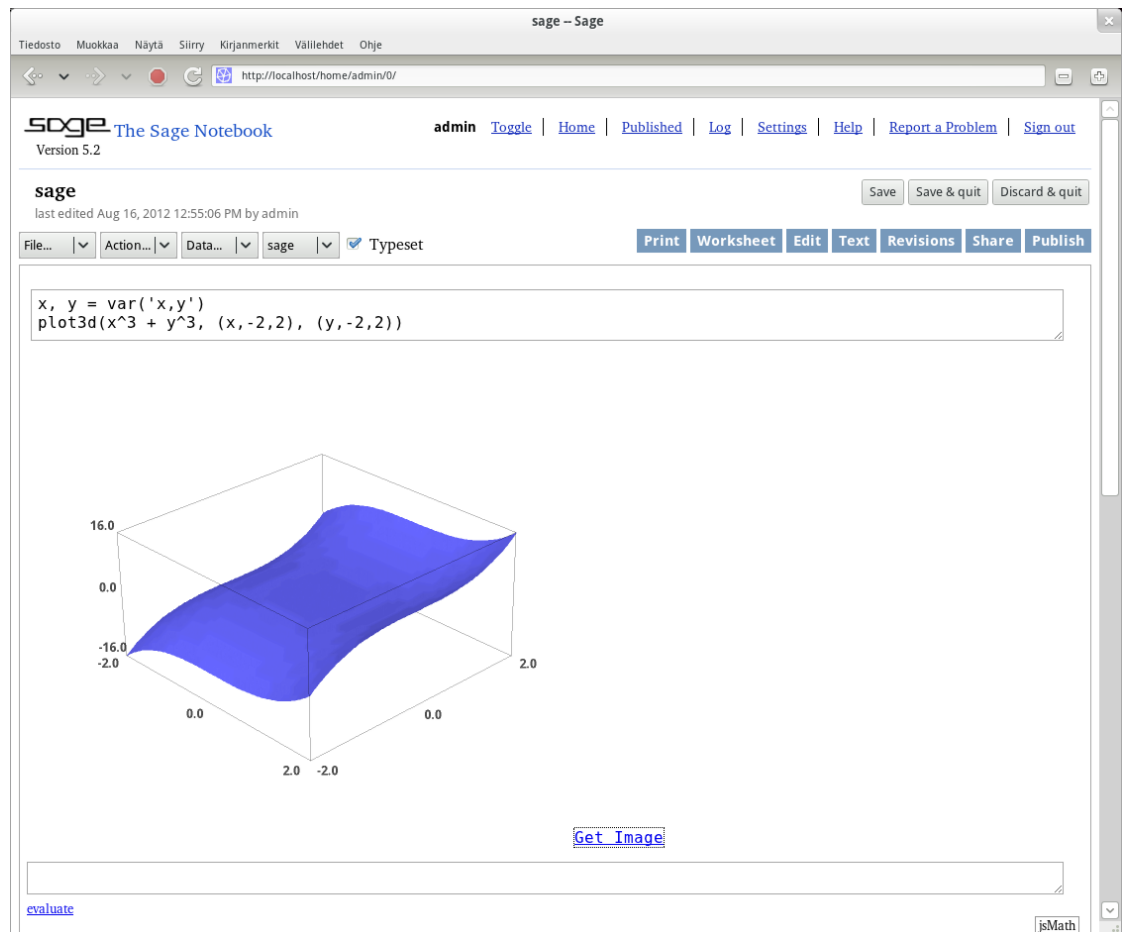
Erilaisilla monimutkaisemmilla laskuesimerkeillä voisi täyttää tätä opinnäytetyötä vaikka kuinka paljon, mutta niin ei tehdä, koska olen testannut monimutkaisia laskuja Sagella ja todennut Sagen olevan erittäin monipuolinen ohjelmisto.

Kaksiulotteinen funktioiden piirtäminen onnistuu Sagella helposti (kuva 5).



Kuva 5. Esimerkki kaksiulotteisen funktion piirtämisestä Sagen WWW-käyttöliittymässä

Kolmiulotteisten kuvien piirtäminen onnistuu myös (kuva 6), mutta sitä varten pitää olla Oraclen Java Runtime Environment asennettuna koneella. Kolmiulotteisten kuvien piirtäminen ei onnistu Red Hatin IcedTea Oraclen Javan korvaavalla vapaaohjelmistolla.

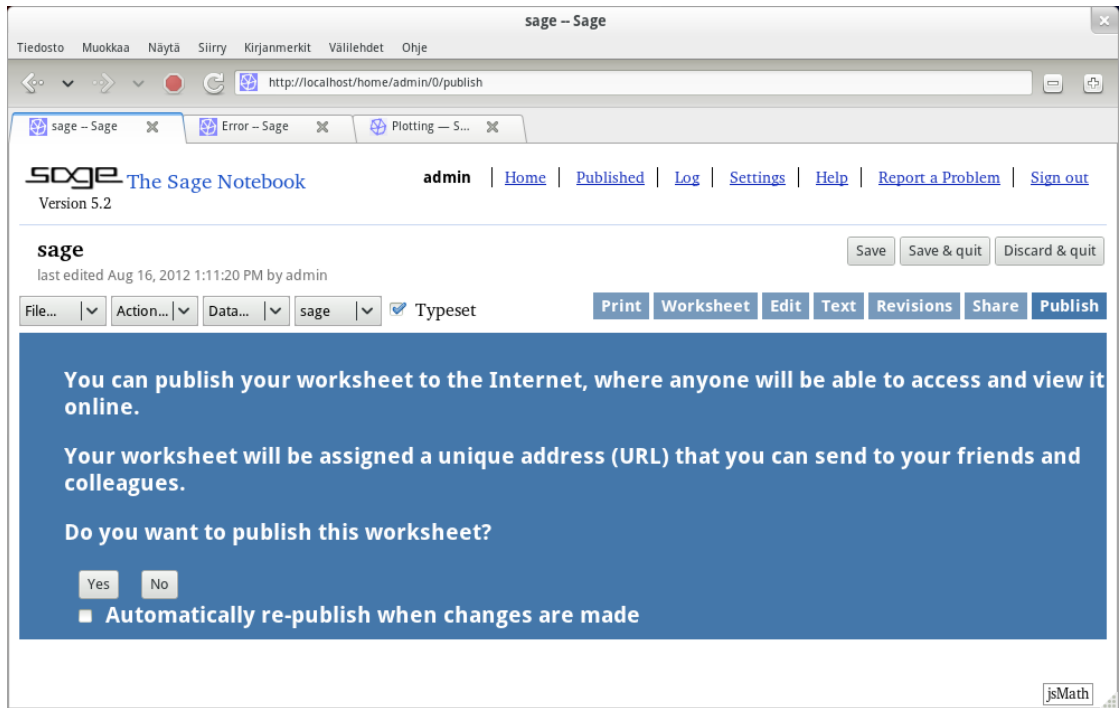


Kuva 6. Esimerkki kolmiulotteisen kuvan piirtämisestä Sagen WWW-käyttöliittymässä

Kolmiulotteisia kuvia voi käänellä hiirellä, jotta ne näkisi eri kuvakulmasta. Zoomaus kolmiulotteisissa kuvissa onnistuu hiiren rullalla.

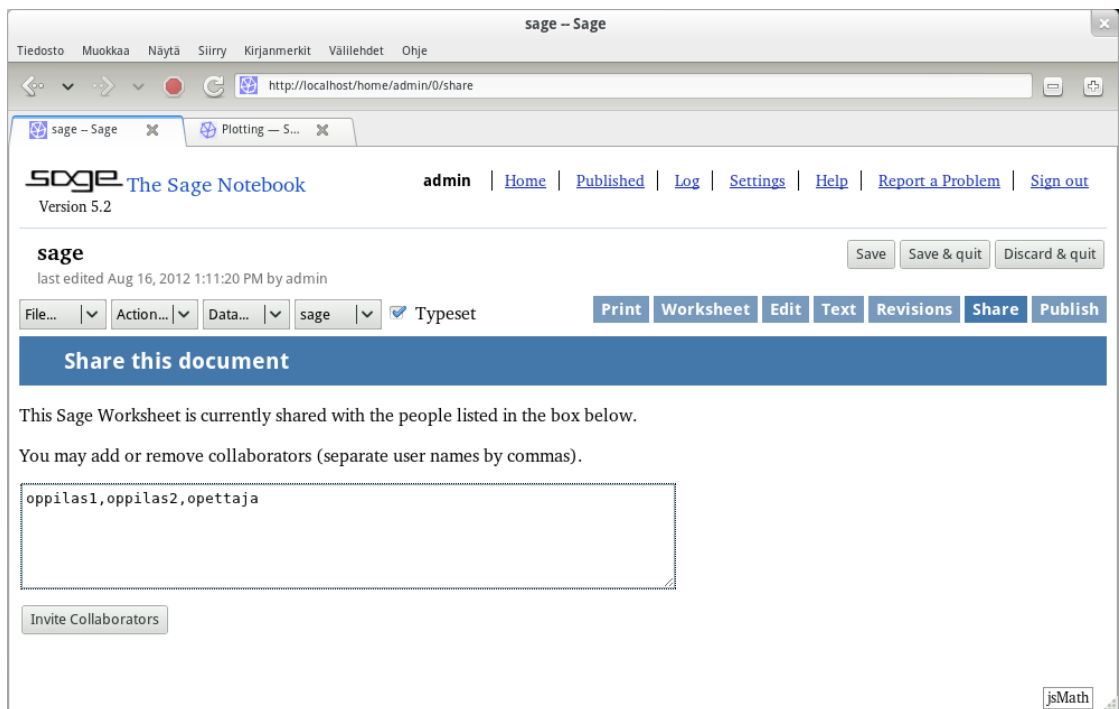
Kaikkien kuvien tallentaminen omalle koneelle onnistuu samoin kuin minkä tahansa kuvan tallentaminen WWW-selaimella koneelle. Hiiren oikeaa nappia kuvan kohdalla painaessa ilmestyy valikko, josta voi valita ”tallenna kuva” -vaihtoehdon. Vaihtoehtoisesti voi napsauttaa selaimessa näkyvää ”Get Image” -linkkiä ja tallentaa kuvan uudesta selainikkunasta.

Sagen työkirjan voi julkaista verkossa suoraan muiden katseltavaksi (kuva 7), joten opettajat voisivat jakaa esimerkkitehtäviä ynnä muuta suoraan Sagella eikä opettajien tarvitsisi laittaa opiskelijoita kaivelemaan niitä jostain verkkolevyiltä.



Kuva 7. Työkirjan julkaisuvalinta Sagen WWW-käyttöliittymässä

Työkirjan voi myös jakaa Sagella netissä (kuva 8). Opiskelijat voisivat siis tehdä ryhmätöitä samaan työkirjaan netin kautta tai opettaja voisi yksityisesti tarkastaa ja/tai korjata oppilaan työkirjan suoraan Sagesa.



Kuva 8. Työkirjan jakamisvalinta Sagen WWW-käyttöliittymässä

3 YLEISTÄ MATLABISTA

Matlabin kehitti matematiikan professori Cleve Moler New Mexican yliopistossa 70-luvulla. Ensimmäisessä versiossa oli 80 funktiota. Vuonna 1984 Cleve Moler, Jack Little ja Steve Bangert perustivat MathWorksin, joka tänä päivänäkin kehittää ja markkinoi Matlabia (8).

Vuonna 2012 Mathworks työllistää 2400 ihmistä ja sen liikevaihto vuonna 2011 oli 700 miljoonaa dollaria (9).

MathWorksin mukaan Matlabilla on yli miljoona käyttäjää maailmanlaajuisesti ja Matlabista on julkaistu noin 1400 kirjaa 28:lla eri kielellä (9). Näitä väitteitä on hieman vaikea tarkistaa, mutta www.bookplus.fi:n sivuilta tehty hakukysely hakusanalla ”matlab” antoi 472 osumaa ja sama haku www.amazon.comista antoi 4536 osumaa. Näin ollen väitteissä saattaa olla hyvinkin paljon perää.

MathWorksin mukaan heidän asiakkaitaan on mm. Yhdysvaltain puolustusvoimat, Hyundai, Toyota, General Motors, Pfizer, Nokia, Intel, Bank of America, Siemens ja yli 5000 yliopistoa ympäri maailmaa (9).

Vaikuttaa siltä, että Matlabia voidaan käyttää kaikissa isoissa tai pienissä yrityksissä sekä yliopistoissa. Matlabilla ei vaikuttaisi olevan vakavasti otettavaa kilpailijaa.

Elokuussa 2012 Matlabin henkilökohtainen opiskelijalisenssi maksoi 89 dollaria eli 71 euroa silloisen valuuttakurssin mukaan. Siihen sisältyy useita toolboxeja, mm. Simulink ja Signal Processing -toolboxit (10).

Kouluille myydään erilaisia lisenssejä. Lisenssi nimeltä ”classroom” sallii ainoastaan Matlabin opetuskäytön luokkahuoneissa ja se maksaa Simulinkin ja toolboxien kanssa 100 käyttäjälle 7400 euroa. 50 käyttäjää sisältävä lisenssi maksaa Simulinkin ja toolboxien kanssa 3700 euroa. (11.)

Jos Matlabia haluaa käyttää miltä tahansa koulun koneelta, niin pitää ostaa lisenssi nimeltä ”concurrent”. Se maksaa Simulinkin ja toolboksien kanssa 50 käyttäjälle lisensoituna 12 850 euroa. Sadalle käyttäjälle hinta on 19 000 euroa . (11).

Mainituilla hinnoilla Matlabia voi käyttää vaikka ikuisesti, mutta jos haluaa saada päivityksiä ja teknistä tukea MathWorksilta, niin silloin joutuu maksamaan vuosittaista tilausmaksua ensimmäisen vuoden jälkeen. Mikkelin ammattikorkeakoulun laskutustietojen mukaan tämä maksu oli 4000 euroa 50 käyttäjälisenssille.

Esimerkkihinnat ovat suoraan sanottuna järkyttäviä ”concurrent” lisenssimuodon osalta. ”Concurrent” on kuitenkin lisenssimuoto, jota ehkä käytännössä koulut joutuvat käyttämään, koska se mahdollistaa Matlabin käytön miltä tahansa koulun koneelta. Opetuksen järjestäminen on silloin joustavampaa, koska opettajien ei tarvitse varata erikseen luokkaa, josta Matlab on käytettävissä. Opettajat voisivat myös käyttää Matlabia työhuoneissaan samalla lisenssillä.

Toisaalta jonkinlainen sekoitus concurrent ja classroom -lisenssejä voisi tulla halvemmaksi ja olla silti erittäin toimiva järjestely. Esimerkiksi tehdään muutama luokkahuone ”classroom” lisensseillä niille kursseille, joissa pääasiassa käytetään Matlabia. Näiden lisäksi ostetaan ”concurrent” lisenssejä, jotta opettajat voisivat käyttää Matlabia omalta koneeltaan ja oppilaat tehdä kotitehtäviä Matlabilla miltä tahansa koulun koneelta, johon Matlab on asennettu.

Tosiasia on kuitenkin se, että Matlab, Simulink ja toolboxit maksavat halvimmillaankin useita tuhansia euroja ja helposti voidaan päästä muutamien kymmenien tuhansien eurojen hintaluokkaan oppilaitoskäytössä.

Matlab on epäilemättä tällä hetkellä käytännössä korvaamaton ohjelmisto teknisessä suunnittelussa ja muussa mallinnuksessa. Se on saanut ilmeisen monopoliaseman sekä kouluissa että teollisuudessa. Monopoliväitteen tukena on EU:n päätös tutkia onko MathWorks rikkonut lakia kieltäytyessään antamasta kilpailevalle yritykselle tietoa, jotta kilpailija ei voisi tehdä yhteensopivaa tuotetta (12). Mikäli minkäänlaista monopoliasemaa ei ole, niin tuskin EU olisi alkanut mitään tutkia.

Matlab *de facto* standardina on toisaalta aika hyvä merkki siitä, että Matlab tulee pysymään pitkään alansa hallitsevana ohjelmistona aivan kuten Microsoft on pysynyt Windowsilla. Niinpä Matlab on sinänsä varma ja turvallinen valinta – mikäli hintaa ja hinnankorotusuhkia ei huomioida.

4 SAGEN ASENNUS

Sagen voi asentaa palvelimeksi tai paikallisesti vain siltä koneelta käytettäväksi, johon se on asennettu. Sagea on mahdollista myös käyttää ns. Live CD -levyltä, joka on CD-ROM, johon on asennettu GNU/Linux käyttöjärjestelmä ja Sage. Tietokone asetetaan käynnistymään CD-ROM -asemalta, jonka jälkeen GNU/Linux käynnistyy ja hetken päästä Sage on käytettävissä. Tällöin mitään muutoksia ei tarvitse tehdä koneen varsinaiselle käyttöjärjestelmälle eikä mitään muutoksia tapahdu kovalevyille.

Sage palvelimena on paras asentaa GNU/Linux systeemialustalle suorituskyvyn maksimoimiseksi, koska Windowsille käännettyä versiota Sagesta ei ole saatavilla vaan Sage toimii VirtualBoxin avulla Windowsissa. Tämä tarkoittaa sitä, että Windowsin sisällä ajetaan GNU/Linuxia, joka vuorostaan pyörittää Sagea. Tällöin resursseja tietysti menee hukkaan Windowsia ajettaessa.

Sagea kehitetään OpenSolarikselle, GNU/Linux -systeemeihin ja Mac OS X:lle. Jokaisen version Sagesta taataan toimivan edellä mainituilla käyttöjärjestelmillä (13). Sagen toimii Microsoft Windowsilla, mutta sitä varten tarvitaan VirtualBox, jonka sisällä Sagea ajetaan tosiasiallisesti GNU/Linuxilla (14).

4.1 Asennus paikallisesti GNU/Linux systeemissä

1. Mene osoitteeseen <http://www.sagemath.org/download.html> ja lataa jakeluversiollesi tehty versio Sagesta.
2. Pura paketti.
3. Siirry Sagen hakemistoon ja käynnistä Sage komennolla `./sage`.
4. Kirjoita Sagen komentoriville käsky `notebook()`. Tämä aktivoi Sagen sisäänrakennetun WWW-palvelimen.
5. Avaa WWW-selain osoitteessa <http://localhost:8000/> ja Sagen WWW-käyttöliittymä on käytettävissä.

4.2 Asennus paikallisesti Microsoft Windowsissa

Sagen pääkehittäjän William Steinin mukaan ylivoimaisesti paras tapa käyttää Sagea Microsoft Windowsissa on ajaa Linuxia Windowsin sisällä, joka vuorostaan pyörittää Sagea (14). Seuraavat asennusohjeet ovat lyhennelmä virallisesta asennusohjeesta (15).

1. Lataa VirtualBox Oraclelta: <http://WWW.virtualbox.org/wiki/Downloads>.
2. Lataa Sage osoitteesta <http://WWW.sagemath.org/download-windows.html>.
3. Asenna Virtualbox. Asennus kysyy muutaman kerran verkko-ominaisuuksien asentamisesta. Käske asentaa.
4. Käynnistä Virtualbox ja valitse ylävalikosta Tiedosto -> Tuo laitteistokuva.
5. Etsi tallentamasi Sagen asennuspaketti esimerkiksi Sage-4.8.ova ja tuo se oletusasetuksilla.
6. Käynnistä Sage VirtualBoxin ohjausikkunasta.
7. Avaa WWW-selain osoitteessa <http://localhost:8000/>.
8. Sage toimii nyt paikallisesti asennettuna palvelimena vain tältä koneelta.

4.3 Asennus palvelimena GNU/Linuxissa

Sage käännettiin lähdekoodista Ubuntu Precise Pangolinissa. Seuraavien ohjeiden pitäisi toimia Ubuntussa, Debianissa, Trisquelissa ja kaikissa Ubuntuun tai Debianiin perustuvissa jakeluversioissa. Ohjeiden pohjana käytettiin Jason Groutin asennusmuistiinpanoja (16).

1. Asenna kääntämisessä tarvittavia ohjelmistoja.

```
sudo apt-get install gfortran binutils texlive dvipng
evince build-essential libssl-dev libreadline-dev
```

```
libpango1.0-dev libcairo2-dev imagemagick m4 dvipng
ffmpeg
```

2. Lataa Sagen lähdekoodipaketti.

```
wget http://sunsite.rediris.es/mirror/sagemath/src/sage-
5.3.tar
```

3. Pura Sagen lähdekoodipaketti.

```
tar xvf sage-5.3.tar
```

4. Siirry lähdekoodihakemistoon.

```
cd sage-5.3
```

5. Selvitä komennoilla

```
which gfortran
```

ja

```
find / -name 'libgfortran.so' 2>/dev/null
```

missä gfortran ja libgfortran.so sijaitsevat.

6. Kerro Sagelle yllämainittujen tiedostojen sijainti komennoilla

```
export Sage_FORTRAN=/usr/bin/gfortran
```

ja

```
export Sage_FORTRAN_LIB=/usr/lib/gcc/x86_64-linux-
gnu/4.6/libgfortran.so
```

7. Valinnaisesti selvitä suoritusnopeuksien määrä koneessa komennolla

```
grep processor /proc/cpuinfo
```

8. Valinnaisesti tee ympäristömuuttuja

```
export MAKE="make -j4"
```

jossa numero kertoo koneessa olevien suoritusajavien määrän. Tämä nopeuttaa kääntöä.

9. Aloita kääntäminen komennolla

```
make
```

10. Käännöksen valmistuttua asenna Apache WWW-palvelin komennolla

```
sudo apt-get install apache2
```

11. Laita välipalvelinmodulit päälle komennolla

```
sudo a2enmod proxy
sudo a2enmod proxy_http
```

12. Konfiguroi virtuaalipalvelin Apachelle tekemällä `/etc/apache2/sites-available/sagenotebook` -tiedosto seuraavanlaisella sisällöllä:

```
<VirtualHost *:80>
    ServerName YOUR_SERVER_NAME

    ProxyRequests Off
    ProxyPreserveHost On

    <Proxy *>
        Order deny,allow
        Allow from all
    </Proxy>

    ProxyPass / http://localhost:8000/
    ProxyPassReverse / http://localhost:8000/

    DocumentRoot /
    <Location />    DefaultType text/html
    </Location>

    ErrorLog /var/log/apache2/error.log
```

```

# Possible values include: debug, info, notice,
warn, error, crit,
# alert, emerg.
LogLevel warn

CustomLog /var/log/apache2/access.log combined
ServerAdmin YOUR_SERVER_ADMIN_EMAIL_ADDRESS
</VirtualHost>

```

13. Aktivoi Sagen notebookpalvelin ja käynnistä Apache uudestaan komennoilla

```

sudo a2dissite default
sudo a2ensite sagenotebook
sudo service apache2 reload

```

14. Tee ryhmä sageuser.

```

sudo addgroup sageuser

```

15. Tee käyttäjätili nimeltä sageserver.

```

sudo useradd -m sageserver

```

16. Tee 10 peruskäyttäjätiliä.

```

for i in $(seq 0 9); do
    sudo useradd -m -g sageuser sage$i
done

```

17. Asenna ohjelmat SSH ja screen.

```

sudo apt-get install ssh screen

```

18. Etsi tiedostosta /etc/pam.d/sshd kohdasta "account required" -aloitussanat omaava rivi ja muuta se seuraavanlaiseksi:

```

account required pam_access.so nodefgroup

```

19. Lisää /etc/security/access.conf tiedostoon rivit

```

-:(sageuser):ALL EXCEPT localhost

```

```
--:sageserver:ALL
```

20. Tee salasanattomat SSH-avaimet.

```
sudo -u sageserver -i ssh-keygen -t dsa
```

21. Jaa julkinen avain Sagen peruskäyttäjätileille skripteillä

```
for i in $(seq 0 9); do sudo -u sage$i mkdir -p
/home/sage$i/.ssh; done
```

```
sudo cp /home/sageserver/.ssh/id_dsa.pub /tmp
for i in $(seq 0 9); do sudo -u sage$i cp /tmp/id_dsa.pub
/home/sage$i/.ssh/authorized_keys; done
```

22. Tuhoa väliaikaistiedosto.

```
sudo rm /tmp/id_dsa.pub
```

23. Tee known_hosts tiedosto testaamalla kirjautumista.

```
sudo -u sageserver -i ssh sage0@localhost echo Toimii.
```

24. Tee käynnistystiedosto /home/sageserver/startnotebook

```
#!/bin/sh
~/sage/sage -c "notebook(interface='localhost',
directory='./sage_notebook.sagenb', port=8000,
accounts=True, timeout=3600, server_pool=['sage
%d@localhost'%i for i in range(10)], ulimit='-u 100
-t 36000 -v 500000', open_viewer=False)"
```

25. Anna suoritusoikeus käynnistystiedostolle.

```
sudo chmod +x /home/sageserver/startnotebook
```

26. Tee käyttäjästä sageserver käynnistystiedoston omistaja.

```
sudo chown sageserver /home/sageserver/startnotebook
```

27. Siirrä Sage omaan hakamistoonsa.

```
sudo mv sage-5.3 /home/sageserver/sage
```

28. Muuta Sage tiedostojen omistajaksi.

```
sudo chown -R sageserver /home/sageserver/sage
```

29. Käynnistä Sage käyttäjän sageserver kotihakemistosta komennoilla

```
sudo su -l sageserver
script /dev/null
screen ./startnotebook
```

Sage on nyt valmis käytettäväksi WWW-selaimella esimerkiksi koulun lähiverkossa.

5 LASKENTAESIMERKKI MATLABILLA JA SAGELLA

Tässä esimerkissä vertaillaan konvoluutiofunktion toimintaa Sagessa ja Matlabissa.

Ensin Matlab.

```
x=[1 2 3 4 1];
h=[1, 3, 1];
y=conv(x,h)
```

Matlabin vastaus.

```
y=
 1 6 12 13 15 7 1
```

Sagella yksinkertainen konvoluutio tehdään näin.

```
convolution([1, 3, 2, 4, 1], [1, 3, 1])
```

Sagen vastaus.

```
[1, 6, 12, 13, 15, 7, 1]
```

Kumpikin ohjelmisto antoi saman vastauksen. Tämä esimerkki kuvastaa samalla sitä, että näinkin yksinkertainen asia tehdään eri lailla Sagella ja Matlabilla. Sage ei siis ole yhteensopiva Matlabin kanssa.

Matlabin toolboxeista löytyy paljon funktioita, joita ei ole toteutettu lainkaan Sageassa. Lisäksi ne funktiot jotka löytyvät sekä Sagesta että Matlabista voivat olla syntaksiltaan aivan erilaisia.

6 SAGE VASTAAN PYTHON

Sagen etu verrattuna Pythoniin varustettuna Scipy ja Numpy -kirjastoilla on Sagen helpompi asennettavuus. Scipy ja Numpy voivat olla aika haasteellisia saada asennettua oikein. Tämä korostuu entisestään mikäli Python pitäisi asentaa edellä mainittujen kirjastojen kanssa usealle koneelle kun taas Sagen palvelinasennuksessa Sage ei tarvitse asentaa kuin kerran ja tämän lisäksi Sageen on valmiiksi liitetty Scipy ja Numpy.

7 VAPAAOHJELMISTOVAIHTOEHTOJA MATLABILLE

Matlabille löytyy vaihtoehtoja vapaaohjelmista ainakin Freemat, Scilab ja GNU Octave. Näistä GNU Octave ja Freemat pyrkivät ilmeisesti olemaan matlabklooneja eli yhteensopivia Matlabin kanssa. Scilab on poikkeus, sillä se ei yritä olla yhteensopiva Matlabin kanssa vaan käyttää täysin omaa syntaksia.

Useiden netissä olevien kirjoitusten ja mielipiteiden mukaan GNU Octave on parempi vaihtoehto Matlabin korvaajaksi kuin Freemat. Gobbertin ja Sharmanin tekemän yliopistotasaisen raportin mukaan GNU Octave oli parempi vaihtoehto kuin Freemat tai Scilab Matlabille (17).

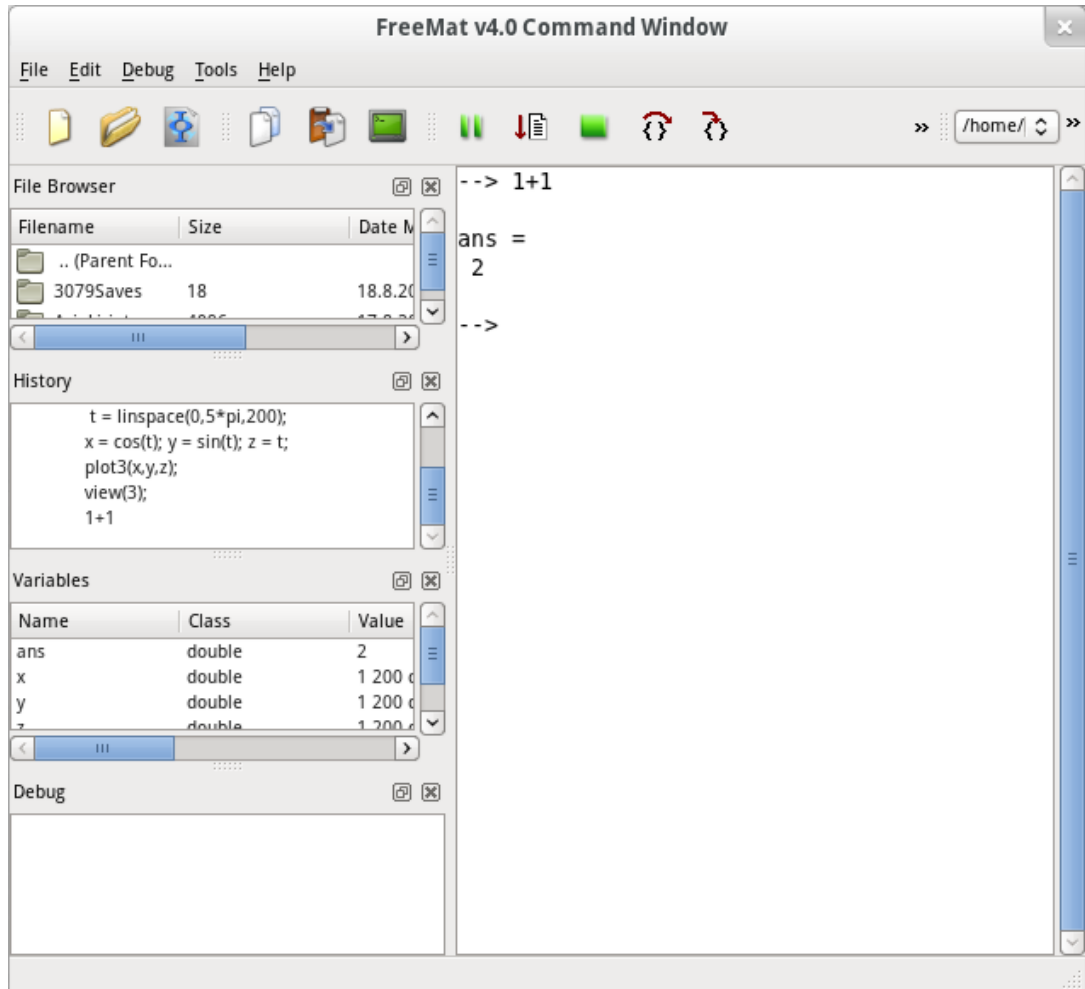
Tutkin Freematin, Scilabin ja GNU Octaven suora yhteensopivuutta Matlabin kanssa ajamalla Matlabille tehtyä koodia niissä. GNU Octave suoriutui testeistä parhaiten ja Scilab huonoiten.

Scilab ei yritä olla yhteensopiva Matlabin kanssa, mutta sen mukana tulee kääntäjä, jolla Matlabille tehty koodi pitäisi automaattisesti Scilabin ymmärtämään muotoon. Käytin kääntäjää, mutta mikään testaamani matlabkoodi ei toiminut Scilabissa.

Seuraavaksi esitellään lyhyesti yllämainitut ohjelmistot.

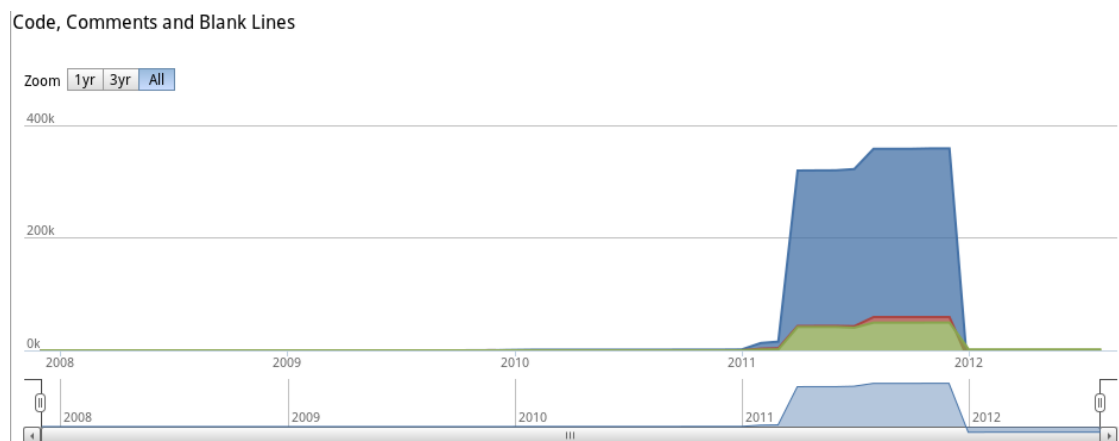
7.1 FreeMat

FreeMat on Matlabin tyyppinen ohjelmisto, joka on saatavissa GNU/Linuxille, Macille ja Windowsille. Uusin versio on 4.1, joka julkaistiin 28.11.2011 (18).



Kuva 9. Freematin käyttöliittymä

Freematin kehitys on ollut aika heikkoa Ohloh.netin analyysin mukaan (kuva 10). Kehittäjiä on ollut muutama kappale (19).



Kuva 10. Koodimäärän lisääntyminen Freematisa (19)

Koodimäärä vaikuttaa olevan viallisesti analysoitu (kuva 10), sillä Freemat oli olemassa ennen vuotta 2011, mutta käyrästä näyttää kehityksen alkaneen vasta vuonna 2011.

Freemat sopii tietyin varauksin kevyeksi Matlabin korvaajaksi. Tekemiäni testien mukaan yllättävän moni funktio, mikä oli GNU Octavessa, ei ollut ainakaan samannimisenä Freematissa.

7.2 Scilab

Scilab on matemaattiseen laskentaan ja mallintamiseen tehty ohjelmisto, joka on saatavilla Macille, Windowsille ja GNU/Linuxille. Uusin versio on 5.3.3, joka julkaistiin 22.7.2011 (20).

Scilabin kehitys aloitettiin vuonna 2003 INRIAn (ranskalaisen kansallisen tietojenkäsittelyn ja automatisoinnin instituutin) aloitteesta. Scilabin mielenkiintoisin ominaisuus on Xcos, joka on Simulinkin kaltainen dynaamisten systeemien mallinnus- ja simulointiohjelma. Scilab on erittäin mielenkiintoinen vaihtoehto Matlabille Xcosinin takia.

Scilab ei pyri olemaan matlabklooniksi vaan käyttää aivan omaa syntaksia. Täten suora yhteensopivuus Matlabin kanssa on heikko, vaikkakin Scilabin mukana tulee kääntäjä Matlabin m-tiedostojen kääntämiseksi Scilabin ymmärtämään muotoon. Tekemiäni testien perusteella kääntäjä suoritui tehtävästään erittäin heikosti.

```
Scilab Console

-----
                    scilab-5.3.3
-----

Consortium Scilab (DIGITEO)
Copyright (c) 1989-2011 (INRIA)
Copyright (c) 1989-2007 (ENPC)
-----

Startup execution:
  loading initial environment

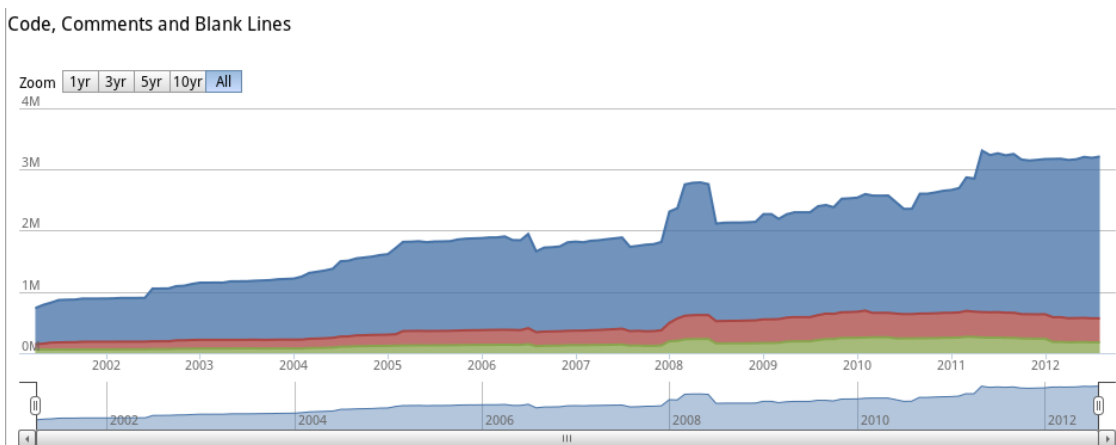
-->1+1
ans =

    2.

-->
```

Kuva 11. Scilabin käyttöliittymä

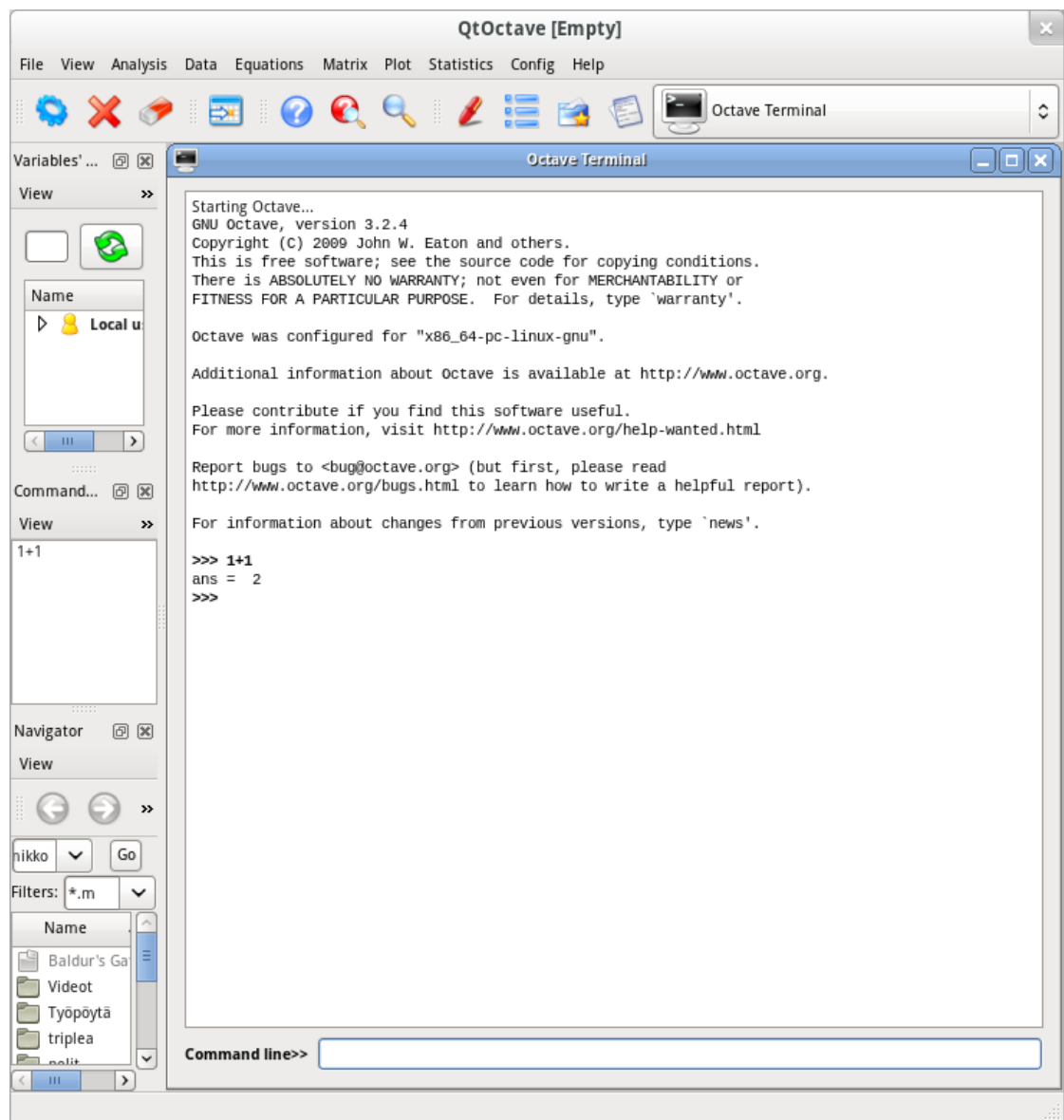
Ohloh.netin arvioiden mukaan Scilabin kehitys on ollut erittäin nousujohteista. Kuvasta 12 näkyvän ohloh.netin analyysin mukaan koodimäärä Scilabissa on kasvanut tasaisesti. (21.)



Kuva 12. Koodimäärän lisääntyminen Scilabissa (21)

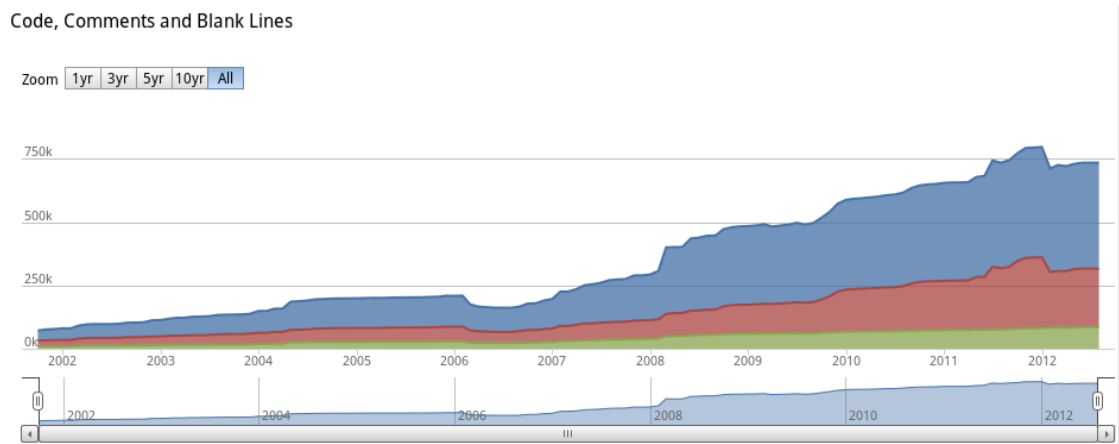
7.3 GNU Octave

GNU Octave on matemaattiseen laskentaan kehitetty ohjelmisto, joka on saatavilla Macille, Windowsille, GNU/Linuxille ja BSD:lle. Se on aika pitkälle yhteensopiva perusmatlabin kanssa eli Matlabin, jossa ei ole Toolbokseja eikä Simulinkkiä. Uusin versio on 3.6.2, joka julkaistiin 31.5.2012 (22).



Kuva 13. GNU Octave QtOctaven graafisella käyttöliittymällä

Kuvasta 14 näkyvän Ohloh.netin analysoiman käyrän mukaan GNU Octaven kehitys on ollut tasaista (23). Tekemieni testien mukaan GNU Octave oli yhteensopivin Matlabin kanssa.



Kuva 14. Koodimäärän lisääntyminen GNU Octavessa (23)

8 TULOKSET

Sagea on mahdollista käyttää suhteellisen helposti sekä GNU/Linux, Apple Mac ja Microsoft Windows -ympäristöissä. Siihen tarvitaan vain WWW-selain ja 3D-grafiikoita varten pitää olla Oraclen Java Runtime Environment asennettuna selaimelle. Käyttäjän ei ole pakko edes asentaa Sagea omalle koneellensa.

Mikäli koulu ei halua olla riippuvainen kolmansien osapuolien tarjoamista Sagepalvelimista, niin Sagen voi asentaa palvelimeksi koulun sisäverkkoon, josta se on oppilaiden ja opettajien käytettävissä WWW-selaimella tai Sagen voi asentaa suoraan omalle koneelle. Sagen käyttäminen on myös mahdollista CD-ROMilta ilman minkään ohjelman asentamista koneelle.

Sagea on kehitetty tasaisesti usean vuoden ajan ja projekti näyttäisi olevan erittäin elinvoimainen, joten se tuskin on häviämässä minnekään. Sagen opetteleminen ja käyttäminen ei todennäköisesti tule olemaan turhaa, koska en pysty kuvittelemaankaan, että Sage ei olisi olemassa 10 tai jopa 20 vuoden kuluttua.

Sagea voi käyttää kaikilla yleisimmillä käyttöjärjestelmillä eikä sen käyttäminen maksa mitään. Koska Sagea voi käyttää LIVE-CD:ltä, niin Sagen käyttämiseen ei

tarvitse edes mitään käyttöjärjestelmää koneella asennettuna. Pelkkä tietokone riittää. Täten todennäköisesti yli 99 % opiskelijoista pystyy käyttämään Sagea ilman minkäänlaisia Sagesta aiheutuvia ylimääräisiä taloudellisia rasitteita. Myös koulut tai vaikka yritykset voivat myös käyttää Sagea ilmaiseksi.

9 YHTEENVETO

Sage on täysin erilainen ohjelmisto kuin Matlab. Sagella on aika vaikea korvata Matlabia normaalissa opiskelukäytössä, koska Matlabiin löytyy niin paljon kirjallisuutta ja esimerkkejä netistä. Matlabissa on myös ominaisuuksia, jotka puuttuvat kokonaan Sagesta. Kriittisesti ja perustellusti voidaan silti kysyä, että miten suuri etu on se, että Matlabiin löytyy esimerkiksi 2000 kirjaa. Kuinka monta näistä kirjoista opiskelija aikoo lukea?

Perusopiskelijalle harjoitustehtävien tekeminen Matlabilla on todennäköisesti aika haastavaa. Jos hän yrittäisi tehdä niitä Sagella, niin lisähaasteeksi muodostuisi se, että Sagella asiat tehdään eri tavalla kuin Matlabilla ja ohjeita Sagen käyttöön on paljon vähemmän kuin Matlabin käyttöön. Lisäksi ongelmaksi saattaisi muodostua se, että opettajat eivät välttämättä ymmärtäisi mitään Sagesta. Lisäksi Matlabin Simulinkkiä vastaavia ominaisuuksia ei löydy lainkaan Sagesta. Tämä voi olla merkittävä rajoitus kurseista riippuen.

Sage ei siis käy Matlabin korvaajaksi, mutta Sage pystyy olemaan opiskelutyöväline omilla ansioillaan itsenäisesti. Opiskelija voi oman osaamisensa rajoissa käyttää Sagea matemaattiseen analyysiin ja muuhun. Sage voi toisin sanoen korvata graafisen funktiolaskimen ja Matlabin perusominaisuudet. Tämän jälkeen opiskelijasta itsestään riippuu miten hän voi hyödyntää Sagea. Eli aivan kuten oppilas on voinut opetella Texas Instrumentsin graafisen laskimen käytön hän voi opetella Sagen käytön. Sageen ei löydy niin paljon kirjallisuutta ja muuta materiaalia kuin Matlabiin, mutta Sageen on silti löydettävissä oppimateriaalia kohtalaisen paljon.

Sage on valmis ja toimiva paketti käytettäväksi palvelinasennuksena kouluissa. Sen oikeaoppisessa asentamisessa on tosin hieman vaivaa ja siihen vaaditaan UNIX/Linux-osaamista, mutta on täysin realistista että opettaja, joka kurseillaan käyttää Sagea, hoitaa myös Sagen asennuksen ja ylläpidon. Täten Sagen käyttö opiskelutyövälineenä on opettajista ja oppilaista itsestään kiinni.

Oppilaitoskäytössä oppilaille Sagen käytöstä on hyötyä siitä, että he pääsevät tutustumaan käytännössä ilmaiseen työkaluun ja huomaavat, että Matlabille on vaihtoehtoja. Sagea käyttämällä voi myös oppia Python-ohjelmointikieltä, josta voi olla enemmän hyötyä kuin Matlabin opettelemisesta, koska Pythonilla voi periaatteessa ohjelmoida mitä tahansa.

Tästä opinnäytetyöstä pitäisi ainakin olla hyötyä siinä suhteessa, että Matlabille löydettiin harkinnan arvoinen vaihtoehto, johon on nyt saatavilla suomenkieliset asennusohjeet.

Haluan vielä lopuksi kiittää vaimoani, sukulaisiani, Kainulaista, Mikkelin ammattikorkeakoulua ja Mikkelin ammattikorkeakoulun opettajia sekä heistä nimeltä erikseen mainittuna Vuohelaista, Sarkolaa, Nataliaa ja Turusta tämän insinööriyön valmistumisesta että inspiroivasta matematiikan opetuksesta, josta olen saanut nauttia.

Lähdeluettelo

1. Hillenius, Gijs. FR: Gendarmerie saves millions with open desktop and web applications. WWW-dokumentti. <https://joinup.ec.europa.eu/news/fr-gendarmerie-saves-millions-open-desktop-and-web-applications>. Päivitetty 19.7.2012. Luettu 5.9.2012.
2. Key Advantage of Open Source is Not Cost Savings. Computer Economics, Inc. WWW-dokumentti. <http://www.computereconomics.com/article.cfm?id=1043>. Ei päivitystietoja. Luettu 5.9.2012.
3. Sage – Acknowledgment. WWW-dokumentti. www.sagemath.org/development-ack.html. Ei päivitystietoja. Luettu 3.9.2012.
4. Sage: Open Source Mathematics Software. WWW-dokumentti. <http://sagemath.org/>. Ei päivitystietoja. Luettu 2.9.2012.
5. Stein, William. Mathematical Software and Me: A Very Personal Recollection. WWW-dokumentti. <http://sagemath.blogspot.com/2009/12/mathematical-software-and-me-very.html>. Ei päivitystietoja. Luettu 8.9.2012.
6. Sage: Open Source Mathematics Software : Languages – Ohloh. Black Duck Software, Inc. WWW-dokumentti. <https://www.ohloh.net/p/sage/analyses/latest>. Päivitetty 1.6.2012. Luettu 1.6.2012.
7. Ohloh Meta | Codebase History. Black Duck Software, Inc. WWW-dokumentti. http://meta.ohloh.net/project_codebase_history/. Ei päivitystietoja. Luettu 2.6.2012.
8. Moler, Cleve. The Origins of MATLAB. WWW-dokumentti. http://www.mathworks.se/company/newsletters/news_notes/clevescorner/dec04.html?s_cid=wiki_matlab_3. Päivitetty 2004. Luettu 7.9.2012.
9. Company Overview. The Mathworks, Inc. WWW-dokumentti. <http://www.mathworks.se/company/aboutus/index.html>. Ei päivitystietoja. Luettu 8.9.2012.

10. The MathWorks, Inc. MathWorks Nordic - Products for MATLAB & Simulink Student Version Release 2012a – Windows. WWW-dokumentti.
http://www.mathworks.se/store/productIndexLink.do?s_cid=buynow_sv1. Ei päivitystietoja. Luettu 8.9.2012.

- 11: The MathWorks, Inc. 2012. The MathWorks Products and Prices. Hinnasto. PDF-dokumentti. http://www.rhrk.uni-kl.de/fileadmin/rhrk/dienste/anwendungen/lizenzen/EURO_ACDM_March_2012.pdf. Ei päivitystietoja. Luettu 10.10.2012.

12. White, Aoife. MathWorks Software Licenses Probed By EU Antitrust Regulators. WWW-dokumentti. <http://www.bloomberg.com/news/2012-03-01/mathworks-software-licenses-probed-by-eu-antitrust-regulators.html>. Päivityetty 1.3.2012. Luettu 15.9.2012.

13. sage-5.2 supported platforms. WWW-dokumentti.
<http://wiki.sagemath.org/SupportedPlatforms>. Päivityetty 4.8.2012. Luettu 29.8.2012.

14. Stein, William. Re: sage on windows. Verkkokeskusteluryhmäviesti.
https://groups.google.com/forum/#!msg/sage-windows/X2zkOkIa_GQ/PtyQaKWcmgUJ. Päivityetty 23.12.2011. Luettu 5.9.2012.

15. SageAppliance - Sage Wiki. WWW-dokumentti.
<http://wiki.sagemath.org/SageAppliance>. Päivityetty 19.7.2012. Luettu 10.10.2012.

16. Grout, Jason. Setting up a Sage server. WWW-dokumentti.
<http://wiki.sagemath.org/SageServer>. Päivityetty 15.9.2012. Luettu 3.6.2012.

- 17: Gobbert, Matthias 2010. A COMPARATIVE EVALUATION OF MATLAB, OCTAVE, FREEMAT, AND SCILAB FOR RESEARCH AND TEACHING. University of Maryland. Tekninen raportti. PDF-dokumentti.
<http://userpages.umbc.edu/~gobbert/papers/SharmaGobbertTR2010.pdf>. Luettu 7.9.2012.

18. Latest News - 2011-11-28 - FreeMat 4.1 Released. WWW-dokumentti.
<http://freemat.sourceforge.net/>. Päivitetty 28.11.2011. Luettu 13.9.2012.

19. Freemat - Code, Comments and Blank Lines. Black Duck Software, Inc. WWW-dokumentti. <http://www.ohloh.net/p/FreeMat/>. Päivitetty 13.9.2012. Luettu 13.9.2012.

20. The Scilab Consortium is glad to announce the release of Scilab 5.3.3. Scilab Enterprises. WWW-dokumentti.
<http://www.scilab.org/index.php/news/events/2011/20110722>. Ei päivitystietoja.
Luettu 15.9.2012.

21. Scilab : Project Summary – Ohloh. Black Duck Software, Inc. WWW-dokumentti. <http://www.ohloh.net/p/scilab>. Päivitetty 7.9.2012. Luettu 7.9.2012.

22. Eaton, John. GNU Octave. WWW-dokumentti.
<http://www.gnu.org/software/octave/>. Päivitetty 31.5.2012. Luettu 8.8.2012.

23. GNU Octave : Project Summary – Ohloh. Black Duck Software, Inc. WWW-dokumentti. <http://www.ohloh.net/p/octave/>. Päivitetty 10.8.2012. Luettu 10.8.2012.