



Miska Viirto

Matalapalkkirakenteiden käyttörajatilavaatimukset

Metropolia Ammattikorkeakoulu

Insinööri (AMK)

Rakennustekniikka

Insinöörityö

5.10.2021

Tekijä Otsikko	Miska Viirto Matalapalkkirakenteen käyttörajatilavaatimukset
Sivumäärä Aika	36 sivua + 9 sivua 05.10.2021
Tutkinto	insinööri (AMK)
Tutkinto-ohjelma	Rakennustekniikka
Ammatillinen pääaine	Rakennetekniikka
Ohjaajat	Pekka Turunen, Osastopäällikkö Tapani Järvenpää, Lehtori
<p>Tämä insinööri työ tehtiin Ramboll Finland Oy:n julkinen ja liikerakentaminen osastolle. Työn tarkoituksena oli tutkia standardeja ja tutkimuksia ja niiden avulla määrittää värähtelysuunnittelua varten raja-arvot matalapalkkirakenteille.</p> <p>Matalapalkkirakenne on liittorakenne, jossa tyypillisesti WQ-palkkiin tukeutuu ontelolaatat ja palkin alapinta jää samalla korkeudelle kuin laatan alapinta. Tämä vapauttaa rakennuksien kerroksista enemmän tilaa ja tila saadaan hyödynnettyä paremmin.</p> <p>Värähtely ei ole aikaisemmin ollut ongelma näin raskaissa rakennuksissa, mutta pitkien jännevälien ja rakenteiden keventyessä se on noussut esille ja on vaatinut tarkastelua.</p> <p>Liikerakentamiseen ja pitkien jännevälien liittorakenteisiin Suomen standardit ja ohjeistukset antavat vähän ohjeistusta, mutta ei tarpeeksi ja ohjeistusta joudutaan etsimään kansainvälisistä ohjeistuksista kuten SCI P354. BY58 antaa hyvin tietoa liittorakenteisiin, mutta sekin käyttää värähtely kappaleessa lähteenä samaa P354.</p> <p>Ominaisaajuuden raja-arvot ihmisen kävelystä aiheutuvan värähtelyn kannalta ovat kuitenkin helposti määritettävissä ja ne pystytään määrittämään tarpeeksi tarkasti kohteesta ja rakennetyypistä riippumatta. Kiihtyvyyden raja-arvot ISO10137 antaa monelle eri tyypille, mutta ei liikerakentamiselle. Tähän täytyy saada jonkinlainen selkeä linjaus, jotta vastelukua R voidaan käyttää raja-arvona suunnittelulle.</p>	
Avainsanat	Matalapalkki, Värähtely, Ominaisaajuus, Raja-arvo

Author Title	Miska Viirto Threshold Values for Composite structures with Hidden Beams
Number of Pages Date	36 pages + 9 pages 5.10.2021
Degree	Bachelor of Engineering
Degree Programme	Civil Engineering
Professional Major	Structural Engineering
Instructors	Pekka Turunen, Department Manager Tapani Järvenpää, Senior Lecturer
<p>This thesis was made for Ramboll Finland Oy:s public and commercial buildings department. The goal of this thesis was to assess threshold values for vibration design for composite structures with hidden beams by researching standards and different studies.</p> <p>A composite structure with a hidden beam is a composite structure, where the beam is concealed inside the slab. Therefore, the beam has the same height as the slab, and this saves up more space for the building floors.</p> <p>Vibration has always been a factor, but in heavy structures it has solved itself almost automatically. As times have changed and buildings need to be more efficient, the length between structural supports and the actual weight of the structures has changed. Due to these changes we need to study vibrations and determine some thresholds for it.</p> <p>Finnish standards and guidelines give little to no guidance for composite structures with a hidden beam and long span. Therefore, international guides like SCI P354 have been consulted. The Finnish book BY58 provides a large amount of useful information regarding composite structures, but regarding vibrations it uses the same international guide SCI P354 as a reference.</p> <p>Human induced vibrations can be specified regardless of the building type. ISO10137 gives acceleration thresholds and a response factor R for different building types, but not for public and commercial buildings. There was a need to find some thresholds so that response factor could be used.</p>	
Keywords	

Sisällys

Lyhenteet

1	Johdanto	3
2	Rakenteet	5
2.1	Ontelolaatta	5
2.2	WQ- ja deltapalkit	6
2.3	Liittorakenne	7
2.4	Matalapalkkirakenne	8
3	Käyttörajatila ja värähtely	9
4	Määräykset ja rajaukset	16
5	Laskujen kaavat ja merkinnät	22
5.1	Palkki	23
5.2	Lattia	25
5.3	Vasteluku	26
6	Tulokset	35
7	Yhteenveto	36
	Lähteet	37
	Liite 1: Laskut	1

Käsitteet ja lyhenteet

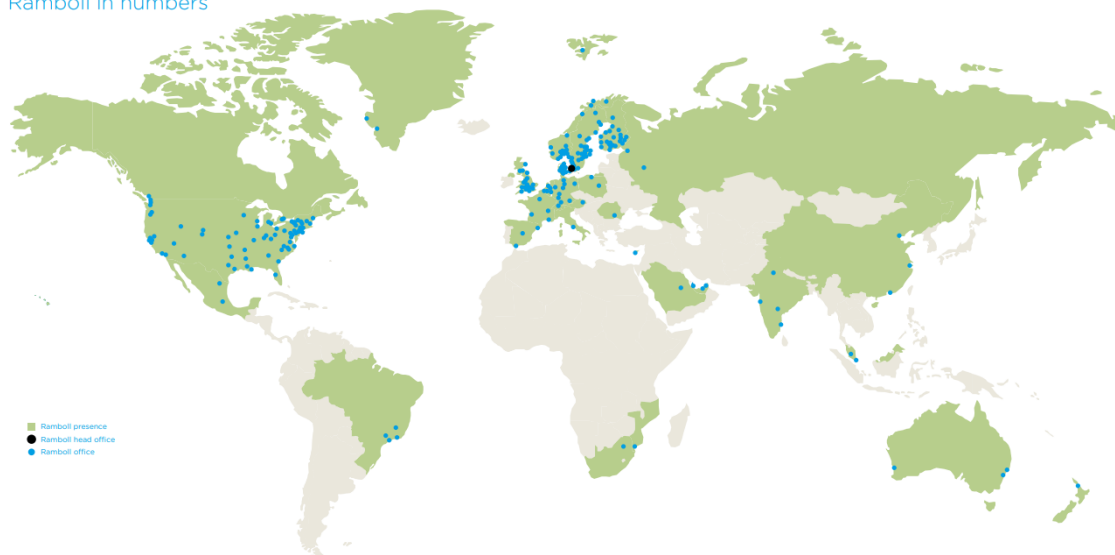
Herätetaajuus (Hz)	Rakennekappaleeseen kohdistuva ulkoisesta voimasta syntyvä taajuus.
Jäyhyysmomentti (m^4)	Kappaleen poikkileikkauksen laskennallinen taipuman vastustuskyky.
Kiihtyvyydvaste (m/s^2)	Herätteestä aiheutuva kiihtyvyys.
Kimmokerroin (E)	Lujuusopissa käytetty aineen jäykkyyttä kuvaava suure.
Käyttörajatila	Tila, jonka ylittämisen jälkeen rakenteelle tai rakenneosalle asetetut käyttökelpoisuusvaatimukset eivät enää täyty.
Liittorakenne	Tässä tapauksessa kahden eri materiaalin optimaalinen käyttö, missä ne toimivat yhtenä rakenteena.
Matalapalkkirakenne	Laatan ja palkin liittorakenne.
Modaalimassa (kg)	Tarkasteltavan rakenteen ominaisuudessa oleva massa.
Ominaisvärähtely (Hz)	Mekaanisen systeemin liike ilman ulkoisten voimien vaikutusta.
Ortotrooppinen rakenne	Kahdesta eri lujuusominaisuuksiltaan eroavasta materiaalista tehty rakenne.
Resonanssi	Ilmiö, jossa kappale värähtelyamplitudi kasvaa toisen värähtelyn vaikutuksesta.

1 Johdanto

Opinnäytetyö tehdään Ramboll-konserniin kuuluvan Ramboll Finland Oy:n julkinen ja liikerakentaminen osastolle.

Toimeksiantaja Ramboll Finland Oy kuuluu tanskalaiseen Ramboll Group -konserniin, joka perustettiin vuonna 1945. Sen toiminta on keskittynyt pohjoismaihin, Isoon-Britanniaan, Pohjois-Amerikkaan, Lähi-itään sekä Aasiaan ja Tyynenmeren alueelle. Kaikkiaan sillä on toimistoja 35 maassa (Kuva 1).

Ramboll in numbers



Kuva 1. Toimistojen sijainnit (sininen) ja vaikutusalueet (vihreä)

Ramboll on yksi johtavista kansainvälisistä suunnittelu- ja konsultointialan konserneista ja se työllistää maailmanlaajuisesti yli 16 000 henkilöä, joista Suomessa noin 2 500. Sen toimialat ovat kiinteistöt ja rakentaminen, infra ja liikenne, kaupunkisuunnittelu, vesi, ympäristö ja terveys, energia sekä johdon konsultointi.

Ramboll on vahvasti mukana rakentamassa innovatiivisia ratkaisuja yhteiskunnan toiminnan kehittämiseksi ja se on vahvasti sitoutunut kestävän kehityksen periaatteisiin.

Ramboll-konsernin liikevaihto vuonna 2020 oli 1,82 miljardia euroa, josta Ramboll Finland Oy:n liikevaihto oli 240 miljoonaa euroa.

Suomessa asiakaskunta koostuu ministeriöistä, valtion virastoista ja laitoksista, kaupunkien ja kuntien organisaatioista, teollisuudesta, satamista, rakennusliikkeistä sekä yrityksistä ja yhdistyksistä.

Työn tarkoituksena on tutkia värähtelyyn liittyvää aineistoa ja tutkia, voidaanko niiden avulla todeta raja-arvot Ramboll Finland Oy:n liikerakentamisen värähtelysuunnittelua varten. Kevyiden ja matalien välipohjien ja suurien jännevälien takia, värähtelyn toteutuksen riski on kasvanut huomattavasti aikaisempaa suuremmaksi. Koimme yrityksessä tarpeelliseksi luoda yhteisen ohjenuoran suunnittelijoille värähtelysuunnittelussa ja kasata yhteen värähtelyn kriteerejä.

Tässä työssä keskitytään pääasiallisesti osastollemme tyypillisiin rakennuksiin, joihin suunnitellaan usein pitkillä jänneväleillä olevia, matalia rakenteita. Rakenteet tyypillisesti sisältävät kaksi teräspalkkia ja niihin tukeutuvan ontelolaattapalkiston.

Värähtelystä on tehty laajalti tutkimuksia ja kokeita, mutta niiden käyttöä on saatettu rajata vain tietyn tyylistä rakentamista varten (maanrakennus, siltarakentaminen, asuinrakentaminen). Liikerakentamista ja sen kehittymistä koskevaa ohjeistusta ei suoraan löydy ja tämä on tiedon etsiminen, vie suunnittelijan resursseja muualta pois. Värähtely ja sen tuomien haittojen havaitseminen voi olla vaikeaa ilman kokeellisia tutkimuksia ja ilman niitä tarvitaan jo olemassa oleva kohde, joista on kerätty mittausdataa ja käyttäjien omakohtaiset kokemukset.

Työn teoriaosuudessa käydään läpi värähtelyä ja standardien antamia kriteerejä värähtelyyn liittyen ja käydään läpi laskennassa tarvittavat kaavat.

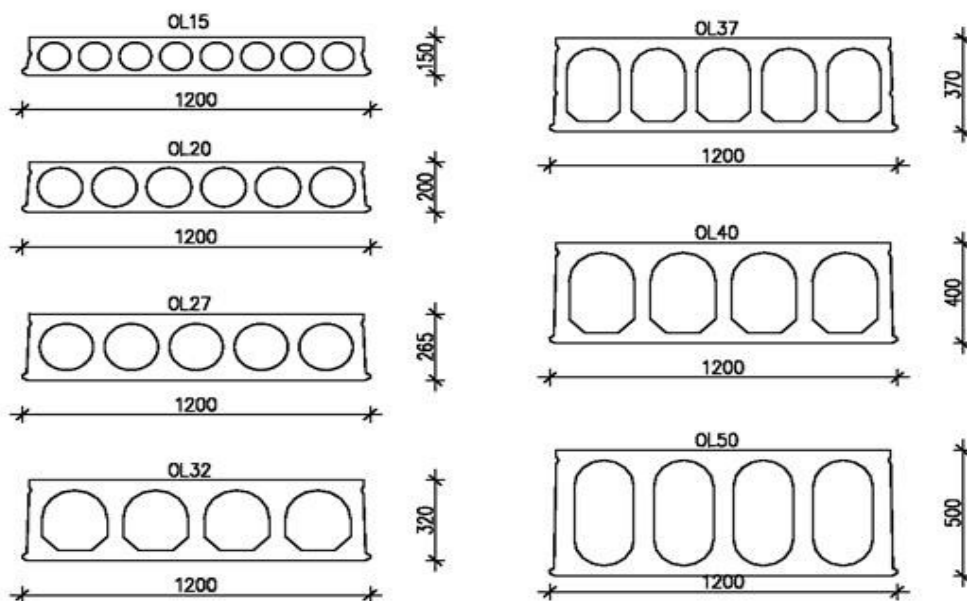
2 Rakenteet

Tässä luvussa käydään läpi tässä työssä käsiteltävien välipohjien eri osat ja termit. Tyypillisesti välipohjaan kuuluu laattoja, jotka tukeutuvat palkkeihin. Niitä voidaan myös yhdistää kokonaisuuksiksi, joita kutsutaan liittorakenteiksi.

2.1 Ontelolaatta

Ontelolaatat ovat yleisimpiä teräsbetonirakenteisia laattaelementtejä, joita käytetään liikerakennuksissa ala-, väli- ja yläpohjissa. Ontelolaatta on esijännitetty laattaelementti, jonka pituussuunnassa on lieriömäisiä onteloita laatan keventämistä varten. Onteloiden välissä kulkevat punosraudoitukset, jotka toimivat laatan pääraudoitteena. [1.]

Ontelolaattojen vakioleveys on 1200 mm, joita tarvittaessa valmistaja kaventaa. Ontelolaattojen paksuus määräytyy kohteen kuormituksen mukaan ja ne vaihtelevat tyypillisesti 150 mm ja 500 mm välillä. (Kuva 2) [1.]



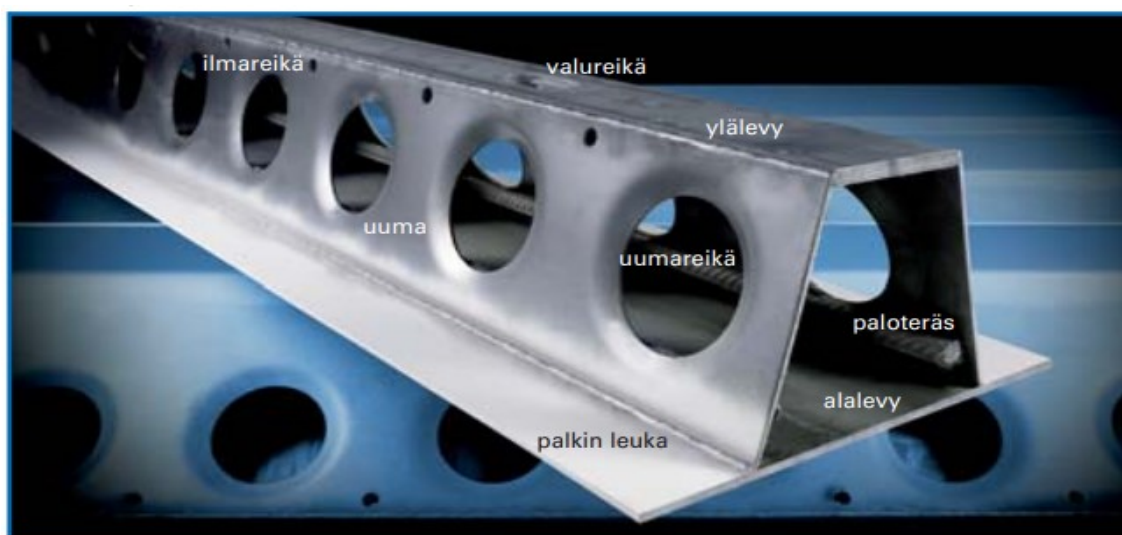
Kuva 2. Ontelolaattojen eri kokoja ja niiden mitat. [1]

Tutkittavien välipohjien ontelolaattamäärät vaihtelevat ja näiden jänneväli vaihtelee yhdeksästä kahteentoista metriin. Ontelolaatat ovat tarkasteltavissa kohteissa tyypillisesti 400...500 mm paksuisia, mutta muitakin paksuuksia käytetään. Laskujen yksinkertaistamiseksi käytämme kuitenkin tässä työssä vain 400 mm paksuisia ontelolaattoja. Ontelolaattojen päälle valettava pintavalu on 50–100 mm.

2.2 WQ- ja deltapalkit

WQ-palkki on tyypillisesti pohjoismaissa käytetty välipohjapalkki, jonka leveän alalaipan varaan tukeutuu välipohjan laatasto. Palkin korkeus määräytyy välipohjan suunnitellun korkeuden mukaan ja palkista jää näkyviin valmiissa rakenteessa vain alalaipan alapinta.

Deltapalkki (Kuva 3) on Peikko Groupin kehittämä matalien välipohjien liittopalkki. Deltapalkki on saman tyyppinen kuin perinteinen WQ-palkki ja käyttäytyy kuten teräspalkki, kunnes se työmaalla valetaan täyteen ja se on saavuttanut vaaditun lujuuden. Lujuuden saavutettuaan täyttöbetoni ja palkki muodostavat liittorakenteen. Deltapalkin suurimpana erona WQ-palkkiin ovat sen kaltevat uumat, joihin valmiissa liittorakenteessa siirtyy rakenteen puristuskuormitus. Palkkien uumissa on ns. uumareikiä, joiden tarkoituksena on mahdollistaa poikittaisraudoituksen asennus, joka puolestaan varmistaa kuormansiirron. [2.]



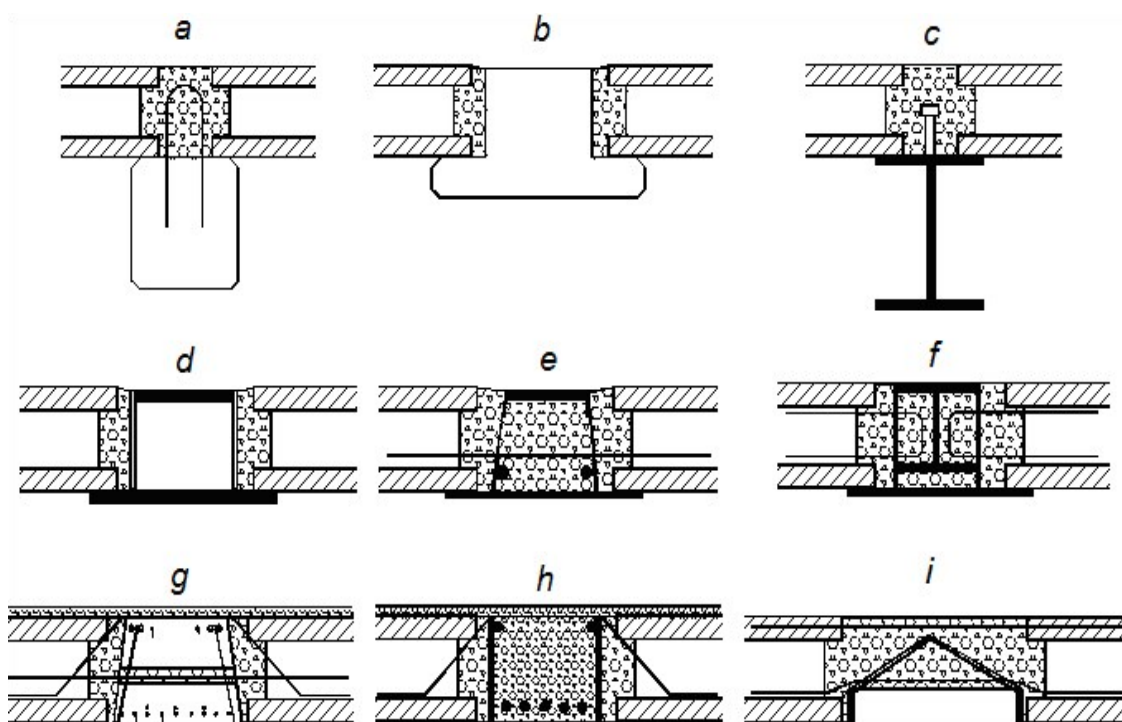
Kuva 3. Peikon deltapalkki [2]

Deltapalkin voi kiinnittää pilareihin helposti konsoleilla, pulttiliitoksilla tai hitsaamalla. Deltapalkkien kiinnityksen jälkeen ontelolaatat nostetaan paikoilleen, tarvittavat raudoitukset asennetaan ja paketti valetaan umpeen Peikon antamien ohjeiden mukaisesti.

Palkkien pituus vaihtelee rakennuksittain, mutta ovat yleensä 5m ja 10m välillä. Palkkien asennusaikainen vääntö hoidetaan asennusaikaisilla tuilla ja lopputilanne vääntöraudoituksella.

2.3 Liittorakenne

Liittorakenne on rakenne, joka yhdistää kaksi rakenneosaa yhdeksi jäykkyydeltään ja kantokyvyltään paremmaksi rakenteeksi. (Kuva 4) Tässä työssä käytettävät liittorakenteet ovat betoniteräs-liittorakenteita, joissa teräselementtiin liitetään betonivalun avulla betonielementti. Liittorakenteet ovat rakenteellisten ominaisuuksien lisäksi myös taloudellinen ratkaisu, jossa tarkoitus on hyödyntää eri materiaalien parhaat ominaisuudet.



Kuva 4. Erilaisia välipohjan liittorakenteita [1]

2.4 Matalapalkkirakenne

Matalapalkkirakenne on liittorakenne, joka sisältää matalan palkin ja siihen tukeutuvan laatan. (Kuva 4) (Kuva 5) Matalapalkkirakenteiden käytöllä saadaan rakennuksiin pienemmät kerroskorkeudet ja niiden käyttö antaa tilaa kerroksien kattoihin asennettaville putkille ja johdoille. Rakenne on hieman erilainen kuin yleisissä ohjeissa, joten ohjekirjojen antamia ohjeita joudutaan soveltamaan.

Ontelolaattoja käyttäessä palkki voidaan suunnitella liittorakenteena tai ilman varsinaista liittovaikutusta, mutta tämäkin aiheuttaa jonkinlaista liittovaikutusta, koska palkin ja ontelolaatan välinen liukuma on estetty. Liukuma aiheuttaa laatastolle rasiuksia, jotka määräytyvät palkin ja laatan välisen sauman ominaisuuksista. Tyypillisiä palkkeja, joita rakenteissa käytetään ovat WQ-palkit, betonileukapalkit ja Delta-palkit. WQ-palkin kanssa kappaleiden välissä oleva liitos rajoittaa huonosti kappaleiden välistä liukumaa ja liittovaikutus on pientä. Betonileukapalkkeja on kahdenlaisia: vaarnatulla uumalla tai vaarnattomia. Näistä vaarnattu tuo rakenteeseen suuremman liittovaikutuksen ja rasiuksia. Delta-palkki on yleensä kahden aikaisemman esimerkin väliltä. [3.]



Kuva 5. Matalapalkkirakenne ja asennusaikaiset tuet. [1]

3 Käyttörajatila ja värähtely

Rakenteiden mitoitus perustuu aina rajatilamitoitukseen, jossa niille määritetään rajatilasta riippuvia kriteerejä. Rakenne ei saa ylittää asetettuja kriteerejä, koska tällöin se ei enää täytä asetettuja vaatimuksia. Rajatilat jaetaan murto- ja käyttörajatiloihin. Tässä työssä murtorajatilat rajataan tarkastelujen ulkopuolelle. [4, s.56.]

Käyttörajatilalla tarkoitetaan tilannetta, jossa rakenteelle tai rakenneosalle asetetut raja-arvot ylittyvät, jolloin niille asetetut käyttökelpoisuusvaatimukset eivät enää täyty. [4, s.30] Eurokoodin SFS-EN 1990 mukaan käyttörajatiloiksi luokitellaan rajatilat, jotka liittyvät rakenteen tai rakenneosien toimintaan normaalikäytössä, ihmisten mukavuuteen ja rakenteen ulkonäköön. [4, s.54.]

Käyttörajatilat jaetaan palautumattomiin ja palautuviin käyttörajatiloihin [4, s.54]. Palautumaton käyttörajatila tarkoittaa tilaa, jossa kaikki käyttökelpoisuusvaatimukset ylittävät kuormien vaikutukset eivät palaudu, kun kuormat poistetaan ja palautuva tarkoittaa tilaa, jossa jokainen käyttökelpoisuusvaatimuksen ylittävä kuormien vaikutus palautuu, kun kuormat poistetaan. Tässä työssä käyttörajatilat ovat palautuvia. [4, s.30.]

Käyttörajatilat jaetaan kolmeen eri kuormitusyhdistelmään, joilla on omat käyttökelpoisuuskaavat. Näitä ovat ominaisyhdistelmät, tavalliset yhdistelmät ja pitkäaikaisyhdistelmät. (kaavat 1,2 ja 3) Yhdistelmien hyötykuormia ja hyötykuormien yhdistelmäkertoimia esitelty taulukoissa 1 ja 2.

Ominaisyhdistelmät:

$$G_{kj} + Q_{k,1} + \sum \psi_{0,i} Q_{k,i}, \quad (1)$$

Tavallinen yhdistelmä:

$$G_{kj} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i}, \quad (2)$$

Pitkäaikaisyhdistelmä:

$$G_{kj} + \sum \psi_{2,1} Q_{k,i} \quad (3)$$

joissa

G_{kj} on pysyvä kuorma,

$Q_{k,1}$ on pääasiallinen muuttuva kuorma (taulukko1),

$Q_{k,i}$ on muut samanaikaiset muuttuvat kuormat,

Taulukko 1. Ympäristöministeriön asetus rakennusten välipohjien, parvekkeiden ja portaiden hyötykuormat, pinta-alakuorma q_k ja pistekuorma Q_k .

Kuormitettujen tilojen luokat	q_k [kN/m ²]			Q_k [kN]
	Välipohjat	Portaat	Parvekkeet	
Luokka A (asuin ja majoitustilat)	2,0	2,0	2,5	2,0
Luokka B (toimistotila)	2,5	3,0	2,5	2,0
Luokka C (kokoontumistilat)				
– C1 (tilassa pöytiä)	2,5	3,0	2,5	3,0
– C2 (tilassa kiinteät istuimet)	3,0	3,0	3,0	3,0
– C3 (ei liikkumista raj. esteitä)	4,0	3,0	4,0	4,0
– C4 (liikuntatilat)	5,0	3,0	5,0	4,0
– C5 (tungoskuorma yleisötilassa)	6,0	6,0	6,0	4,0
Luokka D (myymälätilat)				
– D1 (vähittäiskaupat)	4,0	3,0	4,0	4,0
– D2 (tavaratalot)	5,0	6,0	5,0	7,0

$\psi_{1,1}$ on pääasiallisen muuttuvan kuorman tavallisen arvon yhdistelykerroin (taulukko 2) ja

$\psi_{2,i}$ on muiden samanaikaisten muuttuvien kuormien pitkäaikaisarvon yhdistelykerroin (taulukko 2).

Taulukko 2. Suomessa käytettävät hyötykuormien yhdistelykertoimet.

Kuorma	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Hyötykuormat rakennuksissa, luokka (katso SFS-EN 1991-1-1)			
Luokka A: asuintilat	0,7	0,5	0,3
Luokka B: toimistotilat	0,7	0,5	0,3
Luokka C: kokoontumistilat	0,7	0,7	0,3
Luokka D: myymälätilat	0,7	0,7	0,6
Luokka E: varastotilat	1,0	0,9	0,8
Luokka F: liikennöitävät tilat, ajoneuvon paino ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Luokka G: liikennöitävät tilat, $30\text{kN} < \text{ajoneuvon paino} \leq 160$ kN	0,7	0,5	0,3
Luokka H: vesikatot	0	0	0
Lumikuorma (katso SFS-EN 1991-1-3) ^{*)} kun $s_k < 2,75$ kN/m ²	0,7	0,4	0,2
$s_k \geq 2,75$ kN/m ²	0,7	0,5	0,2
Jääkuorma ^{**)}	0,7	0,3	0
Rakennusten tuulikuormat (katso SFS-EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Rakennusten sisäinen lämpötila (ei tulipalossa) (katso SFS-EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0
^{*)} Ulkotasoilla ja parvekkeilla $\psi_0 = 0$ luokkien A, B, F ja G yhteydessä. Huom: Mikäli rakennuksessa on eri kuormaluokkia, joita ei voi erotella omiin selviin ryhmiinsä, käytetään ψ -arvoja, jotka antavat epäedullisimman vaikutuksen. ^{**)} Lisätty Suomen kansalliseen liitteeseen.			

Termiä ulkonäkö on selkeytetty liittyvän sellaisiin kriteereihin kuin taipuman suuruus ja liiallisen halkeilun esto. Työssä keskitytään kuitenkin vain pääasiallisesti ihmisten kävelystä johtuvaan värähtelyyn, joka on ihmisten mukavuuteen vaikuttava tekijä. Termiä värähtely on Eurokoodissa tarkennettu tarkoittamaan värähtelyjä, jotka saavat ihmiset tuntemaan olonsa epämukavaksi tai jotka rajoittavat rakenteen kelpoisuutta käyttötarkoitukseensa. [4, s.54.]

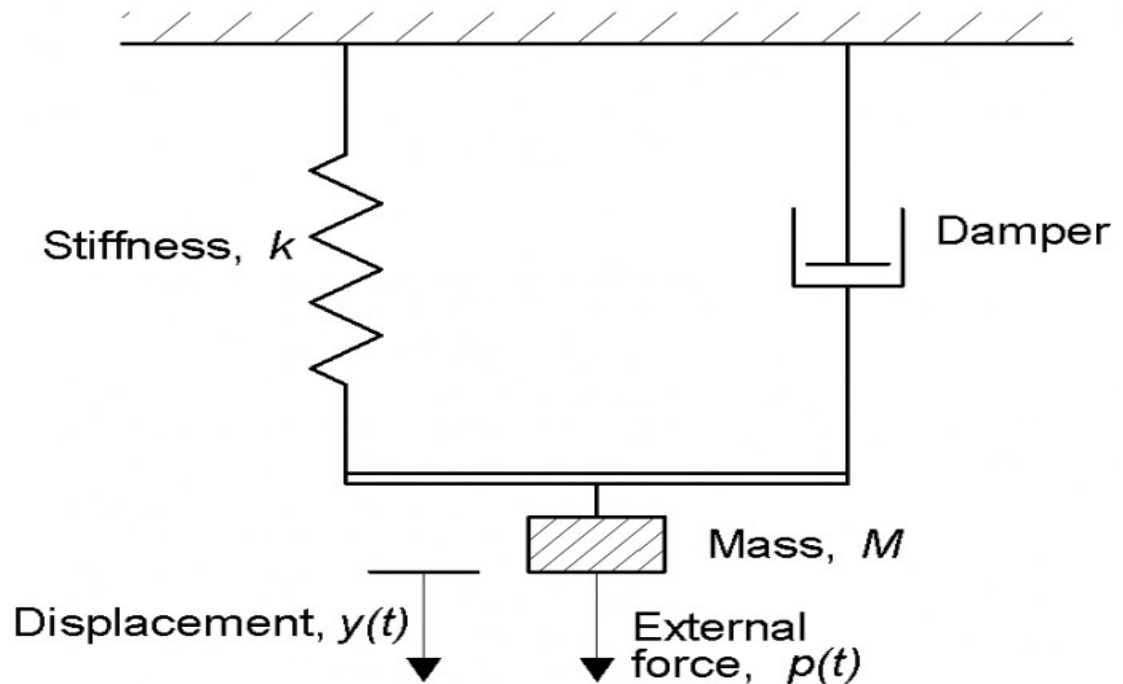
Vuosien varrella betonirakentaminen on kehittynyt huomattavasti ja siksi betonirakenteiset välipohjat on mahdollista suunnitella pidemmällä jänneväleille ja samalla hoikemmiksi, kevyemmiksi ja kustannustehokkaammiksi. Nämä kevyemmät rakenteet ovat herempiä värähtelylle, koska yleisesti on tiedossa, että rakenteen värähtelykäyttäytymiseen vaikuttavat eniten sen massa ja jäykkyys. [10, s.1.]

Rakennusten suunnittelussa on otettava huomioon värähtelystä aiheutuvia lähteitä, jota on esitetty taulukossa 3. Taulukossa on asuinrakennusten välipohjiin vaikuttavia värähtelyn lähteitä, mutta soveltunevat myös liikerakennusten suunnitteluun.

Taulukko 3. Rakennusten suunnitteluun vaikuttavia värähtelyn lähteitä.

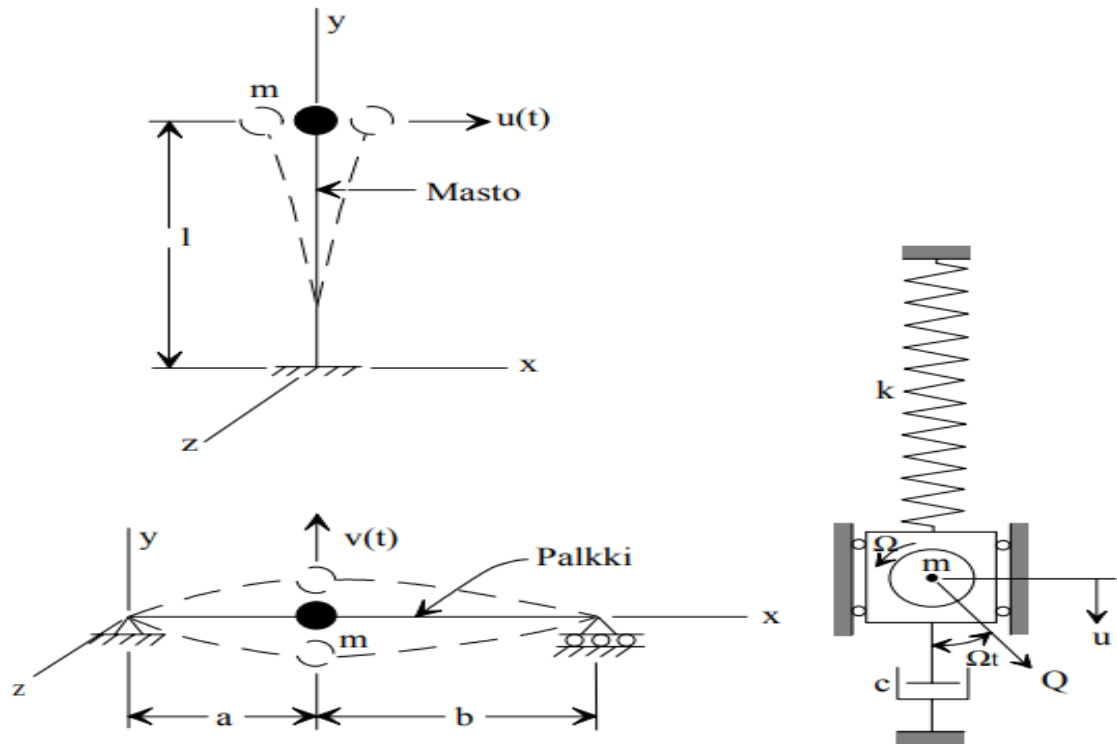
Rakennukset yleensä	Asuinrakennusten välipohjat
<ul style="list-style-type: none"> - liikenne - paalutuskoneet - louhintatyöt - kiertovesipumput - tuulikuormat (mastot ja savupiiput) - ihmismassojen liikkeet (katsomot) - työkoneet 	<ul style="list-style-type: none"> - kävely, juoksu - ovien sulkeminen - hyppiminen - voimistelu, tanssi - kaiuttimet, vapaasti sijoitettavat ilmastointilaitteet - hissit - pesukoneet, lingot, kuivausrummut

Yksinkertaisten rakenteiden käyttäytymistä kuvataan usein yhden vapausasteen värähtelynä, jolla on vain yksi mahdollinen liikesuunta, mikä helpottaa systeemin värähtelykäyttäytymisen analysointia. Yhden vapausasteen systeemiä (Kuva 6) kuvataan havainnollistamiseksi usein massalla, jonka jäykkyyttä kuvataan jousella ja sisäistä vaimennusta vaimentimella. [5, s.17.]



Kuva 6. Yhden vapausasteen systeemi [9, s.5]

Välipohjat ovat tyypillisesti ortotrooppisia rakenteita, jotka muodostuvat yleensä palkkimaisista ja laattamaisista osista. Välipohjissa massapisteet ja sisäiset jäykkyserot (ortotrooppinen) voivat muodostaa suuren määrän eri ominaisvärähtelymuotoja, minkä takia välipohjien värähtely ei ole yhden vapausasteen värähtelyä. Ihmisten kävelystä syntyvien herätteiden analysoinnissa tämän työn välipohjat voidaan kuitenkin myös yksinkertaistaa yhden vapausasteen systeemeiksi, jossa jätetään pois ominaismuotojen yhteisvaikutukset ja herätetaajuuden mahdolliset resonanssit ylempien ominaistajuuksien kanssa. (Kuva 7) Yksinkertaistus pätee myös ihmismassojen liikkeistä aiheutuviin kuormituksiin, koska alempien taajuuksien heräte on huomattavasti isompi kuin ylempien taajuuksien heräte ja ylempien taajuuksien herääminen on vaikeampaa ihmisten jakautuessa suuremmalle alueelle. [5, s.31.]



Kuva 7. Rakenteet (a) ja (b), jotka on idealisoitu yhden vapausasteen värähtelymallilla (c) [5]

Ihmiselle haitallinen värähtely määritellään usein olevan taajuualueilla 4–8 Hz, koska tutkimusten mukaan tällä alueella resonoivat monet ihmisen sisäelimistä [9, s.22]. Ihminen kokee pienenkin värähtelyn epämiellyttävänä ja häiritsevänä. Värähtelyn raja-arvon määrittämisestä monimutkaistaa se, että tärinän havaitseminen ei ole vain tärinän tuntemista. Ihminen tunnistaa ja havaitsee tärinän useissa aistijärjestelmissä, kuten visuaalisessa, auditiivisessa, vestibulaarisessa ja somaattisessa hermostojärjestelmässä. Toisin sanoen värähtelyt voi tunnistaa näkemällä siitä aiheutuvat liikkeet, värähtelyn voi kuulla, se voi vaikuttaa tasapainoon tai sen voi tuntea. Ihmisen asento suhteessa värähtelyn lähteeseen vaikuttaa myös siihen, miten ihminen värähtelyn havaitsee. Siksi sairaaloissa eri laitteiden asettamien raja-arvojen lisäksi on myös tärkeää huomioida maakuullaan olevat potilaat ja sairaaloissa työskentelevä henkilökunta. Näiden lisäksi värähtelyn kesto ja odotettavuus vaikuttavat myös suuresti siihen, kokeeko ihminen värähtelyt haitallisiksi itselleen. Näiden kaikkien tekijöiden lisäksi jokainen ihminen on erilainen ja toiselle haitallinen kokemus voi jäädä toisilta kokonaan huomioimatta. (Kuva 8) [9, s.21.]

Ulkoiset tekijät	Sisäiset tekijät
<ul style="list-style-type: none"> - värähtelyn suuruus - värähtelyn taajuus - värähtelyn suunta - värähtelyn kesto - värähtelyn kohdistumispaikka - melu, lämpötila, jne. 	<ul style="list-style-type: none"> - vartalon asento (seisova, istuva) - kehon paino - kehon dynaaminen vaste - ikä, sukupuoli - tottumukset, odotukset, asenteet - toiminnallinen tila (työ, harrastus, lepo)

Kuva 8. Värähtelyn epämukavuuteen vaikuttavia tekijöitä [5]

Askelherätteessä on askelrytmistä syntyviä matalataajuuksisia (0–8 Hz) osatekijöitä, sekä kantapäähän kosketuksesta syntyviä korkeataajuuksisia osatekijöitä (8–40 Hz). Ihmisen kävelystä syntyvä värähtely on taajuudeltaan 1,4–2,5 Hz, mikä voi juoksussa nousta korkeammaksi, mutta pysyy kuitenkin yleensä alle 3 Hz. Tähän vaikuttavat myös erilaiset muuttujat kuten yksilön paino, sukupuoli, nopeus, kävelytyyli sekä kenkien ja lattioiden materiaali. [5, s.9.]

4 Määräykset ja rajaukset

Värähtelyyn liittyen Suomen standardit eivät anna arvoja ja ovat enemmänkin suuntaa antavia. NCC 1 standardi SFS-EN 1990 on määräävä ohjeistus, mitä joudutaan sovelta-
maan kohteen mukaisesti.

Välipohjien värähtelyn rajaukset on taulukoituna selkeytetty BY58 [6, s.173] mukaan kahteen eri kohtaan:

- Värähtelystä ei saa aiheutua haittaa tilojen käyttömukavuudelle.
- Rakenteiden tai niiden osien toimintatapa ei saa muuttua haitallisesti (esim. halkeamien aiheutuminen, pinnoitteiden vaurioituminen, värähtelyn amplitudin kasvaminen ominaistajuuden lähellä, resonanssi).

SFS EN 1990 [4, s.96] lisää tähän myös seikkoja, jotka otetaan huomioon hankekohtaisesti ja niistä sovitaan tilaajan kanssa:

- Jotta värähtelyn kohteena olevan rakenteen tai rakenneosan käyttörajatila ei ylitettäisi, rakenteen tai rakenneosan värähtelyn ominaistajuus pidetään tietyn arvon yläpuolella, joka riippuu rakennuksen toiminnasta ja värähtelylähteestä.
- Jos rakenteen värähtelyn ominaistajuus on hyväksyttävää arvoa alempi, suoritetaan rakenteen dynaamisen vasteen tarkempi analyysi, jossa vaimennus otetaan huomioon.
- Mahdollisia huomioon otettavia värähtelylähteitä ovat kävely, ihmisten sa-
massa tahdissa suosittamat liikkeet, koneet, liikenteen aiheuttamat maa-
perästä tulevat värähtelyt ja tuulen vaikutukset. Nämä ja muut lähteet mää-
ritellään hankekohtaisesti ja niistä sovitaan tilaajan kanssa.

SFS- EN 1990 mukaan kun dynaamiset kuormat saavat rakenteessa aikaan merkittävän kiihtyvyyden, rakenne analysoidaan dynaamisena järjestelmänä. [4, ss.64–66.] Näitä on tarkennettu standardissa seuraavasti:

- Kuormien vaikutusten määrittämiseen käytettävät rakennemallit tulee laatia ottamalla huomioon kaikki merkittävät rakenneosat, niiden massat, lujuudet, jäykkyydet ja vaimennusominaisuudet sekä kaikki merkittävät ei-kantavat rakennusosat ominaisuuksineen.
- Mallissa käytettävien reunaehtojen tulee vastata rakenteeseen tarkoitettuja reunaehtoja.
- Kun on tarkoituksenmukaista tarkastella dynaamisia kuormia kvasistaattisina, niin dynaamiset osuudet voidaan ottaa huomioon joko sisällyttämällä ne staattisiin arvoihin tai kertomalla staattiset kuormat samanarvoisen vaikutuksen tuottavilla dynaamisilla suurennuskertoimilla. (joidenkin dynaamisten suurennuskertoimien määrittämistä varten on määriteltävä ominaistaajuudet.
- Dynaamiset kuormat voidaan myös tarvittaessa ilmaista aikahistorioiden avulla tai taajuusavaruudessa ja rakenteen vaste määrittää näitä vastaavilla menetelmillä.

Jos dynaamiset kuormat aiheuttavat värähtelyä, joiden suuruus tai taajuudet saattavat ylittää käyttökelpoisuusrajan, suoritetaan käyttörajatilan tarkastelu.

VTT:n T2124 [7, s.16] ohjeistuksessa rakennusten lattiat on jaettu ominaisuuksien mukaan kolmeen eri kategoriaan:

1. Matalataajuiset lattiat, joiden alin ominaistaajuus on alle 10Hz.

Niiden paino on yleensä yli 300 kg/m², ja lattian jänneväli usein yli 10 m. Tällaisilla lattioilla lattian värähtelyssä erottuu selvästi lattian ominaisvärähtely, josta eri askelten aiheuttamaa värähtelyä on vaikea erottaa. Ihmisten keho voi tuntea lattian ominaisvärähtelyn haitalliseksi.

2. Korkeataajuiset lattiat, joiden alin ominaistajuus on yli 10Hz.

Niiden paino on yleensä alle 300 kg/m², ja lattioiden jänneväli on yleensä alle 10 m. Tällaisilla lattioilla lattian värähtelystä voidaan yleensä erottaa selvästi erillisten askelten aiheuttamat iskut. Ihmisten keho voi tuntea lattian askelten aiheuttamat värähtelyt haitallisiksi.

3. Kelluvat lattiat ja korotuslattiat

Kelluvat lattiat ja korotuslattiat ovat oma korkeataajuisien lattioiden ryhmänsä. Niissä korostuu lattian paikallisen jouston merkitys. Ihmisen painon siirtyminen paikasta toiseen aiheuttaa paikallisen taipuman ja kallistuman lattian pintaan, mistä voi aiheutua haitallista kasvien lehtien heilumista tai esineiden kilinää. Kelluvia lattioita käytetään sekä korkea- että matalataajuisien lattioiden kanssa.

Näitä voi käyttää rakennuksen käyttötarkoituksesta riippumatta, joten ne toimivat pätevinä raja-arvoina lattioiden luokitukselle.

Lattiat sijoitetaan värähtelyjen seurausten perusteella eri luokkiin seuraavien taulukoiden mukaisesti. (taulukko 4) Värähtelyjen aistittavuus on henkilökohtaista ja siksi taulukkoa pitää tulkita suuntaa antavana. Esineiden värähtelyt ja astioiden kilinät ovat myös tuotekohtaisia ominaisuuksia. [3, s.16.]

Taulukko 4. Kuvaus mahdollisesta värähtelyn voimakkuudesta eri värähtelyluokissa [7, s.16]

Värähtelyiden aistittavuus kehon tuntemuksen perusteella	Värähtelyiden aistittavuus esineisiin syntyvän värähtelyn perusteella
A Värähtely ei ole yleensä havaittavissa.	1 Astioiden kilinää ja kasvin lehtien heilumista ei yleensä esiinny.
B Värähtely on juuri havaittavaa.	2 Astioiden kilinää ei yleensä esiinny ja kasvin lehtien heiluminen on juuri havaittavaa.
C Värähtely on havaittavaa.	3 Astioiden kilinä on juuri havaittavaa. Kasvin lehtien heiluminen on havaittavaa.
D Värähtely on selvästi havaittavaa.	4 Astioiden kilinä ja kasvin lehtien heiluminen on selvästi havaittavaa.

Esitetyt esimerkit (taulukko 5) ovat asuin- ja toimistorakennusten vähimmäisluokituksesta. Näistä sovitaan rakennuttajan kanssa. Alemmasta tai korkeammasta luokasta voidaan erikseen sopia tapauskohtaisesti tietyille jänneväleille ja tuotteille, mikäli se on perusteltua. [7, s.17.]

Taulukko 5. Esimerkkejä värähtelyluokkien soveltamisesta [7, s.17]

Lattian värähtelyluokka	Sovelluskohde
A1	Normaaliluokka huoneistosta toiseen siirtyville värähtelyille. Erikoisluokka, kun värähtelyn aiheuttaja on samassa huoneistossa.
B2	Alempi luokka huoneistosta toiseen siirtyville värähtelyille. Ylempi luokka asuin- ja toimistorakennuksille, kun värähtelyn aiheuttaja on samassa huoneistossa.
C3	Normaaliluokka asuin- ja toimistorakennuksille, kun värähtelyn aiheuttaja on samassa huoneistossa.
D4	Alempi luokka asuinrakennuksille, kun värähtelyn aiheuttaja on samassa huoneistossa. Esim. omakotitalojen ullakot tai vapaa-ajan asunnot.
E5	Luokka, jolle ei aseteta rajoituksia.

Taulukossa 6 on suosituksia eri luokkien raja-arvoiksi, mitä asuin ja toimistorakennusten laskennassa käytetään [7, s.17].

Taulukko 6. Laskennassa käytettävät raja-arvot

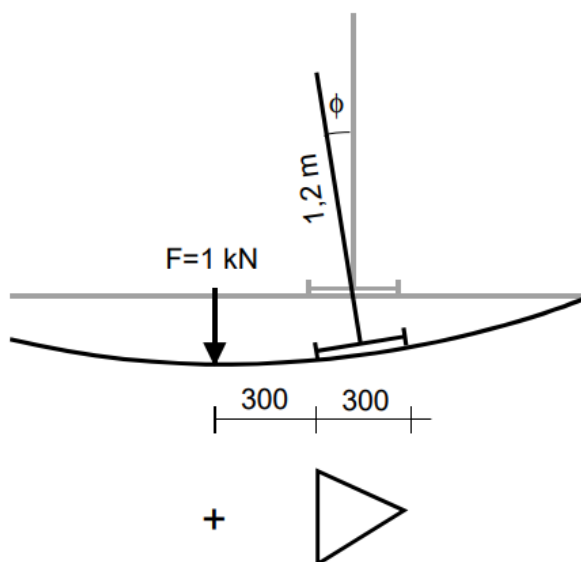
Matalataajuiset lattiat		Korkeataajuiset lattiat, korotuslattiat ja kelluvat lattiat		Kaikki lattiat	
Kiihtyvyysehto		Taipumaehto		Kallistumaehto	
Luokka	$3 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 10 \text{ Hz}$	Luokka	$f_0 > 10 \text{ Hz}$	Luokka	
A	$a \leq 0,03 \text{ m/s}^2$	A	$\delta \leq 0,12 \text{ mm}$	1	$\phi \leq 0,2 \text{ mm/1,2 m}$
B	$a \leq 0,05 \text{ m/s}^2$	B	$\delta \leq 0,25 \text{ mm}$	2	$\phi \leq 0,4 \text{ mm/1,2 m}$
C	$a \leq 0,075 \text{ m/s}^2$	C	$\delta \leq 0,5 \text{ mm}$	3	$\phi \leq 0,8 \text{ mm/1,2 m}$
D	$a \leq 0,12 \text{ m/s}^2$	D	$\delta \leq 1,0 \text{ mm}$	4	$\phi \leq 1,6 \text{ mm/1,2 m}$
E	$a > 0,12 \text{ m/s}^2$	E	$\delta > 1,0 \text{ mm}$	5	$\phi > 1,6 \text{ mm/1,2 m}$

Rakenteiden rajataajuuksina (f_{lim}) suosittelee BY58 käytettävän ravintola tiloja sisältävissä rakennuksissa 5–6 Hz ja kuntosaleja ja aerobic-saleja sisältävissä rakennuksissa 9–10 Hz. [6, s.176.] Liikerakennuksiin suositellaan käytettävän yli 8 Hz taajuutta [8]. Tilaaja tai viranomainen voi kuitenkin määrittellä raja-arvot käyttötarkoituksen perusteella. Suunnittelijalle mitoitusehtona värähtelyjen suhteen on $f_n > f_{lim}$, missä f_n on palkkien alin ominaistaajuus. Kävelystä aiheutuvan värähtelyn takia on kuitenkin suositeltavaa suunnitella kaikki rakenteet yli 3 Hz taajuudelle, jotta rakenteisiin ei synny minkäänlaista resonanssia tai lähellä resonanssia olevaa vaikutusta lattialle. [5, s.50.]

Alle 10 Hz lattioissa (matalataajuus) ihmisen kävelystä aiheutuvat jaksolliset kuormituskomponentit ovat suunnittelun rajana, eivätkä ne saa olla häiritseviä. Alle 2,5Hz kuormituskomponentti on yleensä niin suuri, että rakenteita ei voida silloin suunnitella resonanssitekijän mukaan. [5, s.50.] Näissä lattioissa raja-arvoina käytetään kiihtymisamplitudia a (m/s^2), jonka arvo koskee puhtaasti lattioiden ominaistaajuudella tapahtuvaa värähtelyä. [7, s.17.]

Yli 10 Hz lattioissa (korkeataajuus) notkuminen ja tärinä ovat mitoituksessa määrääviä. Mitoituksessa käytetään 1kN voimasta aiheutuvaa siirtymää δ (mm), josta syntyy taipumaehto. Voiman etäisyys tarkasteltavasta kohdasta on vähintään 600 mm. Tätä ehtoa käytetään myös korotus- ja kelluvilla lattioilla. [7, s.17.]

Kallistumisehtoa käytetään kaikissa mainituissa lattiatyypeissä, kun esineiden värähtely on hyväksyttävyysskriteerinä. Mitoituksessa tarkastellaan kolmion muotoisen alueen kallistumaa 1 kN paikallisesta voimasta, kun etäisyys paikallisella voimalla on kolmion sivusta kohtisuoraan vähintään 300 mm (Kuva 9). Tasasivuisen kolmion korkeus on 300 mm. [7, s.17.]



Kuva 9. Paikallisesta kuormituksesta aiheutuva lattian pinnan kallistuma.

Eri lattiatyyppien raja-arvojen lisäksi lattioiden täytyy täyttää Eurokoodin standardien mukaiset lujuus- ja taipumaehdot. Eurokoodi SFS-EN 1990-1 + AC mukaan:

Taipumat ja vaakasiirtymät lasketaan standardien EN 1992...EN 1999 mukaisesti käyttämällä tarkoituksenmukaisia kuormayhdistelmiä lausekkeiden (6.14a)...(6.16b) mukaisesti ottamalla huomioon kohdassa 3.4(1) esitetyt käyttökelpoisuusvaatimukset. Erityistä huomiota kiinnitetään palautuvien ja palautumattomien rajatilojen erottamiseen toisistaan.

Samalla ottaen huomioon Eurokoodin SFS-EN 1994 Betoni-teräs-liittorakenteiden suunnittelu.

Ympäristöministeriön ohjeistuksissa on ohje ”NCC 1 standardiin SFS-EN 1990: Lattioiden värähtelymitoitus. Ohjeet ovat rajattu asuin- tai toimistiloihin ja ohjeissa on erityismainintana ”Menetelmää ei tule käyttää mm. liike- ja liikuntatiloihin, joilla kuormitus- ja vaatimustaso poikkeaa edellä esitetystä, tai tiloihin, joiden värähtely aiheutuu koneista.”

Julkiset- ja liikerakennukset ovat yleensä asuin- ja toimistorakennuksia suurempia ja vilkkaampia. Niissä on myös pitkiä käytäviä, joiden jännevälit ovat pitkiä. VTT:n ja ympäristöministeriön ohjeissa onkin mainittu nykyisten ohjeistusten riittämättömyys isommille kohteille, joten näitä ei voidaan vain soveltaa raja-arvojen arvioimisessa.

Kriittisimpien matalataajuuslattioiden yhtenä raja-arvona käytetään R-lukua, joka on kiihtyvyydvasteesta saatu vasteluku. Tätä arvoa verrataan ISO10137 taulukoituihin tietoihin, mistä saadaan $R_{z,ISO10137}$ vasteluvun raja-arvo. R-lukua voidaan soveltaa julkisissa- ja liikerakennuksissa.

Suomessa liikerakentamista varten on värähtelyä tutkittu, mutta siitä ei kirjallisuutta suoraan löydy ja muun muassa BY58 esittää asiat kansainvälisen ohjeen SCI P354 mukaan.

SCI P354 on Steel construction institution: in vuonna 2009 julkaisema ohjeistus lattioiden värähtelyjä varten. Ohje noudattaa ISO10137 ja BS 6472 standardeja ohjeissaan. Tämän työn laskut ovat tehty BY58 ja SCI P354 ohjeistuksen mukaisesti.

5 Laskujen kaavat ja merkinnät

Värähtelyjen suunnan merkityksen takia on todella tärkeää aluksi selkeyttää värähtelykoordinaatisto mikä on aina niin, että z-akselin suunta on sama kuin havainnoivan henkilön selkärangalla (suunta jaloista päähän). xy-koordinaatistot ovat kohtisuorassa z-akseliin nähden. [6, s.173.]

Kokonaisen välipohjan tarkastelua varten täytyy rakenne jakaa eri osiin (palkit ja laatta) ja näiden tulosten perusteella voidaan koko rakenteen ominaistaajuus selvittää.

5.1 Palkki

Yksiaukkoisen teräspalkin ominaistaajuuden voi laskea joko taipuman kautta tai suoraan ominaistaajuuden kaavalla. Ensiksi täytyy kuitenkin selvittää palkin perustiedot.

Palkin taipuma lasketaan kaavalla:

$$\frac{5wL^4}{384EI} \quad (4)$$

missä

- w on palkin/rakenteen omapaino + 10% hyötykuorma (kg/m²),
- E on teräslaadun kimmokerroin rakenneteräkselle, mikä on 210 GPa (2,1*10¹¹ N/m²) ja
- I on koko poikkileikkauksen neliömomentti (mm⁴).

Neliömomentti lasketaan Steinerin kaavalla:

$$I = I_y + A * Z \quad (5)$$

missä

- I_y on osien jäyhyysmomentit,
- A on osien pinta-alat ja

Z on etäisyys origosta painopisteelle.

Steinerin kaavaa varten tarvitsee selvittää laskettavan kappaleen poikkileikkauksen painopiste kaavalla:

$$Z = \frac{\sum A_i \cdot d_i}{\sum A_i} \quad (6)$$

missä

d on etäisyys origosta osan painopisteelle,

ominaistaajuudet voi laskea taipuman avulla kaavalla:

$$f_0 = \frac{18}{\sqrt{\delta}} \quad (7)$$

Missä

δ on taipuma (mm).

Ominaistaajuudet voi myös laskea suoraan ominaistaajuuden kaavoilla.

Pääpalkin ominaistaajuus lasketaan kaavalla:

$$f_{1,L} = \frac{\pi}{2 \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} \quad (8)$$

missä

$(EI)_L$ on palkin taivutusjäykkyys pituusyksikköä kohden (Nm^2/m) ja

m on palkin omapaino + 10% osuus hyötykuormasta (kg/m^2).

5.2 Lattia

Neljältä sivulta tuetun ja suorakaiteen muotoisen yksinkertaisen lattian alin ominaistajuus lasketaan kaavalla:

$$f_{1,L} = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}} \cdot \sqrt{1 + \left[2 \left(\frac{l}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{b}\right)^4 \right] \frac{(EI)_b}{(EI)_l}} \quad (9)$$

Tämä voidaan kuitenkin yksinkertaistaa helpompaan kaavaan, koska lattiapalkkien suuntaisella reunan tuennalla ei usein ole merkitystä ominaistajuuteen ja tarkasteltavan rakenteet ovat yhteen suuntaan kantavia rakenteita. [7, s.21.]

$$f_{1,l} = \frac{\pi}{2 \cdot l^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}} \quad (10)$$

missä

$(EI)_l$ on lattian muunnettu taivutusjäykkyys pituusyksikköä kohden (Nm^2/m) ja

m on laataston omapaino + 10 % osuus hyötykuormasta. (suunnittelijan itse valittava hyötykuorma sopivaksi kohteen mukaan.)

Muunnetussa taivutusjäykkyudessa pintalaattaa on pienennetty kertoimella n , mikä saadaan jakamalla kimmokertoimet [6, s.20]:

$$n = \frac{E_{\text{Ontelolaatta}}}{E_{\text{Pintalaatta}}} \quad (11)$$

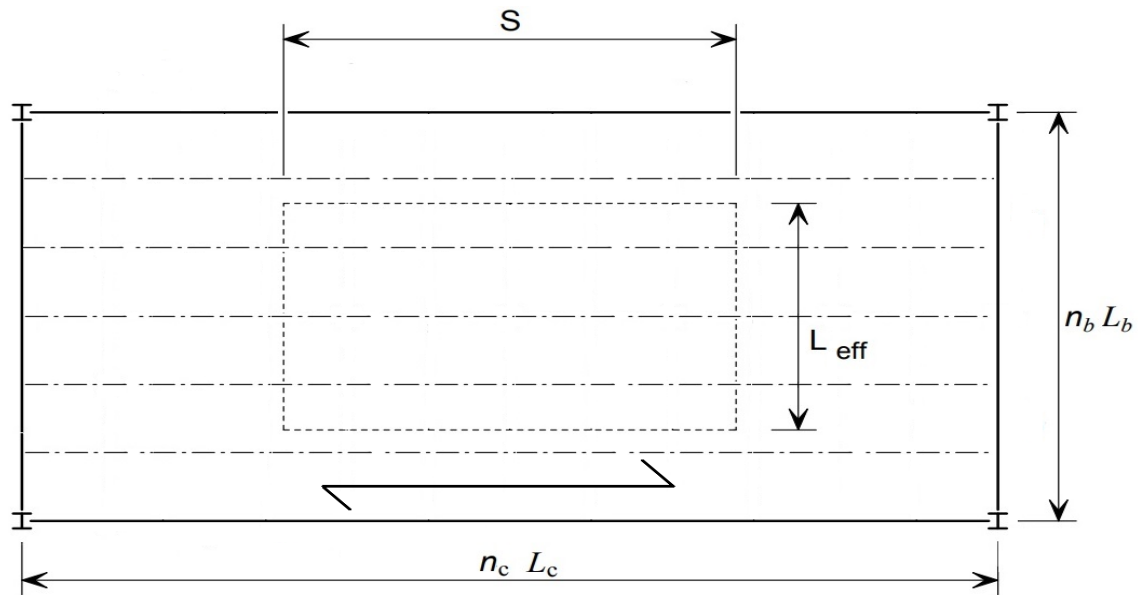
Tämän jälkeen lasketaan yhteinen jäyhyysmomentti I ja lasketaan normaalisti.

Palkkien ja laattojen ominaisuuksista riippuen laataston määräävä ominaistajuus voi olla joko palkkien ominaistajuus f_b tai laattojen ominaistajuus f_d , mutta koko laataston ominaistajuutta voidaan arvioida käyttämällä Dunkerleyn kaavaa:

$$\frac{1}{f_0^2} = \frac{1}{f_{1,L}^2} + \frac{1}{f_{1,l}^2} \quad (12)$$

5.3 Vasteluku

Värähtelyn suhteen kriittisimmissä välipohjissa niin kuin esimerkiksi sairaalarakennuksien välipohjissa täytyy vielä ottaa huomioon muutama lisätekiä laskuihin, koska tiloissa voi olla erilaisia herkkiä laitteita, joihin on laitevalmistajat tai asiakkaat määrittäneet omia vaatimuksia ja ohjeita. Nämä tekijät ovat ominaistajuuden lisäksi rakenteiden modaali-massa M (kg) (Kuva 10), vaimennussuhde ξ (%) ja kiihtyvyydevaste $a_{w,rms}$, joiden perusteella määritellään vasteluku R_z . [6, s.176.]



Kuva 10. Välipohjan tasogeometria sekä mitat S ja L_{eff} välipohjan modaalimassan määrittelyä varten [9]

Modaalimassan $M = mL_{eff}S$ (Kuva 10) määrittelyssä käytettävät mitat saadaan kaavoista:

$$L_{eff} = 1,09 \cdot (1,1)^{n_b - 1} \cdot \left(\frac{EI_b}{mbf_0^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (13)$$

missä

- n_b on pilarivälien määrä,
- EI_b on laattakentän palkkien yhteenlaskettu taivutusjäykkyys (Nm^2),
- m on laataston kokonaismassa mukaan luettuna hyötykuormasta aiheutuva massa (kg/m^2) ja
- b on laataston leveys (palkkien pituus).

$$S = \eta \cdot (1,15)^{n_c - 1} \cdot \left(\frac{EI_{sl}}{mf_0^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (14)$$

missä

- n_c on pilarivälien määrä,
- η on taulukosta 7 saatu ominaistajuuden mukaan valittu kerroin ja
- EI_{sl} on ontelolaattojen muunnettu dynaaminen taivutusjäykkyys pituusyksikköä kohden (Nm^2/m).

Taulukko 7. Perustaajuus kerroin, jota käytetään s mitan selvittämiseksi

Fundamental frequency, f_0	η
$f_0 < 5$ Hz	0.5
$5 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 6$ Hz	$0.21 f_0 - 0.55$
$f_0 > 6$ Hz	0.71

Betonin dynaaminen kimmokerroin on suurempi kuin EN1992-1-1 osoittama arvo [6, s.175]:

$$E_{c.dyn} = 1,35E_{cm} \quad (15)$$

Järjestelmän modaalimassalla mitataan, kuinka paljon massaa on moodimuodossa ja siten kuinka paljon kineettistä energiaa järjestelmässä on mukana.

Modaalimassa lasketaan kaavalla:

$$M = mL_{eff}S \quad (16)$$

Missä

m on laataston kokonaismassa mukaan luettuna hyötykuormasta aiheutuva massa (kg/m^2).

Laataston tasoa vastaan kohtisuoraan koskevien värähtelyjen kiihtyvyydvaste lasketaan matalataajuusvälipohjilla [6, s.176] kaavalla:

$$a_{w.rms} = \frac{0.1Q}{2\sqrt{2}M\xi} W \rho \quad (17)$$

missä

Q on yhden normaali ihmisen aiheuttama gravitaatiokuorma 746N,

ξ on vaimennussuhde,

W on painokerroin ja

ρ on resonanssikerroin.

Vaimennuksesta löytyy kirjallisuudesta erilaisia suosituksia. Vaimennuksen suuruuteen vaikuttavat tutkittavaan rakenteeseen liittyvät rakenteet ja myös huoneen kalustus. Vaimennukseen vaikuttaa myös rakenteiden osien liitosten vaimennus. Matalataajuuslattioilla vaimennuksen kaksinkertaistuminen puolittaa kiihtyvyyden ja tämän arvioimisessa tapahtuvasta virheestä lattioiden vaatimustaso saattaa siirtyä jopa asuintiloista teollisuustiloihin. [5, s.57.] By58 sisältää taulukon vaimennussuhteen arvioimiseksi (taulukko 8).

Taulukko 8. Vaimennussuhteen osatekijöiden suuruuksia, $\xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3$ [6, s.177]

Osatekijät	Vaimennus
Pelkän välipohjalaataston rakenteellinen vaimennus, ξ_1	
Puurakennevälipohja	2 %
Paikalla valettu teräsbetoni-laatasto	1,5 %
Jännitetty betonielementtilaatasto	1,3 %
Teräspalkit	1,3 %
Teräksen ja betonin liittopalkit, joissa mekaaninen leikkausliitos	1,8 %
Sisustuksen tuottama vaimennus, ξ_2	
Perinteinen 1 - 3 henkilön toimisto, kevyet väliseinät	2 %
Sähköinen (paperiton) toimisto	0 %
Avoin maisematoimisto	0,5 %
Kirjasto	1 %
Asuinitilat	1 %
Koulutilat	0 %
Liikuntatilat	0 %
Pinnoitteiden ja varustelun tuottama vaimennus, ξ_3	
Välipohjaan liitetty alaslaskettu katto	0,5 %
Uiva pintalaatta	0 %

VTT:n T2124 suosittelee käytettävän vaimennussuhteen arvoa 0,03 (3 %), mutta myös arvoa 0,02 (2 %) mikäli välipohja sisältää vähän ei kantavia rakenteita.

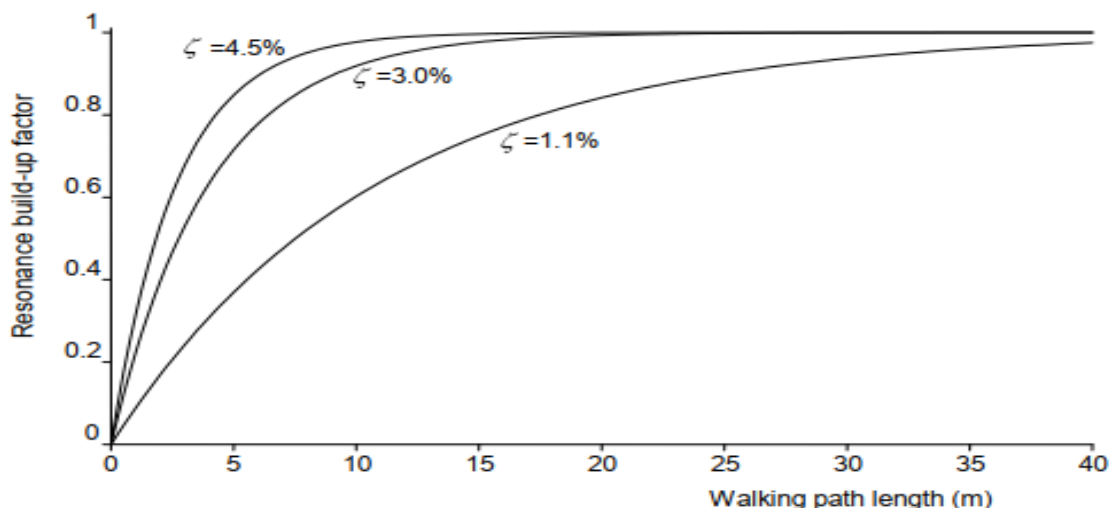
SCI P354 esittää myös oman taulukon vaimennussuhteen arvioimista varten (taulukko 9)

Taulukko 9. Vaimennussuhteet eri lattiatyypeille [9, s.20]

ζ	Floor finishes
0.5%	for fully welded steel structures, e.g. staircases
1.1%	for completely bare floors or floors where only a small amount of furnishings are present.
3.0%	for fully fitted out and furnished floors in normal use.
4.5%	for a floor where the designer is confident that partitions will be appropriately located to interrupt the relevant mode(s) of vibration (i.e. the partition lines are perpendicular to the main vibrating elements of the critical mode shape).

Resonanssikerroin ρ voidaan arvioida SCI P354 taulukosta, jos vaimennussuhde ja yhtäjaksoisen kävelymatkan pituus on tiedossa. (taulukko 10) Kävelymatkan arvioiminen voi olla todella hankalaa, joten tässä on turvallista käyttää arvoa 1.

Taulukko 10. Vaimennussuhteen suhde kävelymatkan pituuteen [9, s.43]



Se voidaan myös laskea kaavalla:

$$\rho = 1 - e^{\frac{-2\pi\xi f_p L_p}{v}} \quad (18)$$

missä

L_p on yhtäjaksoisen kävelymatkan pituus(m),

f_p on askeltaajuus (Hz) väliltä $1,7 \leq f_p \leq 2,4$ Hz ja

v on askeltaajuudesta riippuva kävelynopeus (m/s).

Askeltaajuudesta riippuva kävelynopeus lasketaan kaavalla:

$$v = 1,67 f_p^2 - 4,83 f_p + 4,5 \quad (19)$$

Painokerroin W katsotaan SCI P354 tai BY58 taulukoista, missä ensimmäisestä taulukosta valitaan kategoria käyttökohteen mukaan. (Taulukko 11)

Taulukko 11. Painokertoimen $W = W_g, W_b$ tai W_d valitsemisperusteet [9, s.27]

Room Type	Axis of vibration	Category	BS 6841 weighting curve
Critical working areas (e.g. hospital operating theatres, precision laboratories)	z-axis	Vision/Hand control	W_g
	x-, y-axis	Perception	W_d
Residential, offices, wards, general laboratories, consulting rooms	z-axis	Discomfort	W_b
	x-, y-axis	Discomfort	W_d
Workshop and circulation spaces	z-axis	Discomfort	W_b
	x-, y-axis	Discomfort	W_d

Tämän jälkeen valitaan taulukon 11 saadun W :n ja laskettavan lattian ominaistajuuden mukaan oikea kategoria taulukosta 12

Taulukko 12. Painokertoimen määrittely ominaistajuuden f_n funktiona [9, s.28]

z-axis vibrations W_g weighting

$$W = 0.5\sqrt{f}$$

for 1 Hz < f < 4 Hz

$$W = 1.0$$

for 4 Hz ≤ f ≤ 8 Hz

$$W = \frac{8}{f}$$

for f > 8 Hz

z-axis vibrations W_b weighting

$$W = 0.4$$

for 1 Hz < f < 2 Hz

$$W = \frac{f}{5}$$

for 2 Hz ≤ f < 5 Hz

$$W = 1.0$$

for 5 Hz ≤ f ≤ 16 Hz

$$W = \frac{16}{f}$$

for f > 16 Hz

x- and y-axis vibrations W_d weighting

$$W = 1.0$$

for 1 Hz < f < 2 Hz

$$W = \frac{2}{f}$$

for f ≥ 2 Hz

Kaavasta 17 saadun arvon $a_{w.rms}$ avulla voidaan vasteluku laskea matalataajuusvälipohjilla kaavalla:

$$R_z = \frac{a_{w.rms}}{0.005} \quad (20)$$

ISO 10137 antaa vasteluvun raja-arvolle kaavan:

$$R_{ISO10137} = k_z \frac{a_{rms.ISO}}{0.005} \quad (21)$$

Raja-arvon kiihtyvyydvasteen kaavassa oleva kerroin K saadaan taulukosta 13.

Taulukko 13. Kertojen K_z ja K_{xy} arvoja [6, s.179]

Huonetila	Vuorokauden aika	16 h päivän ja 8 h yön pituuteen perustuvat kertojen suuruudet	
		Jatkuva värähtely	Impulsiivinen värähtely useita kertoja vrk:n aikana
Kriittiset työtilat (esim. Sairaaloiden leikkaussalit, tarkkuuslaboratoriot)	Päivä	1	1
	Yö	1	1
Asuintilat, toimistot, sairaalahuoneet	Päivä	2 ... 4	30 ... 90
	Yö	1,4	1,4 ... 20
Hiljaiset toimistotilat, avoimet toimistot ja vast.	Päivä	2	60 ... 128
	Yö	2	60 ... 128
Toimistotilat, koulut ja vastaavat tilat	Päivä	4	60 ... 128
	Yö	4	60 ... 128
Työpajat	Päivä	8	90 ... 128
	Yö	8	90 ... 128

SCI P354 antaa myös toisen taulukon K arvolle, joka on hieman ristiriidassa taulukon 13 kanssa. (taulukko 14)

Taulukko 14. K kerroin $R_{ISO10137}$ kaavalle.

Place	Multiplying factor for exposure to continuous vibration
Office	8
Shopping mall	4 ^[35]
Dealing floor	4
Stairs – Light use (e.g. offices)	32 ^[58]
Stairs – Heavy use (e.g. public buildings, stadia)	24 ^[58]

ISO 10137 esittää peruskäyrien funktio taulukon, josta valitaan käytettävä kaava arvioitavan välipohjan ominaistajuuden mukaan. Kaavalla saadaan Raja-arvon kiihtyvyyssvaste ($a_{rms.ISO}$) (taulukko 15)

Taulukko 15. ISO 10137 peruskäyrien funktiot [6, s.178]

z-suunta, ISO 10137 kuva C.1	x- ja y-suunnat, ISO 10137 kuva C.2
$1 \leq f_n < 4 \text{ Hz}, a_{rms.ISO.z} = 10^{-0,5(\log(f_n)+4)}$	$1 \leq f_n \leq 2 \text{ Hz}, a_{rms.ISO.xy} = 0,00357$
$4 \leq f_n < 8 \text{ Hz}, a_{rms.ISO.z} = 0,005$	$2 < f_n \leq 80 \text{ Hz},$
$8 < f_n \leq 80 \text{ Hz}, a_{rms.ISO.z} = 10^{\log(f_n)-3,204}$	$a_{rms.ISO.xy} = 10^{\log(f_n)-2,745}$

Saatua tulosta R_z verrataan ISO10137 standardista saatuun arvoon $R_{ISO10137}$.

$$R_z \leq R_{ISO10137} \quad (22)$$

6 Tulokset

Raja-arvoja löytyy kansainvälisistä lähteistä kohtuullisesti, mutta työssä tarkasteltaviin rakenteisiin ja käyttökohteisiin niitä on rajallisesti saatavilla. USA:n ja Iso-Britannian ohjeita ei voida sellaisenaan suoraan soveltaa, vaan niiden kanssa täytyy aina olla varovainen ja ohjeita täytyy soveltaa kansallisten ohjeistusten mukaan. Suomen omien ohjeiden ja raja-arvojen määrittäminen olisi suositeltavaa jo pelkästään suunnittelijoiden työn helpottamiseksi, mutta erityisesti hyvän rakentamisen kannalta. VTT on tehnyt asian eteen hyvää työtä, mutta myös VTT:n dokumenteissa todetaan lisätarkastelulle ja tutkimuksille olevan tarvetta.

Kohteissamme käytettävien ontelolaattojen paino saumattuna on päälle 300 kg/m², joten kaikki välipohjat voidaan rajata matalataajuuksisiksi lattioksi. Täten mitoitusehtona toimii kiihtymisamplitudi.

Matalataajuuksisten lattioiden jokaisen osan alin ominaistajuus ei saisi alittaa 3 Hz ominaistajuutta ja tämä sama 3 Hz alaraja täytyy myös toteutua koko lattia järjestelmän yhteistarkastelussa.

Toisena tärkeänä raja-arvona voidaan pitää R-arvoa, eli vastelukua minkä raja-arvojen selvittämiseen ISO10137 antaa tarvittavat tiedot. Näissä tiedoissa jää suunnittelijan omalle vastuulle määrittää K-kerroin sopivaksi, jos sitä ei taulukoissa ole määritetty.

Näiden lisäksi matalataajuuksisten lattioiden täytyy täyttää eurokoodien mukaan asetetut lujuus- ja taipumaehdot.

7 Yhteenveto

Rakenteiden ominaistaajuus laskuja on kirjallisuus ja internet pullollaan, mutta Suomessa tarvittaisiin enemmän mittaus- ja kokemusperäistä tietoa nykyisistä välipohjista.

Jonkinlaisia raja-arvoja pitäisi standardeihin määrittää ja nykyiset ”sovitaan asiakkaan kanssa” ja ”viranomaisen määrittää” eivät riitä, koska loppujen lopuksi suunnittelijan ne täytyy projekteihin määrittää.

Ominaistaajuuden kautta saadaan määritettyä raja-arvot, jotta rakenne ei ala resonoida ihmisen kävelystä aiheutuvan värähtelyn kanssa ja tämä on vielä tällä hetkellä riittävä.

Kuitenkin materiaalien muuttuessa, jännevälien kasvaessa ja rakenteiden keventyessä värähtely tulee jatkossa olemaan enemmän esillä mitoittavana tekijänä suunnittelussa.

Puurakenteiden kanssa tämä on jo suuresti otettu huomioon, mutta erilaiset ortotrooppiset rakenteet luovat jatkossa tarpeen lisätutkimuksille ja -testeille.

Lähteet

1. Elementtisuunnittelu kotisivu, www.elementtisuunnittelu.fi, luettu 05.05.2021
2. Peikko Groupin kotisivut, <https://www.peikko.fi/tuotteet/deltabeam/yleista>, luettu 05.05.2021
3. Häyrinen, Pekka. 2009. Matalapalkkien suunnittelu. Verkkoaineisto. Betoni. <https://betoni.com/wp-content/uploads/2015/11/BET0902-s62-63.pdf>. Luettu 22.02.2021
4. SFS-EN 1990-1 + AC, Eurokoodi. Rakenteiden suunnitteluperusteet. Helsinki 2006, Suomen Standardisoimisliitto SFS.
5. Talja, Asko. 1996. Teräsrunkoisten välipohjien värähtelyjen hallinta. Espoo. VTT tiedotteita 1790
6. Liittorakenteiden suunnittelu ja mitoitus BY58
7. VTT T2124 Lattioiden värähtelyt. Asko Talja, Tomi Torantti, Erkki Järvinen, 2002
8. Building floor vibrations, Murray. T, 1991
9. SCI publication P354, Design of Floor for Vibration: A New Approach
10. Salonen, Tuomas. 2019. Betonirakenteisten välipohjien värähtely teollisuusrakennuksissa. Diplomityö. Tampereen yliopisto, Rakennetun ympäristön tiedekunta. Trepo-tietokanta

Liite 1: Laskut

WQ400x5/12x340/10x650
Ominaisvärähtely

Lähtötietoja

Palkin mitat

$$b_{f1} := 340 \cdot \text{mm} \quad t_{f1} := 12 \cdot \text{mm}$$

$$b_{f2} := 650 \cdot \text{mm} \quad t_{f2} := 10 \cdot \text{mm}$$

$$h_w := 400 \cdot \text{mm} \quad t_w := 5 \cdot \text{mm}$$

$$L_1 := 9 \cdot \text{m} \quad L_2 := 10 \cdot \text{m}$$

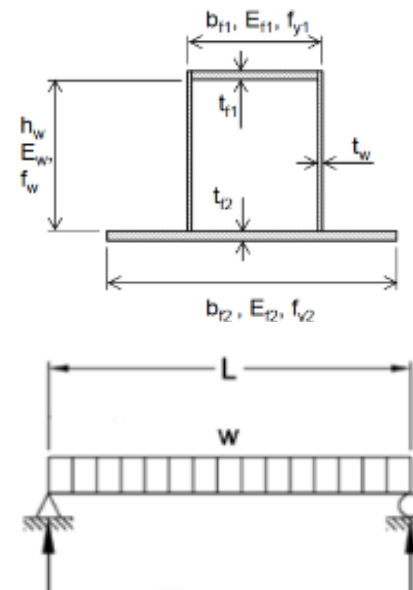
Hyötykuorma Luokka D1

$$q_k := 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$E := 210 \cdot \text{GPa} = (2.1 \cdot 10^{11}) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$m_p := 108 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$



Putoamiskiihtyvyyys

Teräksen kimmokerroin

Palkin omapaino

Palkin pinta-ala

$$A_{f1} := b_{f1} \cdot t_{f1} = 0.004 \text{ m}^2$$

Ylälaipan pinta-ala

$$A_{f2} := b_{f2} \cdot t_{f2} = 0.007 \text{ m}^2$$

Uuman pinta-ala

$$A_w := h_w \cdot t_w = 0.002 \text{ m}^2$$

Alalaipan pinta-ala

Poikkileikkauksen painopiste

$$z_o := \frac{A_{f1} \cdot \left(\frac{t_{f1}}{2} + h_w + t_{f2} \right) + 2 \cdot A_w \cdot \left(\frac{h_w}{2} + t_{f2} \right) + A_{f2} \cdot \frac{t_{f2}}{2}}{A_{f1} + 2 \cdot A_w + A_{f2}} = 176.254 \text{ mm}$$

Jäyhyysmomentti(I) alalaipan alapinnan mukaan

$$I_{f1} := \frac{t_{f1}^3 \cdot b_{f1}}{12} + A_{f1} \cdot \left(\frac{t_{f1}}{2} + h_w + t_{f2} \right)^2 = (7.061 \cdot 10^{-4}) \text{ m}^4$$

Ylälaippa

$$I_w := 2 \cdot \frac{h_w^3 \cdot t_w}{12} + 2 \cdot A_w \cdot \left(t_{f2} + \frac{h_w}{2} \right)^2 = (2.297 \cdot 10^{-4}) \text{ m}^4$$

Uumat

$$I_{f2} := \frac{t_{f2}^3 \cdot b_{f2}}{12} + A_{f2} \cdot \left(\frac{t_{f2}}{2} \right)^2 = (2.167 \cdot 10^{-7}) \text{ m}^4$$

Alalaippa

$$I_{y1} := I_{f1} + I_w + I_{f2} = (9.361 \cdot 10^{-4}) \text{ m}^4$$

$$I_{y2} := I_{y1} - (A_{f1} + 2 \cdot A_w + A_{f2}) \cdot z_o^2 = (4.831 \cdot 10^8) \text{ mm}^4$$

$$EI := \frac{(E \cdot I_{y2})}{L_1} = (1.127 \cdot 10^7) \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{m}}$$

Palkin taivutusjäykkyys
per metri

Yksiaukkoisen palkin taipuma tasaisella kuormalla

$$\Delta_{max} := \frac{5 \cdot (m_p \cdot g + q_k \cdot 10\%) \cdot L_1^4}{384 \cdot EI} = 11.057 \text{ m}$$

Yksiaukkoisen palkin ominaisvärähtely taipuman perusteella

$$f_{p1} := 0.18 \cdot \sqrt{\frac{g}{\Delta_{max}}} = 5.361 \text{ Hz}$$

Yksiaukkoisen palkin ominaisvärähtely ominaistaajuuden kaavalla

$$f_{p2} := \frac{\pi}{2 \cdot L_1^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\left(m_p + \frac{(q_k \cdot 10\%)}{g}\right)}} = 5.338 \text{ Hz}$$

Ontelolaatan ominaisvärähtely

OL40 + pintavalu

$$H_1 := 400 \cdot \text{mm}$$

Ontelolaatan korkeus

$$H_2 := 50 \cdot \text{mm}$$

Pintavalun korkeus

$$B_1 := 1.2 \cdot \text{m}$$

Laatan leveys

$$L_3 := L_2 = 10 \text{ m}$$

Laatan pituus

$$B_2 := L_1 = 9 \text{ m}$$

Laataston leveys

$$E_{cm.C50} := 37 \cdot \text{GPa}$$

Laatan betonin(C50/60) kimmomoduuli

$$E_{cm.C25} := 31 \cdot \text{GPa}$$

Pintavalun betonin(C25/30) kimmomoduuli

$$m_{o1} := 510 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Ontelolaatan paino saumatuna

$$m_{o2} := 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.05 \text{ m} = 125 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Pintavalun paino

$$m_{o3} := m_{o1} + m_{o2} + \frac{(q_k \cdot 10\%)}{g} = 675.789 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Painot + 10% hyötykuormasta

$$n := \frac{E_{cm.C50}}{E_{cm.C25}} = 1.194$$

Kimmokerroinsuhde

$$B_{pl} := \frac{B_1}{n} = 1005 \text{ n}$$

Pintalaatan muunnettu leveys

Pinta-ala

$$A_{o1} := 428671.208 \text{ mm}^2 = (4.287 \cdot 10^5) \text{ mm}^2 \quad \text{Ontelolaatan muodon PA}$$

$$A_{o2} := (1.96 \cdot 10^5) \text{ mm}^2 \quad \text{Onteloiden PA}$$

$$A_o := A_{o1} - A_{o2} = (2.327 \cdot 10^5) \text{ mm}^2 \quad \text{Ontelolaatan PA}$$

$$A_p := B_{pl} \cdot H_2 = (5.027 \cdot 10^4) \text{ mm}^2 \quad \text{Pintalaatan PA}$$

$$A_i := A_o + A_p = (2.829 \cdot 10^5) \text{ mm}^2 \quad \text{Ontelolaatan+pintalaatan PA}$$

Poikkileikkauksen painopiste

$$y_o := \frac{\frac{H_2}{2} \cdot A_p + \left(H_2 + \frac{H_1}{2}\right) \cdot A_o}{A_i} = 210.024 \text{ mm}$$

Jäyhyysmomentti

$$I_{o1} := 4906324267.723 \text{ mm}^4 = (4.906 \cdot 10^9) \text{ mm}^4$$

$$I_{o2} := 924126651.85 \text{ mm}^4 = (9.241 \cdot 10^8) \text{ mm}^4$$

$$I_o := I_{o1} - I_{o2} = (3.982 \cdot 10^9) \text{ mm}^4 \quad \text{Ontelolaatan jäyhyysmomentti}$$

$$I_p := \frac{B_{pl} \cdot H_2^3}{12} = (1.047 \cdot 10^7) \text{ mm}^4 \quad \text{Pintavalun jäyhyysmomentti}$$

Muunnetun poikkileikkauksen jäyhyysmomentti

$$I_i := I_o + I_p + A_o \cdot \left(y_o - H_2 - \frac{H_1}{2} \right)^2 + A_p \cdot \left(y_o - \frac{H_2}{2} \right)^2 = (6.085 \cdot 10^9) \text{ mm}^4$$

$$EI_o := \frac{(I_i \cdot E_{cm, C50})}{B_1} = (1.876 \cdot 10^8) \frac{(N \cdot m^2)}{m}$$

Laataston taivutusjäykkyys
per metri

Yhteen suuntaan kantavan välipohjan ominaistaajuus

$$f_o := \frac{\pi}{2 \cdot L_2^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_o}{m_{o3}}} = 8.277 \text{ Hz}$$

Koko systeemin ominaistaajuus

$$f_1 := \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{f_{p1}^2} + \frac{1}{f_o^2} \right)}} = 4.499 \text{ Hz}$$

Vasteluku R

$$L_y := L_1 = 9 \text{ m}$$

Laataston leveys y suunnassa

$$L_x := L_2 = 10 \text{ m}$$

Laataston leveys x suunnassa

$$n_y := 1$$

Palkkien jännevälien määrä

$$n_x := 1$$

Pilarijako

$$\eta := 0.5$$

Taajuuskerroin

$$Q := 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Hyötykuorma(D1)

$$Q_m := \frac{Q}{g} = 407.886 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Hyötykuorma kg/m^2

$$EI_b := 2 \cdot I_{y2} \cdot E = 202.916 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$$

Laattakentän palkkien yhteenlaskettu taivutusjäykkyys

Koko ontelolaataston dynaaminen taivutusjäykkyys

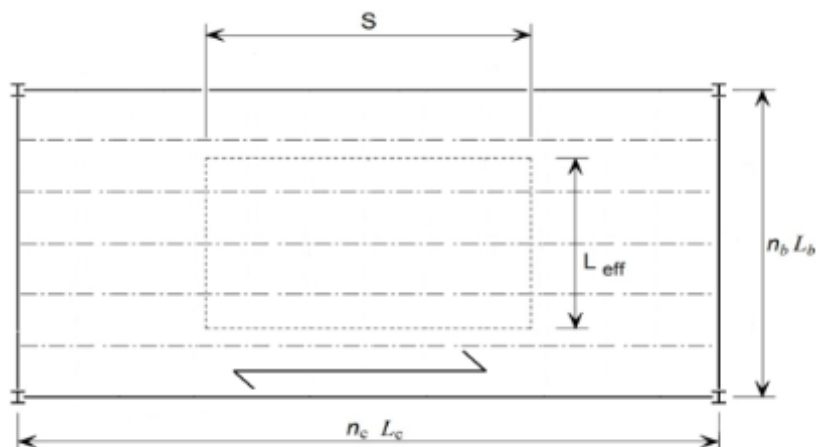
$$EI_{sl} := \frac{E_{cm.C50} \cdot 1.35 \cdot I_i}{B_f} = 253.307 \frac{\text{MN} \cdot \text{m}^2}{\text{m}}$$

Laataston kokonaismassa

$$m_k := m_{o3} + 2 \cdot m_p + Q_m = (1.3 \cdot 10^3) \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$L_{\text{eff}} := 1.09 \cdot (1.1)^{n_y - 1} \cdot \left(\frac{EI_b}{m_k \cdot B_2 \cdot f_1^2} \right)^{\frac{1}{4}} = 5.897 \text{ m} \quad \text{Modaalimassan mitta}$$

$$s_1 := \eta \cdot (1.15)^{n_x - 1} \cdot \left(\frac{EI_{sl}}{m_k \cdot f_1^2} \right)^{\frac{1}{4}} = 4.953 \text{ m} \quad \text{Modaalimassan mitta}$$



$$M := m_k \cdot L_{\text{eff}} \cdot s_1 = (3.796 \cdot 10^4) \text{ kg} \quad \text{Modaalimassa}$$

$$Q_1 := 746 \cdot N \quad \text{Normaalihenkilön aiheuttama gravitaatiokuorma (76kg * g)}$$

$$\zeta := 2\% = 0.02 \quad \text{Vaimennussuhde}$$

$$f_n := \frac{f_1}{Hz} = 4.499$$

$$W_1 := \frac{f_n}{5} = 0.9 \quad \text{Painokerroin}$$

$$\rho := 1$$

Resonanssikerroin

$$a_{w,rms} := \left(\frac{0.1 \cdot Q_1}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot M \cdot \zeta} \cdot W_1 \cdot \rho \right) = 0.031 \frac{m}{s^2}$$

Kiihtyvyyysvaste

$$R_z := \frac{a_{w,rms}}{0.005} = 6.252 \frac{m}{s^2}$$

Vasteluku

ISO10137 vasteluvun raja-arvo

$$k_z := 7$$

Tilakerroin

$$a_{rms} := 0.005$$

Z suunnan kaava ($4 < f_n < 8$ Hz)

$$a_{rms,iso} := a_{rms} \cdot \frac{m}{s^2}$$

$$R_{iso} := k_z \cdot \frac{a_{rms,iso}}{0.005} = 7 \frac{m}{s^2}$$

Vasteluvun raja-arvo