
**PID-SÄÄTIMEN MALLIPOHJAISTEN
VIRITYSMENETELMIEN ANALYSOINTI JA
KOKEELLINEN VERTAILU – SOVELLUKSENA
STIRLING-KONE**



Ammattikorkeakoulun opinnäytetyö

Automaatiotekniikan koulutusohjelma

Valkeakoski, 6.8.2013

Ville-Pietari Louhiala



Automaatiotekniikan koulutusohjelma
Valkeakoski

Työn nimi PID-säätimen mallipohjaisten viritysmenetelmien analysointi
ja kokeellinen vertailu – sovelluksena Stirling-kone

Tekijä Ville-Pietari Louhiala

Ohjaava opettaja Juhani Henttonen

Hyväksytty _____ . _____ . 20 _____

Hyväksyjä

Valkeakoski
Automaatiotekniikan koulutusohjelma

Tekijä	Ville-Pietari Louhiala	Vuosi 2013
Työn nimi	PID-säätimen mallipohjaisten viritysmenetelmien analysointi ja kokeellinen vertailu – sovelluksena Stirling-kone	

TIIVISTELMÄ

Opinnäytetyössä tarkasteltiin PID-säätimen eri viritysmenetelmiä sekä valmiiden virityskaavojen että analyttisemmän, säätöteoriaan pohjautuvan tarkastelun kautta. Esimerkkiprosessina työssä toimi jännitteen säätö Stirling-moottorilla. Prosessilaitteisto sijaitsi Hämeen ammattikorkeakoulun Valkeakosken yksikön laboratoriotilassa. Työssä tutkittiin säädetyt esimerkkiprosessin käyttäytymistä ja suorituskkyä PID-säätimen eri viritysparametreilla. Saatuja tuloksia verrattiin keskenään ja analysoitiin perustason säätöteorian pohjalta.

Työssä testattiin myös säätösuunnittelua mittauksien kautta saadun prosessimallin pohjalta ja esiteltiin yksinkertaisen prosessimallinnuksen periaatteet. Kaksi säätösuunnittelussa käytettyä graafista suunnittelumenetelmää esiteltiin ja niiden käyttöä testattiin säätösuunnittelussa.

Työtä varten kerättiin perustiedot perinteisestä säätösuunnittelusta ja hankittiin modernia, nimenomaan PID-säätimen viritystä koskevaa kirjallisuutta. Sekä teoria että käytäntö pidettiin tasapuolisesti mukana työtä tehtäessä. Työn ensimmäinen osa esittelee työssä käytettyjä säätötekniikan periaatteita ja jälkimmäinen osa käytännön toteutusta.

Työn tuloksena saatiin tietoa eri virityskaavojen ominaisuuksista ja niiden käyttökelpoisuudesta esimerkkiprosessissa. Virityskaavojen todettiin riittävän useimpiin säätötehtäviin olettaen, ettei prosessiin liity tiukkoja vaatimuksia suorituskvyn tai robustiuden kannalta.

Avainsanat Säätötekniikka, säätöteoria, PID-säädin

Sivut 46 s, + liitteet 3 s.

Valkeakoski
Degree Programme in Automation Engineering

Author	Ville-Pietari Louhiala	Year 2013
Subject of Bachelor's thesis	Analysis and experimental comparison of model-based tuning methods for PID-controller – case Stirling engine	

ABSTRACT

In this thesis different tuning principles related to PID-controller were inspected through both tuning recipes introduced in literature and through analytical investigation relying on control theory. The example process to be controlled was a Stirling engine used for voltage control. The Stirling engine process was located at HAMK's Valkeakoski unit laboratory. The behavior and performance of the process with different controller parameters was studied. Results were compared and analyzed using basic control theory.

Control design, based on an acquired process model, was also tested and the basics of simple process modeling were discussed. Two graphical methods for controller design were presented and their use was tested with the example process.

During the making of this thesis, basic knowledge of traditional control theory was acquired and literature concerning PID-controllers was obtained. Both theory and practice were considered to be of equal importance and thus in the thesis both of those aspects of control systems were examined. The first part of thesis consists of building a theoretical frame of reference for the exploration that follows the latter part.

As a result, knowledge of different tuning principles and their applicability for the example process was gained. The common tuning formulas were considered to be adequate for most control tasks, provided that the process to be controlled has no strict requirements for performance or robustness.

Keywords Control theory, control engineering, PID controller

Pages 46 p, + appendices 3 p.

TERMIT JA LYHENTEET

s	Laplace-muuttuja
j	Imaginaariyksikkö
ω	Kulmataajuus
$R(s)$	Prosessin tulon Laplace-muunnos
$Y(s)$	Prosessin lähdön Laplace-muunnos
$G_c(s)$	Säätimen siirtofunktio
$T(s)$	Negatiivisesti takaisinkytketyn järjestelmän kokonaissiirtofunktio
ζ	Toisen kertaluvun järjestelmän vaimennuskerroin
ω_n	Toisen kertaluvun järjestelmän ominaistajuus
SP	Setpoint, säätimen ohjearvo
CO	Controller output, säätimen lähtö
PV	Process value, prosessista mitattava lähtöarvo
AMIGO	Approximate M constrained integral gain optimization
SIMC	Skogestad's internal model controller

SISÄLLYS

1	JOHDANTO.....	1
2	TUTKIMUSALUSTA.....	2
2.1	Työn tavoite tarkemmin	2
2.2	Testiprosessi ja -laitteisto	3
3	PID-SÄÄDIN JA SEN MUUNNELMAT	5
3.1	Parametrien merkitys.....	5
3.2	Parametrien määrittely virityskaavojen mukaan	7
3.3	Muita parametrien määrittelymenetelmiä	9
3.3.1	Napojen vaikutus vasteeseen	9
3.3.2	Säätimen parametrien valinta	11
3.4	PID-säätimen eri versiot.....	13
3.5	Säätö ja prosessin stabiilius.....	15
4	MALLIN MUODOSTAMINEN	17
4.1	Mallinnuksessa käytettäviä määritelmiä	17
4.2	Mallin muodostaminen taajuusvasteen avulla.....	18
4.3	Mallin muodostaminen askelvasteen avulla.....	22
5	SÄÄTIMEN IMPLEMENTOINTI	26
5.1	Säädön suunnittelussa huomioitavia asioita.....	26
5.2	PID-säädin LabVIEW:ssa	27
5.3	Taajuusvasteeseen perustuva viritys	29
5.4	Askelvasteeseen perustuva viritys.....	39
5.5	Johtopäätökset	42
5.6	Vaiheenjätö- ja vaiheenjohtokompensaattorit.....	43
6	POHDINTA.....	44
	LÄHTEET	46
Liite 1	LABVIEW KÄYTTÖLIITTYMÄ PROSESSIN SÄÄTÖÄ VARTEN	
Liite 2	LABVIEW OHJELMA PROSESSIN SÄÄTÖÄ VARTEN	
Liite 3	PID-SÄÄDIN LABVIEW:LLA TOTEUTETTUNA	

1 JOHDANTO

Säätötekniikka on yksi automaation keskeisimpiä aihealueita. Erityisesti prosessiteollisuudessa säätötekniikka on hyvin pitkälle kehittynyttä, eikä voida varsinaisesti puhua yhdestä kattavasta säätöteoriasta. Perinteinen säätöteoria perustuu siirtofunktioihin ja niiden ominaisuuksien tutkimiseen.

Siirtofunktiot toimivat hyvin lineaaristen ja aikainvarianttien järjestelmien säädössä ja nykypäivänäkin järjestelmiä pyritään usein mallintamaan siten, että niitä pystytään käsittelemään siirtofunktioiden avulla. Siirtofunktio-teorialla on pitkä historia ja se on perustasolla varsin helposti omaksuttavissa. Yksi suoraan siirtofunktio-teoriaan pohjautuva säädinmalli on PID-säädin.

PID-säädin on yleinen säätöalgoritmi, joka on säilyttänyt vankan aseman yhtenä perussäätimenä läpi automaatiotekniikan historian. PID-säätö on ollut mukana aikana, jona toimilaitteet ovat olleet paineilmatoimisia, ja analogiaelektronikan kehityksen mukana se siirrettiin toteutettavaksi operaatiovahvistimilla. Suurin osa säätimisestä on nykyään toteutettu tietokoneilla ja tämä on vaatinut säätösuunnittelijoita kehittämään suunnittelumenetelmiä aikadiskreetteihin järjestelmiin. Vanhoissa tietokonepohjaisissa järjestelmissä laskentakapasiteetti muodostui ongelmaksi ja tietokoneilla annettiin lähinnä asetusarvoja analogisille säätimille. Nykyisissä hajautetuissa ohjausjärjestelmissä laskentakapasiteetti ei ole enää ongelma ja yhdellä tietokoneella on mahdollista hallita laajoja prosessikonaisuuksia säätimiseen. (Åström & Hägglund 2006, 7-8)

PID-säätimellä on perusmuodossaan kolme vapaata parametria, joiden asettelua kutsutaan säätimen viritykseksi. Parametreilla on varsin selkeä merkitys erillään, mutta yhdistettynä ei ole aina intuitiivisesti selvää, mitä parametria tulisi muuttaa mihinkin suuntaan säätötuloksen parantamiseksi. PID-säädintä varten on kehitetty lukuisia virityskaavoja ja tutkimus ja kehitys säätimen tiimoilta jatkuu nykyäänkin.

Tämän opinnäytetyön tavoitteena on tutkia PID-säätimen eri viritysmenetelmiä esimerkkiprosessin avulla. Vertailussa ovat perinteiset Ziegler–Nicholsin viritystaulukot sekä muutama uudempi virityskaava. Yksi työn tavoite on myös suunnitella säädin esimerkkiprosessille käyttäen napojenasetteluun tarkoitettua juuriuraa. Myös taajuustason säätösuunnittelua, kuten vaihe- ja vahvistusvaroihin perustuvaa parametrienasettelua tarkastellaan. Yksinkertaisuuden ja selkeyden vuoksi järjestelmän vasteisiin perustuva suorituskyky on ensisijainen vertailun kohde.

Prosessimallinnus on tärkeä osa säätösuunnittelua ja työssä esitellään kaksi yleistä, eri herätteisiin perustuvaa mallinnusmenetelmää. Taajuusvasteen avulla järjestelmää on mahdollista tutkia eri stabiiliusrajojen suhteen; nämä eivät välttämättä ilmene järjestelmän vasteista. Askelvaste on hyvin selkeä tapa tarkastella järjestelmän tärkeitä parametreja kuten staattista

vahvistusta ja kuollutta aikaa, mutta askelvasteen tulkitseminen luotettavasti saattaa prosessista riippuen olla hankalaa.

Työ suoritettiin pääasiassa Hämeen Ammattikorkeakoulun Valkeakosken yksikön laboratoriotiloissa, joissa on työn tekemiseen tarvittava laitteisto tietokoneineen ja mittauskortteineen. Koska laitteistodokumentaatio ei ollut täysin ajan tasalla, prosessilla suoritettiin lukuisia kuormitustestejä, jotta voitiin varmistua järjestelmän turvallisesta kuormitusalueesta.

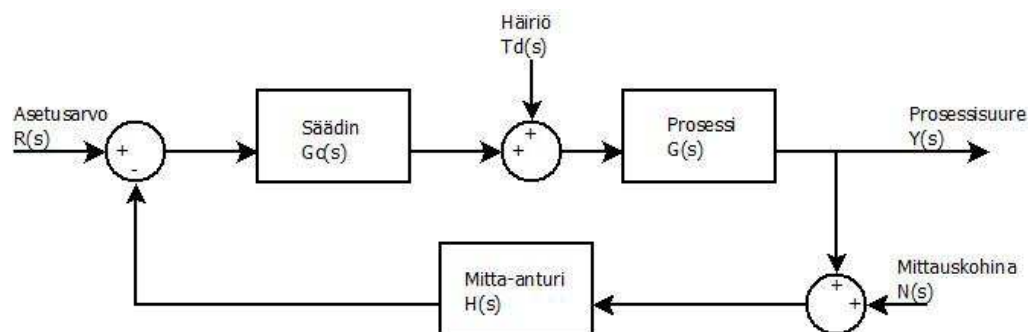
2 TUTKIMUSALUSTA

2.1 Työn tavoite tarkemmin

PID-säädin on yksi yleisimmistä säätimistä teollisuuden eri säätöprosesseissa. Yksi suosion perusteista on säätimen yksinkertainen rakenne, joka mahdollistaa tarvittaessa nopean parametroidin. Toisaalta säädin tarjoaa useimpia yksinkertaisia säätötehtäviä varten riittävästi monipuolisuutta, jonka vuoksi sillä pystytään säätämään riittävällä tarkkuudella kompleksisiakin prosesseja. PID-säädintä varten on kehitetty lukuisia valmiita kaavoja, joiden avulla säätimen parametrit voidaan asettaa. Nämä valmiit kaavat perustuvat prosessista mitatuista vasteista laskettuihin parametrien arvoihin, ja kaavojen käyttäjä joutuu olettamaan paikoin suuriakin yleistyksiä itse prosessista.

Virityskaavoihin pohjautuva säätimen viritys on nopeampaa kuin analyttisemmän tarkastelun pohjalta tehty laskelma parametrien arvoista, ja jos kyse on suuresta määrästä yksinkertaisia osaprosesseja, on mahdollista, että analyttisempi prosessikohtainen tarkastelu on liian aikaa vievää. PID-säätimen kunnollinen viritys mahdollistaa kuitenkin taloudellisiakin etuja. Hyvin viritetyllä säätimellä on mahdollista esimerkiksi vähentää merkittävästi tuotteiden laadunvaihtelua (Dorf & Bishop 2011, 354).

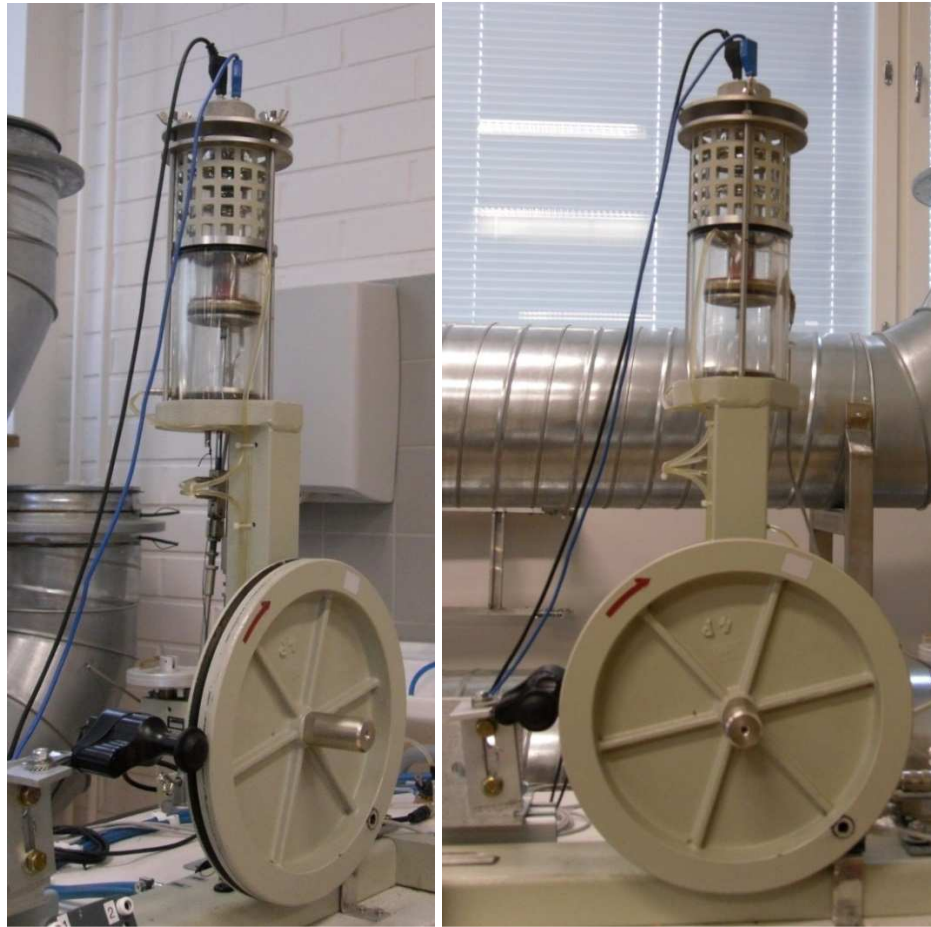
PID-säädin ei moderneissa säätökokoonpanoissa ole välttämättä pelkkä yksittäinen lohko systeemissä, vaan säädin voi olla hajautettu kahteen osaan. Säätimen toimintaa voidaan myös täydentää erilaisilla suotimilla. Tässä työssä tullaan suurimmaksi osaksi seuraamaan kuvan 1 mallia, jossa säätimelle tuodaan asetusarvon ja prosessisuureen erotus ja säädin laskee ohjauksen tämän erotuksen perusteella.



Kuva 1 Perinteinen toimilohkokaavio negatiivisesti takaisinkytketylle prosessille (Dorf & Bishop 2011, 258).

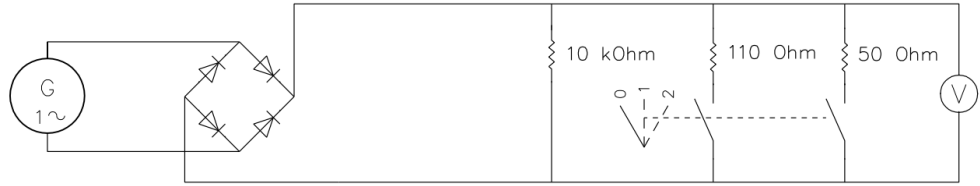
2.2 Testiprosessi ja -laitteisto

Testilaitteistona eri säätöratkaisujen vertailua varten toimi HAMK:n Valkeakosken yksikön laboratoriotilassa sijaitseva Stirling-moottori (kuva 2). Moottorin vauhtipyörän yhteyteen oli kiinnitetty pieni dynamo, jonka ulostulojännitettä säädettiin lämmittämällä sähkövastuksen avulla Stirling-moottorin kuumaa puolta, joka näkyy kuvan yläreunassa. Kun prosessiin tuodaan lämpöenergiaa, moottorin vauhti kiihtyy ja generaattorin ulostulojännite muuttuu. Laboratorion virtalähde (kuva 4) toimi vastuksen syöttönä ja se mahdollisti jännitteen portaattoman säädön 0–10 V:n jänniteviestillä.



Kuva 2 Stirling-moottori ja siihen kiinnitetty dynamo.

Dynamolta saatu vaihtojännite tasasuunnattiin diodisillan avulla ja syötettiin $10\text{ k}\Omega$:n pohjakuormalle. Prosessisuureeksi valittiin kuorman yli vaikuttava jännite. Jänniteensäädössä häiriönpoisto on tärkeä osa prosessin toimintaa, joten testilaitteistoon liitettiin nokkakytkin, jonka avulla oli mahdollista kuormittaa dynamoa. Säädön tavoitteena oli asetusarvon seuraamisen lisäksi nostaa kuormituksen kytkeytymisen jälkeen jännite halutulle tasolle. Kuvassa 3 on esitetty periaatekuva kytkennöistä.



Kuva 3 Periaatekuva mittausjärjestelystä.



Kuva 4 Laboratorion säädettävä virtalähde.

Mittaukset suoritettiin tietokoneeseen liitettyllä National Instrumentsin mittauskortilla, johon oli liitetty kuvan 5 mukainen BNC-2110-mittausyksikkö. Työtä varten National Instrumentsin LabVIEW-ohjelmalla laadittiin yksinkertainen käyttöliittymä ja ohjelma, joka suoritti säätötoimenpiteet ja tarvittavat mittaukset käyttäjän asettamien arvojen mukaisesti.



Kuva 5 National Instrumentsin IO-yksikkö.

3 PID-SÄÄDIN JA SEN MUUNNELMAT

3.1 Parametrien merkitys

PID-säädin on säätöalgoritmi, joka koostuu perusmuodossaan kolmesta erikseen määriteltävästä parametrasta, joiden perusteella säätimen ohjausarvo lasketaan. Aikatasossa PID-säätimen antama ohjausarvo voidaan esittää kaavan 1 muodossa

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{d}{dt} e(t), \quad (1)$$

jossa $u(t)$ on säätimen lähdöstä saatava ohjausarvo, K_P on säätimen suhteellinen vahvistus, K_I on integroinnin vahvistus ja K_D on derivoinnin vahvistus. Kaavan 1 termi $e(t)$ on määritelty asetusarvon ja mitatun prosessisuureen erotuksena (Kippo & Tikka 2008, 36). Säätimen esitystavasta riippuen voidaan käyttää K_I :n tilalla myös merkintää $\frac{K_P}{T_I}$, jossa T_I on integrointiaika, ja K_D :n sijaan merkintää $K_P T_D$, jossa T_D on derivointiaika, jolloin säädin on muotoa

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{d}{dt} e(t) \right). \quad (2)$$

Säädettävä prosessi vaikuttaa siihen, käytetäänkö säätimestä pelkkää suhteellista versiota eli P-säädintä vai jotakin säätimen termien yhdistelmää. Usein säätösuunnittelussa käytetään myös Laplace-muunnettua versiota:

$$U(s) = K_P E(s) + \frac{K_I}{s} E(s) + K_D s E(s),$$

jolloin $E(s) = R(s) - Y(s)$. Näin kirjoitettuna säädintä voidaan käsitellä muodossa

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s, \quad (3)$$

jolloin $G_C(s)$ saadaan sijoitettua koko systeemiä kuvaavaan lohkokaavi-oon omaksi lohkokseen. Laplace-muunnoksen kautta säädintä voidaan tarkastella myös taajuustasossa asettamalla $s = j\omega$. Säätösuunnittelu on mahdollista tehdä kokonaan siirtofunktioiden avulla käymättä lainkaan aikatasossa (Henttonen, Peltomäki & Uusitalo 2006, 145).

Pelkkä suhteellisen vahvistuksen termi K_P ei usein riitä kokonaan poistamaan virhettä prosessiin kohdistuvan häiriön tai referenssiarvon muutoksen yhteydessä. Tämä on näytettävissä siirtofunktioalgebran avulla. Oletetaan, että kuvan 1 mukaisessa systeemissä $H(s) = 1$ ja tutkitaan järjestelmän käyttäytymistä, kun herätteenä on ainoastaan $R(s) = 1/s$ eli askelmainen muutos referenssiarvossa. Määritellään silmukavahvistus $L(s) = G_C(s)G(s) = P(s)/Q(s)$, jossa $P(s)$ ja $Q(s)$ ovat Laplace-muuttujan polynomeja. Virhetermi voidaan kirjoittaa muotoon:

$$E(s) = R(s)(1 - T(s)),$$

jossa $T(s)$ on takaisinkytketyn järjestelmän kokonaissiirtofunktio, jonka voidaan osoittaa olevan tässä tapauksessa muotoa:

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{P(s)}{Q(s) + P(s)}$$

(Dorf & Bishop 2011, 274). Laplace-muunnoksen loppuarvoteoreeman mukaan jos heräte siirtofunktiolle on $R(s) = 1/s$, pätee

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} E(s)$$

(Henttonen ym. 2006, 151). Tästä seuraa, että

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} E(s) = \frac{Q(s) + P(s) - P(s)}{Q(s) + P(s)},$$

eli askelmaisen muutoksen aiheuttama virhe menee nolnaan varmasti vain, jos silmukavahvistus sisältää vähintään yhden integraattorin $1/s$. Tästä syystä pelkän P-säätimen käyttö ei monesti riitä tyydyttävään säätötulokseen, ellei prosessi itsessään sisällä integraattoria. Vastaavasti jos prosessin halutaan seuraavan tarkasti ramppimaista liikettä, tarvitaan joko säätimeen tai itse prosessiin toinen integraattori (Dorf & Bishop 2011, 347; Terashima ym. 2012, 133).

Derivoiva termi nopeuttaa prosessia ja vähentää askelvasteen prosentuaalista ylitystä (Dorf & Bishop 2011, 505). Erosuuretta derivoiva termi antaa muutosnopeuteen perustuvan ennusteen virheen tulevasta arvosta ja sitä voidaan verrata integroivan termin eroarvon menneitä arvoja osoittavaan rooliin.

Ideaalinen derivaattori on käytännössä mahdoton toteuttaa ja sovelluksesta riippuen sen hyvät approksimaatiotkin ovat herkkiä korkeataajuiselle mitauskohinalle. Monesti käytetäänkin alipäästösuotimella varustettua versiota. Tosiasiassa derivointi oli alun perin toteutettukin negatiivisen vahvistuksen alipäästösuotimen ja yksikkövahvistuksen summana, eli siirtofunktiona

$$U_D(s) = 1 - \frac{1}{1 + sT_D} E(s) = \frac{sT_D}{1 + sT_D} E(s)$$

(Åström & Hägglund 2006, 70).

3.2 Parametrien määrittely virityskaavojen mukaan

PID-säätimen parametrit voidaan asettaa suoraan valmiista taulukoista tai kaavoista muutaman prosessista tehdyn mittauksen perusteella. Valmiita säätökaavoja erilaisille prosessimalleille ja säätötavoitteille on kehitetty lukematon määrä. Tässä työssä vertailuun on otettu viisi yksinkertaista PI- tai PID-säätökaavaa, jotka soveltuvat ensimmäisen kertaluvun järjestelmälle, jossa on mukana kuollut aika.

Yksi yleisistä alan kirjallisuudessa esiintyvistä menetelmistä on Ziegler–Nicholsin askelvastemenetelmä. Askelvastemenetelmää varten takaisinkytkemättömään prosessiin annetaan askelmainen heräte ja vasteesta katsotaan graafisesti taulukon eri säätimille osoittamat arvot. Askelvasteen oletetaan olevan likimain muotoa

$$\frac{K e^{-\theta_p s}}{T_p s + 1} \quad (4)$$

jossa K on prosessin vahvistus, $e^{-\theta_p s}$ on viivetermi Laplace-tasossa ja T_p on prosessin aikavakio. Kippo ja Tikka (2008, 142) antavat taulukossa 1 esitetyt kaavat P-, PI- ja PID-säätimien viritykselle Ziegler–Nicholsin askelvastemenetelmää varten. Parametrit perustuvat PID-säätimen kaavan 2 muotoon.

Taulukko 1 P-, PI- ja PID-säätimen virityskaavat suoraan askelvasteen perusteella viritämistä varten

Säädin	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{T_b K_1}{T_e K_2}$	-	-
PI	$0,9 \frac{T_b K_1}{T_e K_2}$	$3T_e$	-
PID	$1,2 \frac{T_b K_1}{T_e K_2}$	$2T_e$	$0,5T_e$

Taulukossa 1 T_b on askelvasteesta approksimoitu aikavakio, T_e on kuollut aika, K_1 on järjestelmään syötetyn askeleen amplitudi ja K_2 vasteen amplitudi.

Toinen klassinen Ziegler–Nichols-menetelmä on prosessin stabiiliusrajaan perustuva värähtelyrajamenetelmä. Menetelmässä negatiivisesti takaisin-kytketyn säätöpiirin säätimen termit asetetaan nolliksi lukuun ottamatta suhteellisen vahvistuksen termiä. P-osaa kasvatetaan sen jälkeen niin suureksi, että prosessi alkaa värähdellä tasaisella amplitudilla. Tästä merkitään ylös vahvistus K_U , jolla järjestelmä on stabiiliusrajalla, sekä jaksonaika T_U , jolla järjestelmä tuolloin värähtelee. Tämän jälkeen parametrit saadaan taulukosta 2.

Taulukko 2 P-, PI- ja PID-säätimen virityskaavat värähtelyrajamenetelmälle (Dorf & Bishop 2011, 510)

Säädin	K_P	K_I	K_D
P	$0,5K_U$	-	-
PI	$0,45K_U$	$\frac{0,54K_U}{T_U}$	-
PID	$0,6K_U$	$\frac{1,2K_U}{T_U}$	$\frac{0,6K_U T_U}{8}$

Askelvaste- ja värähtelyrajamenetelmien lisäksi on laadittu erilaisille prosessimalleille optimoituja virityskaavoja. Skogestadin PI-säätimelle kehitämä, Internal Model Control -periaatteeseen tukeutuva viritysmenetelmä on viipeellistä, ensimmäisen kertaluvun prosessimallia varten. Kaavan 4 notaatiota mukailien saadaan PI-säätimen vahvistukseksi ja integrointiajaksi:

$$K_p = \frac{T_p}{K(T_c + \theta_p)} \quad (5)$$

$$T_I = \min(T_p, k(T_c + \theta_p)),$$

jossa T_c on säädetyin järjestelmän tavoiteltu aikavakio. Pieni k on vapaa parametri, jolla vaikutetaan prosessin kuormitushäiriöherkkyyteen. Oletuksena arvo on neljä. Pienennettäessä k :n arvoa askelvasteen prosentuaalinen ylitys kasvaa mutta häiriökompensointi nopeutuu. (Henttonen 2013.)

Åström ja Hägglund (2006, 228) esittävät AMIGO-säännöissään (Approximate M Constrained Integral Gain Optimization) seuraavia kertoimia PI-säätimelle:

$$K_p = \frac{0,15}{K} + \left(0,35 - \frac{\theta_p T_p}{(\theta_p + T_p)^2}\right) \left(\frac{T_p}{K\theta_p}\right)$$

$$T_I = 0,35\theta_p + \frac{13\theta_p T_p^2}{T_p^2 + 12\theta_p T_p + 7\theta_p^2}$$

PID-säätimelle ehdotetut kertoimet ovat:

$$K_p = \frac{1}{K} \left(0,2 + 0,45 \frac{T_p}{\theta_p}\right)$$

$$T_I = \frac{0,4\theta_p + 0,8T_p}{\theta_p + 0,1T_p} \theta_p$$

$$T_D = \frac{0,5\theta_p T_p}{0,3\theta_p + T_p}.$$

AMIGO-säännöt perustuvat robustia säätöä käsittelevän säätöteorian herkkyysfunktioihin liittyviin M-rajoituksiin ja näiden rajoitusten puitteisissa saavutettavaan integrointitermin maksimointiin. Integrointitermin maksimoinnilla järjestelmälle pyritään takaamaan hyvä kuormitushäiriönvaimennus. (Åström & Hägglund 2006, 207, 217)

3.3 Muita parametrien määrittelymenetelmiä

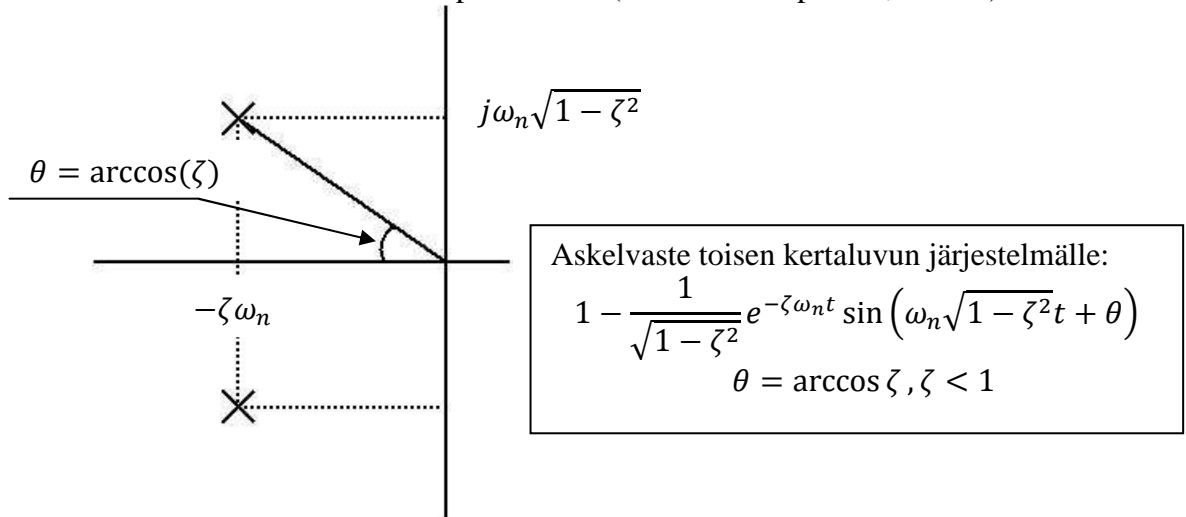
3.3.1 Napojen vaikutus vasteeseen

Analyttisempi tapa säätimen viritykseen on tutkia säätimen vaikutusta kokonaisjärjestelmän siirtofunktioon. Siirtofunktion napojen eli nimittäjäpolynomin nollakohtien asettelulla voidaan vaikuttaa suoraan askelvasteen nousuaikaan, prosessin värähtelyyn ja moneen muuhun prosessin suorituskykyä kuvaavaan asiaan (Dorf & Bishop 2011, 343).

Toisen kertaluvun dynamiikkaa kuvataan Laplace-muunnetulla rationaali-esityksellä

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

jonka ω_n ja ζ termien avulla voidaan johtaa kaavat muun muassa järjestelmän askelvasteen prosentuaaliselle ylitykselle ja asettumisajalle. Jos $\zeta < 1$, järjestelmällä on kompleksinen juuripari ja vasteessa esiintyy värähtelyä. Tällöin järjestelmän käyttäytymisestä voidaan suoraan tehdä silmämääräinen arvio kuvan 6 perusteella. (Dorf & Bishop 2011, 84–86.)



Kuva 6 Alivaimennetun toisen kertaluvun järjestelmän navat s-tasossa.

Säädetyt ensimmäisen kertaluvun järjestelmät ovat monesti kokonaissiirtofunktioltaan toista kertalukua, joten toisen kertaluvun dynamiikka tulee vastaan ensimmäisen kertaluvun järjestelmienkin kanssa. Jos siirtofunktiolla on useampia nappoja Laplace-tasolla, dominoiviksi nappoiksi kutsutaan niitä nappoja, jotka ovat lähimpänä imaginaariakselia. Reaaliosasta on suoraan laskettavissa kyseisen navan tai kompleksisen napaparin aikavakio $1/(\zeta\omega_n) = \tau$ ja näin havaitaan, että vasteeseen vaikuttavat suurimmin ne navat, joiden reaaliosa on pieni.

Jos prosessin vasteille on asetettu tiukkoja vaatimuksia, on säätösuunnittelussa syytä ottaa huomioon myös kokonaisprosessin siirtofunktion mahdolliset nollat eli osoittajapolynomin nollakohdat. Jos siirtofunktion nollat sijaitsevat Laplace-tasolla huomattavasti kauempana imaginaariakselista kuin järjestelmän navat, eivät nollat juuri vaikuta vasteeseen. Sen sijaan jos nollat sijaitsevat lähellä dominoivia nappoja, niillä on merkittävä vaikutus prosessin vasteisiin.

Reaaliosaltaan negatiivisia nollija kutsutaan minimivaiheisiksi nolliksi joutuessa niiden vaikutuksesta taajuusvasteeseen. Ollessaan lähellä imaginaariakselia dominoiviin nappoihin nähden minimivaiheiset nollat aiheuttavat ylitystä askelvasteeseen mutta eivät varsinaista värähtelyä kompleksinapojen tapaan. Ei-minimivaiheiset nollat sen sijaan aiheuttavat vasteen lähtemisen aluksi väärään suuntaan ja vaikeuttavat järjestelmän ohjausta (Glad & Ljung 2000, 173).

3.3.2 Säätimen parametrien valinta

Kaava 3 voidaan kirjoittaa muotoon

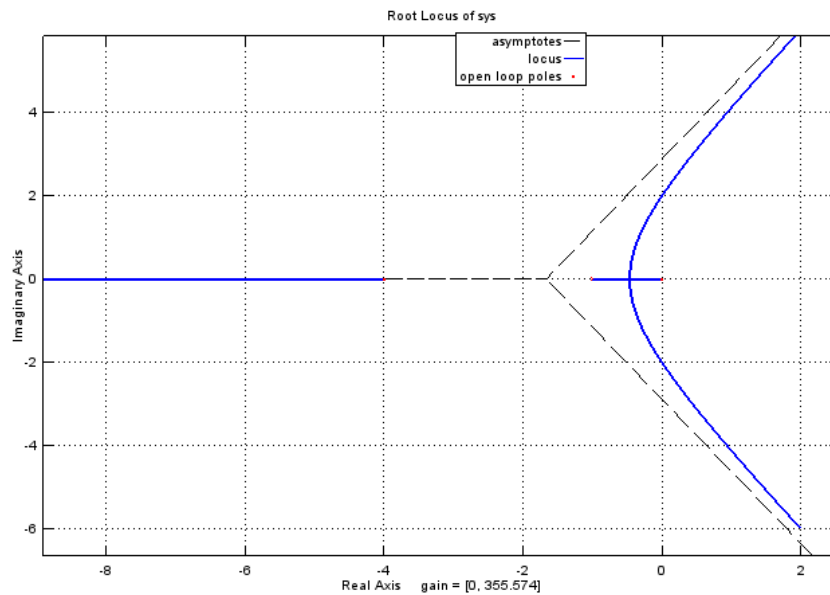
$$G_C(s) = \frac{K_P s + K_I + K_D s^2}{s}$$

$$G_C(s) = \frac{(s - z_1)(s - z_2)}{s}, \quad (6)$$

jossa $z_1 = -\frac{K_P}{2K_D} + \frac{\sqrt{K_P^2 - 4K_D K_I}}{2K_D}$ ja $z_2 = -\frac{K_P}{2K_D} - \frac{\sqrt{K_P^2 - 4K_D K_I}}{2K_D}$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavan perusteella. Yhtälöstä 6 nähdään, että PID-säädin mahdollistaa kaksi vapaasti valittavaa nollaa s-tasolle ja jatkuvuustilan virheen poistavan integraattorin. Vastaavalla tarkastelulla pelkkä PD-säädin antaa yhden nollan ja PI-säädin antaa yhden nollan ja integraattorin yhtälön 7 mukaisesti.

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \frac{s + \frac{K_I}{K_P}}{s}. \quad (7)$$

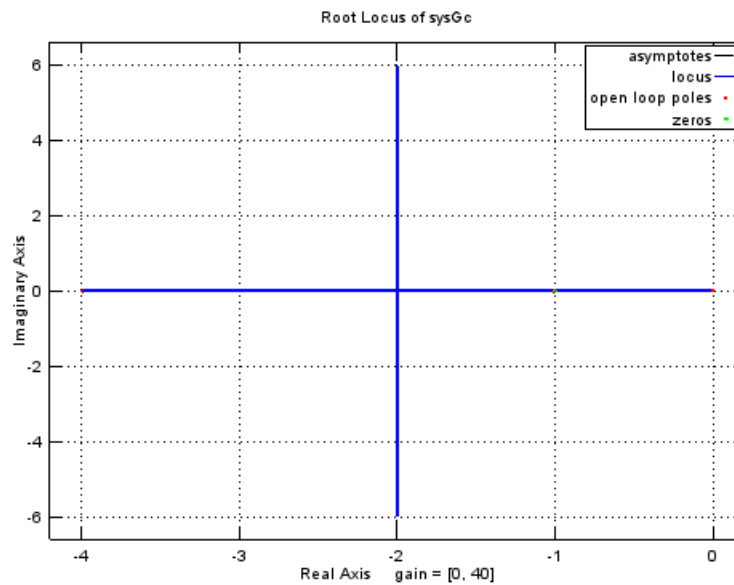
Yksi säätösuunnittelussa käytettävistä työkaluista on juuriura. Se soveltuu hyvin sellaisten järjestelmien säätösuunnitteluun, jotka eivät sisällä kuollutta aikaa. Kuolleella ajalla tarkoitetaan aikaa, jona prosessi ei reagoi säätimen antamaan ohjaukseen (Kippo & Tikka 2008, 117). Juuriuran avulla on mahdollista tutkia kokonaissysteemin karakteristisen yhtälön – eli kokonaissiirtofunktion nimittäjäpolynomin – nollakohtia, kun jokin järjestelmän parametreista muuttuu. Kuvassa 7 on esitetty kuvitteellisen prosessin takaisinkytketyn järjestelmän juuriura, kun prosessin siirtofunktio on $\frac{1}{s(s+1)(s+4)}$ ja prosessia ohjataan pelkällä K_P -säätimellä.



Kuva 7 Esimerkkiprosessin juuriura.

Kokonaissysteemin karakteristinen yhtälö on $1 + \frac{K_P}{s(s+1)(s+4)} = 0$, eli juuriuran jokaisen pisteen on täytettävä kyseinen ehto. Kuvasta 7 nähdään myös, että systeemi ei pysy stabiilina mielivaltaisella vahvistuksen K_P arvolla, vaan kompleksinen juuripari siirtyy oikeaan puolitasoon, kun vahvistus on $K_P > 20$. Vahvistuksen arvo, jolla systeemi on marginaalisesti stabiili, eli navat ovat imaginaariakselilla, saadaan, kun valitaan kuvaajan perusteella navaksi $s = 2j$ ja käytetään yhtäsuuruusvaatimusta $K_P = |s||s + 1||s + 4|$.

Nollia sisältävä säädin vaikuttaa järjestelmän juuriuraan ja siten järjestelmän siirtofunktiota muokkaamalla saadaan juuriura haluttuun muotoon. Kuvassa 8 on edellä mainitun esimerkkiprosessin juuriura, kun säätimeksi on valittu PD-säädin ja säätimen nolla on asetettu kohtaan $s = -1$. Lisäystä nollassa johtuen juuriuran asymptootit eivät karkaa epästabiilille puolelle ja kuvaajasta nähdään, että kaikilla vahvistuksen arvoilla järjestelmä pysyy stabiilina.



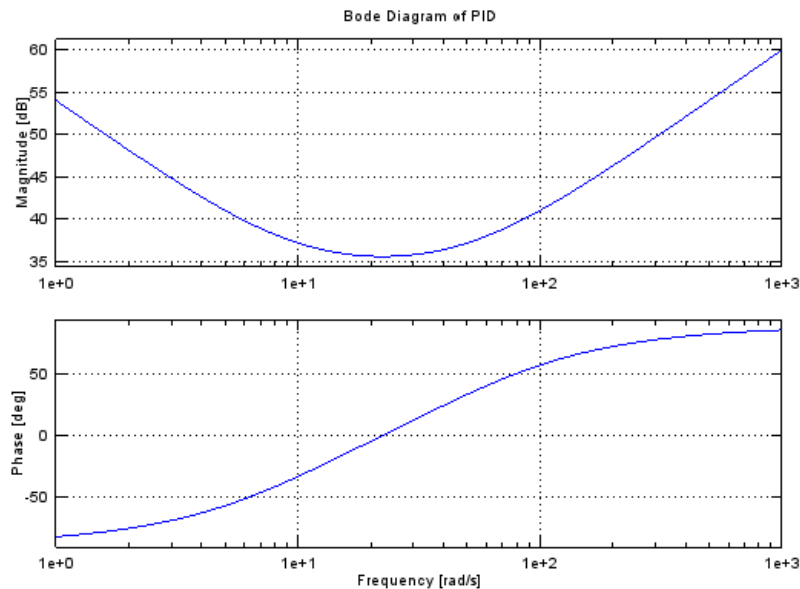
Kuva 8 Säädetyin prosessin juuriura.

Rajoitukset juuriuran käytössä viipeellisten prosessien yhteydessä johtuvat siirtofunktion viivetermistä e^{-sT} , jossa T on kuollut aika. Eksponenttifunktio aiheuttaa s -tasolle teoriassa äärettömän määrän napoja, jotka riittävällä vahvistuksen arvolla siirtyvät aina oikeaan puolitasoon. Jos juuriuraa halutaan kuitenkin käyttää viipeellisten järjestelmien säätösuunnittelussa, voidaan viivettä käsitellä Padé-approksimaation kautta.

Padé-approksimaatiossa McLaurinin sarjan avulla funktio e^{-sT} laajennetaan sarjaksi $1 - sT + \frac{(sT)^2}{2!} - \frac{(sT)^3}{3!} + \frac{(sT)^4}{4!} - \dots$, joka asetetaan yhtä suureksi rationaalifunktion $\frac{n_1s+n_0}{d_1s+d_0}$ sarjakehitelmän $\frac{n_0}{d_0} + \left(\frac{d_0n_1-n_0d_1}{d_0^2}\right)s + \left(\frac{d_1^2n_0}{d_0^3} - \frac{d_1n_1}{d_0^2}\right)s^2 + \dots$ kanssa. Riippuen siitä, kuinka tarkka approksimaatio halutaan, valitaan vastaava määrä kertoimia sarjasta ja asetetaan ne yh-

tä suuriksi. Ensimmäisen kertaluvun Padé-approksimaatio on siis $e^{-sT} \approx \frac{-\frac{T}{2}s+1}{\frac{T}{2}s+1}$. (Dorf & Bishop 2011, 695.)

Säädintä voidaan myös tarkastella Boden diagrammin avulla, jos eri taajuusalueiden hallinta on tärkeä osa suunnittelua. Boden diagrammista on myös helppo tarkastaa stabiilin järjestelmän vaihe- ja vahvistusvarat. Kuvassa 9 on esitetty PID-säädin, jonka siirtofunktio on $\frac{(s+10)(s+50)}{s}$.

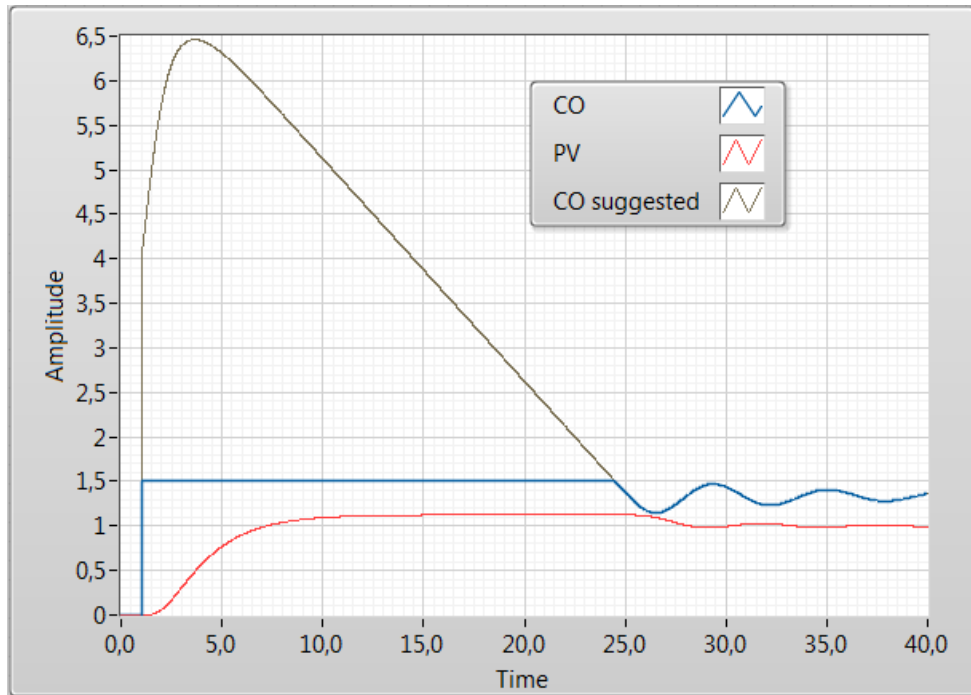


Kuva 9 PID-säätimen Bode-diagrammi.

Diagrammista nähdään PID-säätimen toimivan taajuustasolla eräänlaisena kaistanestosuotimena. Suuri vahvistus korkeilla taajuuksilla voidaan kompensoida lisäämällä derivoivaan elimeen alipäästösuodatin, joka estää korkeataajuuden mittauskohinan vahvistumisen säätöpiirissä.

3.4 PID-säätimen eri versiot

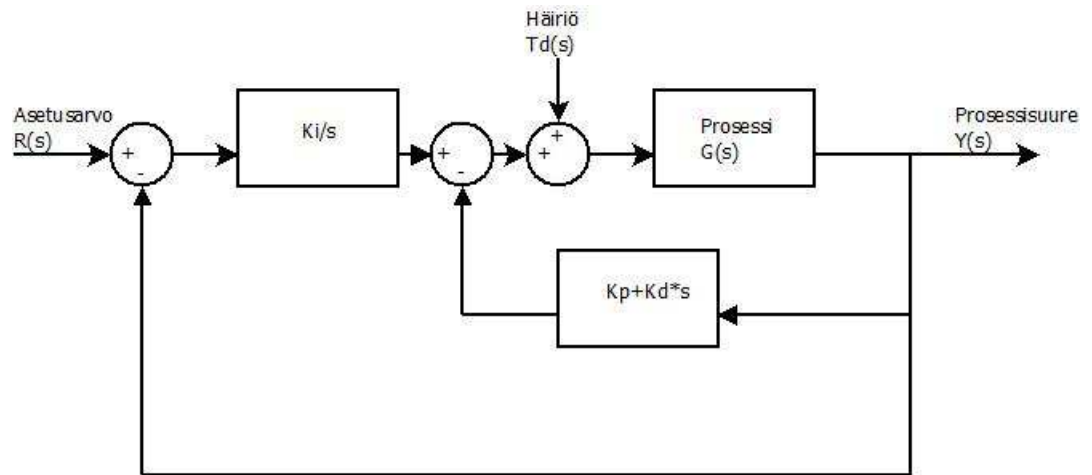
Käytännön PID-säätimissä on usein erilaisia modifikaatioita, jotka laajentavat säätimen käyttömahdollisuuksia. Yksi tärkeimmistä lisäominaisuuksista on niin kutsuttu integroinnin anti-windup. PID-säätimen integrointitermi vaaditaan takaamaan ei-integroivalle prosessille jatkuvuustilan virheen poistuminen. On kuitenkin huomioitava, että todellisissa prosesseissa ohjaussignaalit ovat aina rajoitettuja. Tämä voi tuottaa ongelmia integroivan termin kasvaessa siitä huolimatta, että toimilaitte on ns. saturaatio-tilassa eli ääriasennossaan. Jos prosessisuure ajautuu kauas asetusarvosta eikä integrointitermissä ole huomioitu wind-up-ilmion estämistä, on mahdollista, että prosessin hallinta menetetään integrointitermin korjautuessa vähitellen ennalleen. Kuvassa 10 on esitetty wind-up ilmiö toimilaitteen saturaoituessa.



Kuva 10 Esimerkki windup-ilmiöstä.

Kuvassa 10 on ajanhetkellä 1 muutettu asetuservoa askelmaisesti nolasta arvoon yksi. Mustalla värillä on esitetty säätimen ehdottama ohjausarvo ja sinisellä on esitetty prosessia ohjaavan toimilaitteen toteuttama ohjausarvo, jonka maksimiarvo on 1,5. Vaikka toimilaitte on saturaatiotilassa, säädin ei tätä havaitse, ja integrointitermi pääsee kasvamaan suhteettoman suureksi. Vaikka prosessisuure saavuttaa tavoitearvon varsin nopeasti, integroinnin purkaminen kestää kauan ja tänä aikana prosessin ohjattavuus menetetään.

Kaavan 6 PID-säädin aiheuttaa kokonaissiirtofunktioon kaksi nollaa, joiden vaikutus voi olla vasteen kannalta haitallinen (Dorf & Bishop 2011, 339). Tämä voidaan välttää sijoittamalla termit K_p ja $K_D s$ takaisinkyntähaaraan kuvan 11 mukaisesti. Kun prosessin siirtofunktio on $P(s)/Q(s)$ tulee suljetun systeemin kokonaissiirtofunktioksi $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_I P(s)}{sQ(s) + (K_D s^2 + K_P s + K_I)P(s)}$, eikä säätimestä tule järjestelmään nollia.



Kuva 11 PID-säätimen variaatio, kun säätimestä ei haluta nollia kokonaissiirtofunktion.

Kaavojen 1 ja 2 lisäksi PID-säätimellä on kolmas yleisesti käytössä oleva muoto, niin kutsuttu sarjamuoto.

$$K \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) (1 + sT_d)$$

Sarjamuodon suosiolle on olemassa historiallisia syitä kuten se, että vanhan ajan pneumaattiset säätöpiirit olivat helpompia toteuttaa tässä muodossa. Monet valmistajat ovatkin pitäneet sarjamuodon mukana omissa tuotteissaan. Sarjamuodosta on mahdollista johtaa kaavat kaavojen 1 ja 2 muotojen kertoimille, joten suunnittelun kannalta ei ole merkityksellistä, vaikka yksittäisen komponentin sisäänrakennettu säädin olisikin sarjamuodossa. (Åström & Hägglund 2006, 70–71.)

Puhtaasti säätöteoriaan painottuvissa teoksissa jätetään usein mainitsematta lukuisia PID-säätimeen liittyviä ominaisuuksia ja lisäparametreja, jotka löytyvät suurimmasta osasta käytännön säätöratkaisuja. Näitä ovat muun muassa toimilaitteen saturoitumisen huomioiminen, säätimen ns. bias-termi ja derivoinnin suodatus. Osa näistä, kuten integrointitermin purku toimilaitteen saturoituessa, on ollut laitevalmistajien omia ammattisalaisuuksia ja on ymmärrettävää, että niitä ei ole haluttu saattaa yleisen tietoon (Åström & Hägglund 2006, 77).

3.5 Säätö ja prosessin stabiilius

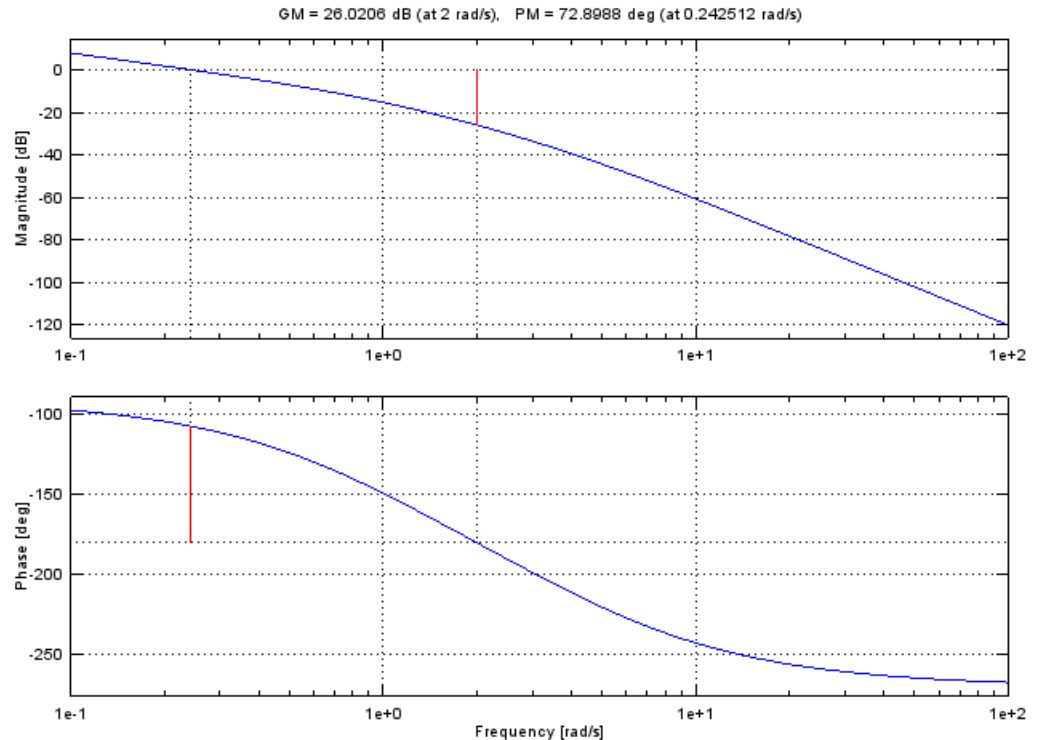
Yksi säädön tehtävistä on yksinkertaisesti epästabiliin prosessin stabilointi. Siirtofunktioita käsiteltäessä stabiilius tarkoittaa jatkuva-aikaisessa tapauksessa sitä, että kaikki järjestelmän navat sijaitsevat s -tason vasemmassa puolitasossa. Laplace-käänteismuunnoksen avulla on osoitettavissa, että jos yksikin siirtofunktion napa sijaitsee s -tason oikeassa puolitasossa, prosessi on epästabili ja sen vaste ei lähesty mitään määrättyä arvoa (Henttonen ym. 2006, 148–149).

Luonnostaan epästabiili prosessi on mahdollista stabiloida säätimen avulla. Juuriuran avulla on mahdollista nähdä, millä valitun parametrin arvoilla alun perin epästabiilin systeemin navat liikkuvat takaisin vasempaan puolitason. Juuriuran avulla on myös mahdollista tutkia, millä vahvistuksen arvolla järjestelmän karakteristisen yhtälön nollat siirtyvät oikeaan puolitason, joko graafisesti tietokoneohjelman avulla tai analyttisemmin käyttämällä Routhin kaaviota (Dorf & Bishop 2011, 414–415).

Boden diagrammi mahdollistaa stabiiliuden tarkastelun järjestelmän vahvistus- ja vaihevaraan perustuen. Järjestelmän vaihevaralla tarkoitetaan sitä vaiheensiirron määrää, joka avoimen systeemin siirtofunktion logaritmisesta magnitudin ollessa nolla sallitaan ennen kuin vaihekäyrä leikkaa -180° :een kohdan Boden diagrammilla. Tällöin suljettu järjestelmä on marginaalisesti stabiili. Vahvistusvaralla tarkoitetaan sitä vahvistuksen määrää, joka sallitaan ennen kuin vahvistus -180° :een kohdalla nousee logaritmiselta magnitudiltaan nolleen avoimen silmukan Boden diagrammilla. Tällöin suljettu järjestelmä on taas marginaalisesti stabiili. (Dorf & Bishop 2011, 677–678.)

Jos vaihe- ja vahvistusvarat luetaan pelkän prosessin taajuusvasteesta, tarkastellaan tällöin tilannetta, jossa prosessia säädetään pelkällä P-säätimellä. Säätimen napojen ja nollien asetelulla voidaan vaikuttaa taajuusvasteen muotoon ja sillä on mahdollista tehdä säätösuunnittelu manipuloimalla Boden diagrammia säätimen avulla. Tällöin säätösuunnittelun tarkoituksena voi olla riittävien vahvistus- ja vaihevarojen saavuttaminen järjestelmän robustiuden takaamiseksi.

Kuvassa 12 on havainnollistettu systeemin $\frac{1}{s(s+1)(s+4)}$ vahvistus- ja vaihevarojen tarkistaminen Boden diagrammilla.



Kuva 12 Esimerkkiprosessin vahvistus- ja vaihevara. GM (gain margin) tarkoittaa vahvistusvaraa ja PM (phase margin) vaihevaraa.

Taajuustason vaihe- ja vahvistusvaraan perustuvat viritykset ovat erityisen käytännöllisiä tarkasteltaessa viipeellisiä prosesseja. Kuollut aika voidaan esittää Laplace-muunnoksen avulla kompleksilukuna e^{-Ts} , jossa T on kuollut aika. Tekemällä muunnos $s = j\omega$ ja tarkastelemalla viivetermin magnitudia ja vaiheensiirtoa huomataan, että $|e^{-T\omega j}| = 1$ ja $\arg\{e^{-T\omega j}\} = -T\omega$. Viivetermin aiheuttama vaihesiirto on siis suoraan verrannollinen kulmataajuuteen.

4 MALLIN MUODOSTAMINEN

4.1 Mallinnuksessa käytettäviä määritelmiä

Työtä varten esimerkiprosessista täytyi muodostaa ensin matemaattinen malli. Stirling-moottoriin liittyvä dynamiikka on varsin monimutkaista, ja malli päätettiin muodostaa mittausdataan perustuen. Jotta pystytään käyttämään perinteistä lineaarista säätöteoriaa prosessin säätämiseen, muodostettavaan malliin sisältyy rajoitteita.

Siirtofunktio-laskenta on suunniteltu lineaarisille järjestelmille. Linearisella järjestelmällä tarkoitetaan järjestelmää, jonka differentiaaliyhtälöesityksessä tuntematon funktio ja sen derivaatat ovat ensimmäistä astetta (Henttonen ym. 2006, 96). Todelliset prosessit ovat harvoin lineaarisia mutta

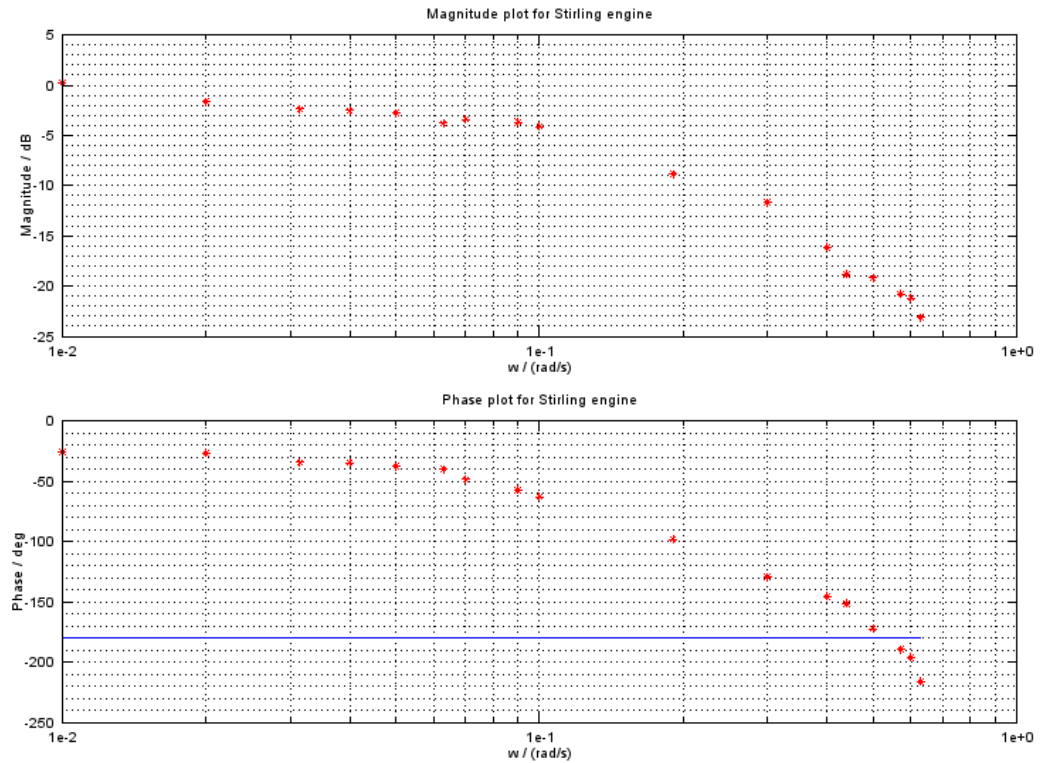
tiettyjen toimintapisteiden läheisyydessä niitä voidaan kuvata lineaarisilla malleilla.

Työssä prosessia lähdettiin mallintamaan ensisijaisesti lineaarisena, yhden aikavakion järjestelmänä, jossa on mukana kuollut aika. Mallin valinta vaikuttaa myös suljetun järjestelmän napojen sijoitteluun ja siihen, minkälainen säädin riittää tuottamaan halutun lopputuloksen. Mallintamisessa käytettiin kahta yleisesti käytössä olevaa menetelmää: taajuusvasteen avulla mallintamista ja askelvasteeseen perustuvaa mallintamista. Testauksia tehtiin erikseen molempien mallien antamille siirtofunktioille ja näin eri mallinnusprosessien antamia tuloksia voitiin verrata.

4.2 Mallin muodostaminen taajuusvasteen avulla

Taajuusvasteeseen perustuvassa mallintamisessa prosessiin annetaan sini-
muotoinen heräte eri taajuuksilla ja mitataan prosessin lähdöstä vasteen amplitudi ja vaihe. Näiden perusteella järjestelmän malli voidaan muodostaa yksinkertaisissa tapauksissa jo pelkästään silmämääräisesti Boden diagrammin murtoviiva-approksimaatioiden perusteella. Vaikeamminkin hahmotettavissa järjestelmissä järjestelmän stabiiliusrajat voidaan määrittää pienellä vaivalla graafisesti.

Prosessiin syötettiin herätteeksi siniaaltoa usealla eri taajuudella ja niiden antamat vasteet mitattiin taajuusvasteeseen perustuvan mallin muodostamiseksi. Kuvassa 13 näkyvät mitattujen vasteiden perusteella piirretyt logaritminen vahvistus ja vaiheensiirtokulma kulmataajuuden funktiona. Yleisen tavan mukaisesti kulmataajuuden asteikko on logaritminen.

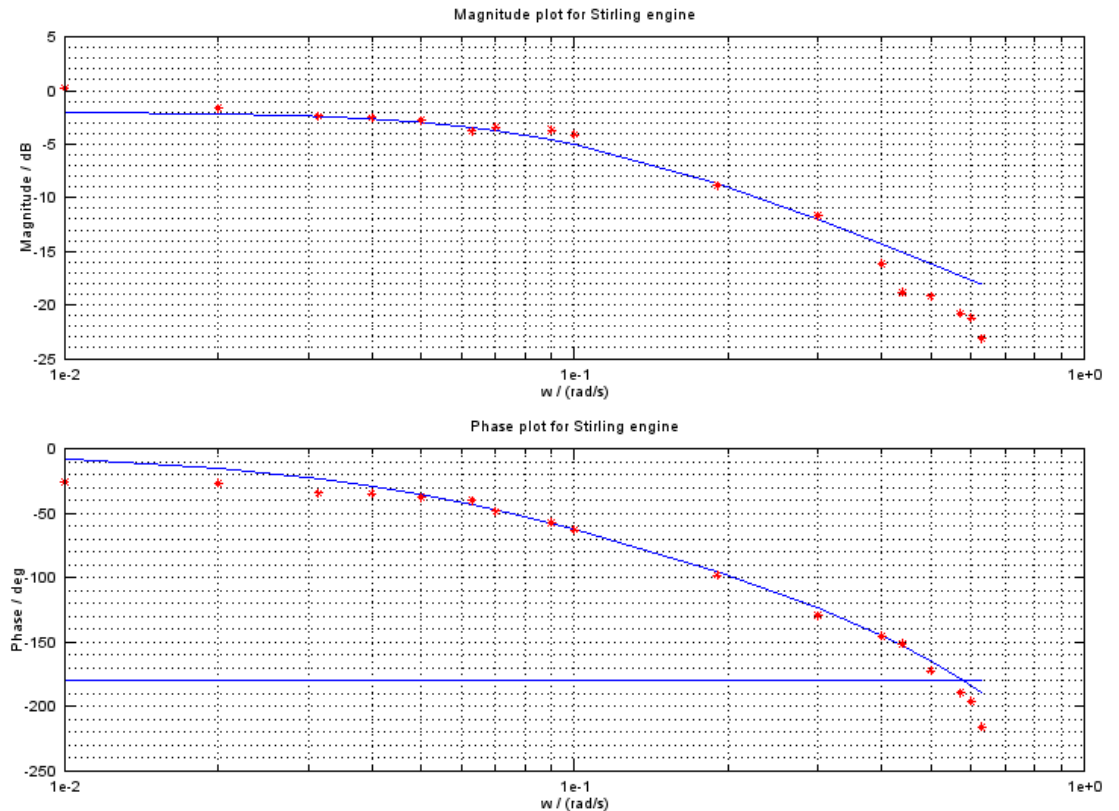


Kuva 13 Testiprosessista mitatut vahvistus ja vaiheensiirto. Punaiset pisteet indikoivat mittaustaajuuksia. Alempaan kuvaajaan on piirretty apuviiva -180 asteen kohdalle.

Taajuusvasteen perusteella – murtoviiva-approksimaatioita käyttäen – järjestelmän siirtofunktion arvioitiin olevan

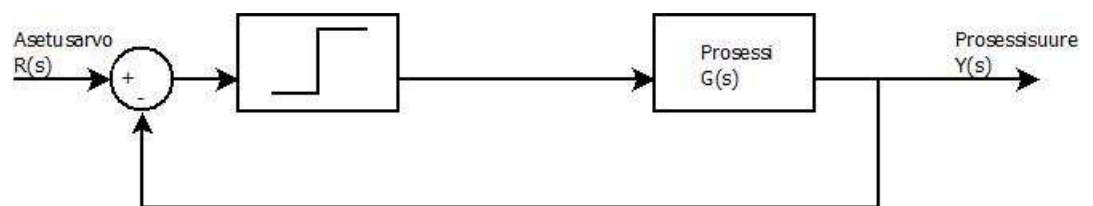
$$G(s) = \frac{0.794e^{-3s}}{10s + 1}.$$

Kuvassa 14 on piirretty mitatun taajuusvasteen kanssa samaan kuvaan arvioidun siirtofunktion magnitudi- ja vaihekuvaajat.



Kuva 14 Taajuusvaste ja siitä johdettu siirtofunktio.

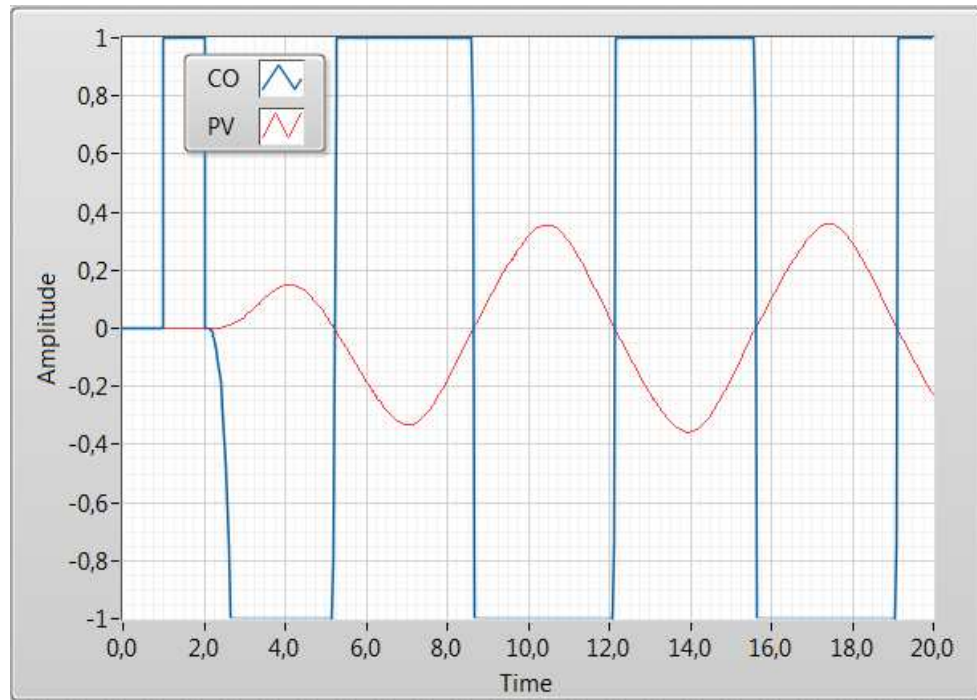
Åström ja Hägglund (2006, 52–53) tarjoavat vaihtoehtoisen ratkaisun staabiiliusrajojen määrittelylle. Relevärähtelymenetelmässä prosessia säädetään erittäin suuren vahvistuksen P-säätimellä, jolla on rajoitettu lähtö, jolloin säätimen ohjaus muistuttaa releen toimintaa. Ideana on saada nopeasti selville Ziegler–Nicholsin värähtelyrajamenetelmää varten tarvittavat parametrit. Kuvassa 15 on mittausjärjestelyn lohkokkaavio.



Kuva 15 Relevärähtelyä varten toteutettu negatiivinen takaisinkytkentä.

Relevärähtelymenetelmän hyvä puoli on siinä, että sen antaman kuvaajan perusteella on mahdollista suoraan laskea takaisinkytketyn järjestelmän vahvistusvara ja määrittää Ziegler–Nicholsin värähtelyrajakaavoille tarvittavat arvot. Relevärähtelyjärjestely on myös helppo automatisoida, ja mittauksen kuluva aika on todella lyhyt verrattuna koko taajuusvasteen mittaamiseen. (Åström & Hägglund 2006, 52–53.)

Kuvassa 16 on esitetty LabVIEW:n simulointityökalun avulla mallinnettu järjestely, kun prosessin siirtofunktio on $\frac{3 e^{-s}}{(s+1)(s+0,5)(s+2\pm 2i)}$.



Kuva 16 LabVIEW:n simulointityökalulla mallinnettu relevärähtelytesti.

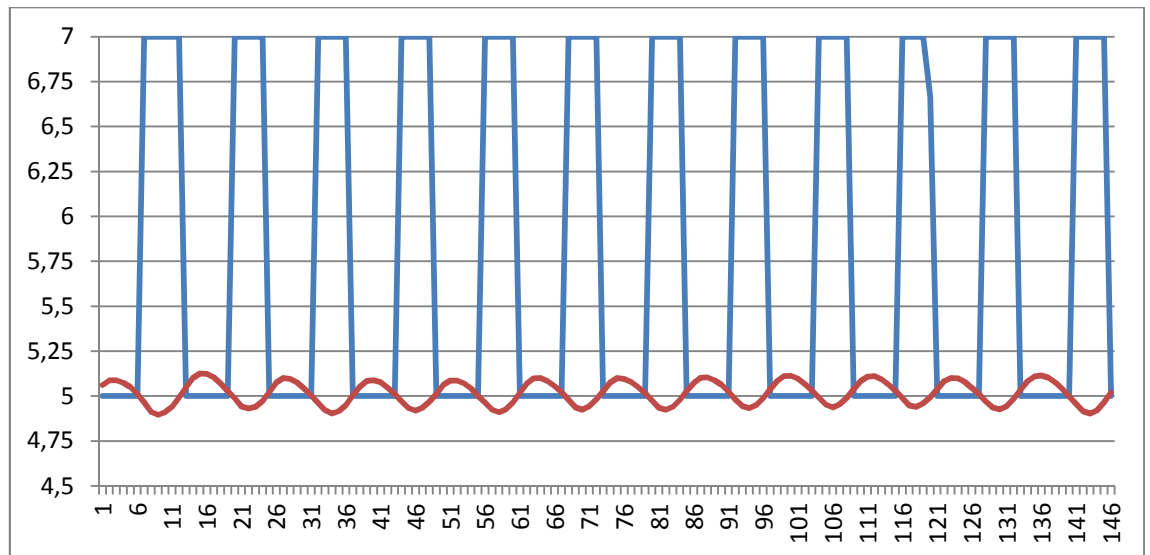
Relevärähtelyn avulla laskettu kriittinen vahvistus K_U eli vahvistus, jolla järjestelmä on marginaalisesti stabiili, saadaan kaavasta 8

$$K_{180} = \frac{\pi a}{4d} = \frac{1}{K_U}, \quad (8)$$

jossa a on prosessin vasteen amplitudi ja d on säätimen ulostulon amplitudi. Kaavan 8 mukaan kuvasta 16 arvioitu kriittinen vahvistus on noin $1/\frac{\pi \cdot 0,35}{4} \approx 3,64$.

Kriittisen vahvistuksen kaavassa on oletettu, että järjestelmä itsessään vaimentaa kantiaaltoon sisältyvät korkeammat taajuudet ja näin riittää, että verrataan kantiaallon ensimmäisen harmonisen komponentin amplitudia prosessin vasteen amplitudiin (Åström & Hägglund 2006, 53). Kantiaallon, jonka jaksonaika on 2π , Fourier-sarja on $\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)t}{2n-1}$ (James 2004, 280). Kriittinen vahvistus saadaan siis approksimoitua samaan tapaan kuin staattinen vahvistus, ainoa ero on Fourier-sarjasta poimittu ensimmäinen harmoninen komponentti.

Relevärähtelymenetelmää sovellettiin LabVIEW:n avulla Stirlingmoottorin stabiiliusrajan approksimoimiseen, ja kuvassa 17 näkyy mittauksen tulos.



Kuva 17 Relevärähtely-mittauksen kuvaaja. Säätimen ulostulo merkitty sinisellä ja prosessin mitattu vaste punaisella.

Kuvaajasta käy ilmi, että vaihe-ero on noin 180° eli mittausten menetelmä on sovellettavissa esimerkkiprosessiin. Vasteen amplitudissa näkyy pieniä heilahteluja. Ottamalla keskiarvo prosessisuureen huippuarvoista saadaan prosessisuureen vaihteluväliksi noin 0,1836. Sijoitetaan tarvittavat luvut kaavaan 8:

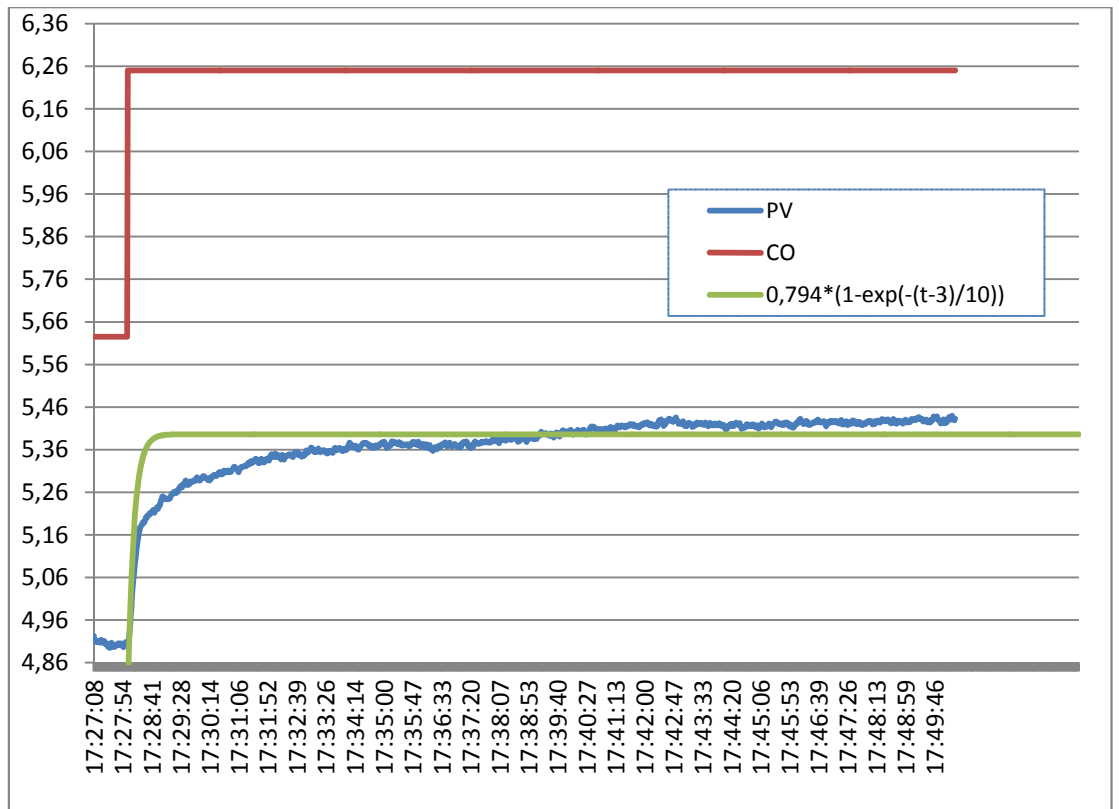
$$K_{180} = \frac{\pi 0,0918}{4} \approx 0,0721.$$

Kriittinen taajuus relevärähtelymenetelmän perusteella oli noin $\frac{\pi}{6} \approx 0,524 \frac{rad}{s}$, eli $T_U \approx 12 s$.

4.3 Mallin muodostaminen askelvasteen avulla

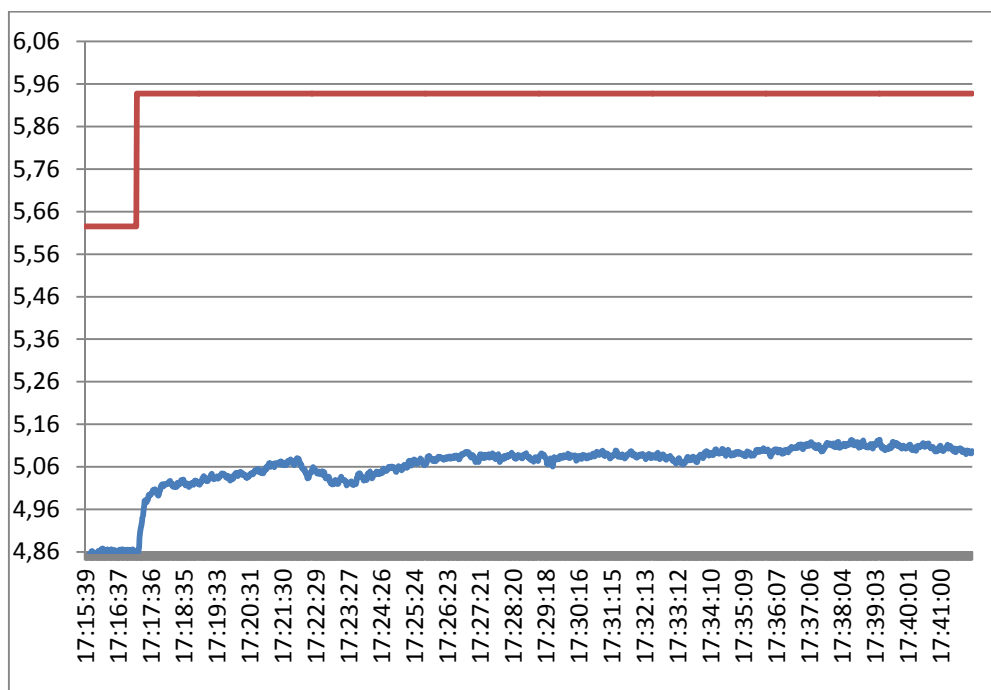
Testiprosessin mallintaminen askelvastemenetelmällä osoittautui luultua hankalammaksi. Askelvasteen alku lähti mallikkaasti klassisten mallien mukaiseen pehmeään kasvuun, mutta lepotilaan asettumisen sijasta jännite jatkoi ryömimistä pitkän aikaa alkutransientin jälkeen. Askelvasteiden muodot eivät myöskään aina olleet identtisiä; välillä vasteessa oli havaittavissa pientä värähtelyä ja välillä vaste oli hyvin monotonisesti kasvava.

Koska askelvasteoetta tehtäessä alustava malli oli jo saavutettu taajuusvasteen avulla, aloitettiin mallintaminen vertaamalla taajuusvasteesta saadun siirtofunktion askelvasteen kuvaajaa mitattuun askelvasteeseen. Kuvasta 18 käy ilmi, että vaikka taajuusvasteen antama malli ei ollut täysin harhaanjohtava, se ei myöskään täysin vastannut mitattua askelvastetta. Askelvasteen muodon perusteella järjestelmällä on vähintään kaksi aikavakiota, mutta koska vaste ei juuri värähtele, sitä voidaan approksimoida ensimmäisen kertaluvun mallilla. Ensimmäisen kertaluvun malli antaa myös hyvän vertailupohjan taajuusvasteesta saadulle mallille.



Kuva 18 Prosessin askelvaste ja taajuusvasteeseen perustuva malli.

Kuvassa 19 on esimerkki siitä, miten askelvasteen muoto muuttui, kun referenssiarvon muutos on pienempi kuin kuvassa 18.



Kuva 19 Askelvaste pienemmällä asetusrvon muutoksella.

Askelvasteen perusteella parametrit voidaan valita usealla eri tavalla. Yksi versio on laskea suoraan likimääräinen jatkuvan tilan vahvistus ja laskea

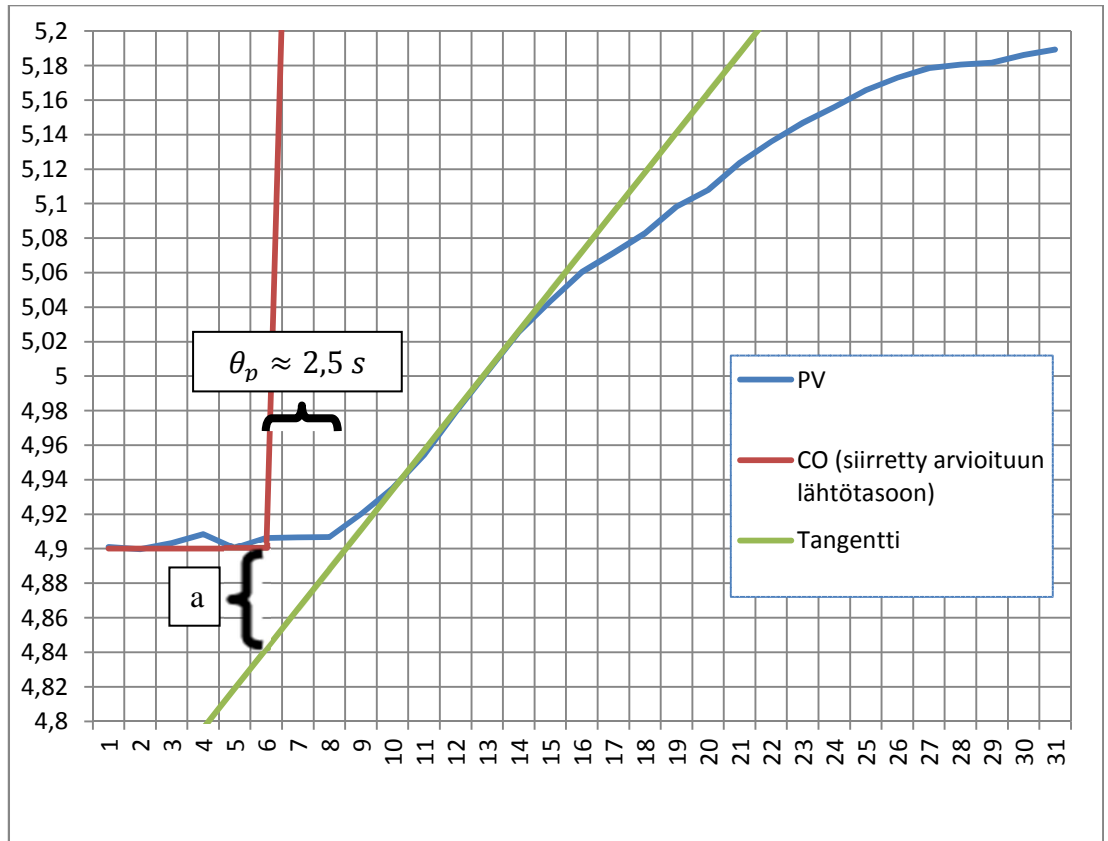
tämän perusteella kuvaajasta aikavakio. Toinen menetelmä on ns. tangenttimenetelmä, jossa vasteen jyrkimpään kohtaan piirretään tangentti, jonka avulla arvioidaan likimääräinen aikavakio ja kuollut aika. Kuollut aika saadaan tangentin ja lähtötason leikkauspisteestä. Aikavakio lasketaan kuvan 20 parametrilla a siten, että $\frac{a}{\theta_p} = \frac{K}{T_p}$.

Tangenttimenetelmän aikavakion laskenta perustuu siihen, että ensimmäisen kertaluvun mallissa kuvaajan jyrkimpään kohtaan piirretty tangentti leikkaa askelvasteen lopullisen asettumistason aikavakion kohdalla. Oletetaan askelvasteeksi $1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$, jolloin staattinen vahvistus on 1. Suurin muutosnopeus lausekkeella on ajanhetkellä $t = 0$, jolloin muutosnopeus on $1/\tau$. Koska origon läpi kulkevan tangenttisuoran yhtälö on $y(t) = \frac{1}{\tau}t$, suora saavuttaa vasteen lopputason ajanhetkellä $t = \tau$.

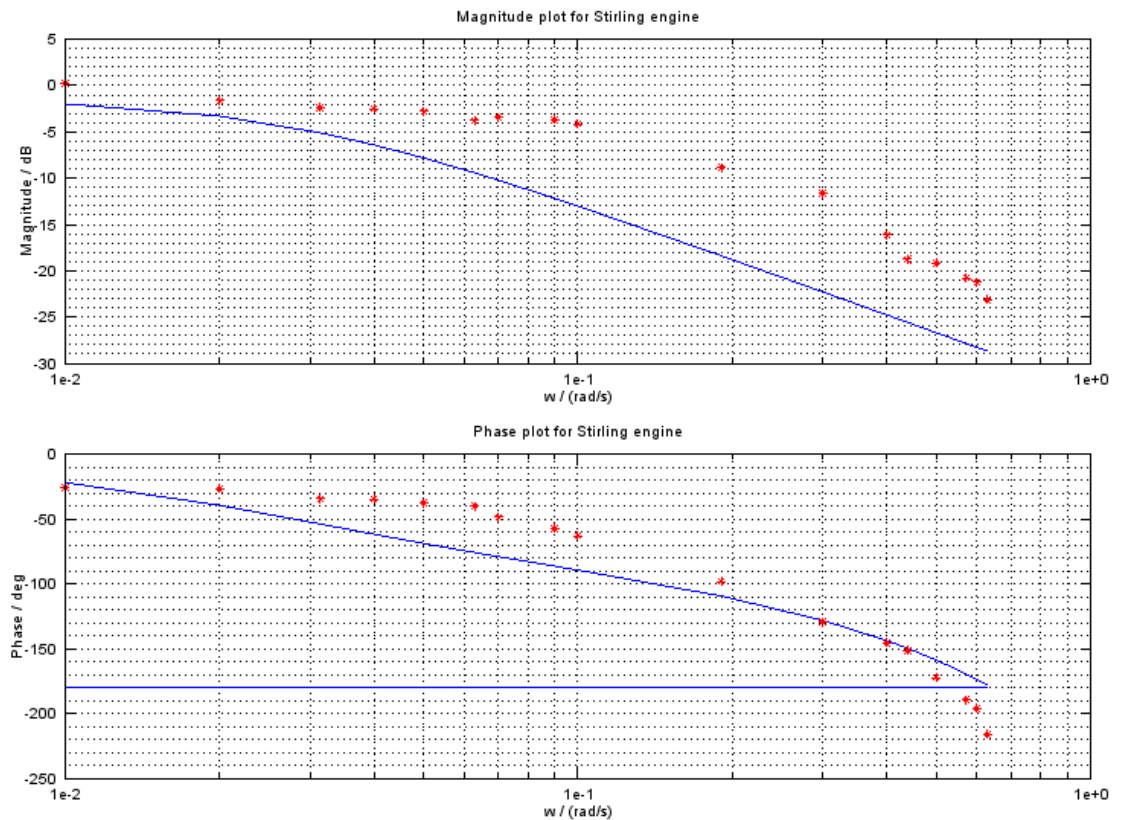
Prosessin askelvasteen loppuarvo on noin 5,43, alkuarvo on noin 4,9. Tämä antaa prosessisuureen askelen amplitudiksi noin 0,53. Asetusarvon muutos on 0,625. Tangenttimenetelmällä määritetty aikavakio on 36,6 s ja kuollut aika 2,5 s (kuva 20), eli siirtofunktioksi saadaan

$$G(s) = \frac{0,848 e^{-2,5s}}{36,6s + 1}.$$

Kuvassa 21 on esitetty sekä mitatun taajuusvasteen arvot että askelvasteen perusteella approksimoitu prosessimalli. On selvää, että askelvasteen perusteella suunniteltu säädin poikkeaa merkittävästi taajuusvasteen perusteella suunnitellusta.



Kuva 20 Tangenttimenetelmä askelvasteen parametrien määrittämiseen.



Kuva 21 Askelvasteen perusteella arvioidun mallin Boden diagrammi ja taajuusvasteen mitatut arvot.

5 SÄÄTIMEN IMPLEMENTOINTI

5.1 Säädön suunnittelussa huomioitavia asioita

Ohjelmallisesti toteutettu säädin antaa National Instrumentsin mittauskortin avulla jännitelähteelle 0–10 V:n jännitesignaalin. Testilaitteistoa on mahdollista vaurioittaa kuormittamalla vastusta liian suurella virralla. Koska laboratorion Stirling-moottorista ei ollut saatavilla ajantasaista dokumentaatiota, laitteistoa testattiin erilaisilla kuormituksilla ja virroilla.

Kokemusperäisesti havaittiin, että valitulla testikuormituksella jänniteohjetta ei ollut syytä nostaa yli 7,2 V:n. Laboratorion virtalähde antoi 7,2 V:n ohjearvolla vastukselle noin 14,2 V ja 14,1 A. Tällöin moottorin kuuman pään vastus ei alkanut hehkua liikaa, vaikka moottoria kuormitettiin suunnitellulla testikuormalla. 7,2 voltin ohjearvolla vastuksen lämmitystehoksi saatiin mitatun jännitteen ja virran perusteella noin 200 wattia. Vastuksen kiinnityslevyyn oli leimattu vastuksen maksimitehoksi 300 W ja todettiin, että 7,2 V:n maksimijänniteohjeella saavutetaan riittävä turvamarginaali.

Säätimeen tuli näin implementoida ensimmäiseksi rajat, joiden sisään virtalähteelle annettavan ohjearvon täytyi sijoittua. LabVIEW:sta löytyi suoraan saturaatiota simuloiva lohko, johon syötettiin vaaditut ylä- ja alarajat, ja lohko rajoitti lähtöarvon näiden arvojen välille. Myös vaihtaminen manuaali- ja automaattitoimintojen välillä tuli huomioida siten, että mahdolliset siirtymätransientit saatiin minimoitua. Derivoinnin suodatusta harkittiin mutta se jätettiin pois, koska prosessisuuren mittauksessa ei esiintynyt merkittävää kohinaa, joka olisi vahvistunut derivointitermissä.

Säätimen suorituskyvyn arviointiin on lukuisia eri kriteerejä. Perinteisesti suurin merkitys on ollut vasteen asettumisajalla asetusarvon muutokseen nähden. On kuitenkin syytä tiedostaa, että pelkän vasteen tarkkailu saattaa olla harhaanjohtavaa, eikä sen perusteella voida tehdä päätelmiä järjestelmän robustiudesta suhteessa prosessin parametrien muutoksiin tai mittauskohinaan. (Åström & Hägglund 2006, 128.)

Robusti säätöteoria on nykyisin oma erillinen haaransa systeemiteoriassa ja tarjoaa työkaluja muun muassa säätimen herkkyyden tutkimiseen. Opinnäytetyö haluttiin pitää kuitenkin riittävän yleistajuisena ja päätettiin pitääytyä perinteisissä, helposti omaksuttavissa suorituskykykriteereissä. Asettumisajan lisäksi toinen yleinen suorituskykyindeksi, jota päätettiin käyttää säätimien vertailussa, on ISE-indeksi (Integral of the square of the error), joka on määritelty:

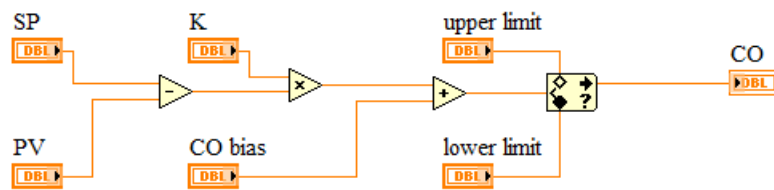
$$\int_0^T e^2(t)dt,$$

jossa T on vapaasti määriteltävä ajanhetki. Koska virhe on korotettu neliöön, yhtä suuret negatiiviset ja positiiviset poikkeamat käsitellään samalla painolla. Vertailussa ajaksi T valittiin 30 s.

5.2 PID-säädin LabVIEW:ssa

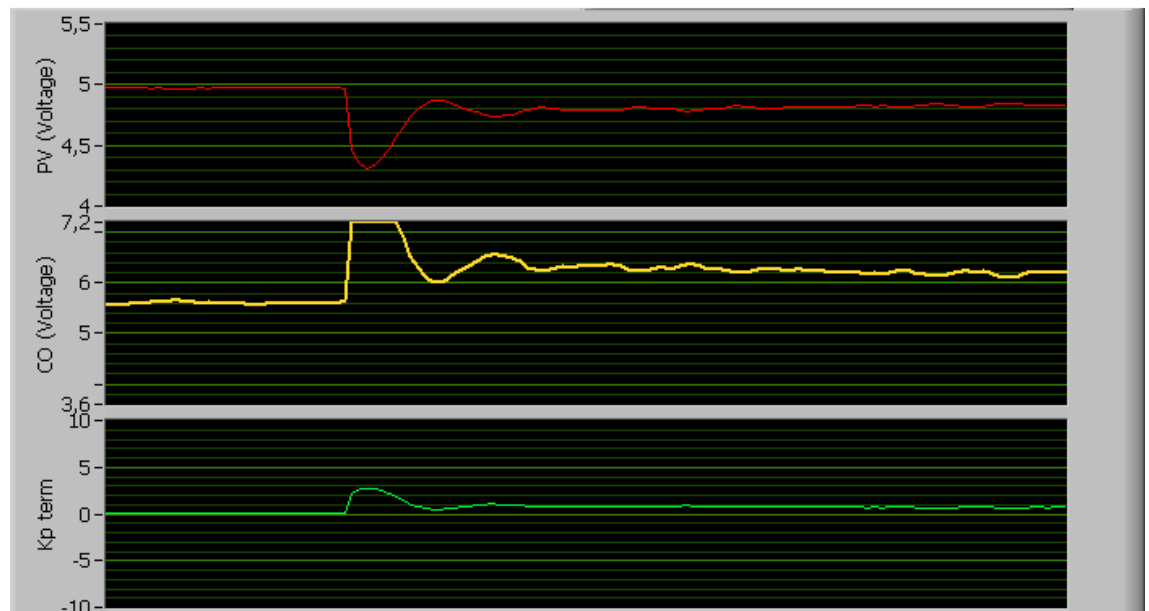
LabVIEW:ssa on lukuisia säätötekniikkaan liittyviä lisäosia ja valmiita paketteja, jotka yksinkertaistavat säätimen suunnittelua. Tarjolla on myös kattava valikoima valmiita simulointilohkoja. Työn tarkoituksena oli kuitenkin suunnitella säädin ilman liikoja apuvälineitä ja säätimen suunnittelu aloitettiin ilman valmiita lohkoja.

Säädintä lähdettiin rakentamaan pelkästä P-termistä eli suhteellisen vahvistuksen termistä. Kuvassa 22 on esitetty ensimmäinen säätölohko, jolla järjestelmän säätämistä testattiin. CO bias -termi on mukana säätövirheen pienentämiseksi, sen avulla määritellään haluttu perustaso ohjaussignaalin lähdölle ja säätimelle jää tehtäväksi ainoastaan korjaavat toimenpiteet.



Kuva 22 P-säädin LabVIEW:lla toteutettuna

Pelkällä P-säädöllä prosessi käyttäytyi odotetulla tavalla ja vasteeseen jäi aina jatkuvan tilan virhe, jos prosessi ei ollut tarkalleen CO bias -termin edellyttämässä tilassa. Kuvassa 23 näkyy prosessi aseteltuna haluttuun 5 V:n arvoon manuaaliohjauksella, tämän jälkeen ohjaus siirrettiin automaattitilaan ja prosessiin tuotiin askelmainen häiriö kytkemällä kuorma päälle.



Kuva 23 P-säätimen jättämä virhe askelmaisen häiriön jälkeen.

Koska reaaliaikainen integrointi on helpompi toteuttaa diskreetissä muodossa, säätimeen liitettävä integroiva termi implementointiin aikadiskreet-

tinä versiona käyttäen Tustinin approksimaatiota. Integroiva termi jatkuva-aikaisena siirtofunktiona on

$$\frac{I(s)}{E(s)} = \frac{K_I}{s}.$$

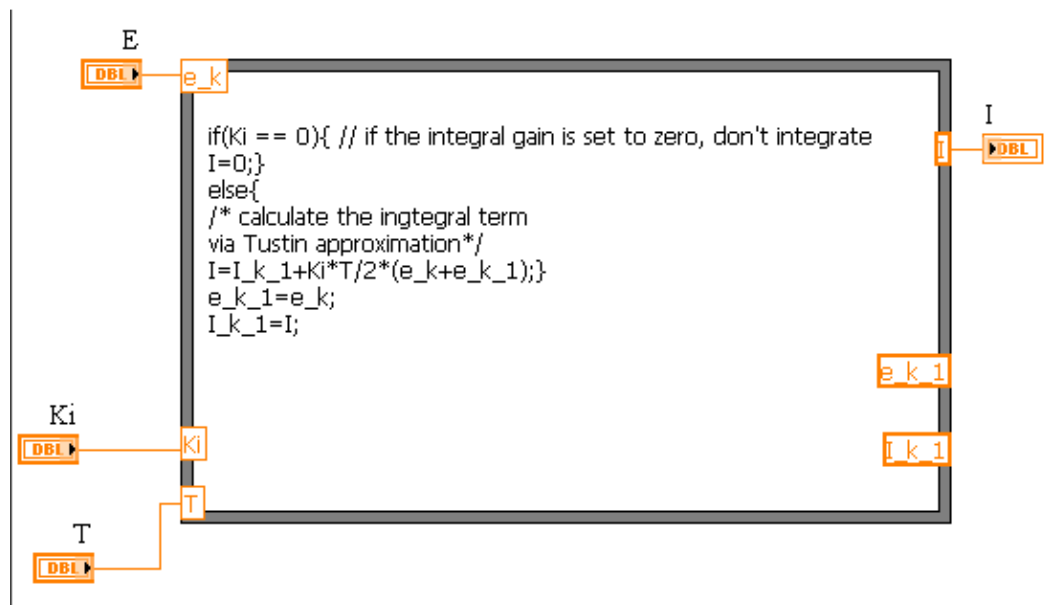
Tehdään muuttujan vaihto Tustinin approksimaatiolla, $s = \frac{2z-1}{Tz+1}$, jossa T on näytteenottoväli ja z on diskreettiaikaisissa pulssinsiirtofunktioissa käytetty operaattori. Säätimen Z -muunnettu integroiva termi on

$$I(z)(z-1) = K_I \frac{T}{2} E(z)(z+1),$$

ja muuntamalla pulssinsiirtofunktio differenssiyhtälöksi saadaan

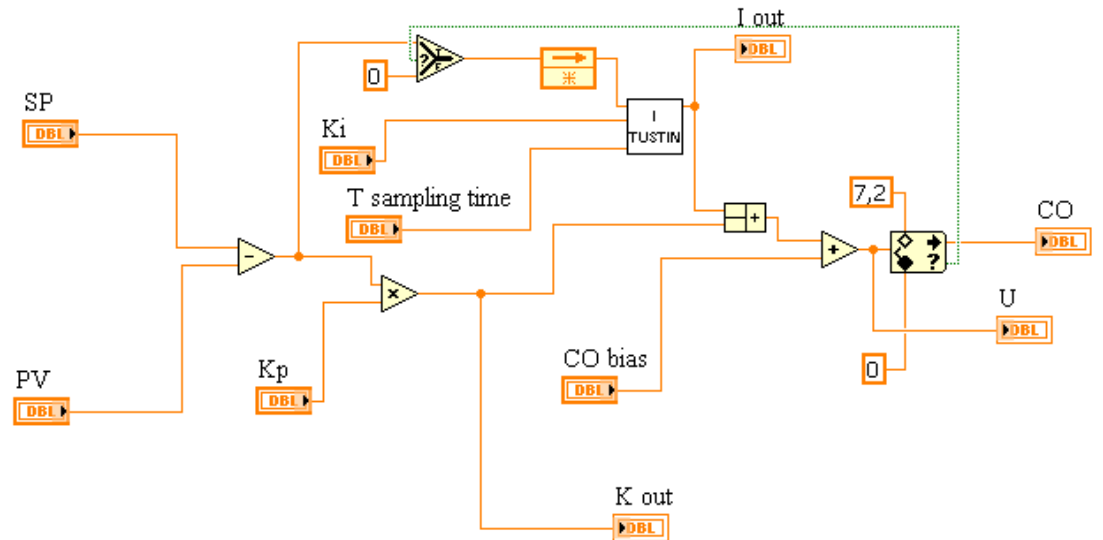
$$I(k) = I(k-1) + K_I \frac{T}{2} (E(k) + E(k-1)).$$

Tässä muodossa integroivan termin vaikutus on helppo kirjoittaa ohjelmointikielellä ja toteutus pysyy yksinkertaisena. Kun näytteenottoväli pidetään riittävän pienenä prosessin aikavakioon verrattuna, voidaan säätösuunnittelu tehdä jatkuva-aikaisena ja diskreetit approksimaatiot voidaan tulkita jatkuva-aikaisiksi (Glad & Ljung 2000, 7). Kuvassa 24 on LabVIEW:n funktiolohkon sisältö, johon on kirjoitettu integroinnin diskreetti-aikainen approksimaatio.



Kuva 24 Integroinnin toteuttaminen Tustinin approksimaatiolla.

Integroinnin anti-windup on toteutettu yksinkertaisella kytkinperiaatteella, jossa integrointi lopetetaan, jos ohjaussignaalin lähtö on saturoitunut. Kuvassa 25 on integrointitermillä varustettu säädin.



Kuva 25 PI-säädin integroinnin rajoituksella.

Ideaalista derivointia on tunnetusti mahdoton toteuttaa ja ohjelmoinnin helpottamiseksi approksimoidaan derivointitermiä diskreettinä versiona (Dorf & Bishop 2011. 1030–1031):

$$zD(z) = K_D \frac{1}{T} E(z)(z - 1)$$

$$D(k) = K_D \frac{1}{T} (E(k) - E(k - 1)).$$

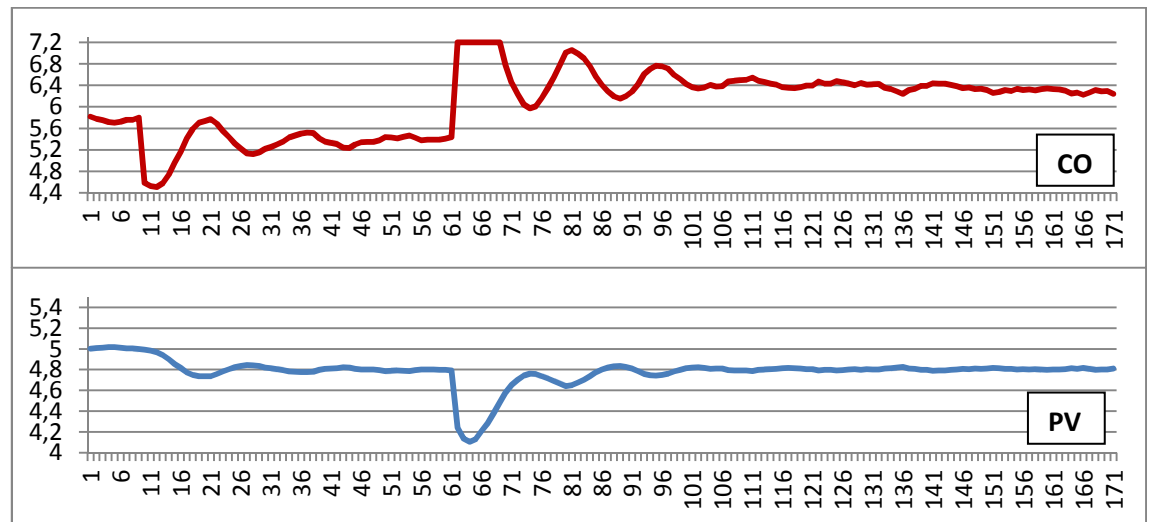
5.3 Taajuusvasteeseen perustuva viritys

Säätimen viritysmenetelmien vertailua varten on mielekästä valita joitakin säädön suunnitteluun liittyviä kriteereitä, joiden täyttymistä voidaan vertailla. Tärkeimmäksi kriteeriksi valittiin se, että asettumisajan 1 %:n arvoon asetusarvosta tulisi olla mahdollisimman nopea. Toissijaisena kriteerinä vasteen värähtelyn tulisi olla minimaalista. Suunnittelukriteerit valittiin yksinkertaisiksi, jotta vertailu eri kaavojen välillä kävisi helposti ilmi vasteista. Myös ISE-indeksit kirjattiin ylös eri vasteista, minkä avulla voitiin verrata asetusarvon muutoksen kokonaisvirheen määrää.

Kaikissa kuvaajissa on ajanhetkellä $t = 10$ s muutettu prosessin asetusarvoa 4,8 volttiin ja vasteen asettumisen jälkeen prosessiin on annettu askelmainen kuormitushäiriö. Koska säätimen lähtö jouduttiin rajoittamaan kapealle alueelle, ei stabiiliuden kanssa ollut ongelmia, pahimmillaankin järjestelmä jäi jatkuvan värähtelyn tilaan.

Menetelmien vertaus aloitettiin testaamalla kappaleessa 3.2 esitettyä Ziegler–Nicholsin värähtelyrajamenetelmää. Ensimmäisenä testattiin PI-säädintä, joka viritettiin relevärähtelymenetelmän antamien K_U - ja T_U -parametrien mukaan taulukkoa 2 käyttäen. Säätimen suhteellinen vahvis-

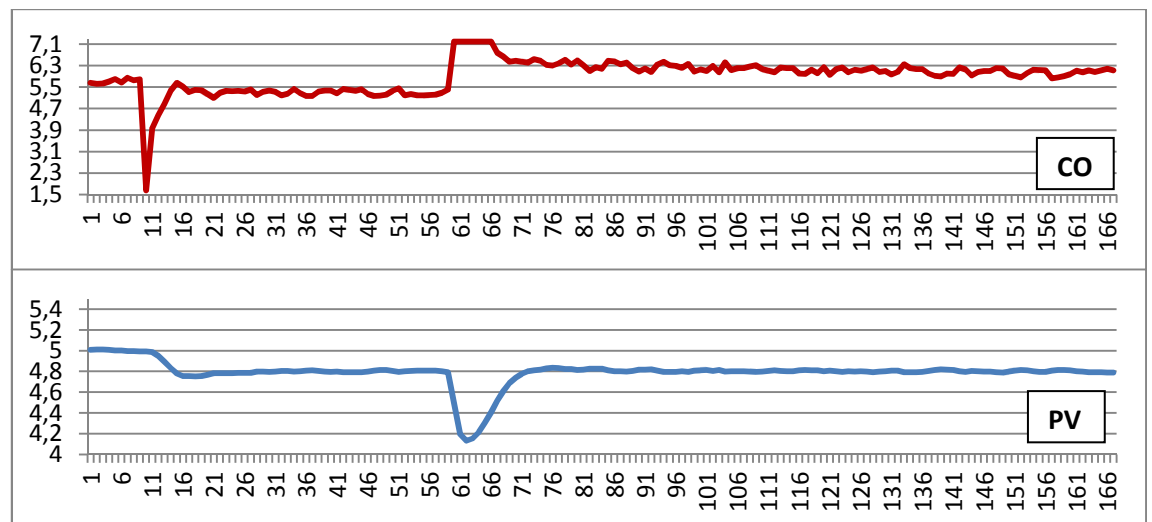
tus on 6,26 ja integroinnin vahvistus on 0,626. Säätimen antama ohjaus ja prosessisuureen vaste ovat kuvassa 26.



Kuva 26 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PI-säädin viritetty Ziegler-Nicholsin värähtelyrajamenetelmällä.

Asettumisaika 1 %:n arvoon asetusarvon muutoksessa on 13 s ja häiriön jälkeinen asettumisaika on 36 s. Järjestelmän taajuusvasteesta arvioidun siirtofunktion kanssa säädin antaa laskennallisesti heikot stabiiliusvarat. Vahvistusvara on noin 0,452 dB ja vaihevara noin 4,56 astetta.

Seuraavaksi kokeiltiin PID-säädintä taulukon 2 mukaisilla parametreilla $K_P = 8,34$, $K_I = 1,39$ ja $K_D = 12,5$. Ohjaus ja vaste ovat kuvassa 27.

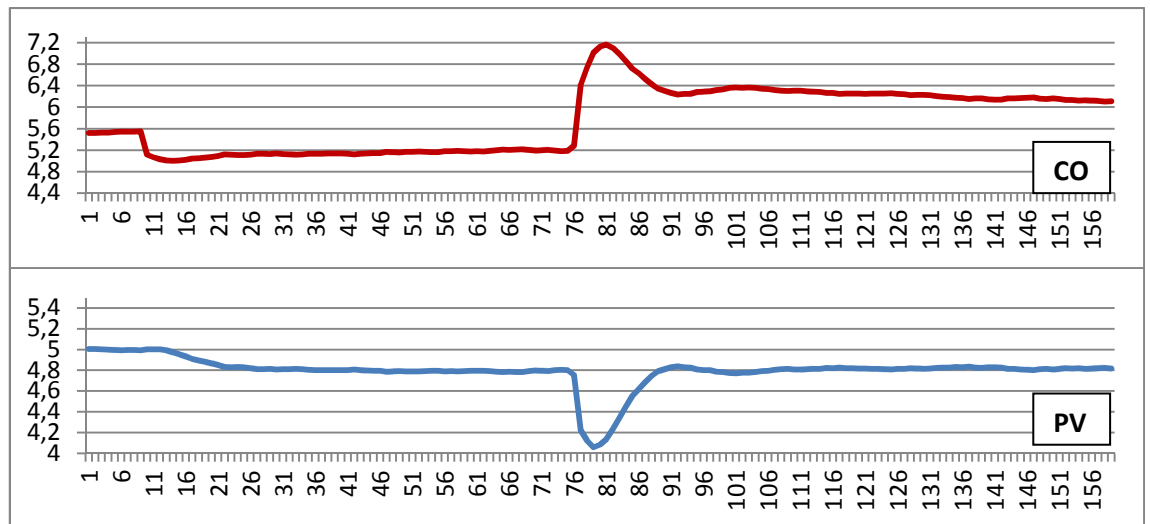


Kuva 27 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PID-säädin viritetty Ziegler-Nicholsin värähtelyrajamenetelmällä.

Asettumisaika asetusarvon muutoksessa on 5 s ja prosentuaalinen alitus on vähän alle 1 %, minkä ansiosta asettumisaika on hyvin nopea verrattuna PI-säätimellä saatuun tulokseen. Häiriönjälkeinen asettumisaika on 12 s. Vertaamalla kuvia 26 ja 27, huomataan derivoivan termin tasoittava vaikutus. Vaste on nopea ja tämän perusteella päätelty säätötulos on hyvä, mutta

säätimeen tulee suhtautua suurella varauksella: taajuusvasteen perusteella muodostetun siirtofunktion kanssa säädin tuottaa epästabiilin järjestelmän, jonka vaihevara on -155 astetta.

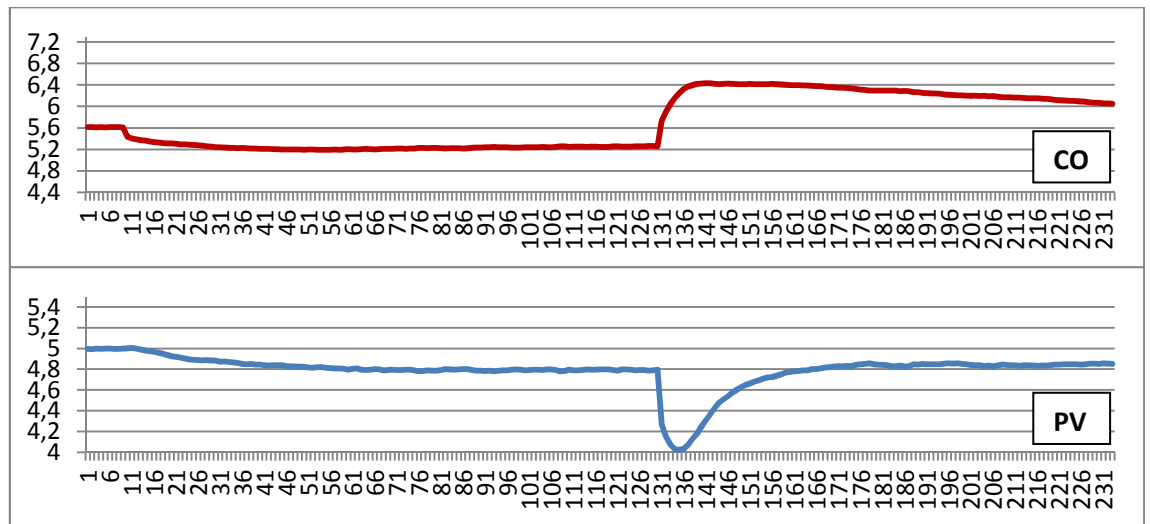
Ziegler–Nicholsin värähtelyrajamenetelmän jälkeen testattiin taajuusvasteesta arvioidun siirtofunktion parametreihin perustuvaa Skogestadin PI-säätimen viritysmenetelmää. Säädetyin prosessin tavoitelluksi aikavakioksi asetettiin 3 s. Säätimen parametreiksi saadaan $K_p = 2,1$ ja $K_I = 0,21$. Ohjaus ja vaste ovat kuvassa 28.



Kuva 28 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PI-säädin viritetty SIMC-kaavoilla, pohjana taajuusvasteesta arvioitu siirtofunktio.

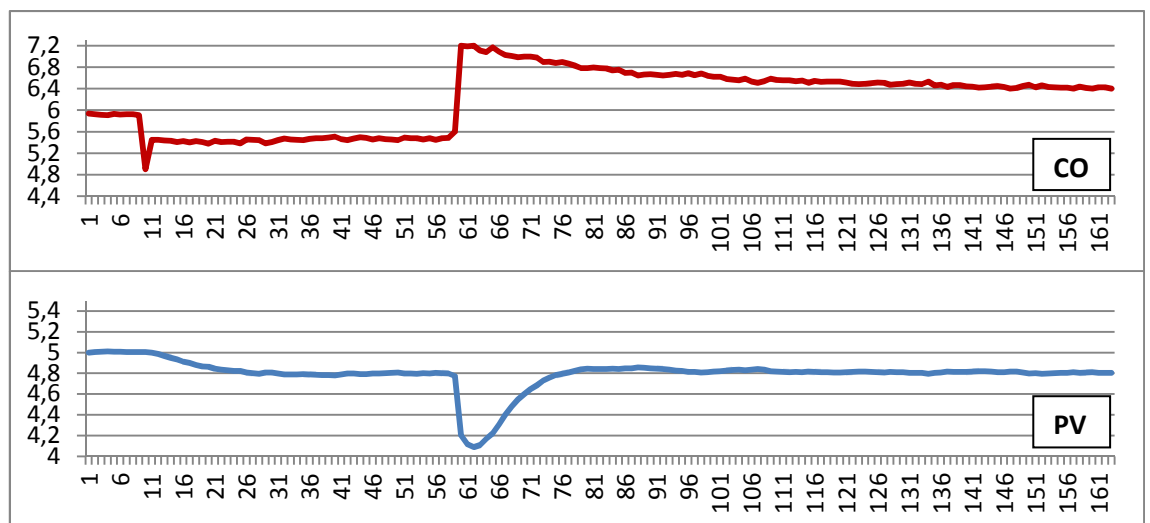
Asettumisaika asetusarvon muutoksessa on 13 s, mutta muutos on hyvin monotoninen eikä värähtelyä ole. Asettumisaika häiriön jälkeen on myös 13 s. Tavoiteltu 3 s:n aikavakio ei täyty vaan asetusarvon muutoksessa aikavakio on noin 10 s. Skogestadin virityskaavojen kanssa stabiiliusvarat ovat hyvät. Vahvistusvara on 9,94 dB ja vaihevara 61,3 astetta.

AMIGO-virityskaavojen mukaiset parametrit PI-säätimelle ovat $K_p = 0,913$ ja $K_I = 0,107$. Asettumisaika asetusarvon muutoksessa on 30 s ja häiriön jälkeen prosessi pääsee 29 sekunnissa 1 %:n päähän asetusarvosta (kuva 29). Vahvistusvara on 16,9 dB ja vaihevara 71,9 astetta.



Kuva 29 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PI-säädin viritetty AMIGO-kaavoilla, pohjana taajuusvasteesta arvioitu siirtofunktio.

Viimeisenä valmiina kaavana taajuusvasteesta saadulla siirtofunktiolla testattiin AMIGO-PID-kaavoja, joista saatiin vahvistukset $K_P = 2,14$, $K_I = 0,310$ ja $K_D = 2,94$ (kuva 30). Järjestelmän vahvistusvara on 10,9 dB ja vaihevara 59,4 astetta.



Kuva 30 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PID-säädin viritetty AMIGO-kaavoilla, pohjana taajuusvasteesta arvioitu siirtofunktio.

Asettumisaika asetustarvon muutoksessa on 12 s ja häiriön jälkeen prosessi pääsee 15 sekunnissa 1 %:n päähän asetustarvosta.

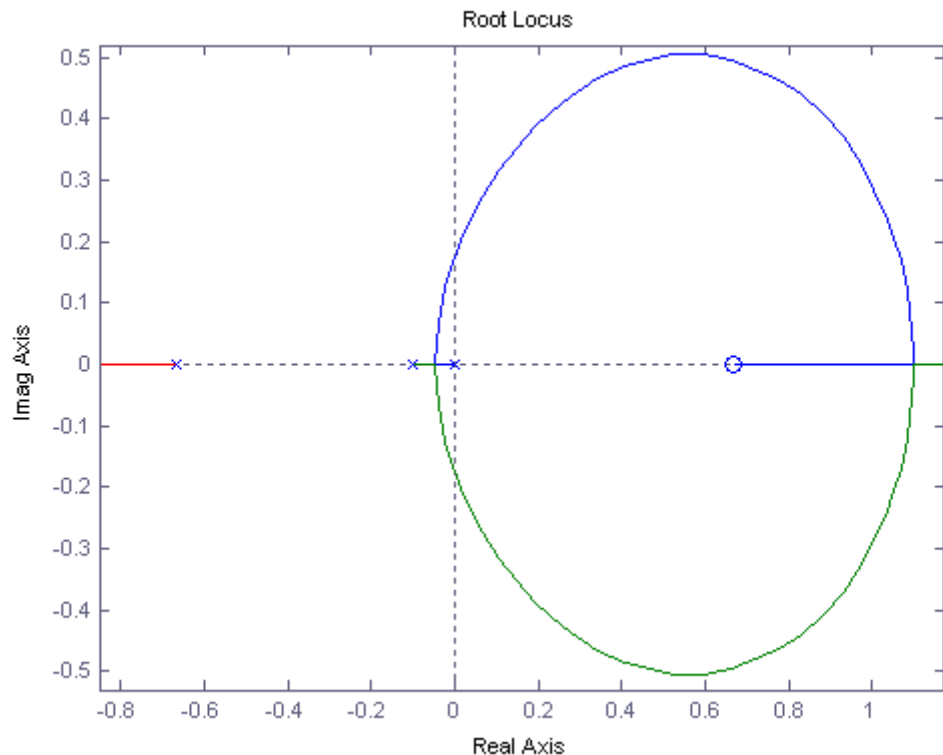
Kaavojen lisäksi testattiin, kuinka napojenasettelulla voidaan vaikuttaa säätötulokseen. Säättösuunnittelu aloitettiin testaamalla juuriuraan perustuvaan napojenasettelua. Taajuusvasteesta saadun siirtofunktion viivettä approksimoitiin ensimmäisen asteen Padé-muunnoksella. Toisen kertaluvun muunnoksella viipeen approksimointi olisi tarkempaa, mutta siirtofunktion nimittäjän kertaluku kasvaisi suuremmaksi kuin kaksi. PID-säätö on lähikohtaisesti tarkoitettu järjestelmille, jotka ovat dominoivasti toista kerta-

lukua, jolloin korkeamman kertaluvun siirtofunktio olisi hankaloittanut suunnittelua (Åström & Hägglund 2006, 87). Siirtofunktioksi saatiin

$$G(s) \approx \frac{-0.794 s + 0.5293}{10 s^2 + 7.667 s + 0.6667} = \frac{-0.0794 (s - 0.6667)}{(s + 0.6667)(s + 0.1)}$$

Siirtofunktiolla on ei-minimivaiheinen nolla, joka tulee viipeen Padé-approksimaatiosta. Tämä heijastaa systeemin säätämisen vaikeutta, kuten kappaleessa 3.3.1 todettiin.

Säädön suunnittelu aloitettiin lisäämällä säätöpiiriin integraattori ja tutkimalla järjestelmän juuriuraa (kuva 31).

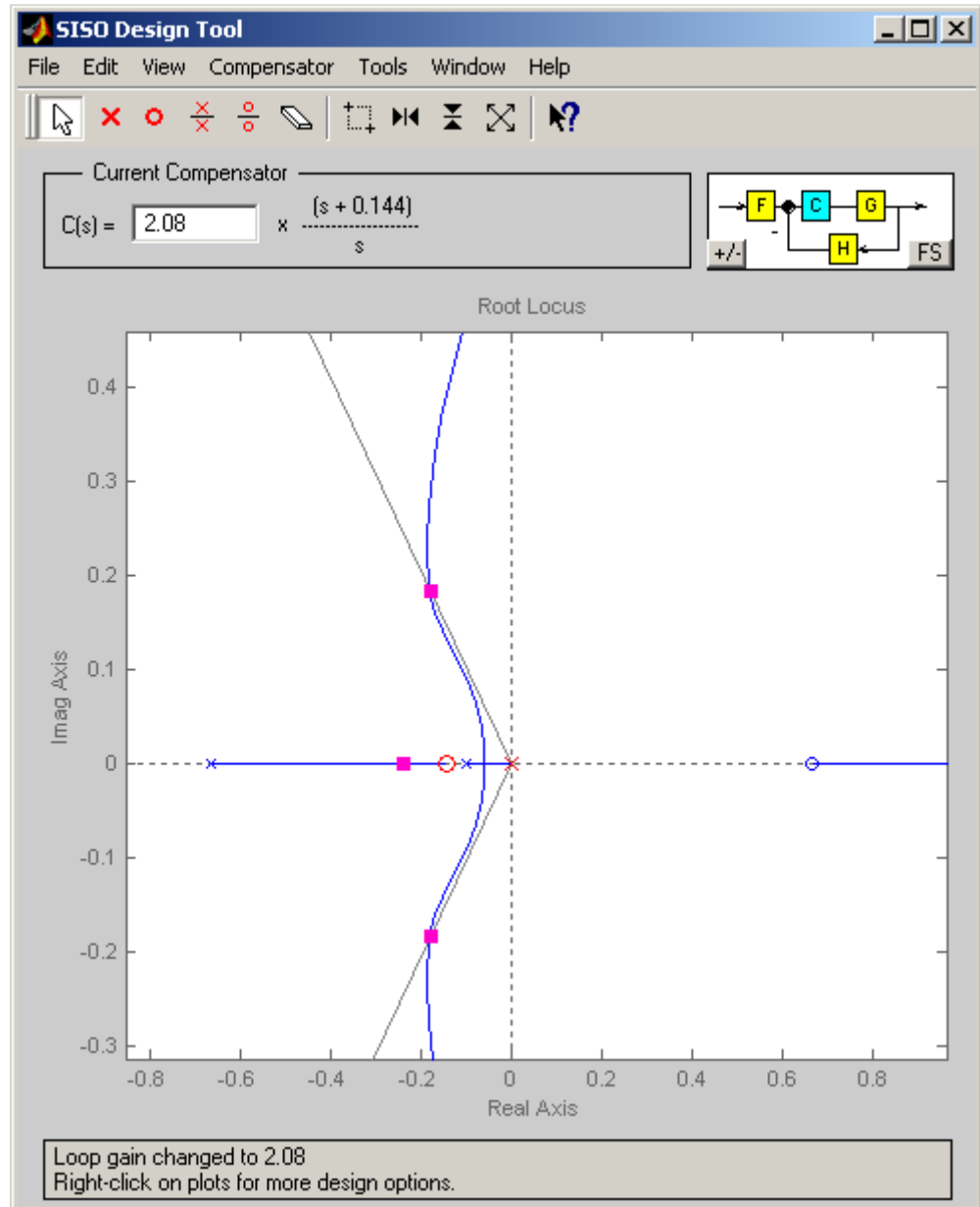


Kuva 31 Integraattorilla täydennetyn siirtofunktion juuriura.

Järjestelmässä pyrittiin välttämään värähtelyä ja suunnittelussa pyrittiin siihen, että kompleksisilla navoilla vaimennuskerroin $\zeta \geq 0,7$. Koska ei-minimivaiheinen nolla vaikeuttaa napojenasettelua, testattiin suunnittelussa Matlabin säätösuunnittelutyökalu Control System Toolboxia (kuva 32). Työkalun avulla graafinen napojenasettelu ja eri säätöratkaisujen testaus on nopeaa. Tulokset on mahdollista näyttää graafisesti simuloitujen vastesten avulla. Kuvassa 32 harmaana näkyvät viivat kuvaavat suunnittelulle asetettua vaimennuskerroinrajoitetta. Purppuranväriset neliöt näyttävät karakteristisen yhtälön nollat valitulla vahvistuksella.

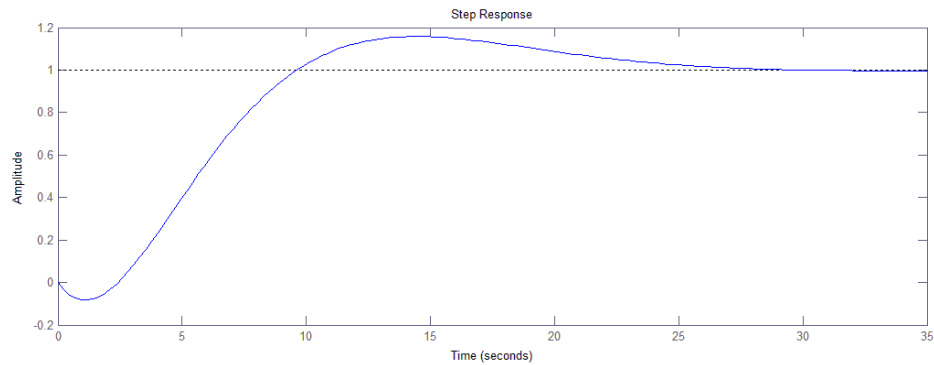
Iteratiivisesti todettiin, että juuriura alkaa kaartua vasemmalle, kun säätimen nolla tuodaan lähelle kohdassa $s = -0,1$ sijaitsevaa napaa. Tämä oli toivottava ominaisuus, koska silloin suljetun järjestelmän navat oli mahdollista vahvistusta säätämällä saada suunnittelukriteerinä toimivien rajo-

jen sisälle. Suunnittelussa pitäydyttiin yksinkertaisuuden vuoksi PI-säätimessä, jolloin yhden nollan sijoittaminen riittää. Koska säätimen nolla on lähellä dominoivia napoja, odotettavissa oli pieni ylitys vasteessa.



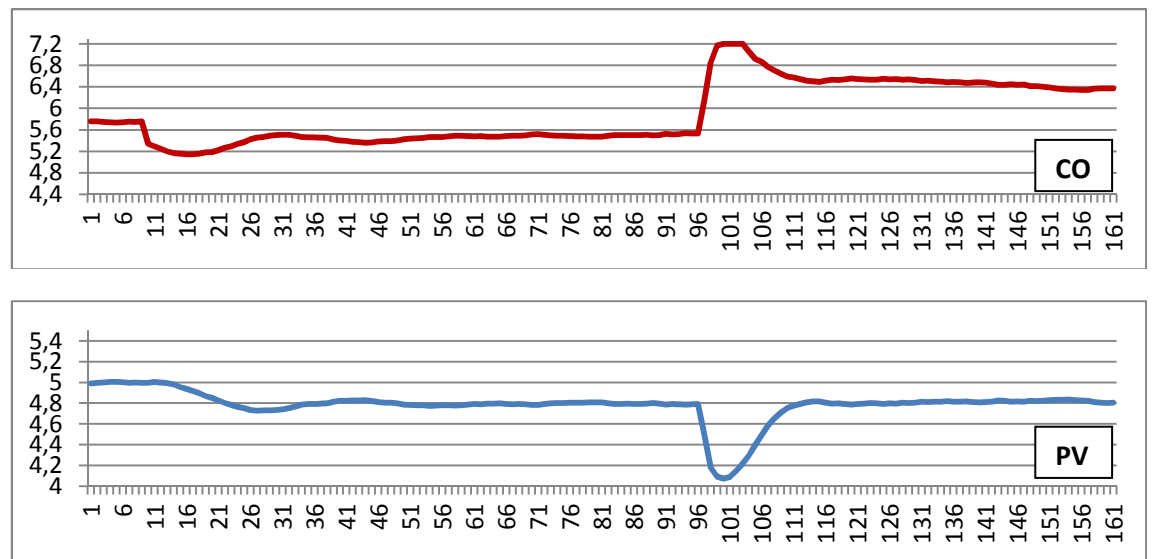
Kuva 32 Matlab-ohjelmiston Control System Toolbox -suunnittelutyökalu.

Säädetyin järjestelmän simuloitu askelvaste on esitetty kuvassa 33. Simuloidun vasteen asettumisaika 1 %:n marginaalilla on noin 27 s.



Kuva 33 Simuloidun järjestelmän askelvaste.

Säätimen parametreiksi saatiin $K_P = 2,08$ ja $K_I = 0,3$. Ohjaus ja prosessimuuttujan vaste ovat kuvassa 34.



Kuva 34 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PI-säädin viritetty juuriuran avulla perustuen taajuusvasteesta saatuun siirtofunktioon.

Asettumisaika 1 %:n arvoon asetusarvon muutoksessa on 23 s. Häiriön jälkeinen asettumisaika on 14 s. Järjestelmän vaste asetusarvon muutokseen on hitaahko, mutta häiriökompensointi on varsin hyvä. Systemin vahvistusvara on 9,36 dB ja vaihevara 48,8 astetta.

Lisäksi testattiin, kuinka taajuusvasteen muokkaaminen vaikuttaa säätötoloksiin. Henttonen (2013) suosittelee, että säädetyin järjestelmän vahvistusvara olisi vähintään 5 dB ja vaihevara vähintään 40° . Piirille asetettiin tavoitteeksi 50° :een vaihevara, jolla huomioitiin siirtofunktion ja mitatun taajuusvasteen ero. Tavoitteena oli suunnitella taajuustason menetelmillä PI-säädin, jonka suorituskyky olisi vertailukelpoinen säätökaavojen perusteella viritettyjen säätimien kanssa.

Suunnittelu aloitettiin tekemällä muuttujan vaihto $s = j\omega$ ja kirjoittamalla siirtofunktion vaiheensiirto kulmataajuuden funktiona:

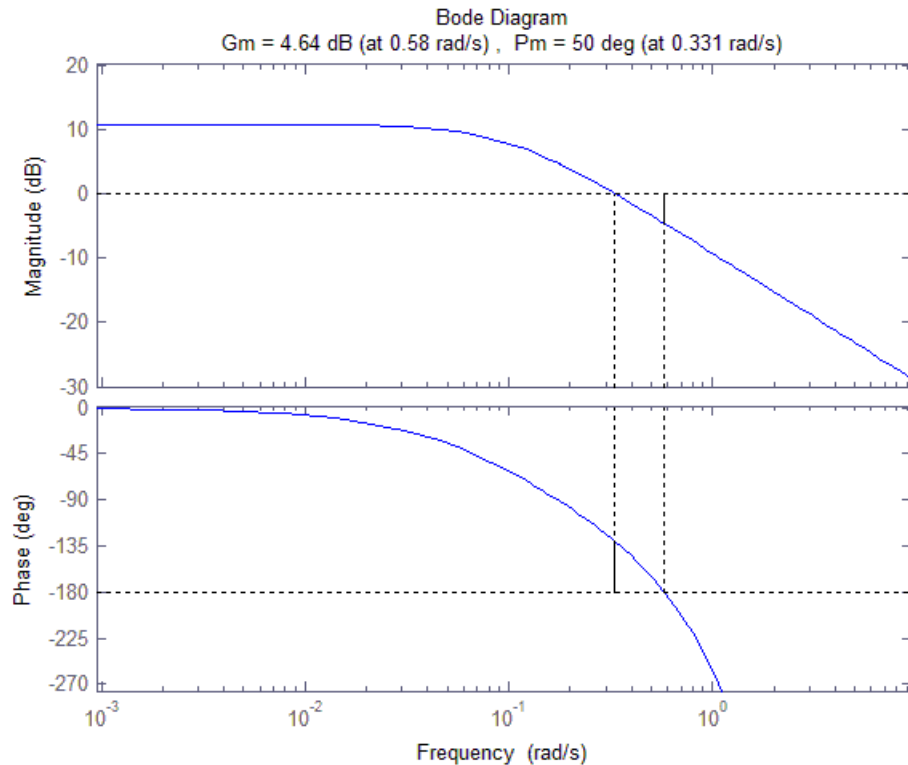
$$\arg\{G(j\omega)\} = -3\omega - \arctan 10\omega.$$

Ensin täytyi määrittää kulmataajuus, joka toteuttaa yhtälön

$$-3\omega - \arctan 10\omega = -\frac{13}{18}\pi,$$

jossa yhtälön oikealla puolella oleva termi on -130° radiaaneissa. Yhtälö ei ratkea kovin suoraviivaisesti analyttisesti, mutta numeerisesti saadaan iteroitua arvoksi noin $0,331 \text{ rad/s}$. Kirjoitetaan PI-säädin kaavan 7 mukaisesti ja approksimoidaan parametria K_P säätimen vahvistuksena. On huomioitava, että integraattorille ei ole mielekää määrittellä staattista vahvistusta, mutta K_P voidaan tulkita vahvistuksen määräksi suurilla taajuuksilla (Dorf & Bishop 2011, 711).

Järjestelmän vahvistus kulmataajuudella $0,3306 \text{ rad/s}$ on noin $-12,77 \text{ dB}$. Asetetaan $K_P = 10^{\frac{12,77}{20}} \approx 4,35$. Kuvasta 35 nähdään järjestelmän vaihe- ja vahvistusvarat vahvistuksen nostamisen jälkeen.

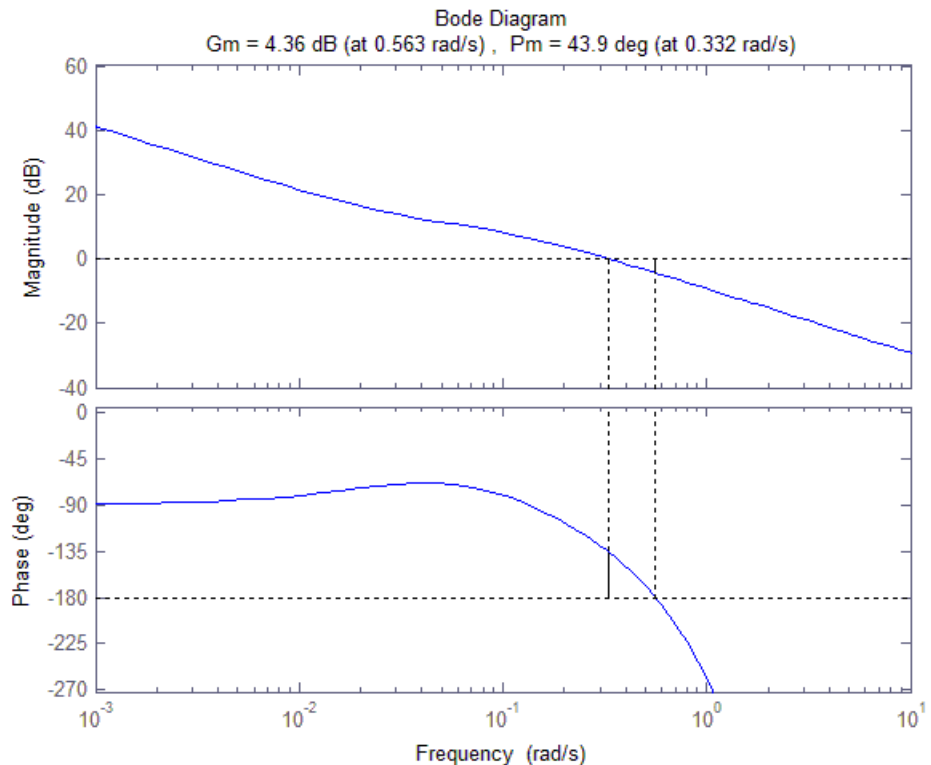


Kuva 35 Proessin vaihe- ja vahvistusvarat, kun vahvistusta nostetaan 4,35 yksikköä.

Integraattori nostaa matalien taajuuksien vahvistusta ja vaimentaa korkeita taajuuksia. Samalla se antaa pysyvän -90° :een vaihesiirron järjestelmälle, koska $\frac{1}{j\omega} = -\frac{1}{\omega}j$ ja $\angle\left(-\frac{1}{\omega}j\right) = -90^\circ$. PI-säätimen nolla kumoaa integraattorin vaihesiirron taajuuksilla $\omega \gg K_I/K_P$. Vaihevaraa ei tahdota muuttaa juurikaan ylimenotaajuuden kohdalta eli asetetaan nolaksi $\frac{K_I}{K_P} = 0,1\omega_c = 0,0331$. Säätimeksi saadaan

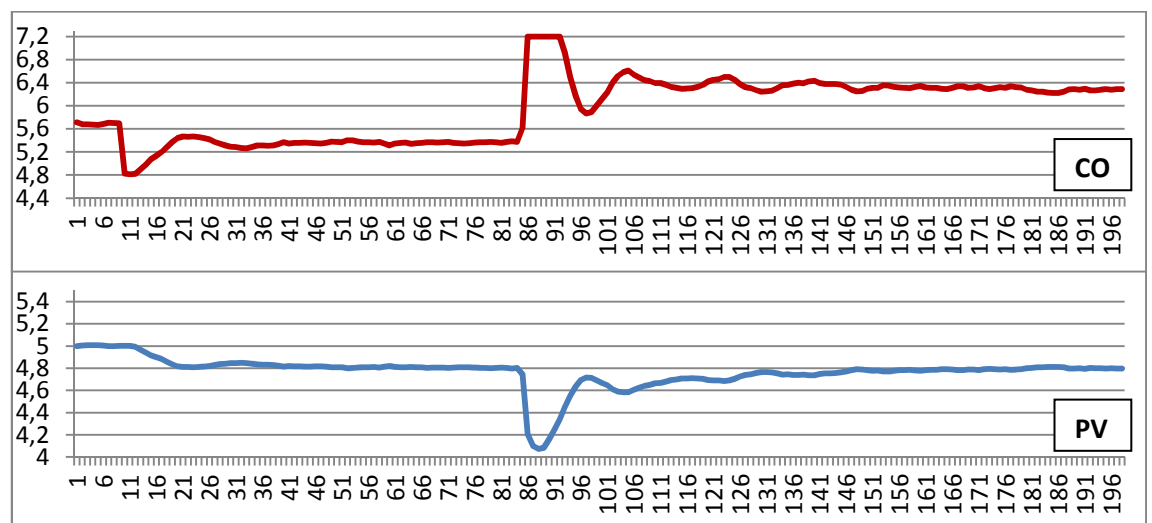
$$G_C(s) = 4,35 \frac{(s + 0,0331)}{s} \approx 4,35 + \frac{0,144}{s},$$

eli $K_P = 4,35$ ja $K_I = 0,144$.



Kuva 36 Säädetyin prosessin vaihe- ja vahvistusvarat.

Kuvasta 36 nähdään, että stabiiliusrajojen suhteen säädin on riittävä. Koska taajuusvasteesta arvioidun siirtofunktion vahvistusvara oli pienempi kuin mitatun järjestelmän, hyväksytään 4,36 dB vahvistusvara. Vaihevara jää myös kohtuullisen lähelle tavoiteltua 50 astetta.



Kuva 37 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PI-säädin viritetty Boden diagrammin avulla perustuen taajuusvasteesta saatuun siirtofunktion.

Suunniteltua säädintä testattiin samalla testillä kuin aiempia ja vaste on esitetty kuvassa 37. Asettumisaika 1 %:n arvoon asetusarvon muutoksessa on 24 s. Häiriönjälkeinen asettumisaika on 57 s. Todetaan, että säädin reagoi kohtuullisesti asetusarvon muutokseen mutta häiriönpoistossa säädin ei onnistu kovin hyvin.

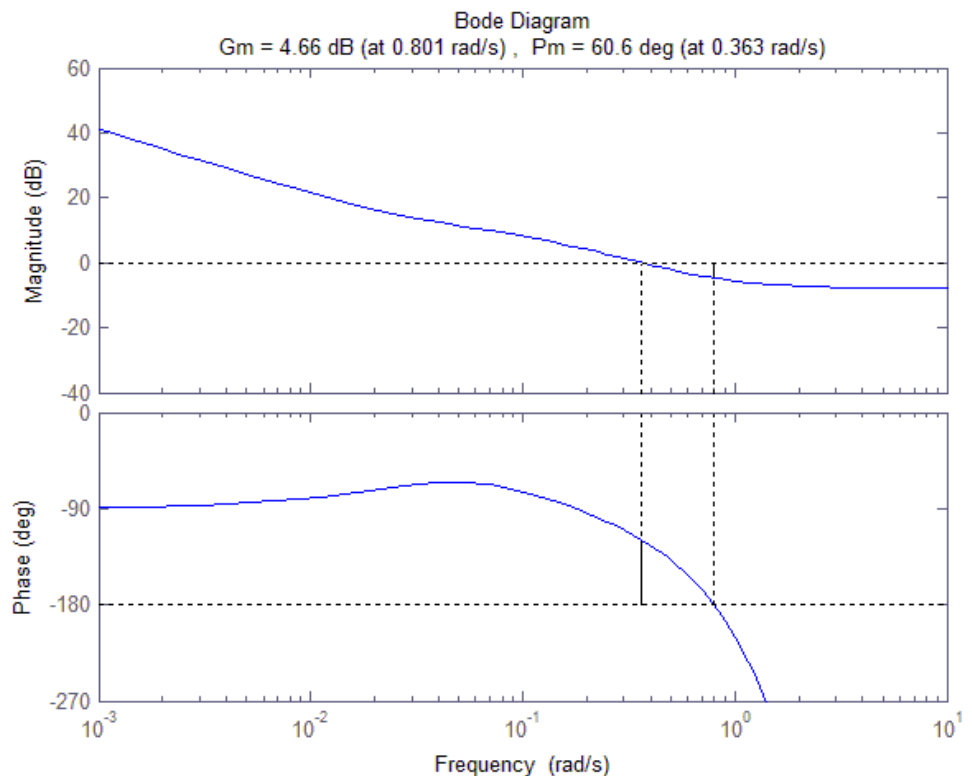
Lisää stabiiliusvaraa voidaan yrittää saada lisäämällä derivoiva elin säätimeen, mikä mahdollistaa toisen nollan taajuusvasteen muokkaamiseen. Lisättävän nollan paikka täytyy kuitenkin harkita tarkkaan. Jos nolla on liian pieni, jää magnitudikäyrä nollan desibelin yläpuolelle ja tuloksena on epästabiili järjestelmä. Valitaan nollakohtaksi taajuus, jossa magnitudi on -8 dB, koska murtoviiva-approksimaatio antaa 3 dB virheen asymptoottensa leikkauspisteiden kohdalla. Ratkaistaan numeerisesti siis yhtälö

$$20 \log(4,35) + 10 \log(\omega^2 + 0,0331^2) + 20 \log(0,794) - 20 \log(\omega) - 10 \log(100\omega^2 + 1) = -8$$

ja saadaan $\omega = 0,862 \text{ rad/s}$. Asetetaan nolla pisteeseen $z = 0,862$ ja jaetaan säätimen siirtofunktio vielä luvulla 0,862. Näin varmistetaan, ettei liisätty nolla vaikuta liikaa alkuperäiseen vahvistukseen. Säätimeksi saadaan

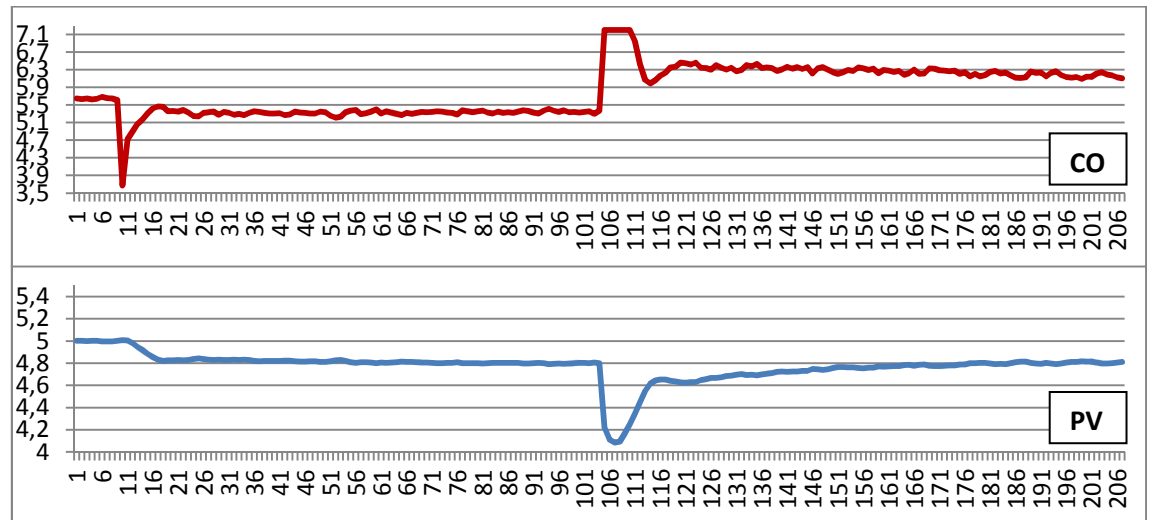
$$G_C(s) = \frac{5,05 s^2 + 4,52 s + 0,144}{s},$$

eli $K_P = 4,52$, $K_I = 0,144$ ja $K_D = 5,05$.



Kuva 38 PID-säätimellä säädetyin prosessin vaihe- ja vahvistusvarat.

Kuvan 38 mukaisesti huomataan, että järjestelmän vaihevara paranee huomattavasti toisen nollan vaikutuksesta ja myös vahvistusvara nousee hieman. Kuvassa 39 ovat ohjaus ja järjestelmän vaste.



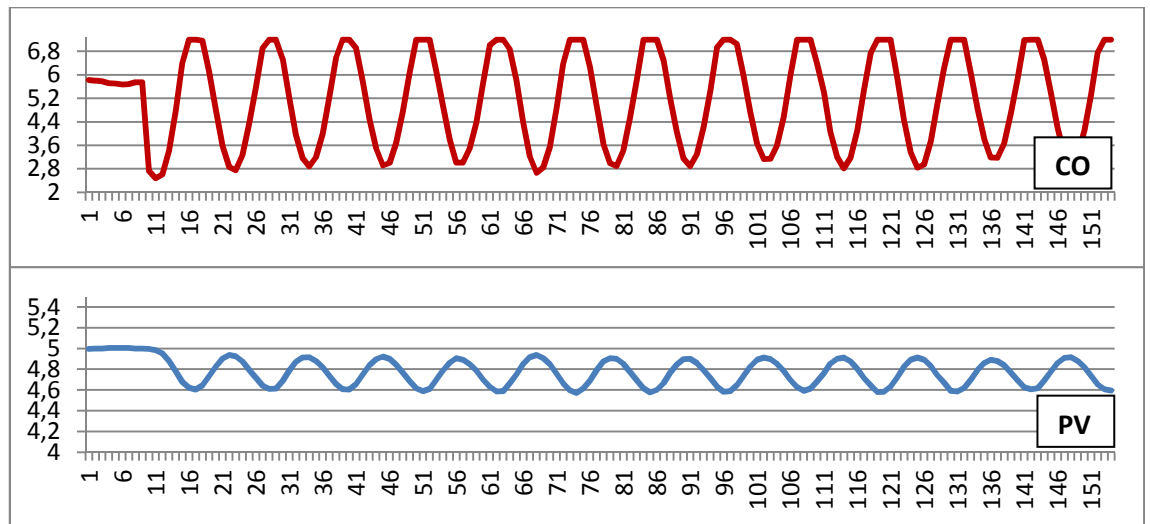
Kuva 39 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PID-säädin viritetty Boden diagrammin avulla perustuen taajuusvasteesta saatuun siirtofunktion.

Asettumisaika 1 %:n arvoon asetusarvon muutoksessa on 8 s. Häiriönjälkeinen asettumisaika on 46 s. Säädin toteuttaa asetusarvon muutoksen hyvin, mutta häiriönpoisto on varsin verkkaista.

5.4 Askelvasteeseen perustuva viritys

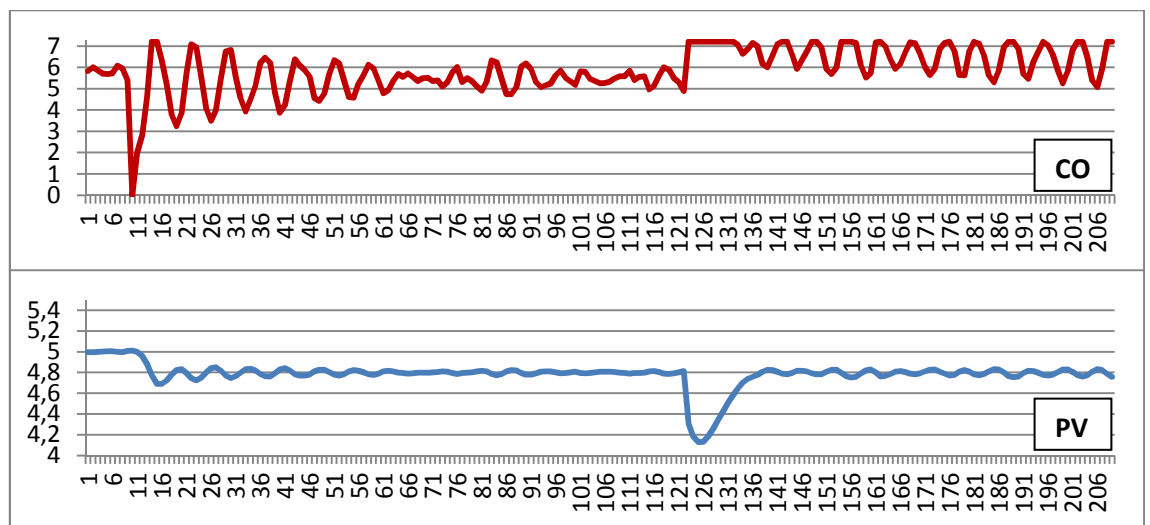
Monipuolisuuden vuoksi taajuusvasteeseen perustuvan vertailun lisäksi testattiin, millaisia säätötuloksia saadaan askelvasteen perusteella määritellystä siirtofunktiosta. Askelvasteen avulla määritetty siirtofunktio antoi vahvistusvaraksi 28,9 dB ja taajuusvasteen avulla määritetty siirtofunktio antoi vahvistusvaraksi 17,4 dB. Odotettavissa oli, että askelvasteen perusteella viritetyt säätimet toimivat nopeammin mutta stabiiliuden kannalta tiedossa oli heikompia säätimiä. Analyyttistä säätösuunnittelua ei lähdetty toteuttamaan vahvistusvarojen suuresta erosta johtuen, vaan vertailuun käytettiin luvussa 3.2 esiteltyjä kaavoja.

Askelvasteeseen perustuvat viritukset aloitettiin Ziegler–Nicholsin askelvastevirityksellä. Askelvasteviritystä varten parametrit otettiin tangenttimenetelmän antamista parametreista. Säätimen parametrit valittiin PI-säätimelle taulukon 1 mukaisesti: $K_p = 15,5$ ja $K_I = 2,07$. Seurauksena oli pelkämästä asetusarvon muuttumisesta marginaalisesti stabiiliksi muuttunut prosessi (kuva 40).



Kuva 40 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PI-säädin viritetty Ziegler–Nicholsin askelvastekaavoilla.

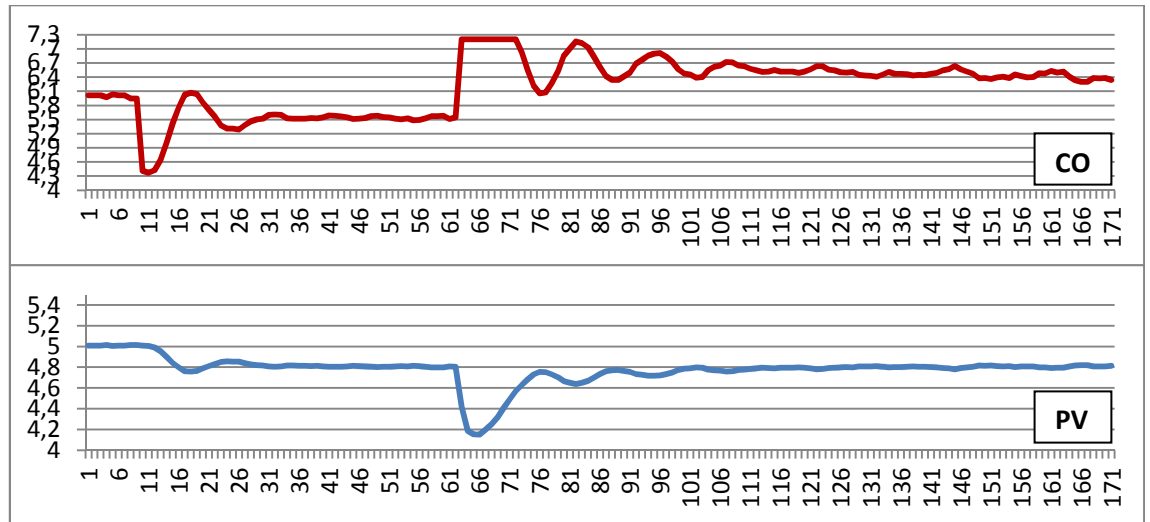
PID-säätimelle viritysarvot ovat taulukon 1 mukaan $K_p = 20,7$, $K_I = 4,14$ ja $K_D = 25,9$. Asetusarvon muutos oli säätimellä hallittua, mutta häiriönkompensointi johti pieneen jatkuvaan värähtelyyn, joka kuitenkin pysyi juuri ja juuri 1 %:n marginaalin sisällä (kuva 41).



Kuva 41 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PID-säädin viritetty Ziegler–Nicholsin askelvastekaavoilla.

Asettumisaika 1 %:n arvoon asetustarvon muutoksessa on 22 s. Häiriön jälkeinen asettumisaika on 14 s.

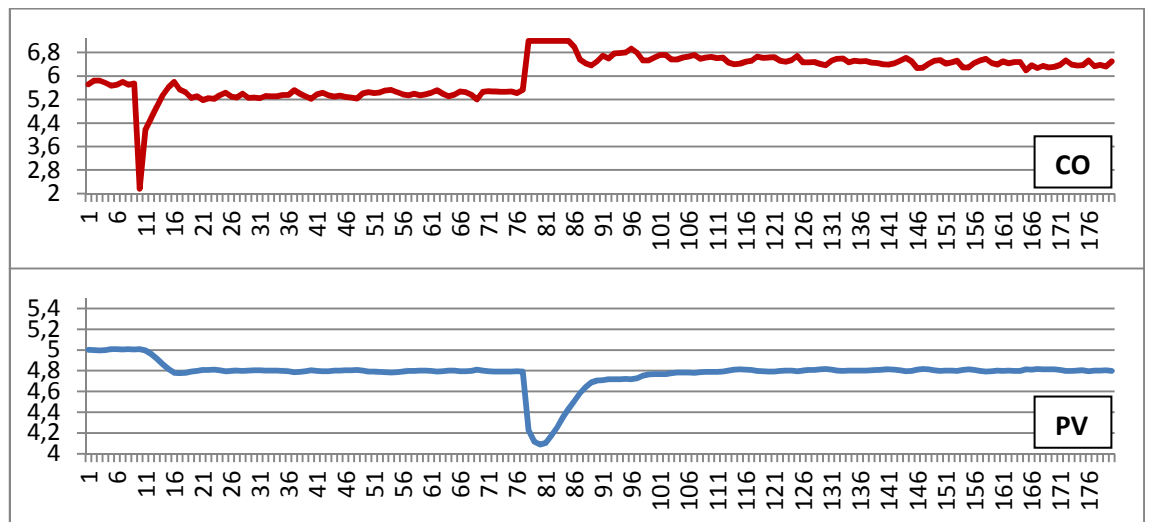
Askelvasteesta määritellyjä prosessiarvoja testattiin myös Skogestadin PI-kaavoihin. Tavoiteltu aikavakio asetettiin jälleen 3 s:iin. Parametreiksi saatiin $K_p = 7,85$ ja $K_I = 0,357$.



Kuva 42 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PID-säädin viritetty Skogestadin kaavoilla askelvasteen siirtofunktion perusteella.

Kuvan 42 vasteessa on havaittavissa huomattavasti enemmän värähtelyä kuin aiemmassa SIMC-kaavojen mukaan testatussa. Asettumisaika asetusarvon muutoksessa on 18 s ja häiriön jälkeen päästään 1 %:n virhemarginaaliin 37 sekunnissa.

Viimeisenä askelvasteen perusteella laskettuja arvoja testattiin AMIGO-kaavojen PID-versioon (kuva 43). Parametreiksi saatiin $K_p = 8$, $K_I = 0,651$ ja $K_D = 9,8$.



Kuva 43 Ohjaussignaali ja prosessimuuttujan vaste, PID-säädin viritetty AMIGO-kaavoilla askelvasteen siirtofunktion perusteella.

Asettumisaika asetusarvon muutoksessa on 6 s ja häiriön jälkeinen asettumisaika on 22 s.

5.5 Johtopäätökset

Kaiken kaikkiaan eri PID-säädinten vertailu onnistui hyvin ja vertailusta pystyttiin tekemään johtopäätöksiä eri säädinten soveltuvuudesta eri tehtäviin. Asetusarvomutoksen jälkeisen asettumisajan kannalta paras säätötulos saavutettiin Ziegler–Nicholsin värähtelyrajamenetelmällä, joka oli viritetty Åströmin ja Hägglundin ehdottaman relevärähtelymenetelmän mukaan. Sama säädin tuotti myös nopeimman korjauksen kuormitushäiriön jälkeen.

Toiseksi nopein säädin asetusarvon muutoksen suhteen oli AMIGO-kaavoilla viritetty PID-säädin, joka oli viritetty askelvasteen antaman mallin mukaisesti. On mielenkiintoista, että askelvasteen perusteella viritetty AMIGO-PID-säädin antaa taajuusvasteen perusteella määritellyn siirtofunktion kanssa epästabiilin järjestelmän. Tämä on erittäin hyvä esimerkki prosessista muodostetun mallin tärkeydestä säätösuunnittelussa. Toiseksi nopein säädin kuormitushäiriön poistoon oli taajuusvasteen perusteella viritetty Skogestadin PI-säädin.

ISE-indeksillä mitattuna asetusarvon muutoksessa nopeimmat säätimet olivat kärjessä. Ziegler–Nicholsin värähtelyrajamenetelmällä viritetty PID-säädin antoi pienimmän ISE-indeksin 0,116 ja askelvasteeseen perustuva AMIGO-PID-säätimen ISE-indeksi oli 0,127. Kolmantena ISE-indeksillä mitattuna oli Ziegler–Nicholsin värähtelyrajamenetelmällä viritetty PI-säädin.

Juuriuran perusteella viritetty PI-säädin jakoi ajallisesti kolmannen sijan askelvasteen perusteella Ziegler–Nicholsin kaavoilla viritetyn PID-säätimen kanssa kuormitushäiriön poistossa. Tosin Ziegler–Nicholsin säädin jätti pienen värähtelyn prosessisuureeseen. Boden diagrammin avulla viritetty PID-säädin toimi testatuista säätimistä asetusarvon seuraamisessa kolmanneksi parhaiten.

Stabiiliuden ja jatkuvuustilan kannalta Ziegler–Nicholsin kaavojen säätimet olivat kaikissa tilanteissa heikompia kuin muut menetelmät. Taajuusvasteen perusteella lasketut SIMC- ja AMIGO-parametrit antoivat huomattavasti pehmeämmän ohjaustuloksen kuin Ziegler–Nicholsin säätimet, ja säätimissä oli reilusti stabiiliusvaroja. Boden diagrammia käyttäen suunniteltu PID-säädin oli asetusarvoseurannassa nopein säädin, jonka kanssa järjestelmän taajuusvasteen laskennallinen vahvistusvara oli yli 4 dB.

Jos prosessimallinnus on hyvin tehty, voidaan analyttisellä säätösuunnittelulla päästä valmiiden vityskaavojen kanssa kilpaileviin säätötuloksiin. Erityisesti monimutkaisemmissa säätörakenteissa on prosessin kokonaisuirtofunktiota tarkasteltava tarkemmin eri tavoitteiden kannalta, eikä valmiiden vityskaavojen käyttö ole yksiselitteistä. Yksinkertaisissa prosesseissa voidaan kuitenkin päästä riittäviin säätötuloksiin pelkkien kaavojen perusteella ja on punnittava tilannekohtaisesti, saadaanko aikaa vievästä analyttisestä suunnittelusta lisähyötyä prosessin suorituskykyyn.

Säätimien vertailussa osan haasteesta muodosti prosessin varsin suppea säätöalue. Useimmissa testeissä ohjaussignaali saturoitui kuormitustilanteessa hetkellisesti 7,2 V:iin ja tämä rajoitti säätimien vertailua. Jännite-
tasojen lasku liian alas puolestaan aiheutti voimakasta huojumista vasteis-
ja ja tällöin vertailukelpoisia mittaustuloksia ei saatu.

Modernissa kirjallisuudessa esitetään voimakasta kritiikkiä Ziegler–Nicholsin säätökaavoja kohtaan ja ne leimataan oman aikansa tuotteiksi, joihin ei välttämättä kannata tukeutua nykypäivänä. Suuri osa kritiikistä näyttäisi liittyvän kaavojen robustiuden puutteeseen. Esimerkiksi Åström ja Hägglund (2006, 169) kritisoivat Ziegler–Nicholsin kaavoja juuri tästä. Säädetyin järjestelmän robustius on ominaisuus, joka ei näy suoraan järjestelmän vasteista. Kokonaisvaltaisen säätösuunnittelun kannalta olisi myös tärkeää tarkastella järjestelmän eri herkkyysfunktioita, jotka määrittelevät järjestelmän käyttäytymisen muutoksen, kun jokin järjestelmän parametri muuttuu.

Yksi mahdollinen syy Ziegler–Nicholsin kaavojen suosioon vielä nykypäivänä on varmasti se, että kirjallisuudessa niistä ei ole kovin paljon variaatioita. Tämä helpottaa kaavojen suoraviivaista käyttöä, jos säätimen parametrien asettaja ei ole perillä säätöteoriasta. Työssä vertailussa mukana olleita Skogestad ja Åströmin ja Hägglundin kaavoja ei ole esitetty yleensä sellaisinaan valmiina käytettäviksi, vaan perustelut kaavojen parametreille on esitetty seikkaperäisesti ja säätöteoriaan vain vähän perehtyneelle varsin monimutkaisesti. Kaavoihin on myös annettu lukuisia prosessin ominaisuuksista riippuvia muokkauksia, ja kaavojen käyttäjän oletetaan olevan selvillä säätöteorian perusteista.

5.6 Vaiheenjätö- ja vaiheenjohtokompensaattorit

PID-säädin on saavuttanut paikan teollisuusprosessien vakiosäätimenä, mutta säätösuunnittelijan ei tule ylenkatsoa muita yksinkertaisia säätöratkaisuja, jotka löytyvät monen laitevalmistajan säätökirjastoista. Yleisiä säädintyyppisiä ovat myös ns. vaiheenjätö- ja vaiheenjohtokompensaattorit. Ne ovat yksinkertaisempia siirtofunktiolohkoja kuin PID-säädin ja niitä voidaan käyttää työkaluina niin taajuusvasteen kuin juuriurankin muokkaamiseen. Vaiheenjohto- tai vaiheenjätökompensaattorin siirtofunktio on muotoa

$$K \frac{s + z}{s + p}$$

Säätimen nollan ja navan arvoilla määritetään, kumpi kompensaattori on kyseessä. Jos nolla on pienempi kuin napa, on kyseessä vaiheenjohtokompensaattori.

Vaiheenjohtokompensaattorilla saadaan lisää vaihevaraa järjestelmälle ja järjestelmän kaistanleveys paranee. Vaiheenjohto kuitenkin saattaa vahvistaa korkeataajuisia kohinaa, mikä on huomioitava parametrien asettelussa. Vaiheenjätökompensaattori pienentää järjestelmän kaistanleveyttä mutta pitää vahvistuksen ennallaan matalilla taajuuksilla. Tämä vaimentaa mit-

tauskohinaa. Vaiheenjättökompensaattorilla on myös mahdollista parantaa järjestelmän vaihe- ja vahvistusvaraa. (Dorf & Bishop 2011, 827.)

Suunnittelun kannalta vaiheenjohto- ja vaiheenjättöpiirit ovat PID-säädintä yksinkertaisempia ja niiden analyttinen suunnittelu on dokumentoitu alan kirjallisuudessa järjestelmällisemmin kuin PID-säätimen (Dorf & Bishop 2011, 774, 794; Terashima ym. 2012, 139, 142-143). On erityisen mielenkiintoista, että PID-säädintä voidaan pitää kahden kompensaattorin sarjakytkennän – niin kutsutun vaiheenjättöjohtokompensaattorin – erikoistapauksena.

6 POHDINTA

Opinnäytetyön testiprosessiksi valikoitunut Stirling-moottori tarjosi haastavan mutta realistisen pohjan säätöteorioiden testaamiselle käytäntöön. Heti mallinnusprosessin alussa kävi selväksi, ettei prosessi täyttänyt perustason säätöteorian soveltamiseen vaadittuja kriteerejä kuten ehdotonta lineaarisuutta, mikä tarjosi odotettuja haasteita työn tekemiseen. Erityisesti prosessiteollisuutta ajatellen opinnäytetyö antoi paremman kuvan säätöteorian haasteista verrattuna esim. hyvin määriteltyyn sähkömekaaniseen säätötehtävään.

Prosessimallinnus tehtiin pääasiassa käyttäen graafista arviointia, eikä parametrien asettelussa käytetty optimointipohjaisia ratkaisuja. Kirjallisuudessa on esitetty lukuisia menetelmiä tieteelliseen, numeeriseen prosessimallinnukseen, mutta työssä pitäydyttiin yksinkertaisissa menetelmissä, jotta pääpaino pysyisi säätöteoriassa. Eri laskentaohjelmistoilla testattiin yksinkertaista askelvasteisiin perustuvaa mallintunnistusta, mutta tietokoneen antamat mallit osoittautuivat monimutkaisuudessaan epäkäytännöllisiksi tätä työtä varten. Työssä kävi ilmi myös se, kuinka tärkeä osa säätötekniikkaa prosessimallinnus on. Huolimattomasti mallinnettu prosessi antaa huonosti toimivia säätimiä, vaikka säätimet itsessään olisivat kuinka pitkälle optimoituja.

Prosessia mallinnettaessa selvisi taajuusvasteen suosio alan kirjallisuudessa. Verrattuna askelvasteeseen, testiprosessin taajuusvaste oli huomattavan paljon helpommin tulkittavissa. Pelkän askelvasteen avulla tehty mallinnus olisi vaatinut paljon oletuksia arvojen suhteen ja stabiiliuskysymykset olisivat jääneet epäselviksi.

Niin Skogestad kuin Åström ja Hägglundkin ovat antaneet lukuisia tarkennuksia virityskaavoihinsa erilaisia prosessimalleja varten, eikä pelkkä kaavojen sokea soveltaminen annettuun siirtofunktioon anna parasta mahdollista esimerkkiä kaavojen käyttökelpoisuudesta eri sovelluksissa. Uudempien virityskaavojen tarkempi avaaminen edes perustasolla olisi kuitenkin vaatinut niin suuren määrän lisää teoriaa työhön, että sen ei katsottu tässä yhteydessä olevan mielekästä.

Säätökaavojen takana piilevän teorian selvittäminen avasi uudenlaisen näkemyksen säätöteoriaan ja suunnitelmissa on jatkaa aihepiirin tutkimista tulevaisuudessa. Säätö- ja systeemiteoria kehittyi jatkuvasti, ja on mielen-

kiintoista seurata perinteisiksi katsottujen säätömenetelmien – joihin PID-säätö lukeutuu – ja uudempien, mm. soft computing -nimikkeen alla kulkevien säätömenetelmien fuusioitumista. Åström ja Hägglund (2006, 1) kirjoittavat, että prosessiteollisuuden säätimistä yli 95 % on PID-tyyppisiä. Näin suurella prosentuaalisella osuudella on odotettavissa, että PID-säätimien tutkimus ja kehitys jatkuu tulevaisuudessakin.

LÄHTEET

Dorf, R. C. & Bishop, R. H. 2011. Modern Control Systems. 12th Edition. New Jersey: Pearson.

Glad, T. & Ljung, L. 2000. Control Theory. New York: Taylor & Francis.

Henttonen, J., Peltomäki, J. & Uusitalo, S. 2006. Tekniikan matematiikka 2. Helsinki: Edita Publishing Oy.

Henttonen, J., 2013. Säättötekniikka. Kurssin luentomateriaali. HAMK. Automaatiotekniikan koulutusohjelma.

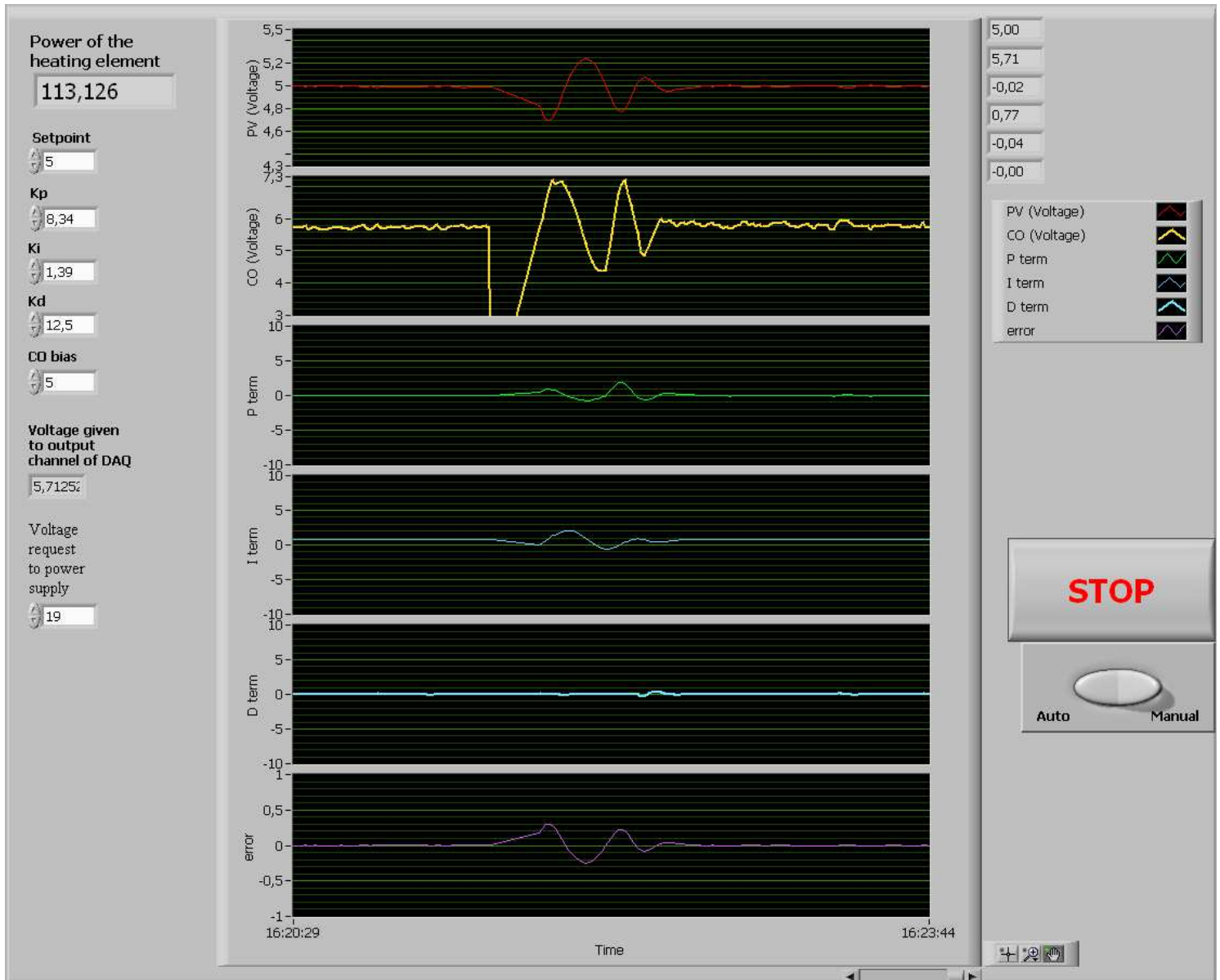
James, G. 2004. Advanced Modern Engineering Mathematics. Harlow: Pearson.

Kippo, A. K. & Tikka, A. 2008. Automaatiotekniikan perusteet. Helsinki: Edita Publishing Oy.

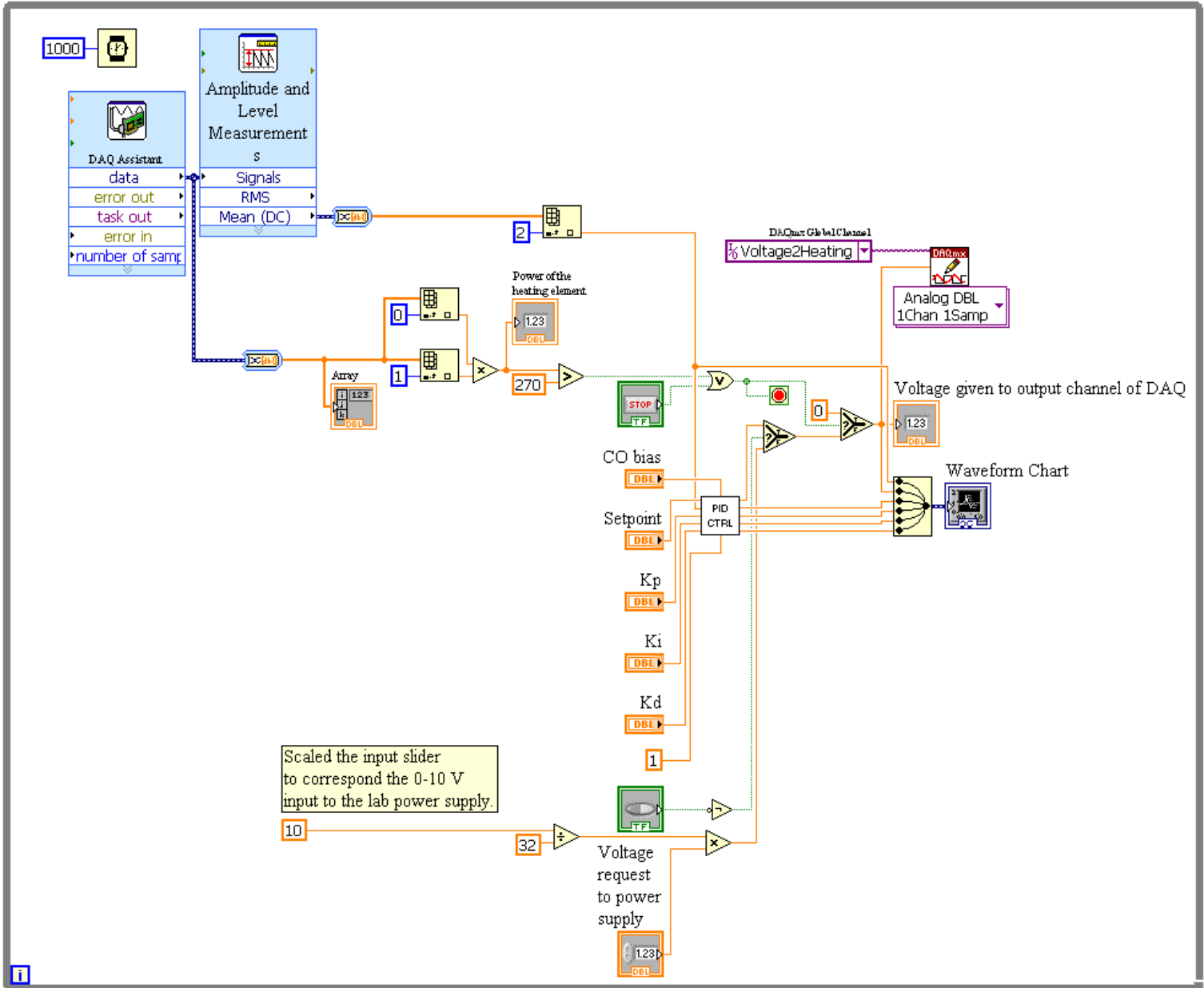
Terashima, K., Kaneshige, A., Miyoshi, T., Hama, K., Yamazaki, T., Tokuda, M., Okamoto, M., Yamada, M., Kami, Y., Nakaura, S., Sakai, F., Imamura, T. 2012. 制御工学. 技術者のための、理論・設計から実装まで. (Vapaasti suomennettuna: ”Säättötekniikkaa insinööreille. Teoriasta suunnitteluun ja toteutukseen.” Saatavilla vain japaniksi). Tokio: Jikkyo.

Åström, K. J. & Hägglund, T. 2006. Advanced PID Control. Durham: Instrumentation, Systems, and Automation Society.

LABVIEW KÄYTTÖLIITTYMÄ PROSESSIN SÄÄTÖÄ VARTEN



LABVIEW OHJELMA PROSESSIN SÄÄTÖÄ VARTEN



PID-SÄÄDIN LABVIEW:LLA TOTEUTETTUNA

