



**SAVONIA**

■ OPINNÄYTETYÖ - AMMATTIKORKEAKOULUTUTKINTO  
TEKNIIKAN JA LIIKENTEEN ALA

# PYÖREÄN TERÄSBETONIIPI- LARIN MITOITUS

TEKIJÄ/T: Petteri Pakkanen

Koulutusala Tekniikan ja liikenteen ala	
Koulutusohjelma Rakennustekniikan koulutusohjelma	
Työn tekijä(t) Petteri Pakkanen	
Työn nimi Pyöreän teräsbetonipilarin mitoitus	
Päiväys 4.5.2014	Sivumäärä/Liitteet 54/4
Ohjaaja(t) lehtori Harry Dunkel, lehtori Matti Mikkonen	
Toimeksiantaja/Yhteistyökumppani(t) Sormunen & Timonen Oy	
<p>Tiivistelmä</p> <p>Tämän opinnäytetyön tavoitteena oli mitoittaa pyöreä pilari käyttämällä eurokoodin mukaista mitoitusta. Lisäksi tutkittiin hieman tarkemmin pilarin kestävyyttä normaalivoiman ja taivutuksen yhteisvaikutusta vastaan. Työn tarkoituksena oli tuottaa Excel-laskentapohja, joka laskee pilarin mitoitusvoimasuureet ja pilarin dimensioiden mukaisen yhteisvaikutuskäyrän.</p> <p>Työssä paneuduttiin eurokoodin mitoitusohjeisiin ja käytiin pilarin normaalitilanteen mitoitus vaihe vaiheelta läpi. Esimerkkinä laskettiin päistään nivelletyn pyöreän pilarin mitoitusvoimasuureet ja niitä vastaavat minimiraudoitteet. Pilarin mitoituksessa tuli ottaa lineaarisen analyysin lisäksi huomioon epälineaarinen analyysi, jossa käytettiin nimelliseen kaarevuuteen perustuvaa menetelmää. Ensimmäisessä esimerkkilaskussa tarkasteltiin poikkileikkauksen kestävyttä epäkeskistä normaalivoimaa vastaan kummankin pääkoordinaattiakselin suhteen erikseen, koska poikkileikkauksen rauditus koostui kuudesta pystytangosta, joita ei saa molempien akselien suhteen symmetrisesti. Toisessa esimerkkilaskussa käytettiin kahdeksan pystyteräksen pilaria ja sille suoritettiin täydellinen normaalitilanteen mitoitus. Lisäksi työssä tutustuttiin dimensiottomien yhteisvaikutusdiagrammien laatimiseen.</p> <p>Työn tuloksena saatiin Rakennussuunnittelutoimisto Sormunen &amp; Timonen Oy:lle käyttöön Excel-laskentapohja, joka näyttää kaikki laskennan väliarvot ja mahdollistaa näin laskennan seuraamisen. Laskentapohjan on tarkoitus toimia suunnittelun apuvälineenä ja sen etuna on pilarin käyttöasteen nopea tarkastelu. Lisäksi mitoitusohjeita tarkasteltaessa huomattiin pyöreän muodon aiheuttamia yksityiskohtia, joita kestävyden mitoituksessa tulee ottaa huomioon.</p>	
Avainsanat pyöreä pilari, mitoitus, yhteisvaikutusdiagrammi, viruma	

Field of Study Technology, Communication and Transport			
Degree Programme Degree Programme In Construction Engineering			
Author(s) Petteri Pakkanen			
Title of Thesis Design of a Circular Reinforced Concrete Column			
Date	4 May 2014	Pages/Appendices	54/4
Supervisor(s) Lecturer, Mr Harry Dunkel Lecturer, Mr Matti Mikkonen			
Client Organisation /Partners Sormunen & Timonen Oy			
<p>Abstract</p> <p>The aim of this thesis was to dimension a circular column according to the Eurocode standards. Another purpose was to take a closer look at the resistance of the column against the interaction of axial force and bending moment. A further purpose of the thesis was to produce an Excel based calculation table, which calculates both the dimensioning force quantities of the column and the customised interaction diagram.</p> <p>During the project the Eurocode dimensioning instructions were examined and the dimensioning of the column in normal situation was processed in stages. The dimensioning force quantities and corresponding minimum reinforcements of the circular column with jointed ends were calculated as an example. In addition to the linear analysis in the dimensioning of the column also the nonlinear analysis had to be taken into account in which a nominal curvature method was used. In the first sample calculation the resistance of the cross-section against eccentric axial force was studied separately in relation to both main coordinate axes. This was due to the fact that the reinforcement of the cross-section included six longitudinal bars, which could not be symmetrically placed regarding both axes. In the second sample calculation eight longitudinal bars were used and full dimensioning of the column in normal situation was conducted. Furthermore, the formulation of dimensionless interaction diagrams was explored.</p> <p>As a result an Excel based calculation table was created for Rakennussuunnittelutoimisto Sormunen &amp; Timonen Oy. The table presents all calculation quantities and therefore enables the following of calculation. The purpose of the Excel table is to aid the design process and its advantage is the fast examination of the utilisation rate of the column. Moreover, important details which have to be taken into account in the dimensioning were noticed when studying the dimensioning instructions.</p>			
Keywords circular column, design, interaction diagram, creep			



## SISÄLTÖ

1	JOHDANTO .....	7
2	PILARIN MITOITUS .....	8
2.1	Pilarin mitoituksen peruseriaatteet .....	8
2.2	Nurjahduspituus .....	8
2.3	Hoikkuus .....	9
2.4	Hoikkuusraja .....	9
2.5	Betonipeitteen määrittäminen .....	9
2.6	Lineaarinen analyysi .....	12
2.6.1	Alkuepäkeskisyys .....	12
2.6.2	Geometriset rakennepoikkeamat .....	13
2.7	Epälineaarinen analyysi .....	14
2.7.1	Nimellisen kaarevuuden menetelmä .....	15
2.7.2	Viruminen .....	15
2.7.3	Kaarevuus .....	18
2.8	Taivutusmomentit .....	19
2.9	Normaalivoiman ja taivutusmomentin yhteisvaikutus .....	21
2.10	Raudoitusten määrittäminen .....	22
3	NORMAALIVOIMAN JA TAIVUTUSMOMENTIN YHTEISVAIKUTUKSEN ANALYSOINTIA .....	25
3.1	Betonin materiaaliominaisuudet .....	25
3.2	Harjateräksen materiaaliominaisuudet .....	26
3.3	Yhteisvaikutusdiagrammin laatiminen integroimalla .....	27
3.3.1	Poikkileikkauksen muodonmuutokset .....	28
3.3.2	Puristetun betonin sekä puristus- ja vetoterästen differentiaaliset pinta-alat .....	29
3.3.3	Poikkileikkauksen sisäiset jännitysresultantit .....	30
3.3.4	Normaalivoima- ja momenttikestävyys .....	30
3.4	Yhteisvaikutusdiagrammin laatiminen erikoispisteiden A,B,C ja D avulla .....	32
3.4.1	Puristetun pinta-alan laskeminen geometrisesti .....	33
3.4.2	Puristetun segmentin pinta-alan ja painopisteen johtaminen trigonometrisin integraalein .....	34
3.4.3	Poikkileikkauksen muodonmuutokset, jännitykset ja voimatasapaino .....	34
3.4.4	Poikkileikkaus, jossa vähän pystyteräksiä .....	37
3.4.5	Esimerkkilasku kuuden pystyteräksen poikkileikkauksesta .....	37

4	MITOITUSESIMERKKI .....	42
4.1	Laskennan lähtötiedot .....	42
4.2	Mitoituksen kulku .....	43
4.3	Kestävyyden tarkastelu .....	46
5	YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET .....	53
	LÄHTEET JA TUOTETUT AINEISTOT .....	54
	LIITE 1: PILARIN MITOITUS EXCEL-LASKENTAPOHJALLA .....	55

## 1 JOHDANTO

Ensimmäiset eurokoodi-standardit otettiin käyttöön Suomessa marraskuussa 2007. Tämän jälkeen on suunnittelussa käytetty rinnakkain sekä vanhaa RakMk:n osaa B, että eurokoodeja kansallisine liitteineen. Betonirakenteiden suunnittelussa on siirrytty kokonaan eurokoodin käyttöön 1.7.2013 alkaen, jolloin vanha RakMk:n osa B4 poistui samalla kokonaan käytöstä. RakMk:n B osa on nyt päivitetty eurokoodin mukaiseksi, mutta mitoituksessa voidaan yhä käyttää myös eurokoodeja kansallisine liitteineen. Eurokoodin mukaiseen mitoitukseen on edelleen syytä paneutua, koska siitä on vasta muutaman vuoden kokemukset.

Opinnäytetyössä käsitellään pyöreän teräsbetonipilarin mitoitusta ja tarkastellaan pilarin toimintaa osana kokonaista rakennetta. Opinnäytetyön tuloksena on tavoitteena saada aikaan Excel-laskentapohja, jolla pyöreä teräsbetonipilari voidaan mitoittaa. Laskentapohjaan muodostetaan lisäksi pilarin kestävyuden ilmaiseva yhteisvaikutusdiagrammi, joka muuttuu aina pilarin dimensioiden ja raudoituksen mukaan. Eurokoodin mukaisia dimensiottomia yhteisvaikutusdiagrammeja, joissa on huomioitu Suomen kansalliset liitteet, ei löydy tällä hetkellä kuin kahdelle eri halkaisijan ja raudoituksen keskiötäisyyden suhteelle, jonka vuoksi yhteisvaikutusdiagrammin johtaminen on hyödyllistä. Lopuksi työssä suoritetaan esitetyn teorian pohjalta esimerkkilaskelma.

Tässä opinnäytetyössä käsitellään pilaria vain yksiaukkoisena ja tuentatavaltaan mastona, päistään nivelellisenä tai toisesta päästä jäykkänä ja toisesta nivelellisenä. Yksinkertaistettuna analyysimenetelmänä käytetään nimelliseen kaarevuuteen perustuvaa menetelmää. Pilarin mitoitus palo- ja onnettomuustilanteissa jätetään myös pois. Opinnäytetyössä käytetään lähteenä Betoniyhdistyksen käsikirjoja ja suunnitteluohjeita, sekä itse eurokoodi-standardin suomenkielistä käännöstä SFS-EN 1992-1-1. Lisäksi yhteisvaikutuksen analysoinnissa käytetään lähteenä kahta ulkomaista artikkelia, jotka molemmat ovat ilmestyneet rakennetekniikkaan erikoistuneissa julkaisuissa Građevinar ja Electronic Journal of Structural Engineering.

Opinnäytetyön toimeksiantajana toimii kuopiolainen Rakennussuunnittelutoimisto Sormunen & Timonen Oy. Idea opinnäytetyön aiheeksi on tullut toimeksiantoyrityksen rakennesuunnittelijalta. Toimistossa nähtiin tarpeelliseksi pyöreälle pilarille tehtävä laskentapohja, koska se nopeuttaa suunnittelutyötä ja mahdollistaa pilarin käyttöasteen tarkastelun helposti. Laskentapohjasta pyritään tekemään lisäksi sellainen, että sen avulla on helppo seurata mitoituksen etenemistä ja näin pyritään pienentämään virhemitoituksen mahdollisuutta.

Tässä insinöörityössä käsitellään poikkileikkaukseltaan pyöreän teräsbetonipilarin mitoitusta normaalitilanteessa. Työssä tarkastellaan mitoituksen kulku vaiheittain ja näytetään kuinka pilarin tukemistapaus vaikuttaa eri laskentasuureisiin. Lisäksi käsitellään pilarin kestävyystarkasteluissa tarvittavaa yhteisvaikutusdiagrammia hieman tarkemmin ja laaditaan erikoispisteiden avulla likimääräinen diagrammi myös itse. Omaa koulutustani ajatellen tämä työ antaa hyvän jatkumon betonirakenteiden osalta jo koulussa opitun lisäksi. Opinnäytetyön yhtenä tuloksena syntyvän yhteisvaikutusdiagrammin laatimisessa pääsee pohtimaan teräsbetonirakenteen käyttäytymistä syvällisemmin

## 2 PILARIN MITOITUS

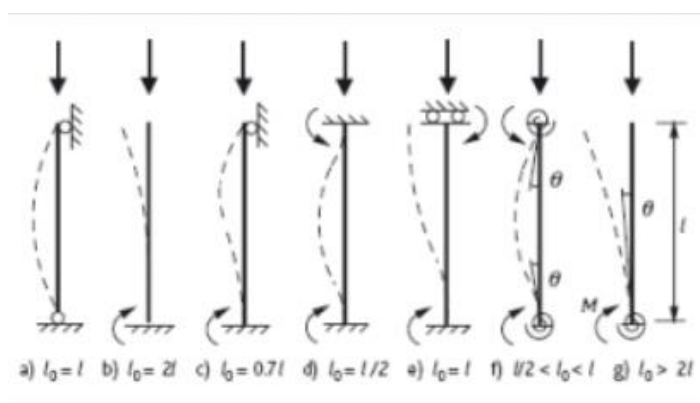
### 2.1 Pilarin mitoituksen peruseriaatteet

Pilarit mitoitetaan murtorajatilassa, koska pilareiden pääasiallisena tehtävänä on välittää muilta rakenneosilta tulevat kuormat alas perustuksille. Pilarin mitoituksessa tulee ottaa huomioon, että jokaisella pilarin poikkileikkauksella on riittävä kestävyys paikallisia rasituksia vastaan, ja että pilari on tarpeeksi jäykkä, jotta rakennusrungon kokonaisstabiilisuus ei heikkene tai geometrisen epälineaarisuuden osuus voimasuureissa kasva liian merkittäväksi. (Leskelä 2008, 417 - 418.)

Pilari mitoitetaan aina normaalivoimalle, joka vaikuttaa mitoituspaikeskisyyden päässä pilarin poikkileikkauksen painopisteestä sekä mahdollisten ulkoisten kuormien aiheuttamalle kiinnitysmomentille/momenteille tukemistapauksen mukaan. Mitoituspaikeskisyyden koostuu kuorman epäedullisesta sijainnista ja geometrisista rakennepoikkeamista. Hoikan pilarin tapauksessa mittapoikkeamaan vaikuttaa lisäksi epälineaarisesta analyysistä saatava lisäpaikeskisyyden. (Leskelä 2008, 418.)

### 2.2 Nurjahduspituus

Nurjahduspituuteen vaikuttaa pilarin taipumaviivan muoto, joka on esitetty kuvassa 1 katkoviivalla. Nurjahduspituus on päästään niveltuetun poikkileikkaukseltaan vakion sauvan pituus, jonka nurjahduskuorma on sama kuin tarkasteltavalla sauvalla. (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 63.)



KUVA 1 Erillisten sauvojen nurjahdusmuotoja ja vastaavat nurjahduspituudet (Eurocodes.fi)

Nurjahduspituus  $l_0$  tässä opinnäytetyössä tarkasteltaville tukemistapauksille (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 63.):

$$\begin{aligned}
 l_0 &= l && \text{kun kyseessä on päästään nivelletty pilari} \\
 l_0 &= 2 * l && \text{kun kyseessä on mastopilari} \\
 l_0 &= 0,7 * l && \text{kun pilari on toisesta päästä jäykkä ja toisesta päästä nivelletty}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$



### 2.3 Hoikkuus

Pilarin hoikkuusparametrinä käytetään seuraavaa suhdetta:

$$\lambda = l_0/i \quad (2)$$

missä

$$l_0 \quad \text{on pilarin nurjahduspituus}$$

$$i \quad \text{on halkeilemattoman betonipoikkileikkauksen } A_c \text{ jäyhyyssäde}$$

Jäyhyysräde  $i$  lasketaan kaavalla:

$$i = \sqrt{I_c/A_c} \quad (3)$$

missä

$$I_c = \pi r^4/4 \quad \text{on halkeilemattoman betonipoikkileikkauksen jäyhyysmomentti}$$

$$r \quad \text{on pyöreän pilarin poikkileikkauksen säde}$$

### 2.4 Hoikkuusraja

Toisen kertaluvun vaikutuksia ei tarvitse ottaa huomioon, jos ne ovat alle 10 % ensimmäisen kertaluvun vaikutuksista tai jos pilarin hoikkuus  $\lambda \leq \lambda_{lim}$ .

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{N_{Ed}/A_c \cdot f_{cd}}} \quad (4)$$

missä

$$A = \frac{1}{1+0,2\varphi_{ef}} \quad \text{jos virumisastetta } \varphi_{ef} \text{ ei tunneta, voidaan käyttää A:lle arvoa 0,7}$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} \quad \text{jos mekaanista raudoitussuhdetta } \omega \text{ ei tunneta, voidaan B:lle käyttää arvoa 1,1}$$

$$C = 1,7 - r_m \quad \text{jos päätemomenttien suhdetta } r_m \text{ ei tunneta, voidaan C:lle käyttää arvoa 0,7}$$

$$\varphi_{ef} \quad \text{on virumisaste}$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad \text{on mekaaninen raudoitussuhde}$$

$$r_m = M_{01}/M_{02} \quad \text{on päätemomenttien suhde, jossa } M_{01} \text{ ja } M_{02} \text{ ovat lineaarisen analyysin mukaiset pilarin päissä vaikuttavat momentit siten, että } |M_{02}| \geq |M_{01}|$$

(Leskelä 2008, 118).

### 2.5 Betonipeitteen määrittäminen

Betonipeitteellä tarkoitetaan betonipinnan ja sitä lähinnä olevan raudoituksen pinnan välistä etäisyyttä. Piirustuksissa esitettävä betonipeitteen nimellisarvo  $c_{nom}$  saadaan kaavasta:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (5)$$

missä

$c_{min}$  on betonipeitteen vähimmäisarvo  
 $\Delta c_{dev}$  on mittapoikkeama

Betonipeitteen vähimmäisarvolle käytetään suurinta arvoista, joka täyttää vaadittavat ympäristöolosuhteet, palonkestävyyden ja tartuntavoimien siirtymisen. Vähimmäisarvoksi valitaan suurin seuraavista (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 49 - 50).

$$c_{min} = maks \left\{ \begin{array}{l} c_{min,b} \\ c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} \\ 10 \text{ mm} \end{array} \right. \quad (6)$$

missä

$c_{min,b}$  on tartuntavaatimuksesta johtuva betonipeitteen vähimmäisarvo  
 $c_{min,dur}$  on ympäristöolosuhteista johtuva betonipeitteen vähimmäisarvo  
 $\Delta c_{dur,\gamma}$  on lisävarmuustermi, jonka suositusarvo on 0 mm  
 $\Delta c_{dur,st}$  on ruostumattoman teräksen käytöstä johtuva betonipeitteen vähimmäisarvon pienennys, jonka suositusarvo on 0 mm  
 $\Delta c_{dur,add}$  on lisäsuojauksesta johtuva betonipeitteen vähimmäisarvon pienennys, jonka suositusarvo on 0mm

Betonipeitteen vähimmäisarvo tartuntavaatimuksen  $c_{min,b}$  mukaan on:

$c_{min,b} = \phi$  kun käytetään erillisiä tankoja  
 $c_{min,b} = \phi_n$  kun käytetään tankonippuja

missä

$\phi$  on yksittäisen tangon halkaisija  
 $\phi_n$  on tankonipun ekvivalenttihalkaisija

Lisäksi täytyy tarkistaa seuraava ehto (Suomen Betoniyhdistys 2013, 72).

$$c_{min,b} = maks \left\{ \begin{array}{l} \phi_{päätanko} - \phi_{haka} \\ \phi_{haka} \end{array} \right. \quad (7)$$

Ekvivalenttihalkaisija lasketaan seuraavasti:

$\phi_n = \phi * \sqrt{n_b}$  kun käytetään saman paksuisia tankoja  
 $\phi_n = 2 * \sqrt{\frac{\sum A_s}{\pi}}$  kun käytetään eripaksuisia tankoja

missä

$n_b$  on tankojen lukumäärä, joka on korkeintaan 3  
 $\sum A_s$  on nipun tankojen yhteenlaskettu poikkipinta-ala

Lisäksi tankonippujen ekvivalentti paksuus on rajoitettu arvoon  $\phi_n \leq 55 \text{ mm}$ .

Mikäli betonin runkoaineen maksimiraekoko on suurempi kuin 32 mm, tulee tankopaksuuden mukaan määriteltyä betonipeitepaksuutta kasvattaa 5 mm:llä. (Suomen Betoniyhdistys 2013, 59.)

Betonipeitteen vähimmäisarvo suunnittelukäyttöään ja rasitusluokan mukaan  $c_{min,dur}$  valitaan taulukosta 1. Taulukon perusarvoja käytetään 50 vuoden käyttöiälle ja ne on määritelty betonin minimilujuusluokalle kyseisessä rasitusluokassa.

TAULUKKO 1. Betonipeitteen vähimmäisarvot ympäristöolosuhteiden mukaan. (Suomen Betoniyhdistys 2013, 64)

Ympäristöolosuhteista johtuva betonipeitteen vähimmäisarvovaatimus								
$c_{min,dur}$ (mm)								
Kriteeri	Rasitusluokka							
	X0	XC1	XC2	XC3 XC4	XD1	XS1	XD2	XD3 XS2 XS3
Betoniteräs	10	10	20	25	30	30	35	40
Jänneteräs	10	20	30	35	40	40	45	50
100 vuoden suunnittelukäyttöikä	+0	+0	+5	+5	+5	+5	+5	+5
Lujuusluokka $\geq$	C20/25 -5	C30/37 -5	C35/45 -5	C35/45 -5	C35/45 -5	C40/50 -5	C35/45 -5	C45/55 -5

Palonkestävyyden mukaan määritettävä pääteräksen keskiöetäisyys betonin reunaan käydään tässä läpi vain periaatteellisesti, koska palotilanteen mitoitustakaan ei suoriteta. Keskiöetäisyys  $a$  määritetään seuraavasti (Suomen Betoniyhdistys 2013, 65.):

$$a = c_{nom} + (\phi_{työtanko}) + \phi_{haka} + \frac{1}{2} * \phi_{päätanko} \quad (8)$$

missä

- $c_{nom}$  on betonipeitteen nimellispaksuus
- $\phi_{työtanko}$  on mahdollisen asennusraudoituksen ottama tila
- $\phi_{haka}$  on hakaterästen halkaisija
- $\phi_{päätanko}$  on pääterästen halkaisija

Taulukosta 2 saadaan pilarin vähimmäismitta ja päätankojen keskiöetäisyys kussakin paloluokassa.

TAULUKKO 2. Palonkestovaatimuksen toteuttavat minimipoikkileikkaukset. (Suomen Betoniyhdistys 2013, 71).

Standardipalonkestävyys	Vähimmäismitat (mm)			
	Pilarin leveys $b_{min}$ / päätankojen keskiöetäisyys $a$			
	Pilarin altistus useammalta kuin yhdeltä sivulta			Altistus yhdeltä sivulta
	$\mu_n = 0,2$	$\mu_n = 0,5$	$\mu_n = 0,7$	$\mu_n = 0,7$
1	2	3	4	5
R 30	200/25	200/25	200/32 300/27	155/25
R 60	200/25	200/36 300/31	250/46 350/40	155/25
R 90	200/31 300/25	300/45 400/38	350/53 450/40**	155/25
R 120	250/40 350/35	350/45** 450/40**	350/57** 450/51**	175/35
R 180	350/45**	350/63**	450/70**	230/55
R 240	350/61**	450/75**	–	295/70

\*\*  
Vähintään 8 tankoa  
Jännitetyillä pilareilla keskiöetäisyyttä suurennetaan kohdan 5.2(5) <sup>25</sup> mukaisesti.

Taulukon 2 mitoitus tapa soveltuu vain jäykistetyille pilareille, joiden tehollinen pituus palotilanteessa on enintään  $L_{0,fi} \leq 3,0 \text{ m}$  ja kuormituksen epäkeskisyys on korkeintaan  $e \leq 0,4 * h$ . (Suomen Betoniyhdistys 2013, 71.)

## 2.6 Lineaarinen analyysi

Linearisessa analyysissä rakenteeseen vaikuttavien kuormien ja niiden aiheuttamien siirtymien ja jännitysten välinen yhteys on lineaarinen. Tällöin myös oletetaan, että materiaali käyttäytyy lineaarisesti kimmoisasti ja rakenteen muodonmuutokset jäävät niin pieniksi, ettei niillä ole merkittävää vaikutusta rakenteen käyttäytymiseen kokonaisuutena. Todellisuudessa harva rakenne käyttäytyy lineaarisesti, mutta lineaarinen käyttäytyminen on yleensä riittävän tarkka approksimaatio. (DIGMA.)

### 2.6.1 Alkuepäkeskisyys

Alkuepäkeskisyys  $e_0$  ottaa huomioon pilariin kohdistuvan normaalivoiman epäkeskisyyden, vaakakuormat sekä mahdollisen kiinnitysmomentin (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 82.):

$$e_0 = \max \begin{cases} M_d / N_{Ed} \\ h / 30 \\ 20 \text{ mm} \end{cases} \quad (9)$$

missä

- $M_d$  on ulkoisen kuorman aiheuttama momentti
- $N_{Ed}$  on normaalivoiman mitoitusarvo
- $h$  on pilarin poikkileikkauksen halkaisija

## 2.6.2 Geometriset rakennepoikkeamat

Pilarin geometrisillä rakennepoikkeamilla tarkoitetaan pilarin poikkeamaa ideaalimuodosta tai kuorman paikan poikkeamista oletetusta kohdasta. Poikkeamat esitetään joko kulmapoikkeamana tai sitä edustavana suurimpana mittapoikkeamana. (Leskelä 2008, 116.)

Kulmapoikkeama saadaan kaavasta:

$$\theta_i = \theta_0 * \alpha_h * \alpha_m \quad (10)$$

missä

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 1/200 && \text{on perusarvo} \\ \alpha_h &&& \text{on rakenteen korkeudesta aiheutuva pienennyskerroin} \\ \alpha_m &&& \text{on rakenneosien määrään perustuva pienennyskerroin} \end{aligned}$$

Pienennyskerroimet saadaan kaavoista:

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}}; \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1 \quad (11)$$

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad (12)$$

missä

$$\begin{aligned} l &&& \text{on pilarin todellinen pituus} \\ m &&& \text{on kokonaisvaikutuksen synnyttävän pystyosien määrä, erillispilareiden tapauksessa 1} \end{aligned}$$

Erillispilareihin vaikuttavia rakennepoikkeamia voidaan tarkastella joko kuorman epäkeskisyytenä  $e_i$  tai pilariin maksimimomentin tuottavaan kohtaan asetettavana poikittaisvoimana  $H_i$ .

Epäkeskisyyys  $e_i$  saadaan kaavasta (Leskelä 2008, 116 - 117.):

$$e_i = \theta_i * \frac{l_0}{2} \quad (13)$$

missä

$$\begin{aligned} l_0 &&& \text{on pilarin nurjahduspituus} \\ \theta_i &&& \text{on kulmapoikkeama} \end{aligned}$$

Seinien ja jäykistettyjen kehien erillispilareiden tapauksessa voidaan käyttää myös yksinkertaistettua kaavaa (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 56):

$$e_i = l_0/400 \quad (14)$$

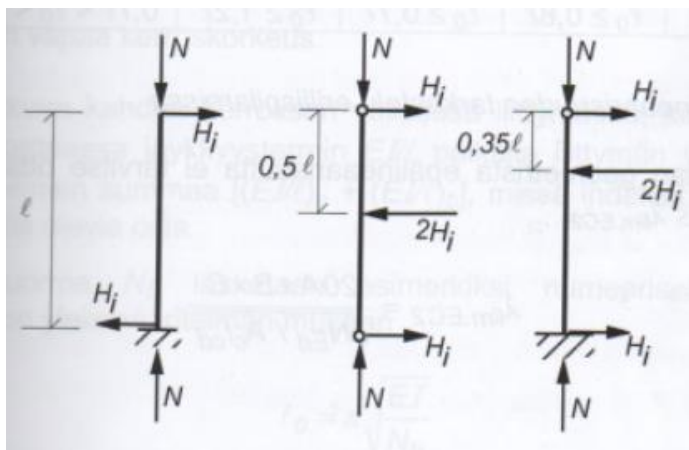
Poikittaisvoima saadaan kaavoista (Leskelä 2008, 117.):

$$H_i = \theta_i * N_{Ed} \quad (\text{kun pilari on osa jäykistämätöntä kehää}) \quad (15)$$

$$H_i = 2 * \theta_i * N_{Ed} \quad (\text{kun pilari on osa jäykistettyä kehää}) \quad (16)$$

missä

$N_{Ed}$  on normaalivoiman mitoitusarvo



KUVA 2. Poikittaisvoiman vaikutuspisteet eri tuentatavan omaavissa pilareissa. (Leskelä 2008, 117).

## 2.7 Epälineaarinen analyysi

Rakennesuunnittelussa käytetään usein nimitystä 2. kertaluvun vaikutus, kun tarkoitetaan geometrisen epälineaarisuuden vaikutuksia. Nimityksellä 2. kertaluvun vaikutus pyritään ilmaisemaan eroa lineaariseen käyttäytymiseen, jossa kuormituksen kasvaessa myös rakenteiden siirtymät kasvavat samassa suhteessa. 2. kertaluvun vaikutus on kuitenkin terminä harhaanjohtava, sillä rakenteen epälineaarinen käyttäytyminen voi johtua myös materiaalien epälineaarisesta käyttäytymisestä tai reunaehdoista. (Leskelä 2008, 226.)

Materiaalin epälineaarisuus tarkoittaa, että materiaalin konstitutiiviset yhtälöt ovat epälineaarisia. Reunaehtoihin liittyvä epälineaarisuus taas voi johtua esimerkiksi ns. kosketusongelmasta, jossa rakenteen ympäristöön tukeutuminen riippuu kuormituksen suuruudesta. Geometrinen epälineaarisuus tarkoittaa, että rakenteeseen aiheutuu kuormituksesta niin suuria siirtymiä, ettei yhteys niiden välillä ole enää riittävän tarkasti lineaarinen. (DIGMA)

Tässä opinnäytetyössä tarvitsee tarkastella vain geometristä epälineaarisuutta. Pilarin hoikkuuden ollessa hoikkuusrajaa suurempi, täytyy geometrinen epälineaarisuus ottaa huomioon. Pilarin hoikkuus vähentää puristuskestävyyttä, koska epäkeskisen kuormituksen aiheuttama taipuma lisää edelleen epäkeskisyyttä ja muuttaa näin normaalivoiman ja momentin yhteisvaikutuksen epälineaariseksi, jolloin taivutusmomentti kasvaakin nopeammin kuin normaalivoima. Pilarin päiden kiinnitykset ja tuennan reunaehdot vaikuttavat geometrisen epälineaarisuuden kriittisyyteen. Jos suurimmat taipu-

malisäykset eivät sijaitse kriittisissä leikkauksissa, ei pilarin puristuskestävyyскään juuri pienene. (Leskelä 2008, 226.)

### 2.7.1 Nimellisen kaarevuuden menetelmä

Tässä opinnäytetyössä käytetään pilarin mitoituksessa nimelliseen kaarevuuteen perustuvaa menetelmää. Ensisijaisesti tämä menetelmä sopii erillispilareihin, joihin kohdistuva normaalivoima on vakiosuuruinen ja joiden tehollinen pituus  $l_0$  tunnetaan. Taipumaan perustuva nimellinen lisämomentti  $M_2$  saadaan laskemalla taipuma nurjahduspituuden mukaan arvioitavan kaarevuuden maksimiarvon avulla. Seuraavassa on kuvattu laskentaprosessi, jossa lasketaan kaarevuuden maksimiarvo ja sitä kautta taipuman eli lisäepäkeskisyyden  $e_2$  arvo. Kaarevuuden laskemiseksi lasketaan ensin virumisaste, joka määritetään seuraavaksi. (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 71.)

### 2.7.2 Viruminen

Betonin virumiseen vaikuttaa ympäristön kosteus, rakenneosan mitat ja betonin koostumus. Lisäksi siihen vaikuttaa betonin kovettumisaste kuormituksen alussa, kuormituksen kesto ja kuormituksen suuruus. (Suomen Betoniyhdistys 2008, 23.)

Virumaluku  $\varphi(t, t_0)$  voidaan määrittää standardin SFS-EN 1992-1-1 nomogrammeilla, mikäli betonin puristusjännitys  $\sigma_c$  betonin kuormittamisiässä  $t_0$  on enintään  $0,45 f_{ck}(t_0)$ , ympäristön lämpötila on  $-40$  °C:n ja  $+40$  °C:n välillä sekä keskimääräisen suhteellisen kosteuden ollessa arvojen 40 %:n ja 100 %:n välillä. Jos betonin puristusjännitys kuormittamisiässä  $t_0$  ylittää arvon  $0,45 f_{ck}(t_0)$ , niin lasketaan virumaluvun  $\varphi(\infty, t_0)$  korvaava epälineaarinen virumaluku  $\varphi_{nl}(\infty, t_0)$ . (Suomen Betoniyhdistys 2008, 23.):

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0)^{(1,5(k_\sigma - 0,45))} \quad (17)$$

missä

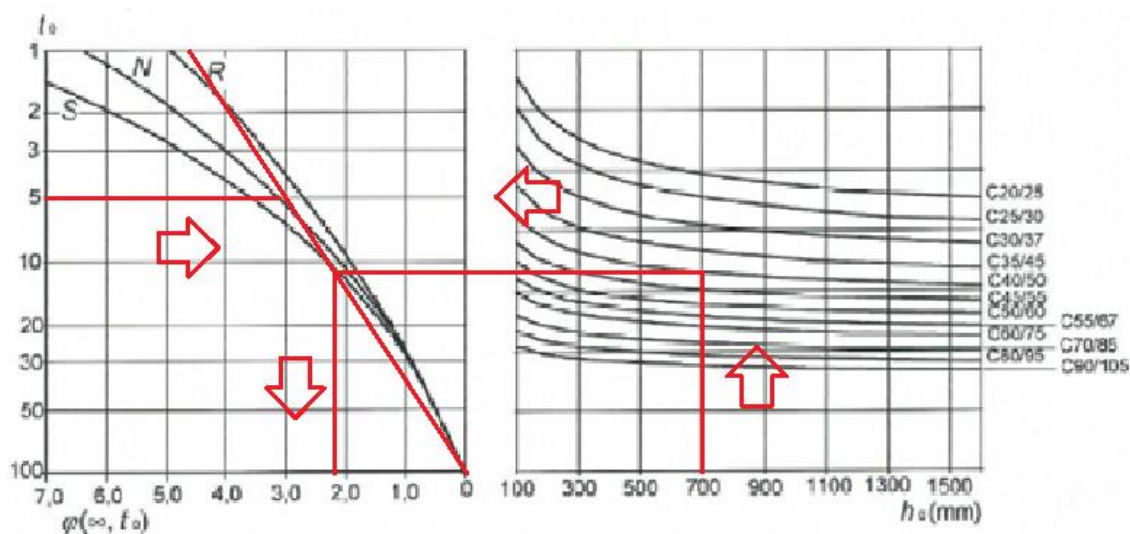
$$k_\sigma = \frac{\sigma_c}{f_{ck}(t_0)}$$

missä

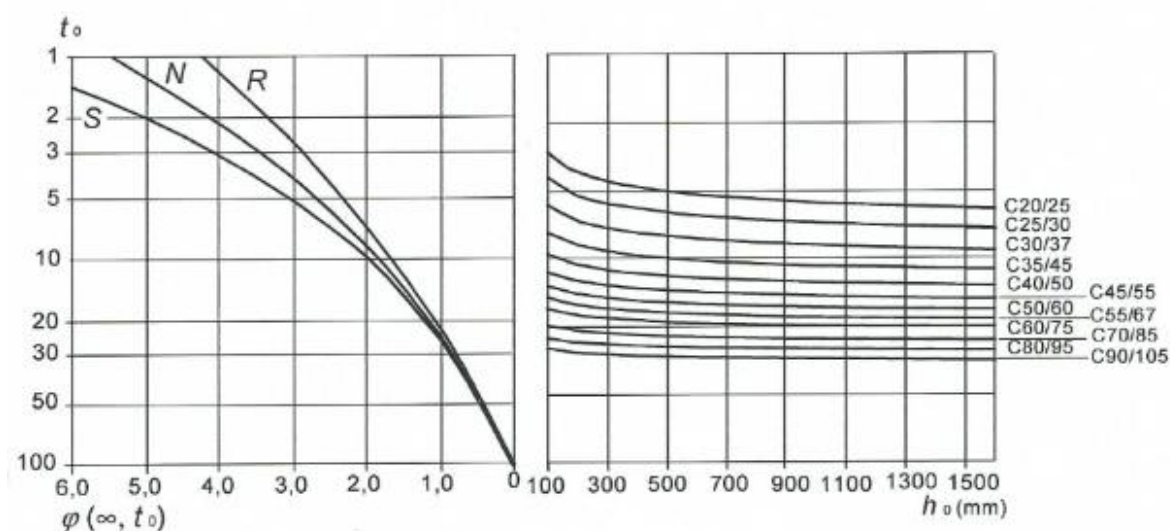
$$f_{ck}(t_0) \quad \text{on betonin puristuslujuuden ominaisarvo kuormittamisiässä } t_0$$

Nomogrammeja käytetään seuraavalla tavalla. Ensimmäiseksi piirretään vasempaan käyrästöön vaakasuora viiva alkamaan kuormittamisiästä  $t_0$ . Tämä vaakasuora viiva piirretään käyrään S (hitaasti kovettava sementti), N (normaalisti kovettava sementti) tai R (nopeasti kovettava sementti) rakenteessa käytettävän sementtityypin mukaan. Seuraavaksi yhdistetään edellä piirretyn viivan ja sementtityypin käyrän leikkauspiste origoon. Tämän jälkeen piirretään oikeanpuoleiseen käyrästöön pystyviiva alkamaan rakenteen muunnetusta hoikkuudesta  $h_0$ . Seuraava viiva piirretään vaakaan edellisen viivan ja betonin lujuusluokkaa kuvaavan käyrän leikkauspisteestä. Tämä viiva piirretään vasemmanpuoleiseen käyrästöön piirrettyyn vinoviivaan asti. Viimeinen viiva piirretään näiden viivojen leikkauspisteestä kohtisuoraan alas, josta saadaan virumaluku. Alla olevassa kuviossa 1

selvennetään vielä nomogrammin käyttöä. Kuvion 1 tapauksessa virumaluku on  $\varphi(\infty, 5d) \approx 2,3$ . (Suomen Betoniyhdistys 2013, 46.)



KUVIO 1. Viruman mitoitusnomogrammit sisätiloissa sijaitseville rakenneosille, jossa RH=50 %. Muokattu lähteestä (Suomen Betoniyhdistys 2008).



KUVIO 2. Viruman mitoitusnomogrammit ulkotiloissa sijaitseville rakenneosille, jossa RH=80 %. (Suomen Betoniyhdistys 2008).

Jos rakenneosaan vaikuttavat olosuhteet eriävät edellämainitusta, tulee virumaluku laskea standardin SFS-EN 1992-1-1 liitteen B avulla. Liitteessä esitetyillä kaavoilla voidaan tarkastella virumisen kehittymistä myös ajan myötä.

Liitteessä B virumaluku  $\varphi(t, t_0)$  saadaan kaavasta:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 * \beta_c(t, t_0)$$

(18)

Nimelliselle virumaluvulle  $\varphi_0$  lasketaan likiarvo kaavalla:



$$\varphi_0 = \varphi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_0) \quad (19)$$

missä

$\varphi_{RH}$  on suhteellisen kosteuden huomioiva kerroin, joka saadaan kaavoista:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1-RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{kun } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1-RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1 \right] * \alpha_2 \quad \text{kun } f_{cm} > 35 \text{ MPa}$$

$RH$  on ympäristön suhteellinen kosteus prosentteina

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad \text{on betonin lujuuden huomioiva kerroin}$$

$f_{cm}$  on betonin keskimääräinen puristuslujuus [MPa] 28 vuorokauden iässä

$$\alpha_1 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad \text{on betonin lujuuden vaikutuksen huomioiva kerroin}$$

$$\alpha_2 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad \text{on betonin lujuuden vaikutuksen huomioiva kerroin}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,20})} \quad \text{on kuormituksen alkamisajan huomioiva kerroin}$$

$$h_0 = \frac{2 * A_c}{u} \quad \text{on poikkileikkauksen muunnettu paksuus}$$

missä

$A_c$  on betonipoikkileikkauksen pinta-ala

$u$  on poikkileikkauksen piirin osan pituus, joka on altis haihtumiselle

Kuormittumisen jälkeen tapahtuvaa virumisen kehittymistä kuvaavan kertoimen  $\beta_c(t, t_0)$  likiarvo saadaan seuraavalla kaavalla:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{(t-t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (20)$$

missä

$t$  on betonin ikä vuorokausina tarkasteluajankohtana

$t - t_0$  on kuormituksen kesto vuorokausina

$\beta_H$  on suhteellisesta kosteudesta ja poikkileikkauksen muunnetusta paksuudesta riippuva kerroin, joka saadaan kaavoista:

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{kun } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$$

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012RH)^{18}]h_0 + 250 * \alpha_3 \leq 1500 * \alpha_3 \quad \text{kun } f_{cm} \geq 35 \text{ MPa}$$

$$\alpha_3 = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad \text{on betonin lujuuden vaikutuksen huomioiva kerroin}$$

Sementtityypin vaikutus betonin virumaan otetaan huomioon muuntamalla kuormittumiskästä  $t_0$  seuraavalla kaavalla:

$$t_0 = t_{0,r} \left( \frac{9}{2 + t_{0,r}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \quad (21)$$

missä

$t_{0,T}$	on betonin lämpötilakorjattu ikä vuorokausina kuormittumishetkellä $t_0$ , joka lasketaan alla
$\alpha$	on sementin tyypistä riippuva eksponentti. S-typin sementille $\alpha = -1$ , N-typin sementille $\alpha = 0$ ja R-typin sementille $\alpha = 1$

Betonin kovettumisnopeuteen vaikuttavan korkean tai matalan lämpötilan välillä 0 °C ja 80 °C vaikutus huomioidaan korjaamalla betonin ikää kaavalla:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-\left(\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)}\right)^{-13,65}} * \Delta t_i \quad (22)$$

missä

$T(\Delta t_i)$	on lämpötila [°C] aikavälillä $\Delta t_i$
$\Delta t_i$	on aika vuorokausina, jonka betoni on lämpötilassa $T$

(Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 198 - 199.)

### 2.7.3 Kaarevuus

Muuttumattoman symmetrisen poikkileikkauksen omaaville pilareille voidaan käyttää kaavaa:

$$\frac{1}{r} = K_r * K_\varphi * \frac{1}{r_0} \quad (23)$$

missä

$K_r$  on normaalivoimasta riippuva korjauskerroin

$K_\varphi$  on virumisen huomioiva kerroin

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd}/(0,45 * d)$$

missä

$d = h - d_c$  on pilarin poikkileikkauksen tehollinen korkeus

$h$  on pilarin halkaisija

$d_c$  on pääteräksen keskiöetäisyys betonin reunasta

$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$  on teräksen mitoitusvenymä kimmoisalla alueella

missä

$f_{yd}$  on teräksen mitoituslujuus

$E_s$  on harjateräksen kimmokerroin

Normaalivoiman huomioivalle korjauskertoimelle  $K_r$  käytetään kaavaa:

$$K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) \leq 1 \quad (24)$$

missä

$n$  on suhteellinen normaalivoima, joka saadaan kaavasta:

$$n = N_{Ed}/(A_c * f_{cd})$$

$N_{Ed}$  on normaalivoiman mitoitusarvo

$$n_u = 1 + \omega$$

$n_{bal} = 0,4$  on suhteellisen normaalivoiman arvo taivutuskestävyyden maksimiarvolla

missä

$$\omega = \frac{A_s * f_{yd}}{A_c * f_{cd}}$$
 on mekaaninen raudoitussuhde

$A_s$  on raudoituksen kokonaisala

$A_c$  on betonipoikkileikkauksen kokonaisala

$f_{cd}$  on betonin puristuslujuuden mitoitusarvo

Virumisen vaikutuksen huomioon ottava kerroin  $K_\varphi$  saadaan kaavasta:

$$K_\varphi = 1 + \beta * \varphi_{ef} \geq 1 \quad (25)$$

missä

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}$$

$\lambda$  on hoikkuusluku

$f_{ck}$  on betonin lieriölujuuden ominaisarvo

$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) * \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}}$  on virumisaste

missä

$M_{0Eqp}$  on lineaarisen analyysin käyttörajatilan momentti

$M_{0Ed}$  on lineaarisen analyysin murtorajatilan momentti

(Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 72 - 73.)

## 2.8 Taivutusmomentit

Jos geometrinen rakennepoikkeamien vaikutukset huomioidaan poikittaisvoimana  $H_i$  niin mitoitusmomentti  $M_{Ed}$  saadaan kaavasta (Leskelä 2008, 421 - 422.):

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_{Ed,H} + M_2 \quad (26)$$

missä

$M_{0Ed} = e_0 * N_{Ed}$  on ulkoisen kuormituksen aiheuttama taivutusmomentin lineaarinen mitoitusarvo, kun kyseessä on mastopilari

$M_{0Ed} = (0,6 * e_{02} + 0,4 * e_{01}) * N_{Ed}$  kun kyseessä on päistään niveltuettu pilari

$M_{0Ed} = 0,4 * e_0 * N_{Ed}$  kun pilari on toisesta päästä jäykkä ja toisesta nivelletty

$M_{Ed,H}$  on epäkeskisyyttä kuvaavan poikittaisvoiman aiheuttama taivutusmomentti, jonka laskukaava vaihtelee tukemistapauksen mukaan

$M_2 = e_2 * N_{Ed}$  on epälineaarista analyysistä saatu lisätaivutusmomentti (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 71).

missä

$e_2 = \frac{(\frac{1}{r}) * l_0^2}{c}$  on epälineaarista analyysistä saatu taipuma

missä

$\frac{1}{r}$  on kaarevuus, ks. kohta 2.6.3

$l_0$  on pilarin nurjahduspituus

$c$  on kerroin, joka riippuu kokonaiskaarevuuden jakautumasta. Vakio-poikkileikkauksen omaavalla pilarilla arvo on normaalisti 10, mutta lineaarisen analyysin momentin ollessa vakio, on syytä valita pienempi arvo, kuitenkin vähintään 8 (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 72).

Poikittaisvoiman  $H_i$  aiheuttama momentti  $M_{Ed,H}$  lasketaan kaavoilla:

$M_{Ed,H} = H_i * l$  kun kyseessä on mastopilari

$M_{Ed,H} = \frac{H_i * l}{2}$  kun kyseessä on päistään niveltuettu pilari

Pilarissa, joka on tuettu toisesta päästä jäykästi ja toisesta nivelellisesti, saadaan kaksi eri taivutusmomentin arvoa kaavoista:

$M_{Ed,H1} = 0,35 * H_i * l$        $M_{Ed,H2} = 0,307 * H_i * l$

missä

$H_i$  on rakennepoikkeamat huomioiva poikittaisvoima

$l$  on pilarin pituus

Jos geometrinen rakennepoikkeamien vaikutukset huomoidaan mittapoikkeamana  $e_i$  niin mitoitusmomentti  $M_{Ed}$  saadaan kaavasta:

$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$  (27)

missä

$M_{0Ed} = (e_0 + e_i) * N_{Ed}$  on ulkoisen kuormituksen aiheuttama taivutusmomentin lineaarinen mitoitusarvo, jossa on mukana geometrinen rakenne-

poikkeamien vaikutukset, kun kyseessä on mastopilari

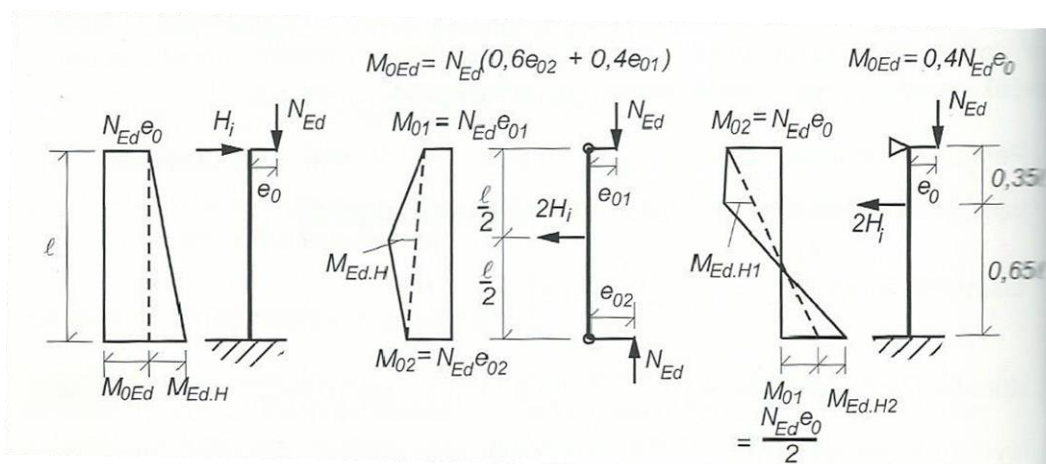
$$M_{0Ed} = (0,6 * e_{02} + 0,4 * e_{01} + e_i) * N_{Ed}$$

kun kyseessä on päistään niveltuettu pilari

$$M_{0Ed} = (0,4 * e_0 + e_i) * N_{Ed}$$

kun pilari on toisesta päästä jäykkä ja toisesta nivelletty

$$M_2 = e_2 * N_{Ed}$$

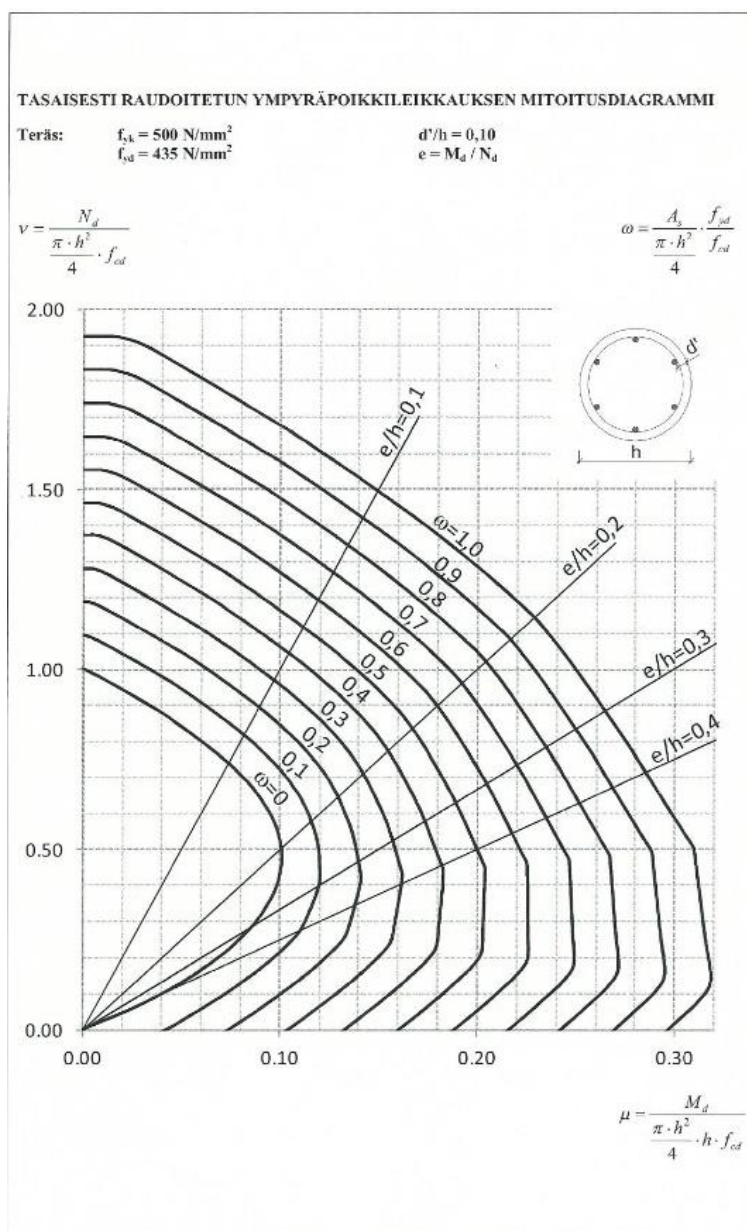


KUVA 5. Alkuepäkeskisyyden sekä poikittaisvoiman  $H_i$  aiheuttamat momentit eri tuentatapauksissa. (Leskelä 2008, 422).

## 2.9 Normaaliavoiman ja taivutusmomentin yhteisvaikutus

Normaaliavoiman  $N_{Ed}$  ja taivutusmomentin  $M_{Ed}$  yhteisvaikutus on aina sama kuin normaalivoimalla  $N_{Ed}$ , jonka epäkeskisyyden  $e_d = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}}$ . Kestävyys yhteisvaikutusta vastaan saavutetaan joko terästen vetoplastisoitumisen tai betonin puristumurtumisen seurauksena. (Leskelä 2008, 213, 223.) Huomioitavaa on, että vetoteräkset voivat olla myös puristettuina. Lisäksi täytyy huomioida, että lähempänä neutraaliakselia sijaitsevat teräkset eivät yleensä plastisoidu. Myöskään kauimmaisat vetoteräkset eivät aina pastisoidu. Kestävyyttä laskiessa tulee siis ottaa huomioon, että teräkset eivät anna samaa jännitysresultanttia poikkileikkauksen eri kohdissa ja poikkileikkauksen eri murtumistapauksissa. Kaikkien edellämainittujen tapauksien laskemiseksi tarvitaan tietokoneohjelma, koska mitoituslausekkeet muodostuvat liian monimutkaisiksi käsin laskettavaksi. (Juvonen 2014, 49.)

Käytännön mitoituksessa poikkileikkauksen kestävyyden arvot luetaan valmiiksi laadituista yhteisvaikutusdiagrammeista. Yhteisvaikutusdiagrammissa esitetään kaikki normaalivoiman ja taivutusmomentin arvoparit, jotka tuottavat poikkileikkauksen murtumisen. Yleensä yhteisvaikutusdiagrammit esitetään dimensiottomien koordinaattien avulla, kuten kuvassa 6. Pystyakselilla on suhteellinen normaalivoima  $\nu$  ja vaak-akselilla suhteellinen taivutusmomentti  $\mu$ . (Leskelä 2008, 216 - 217.)



KUVA 6. Pyöreän poikkileikkauksen yhteisvaikutusdiagrammi (Betonirakenteiden suunnitteluohje: RIL-202-2011/by61, 98).

Likimääräisen yhteisvaikutusdiagrammin laskeminen onnistuu käsin erikoispisteiden A, B, C ja D avulla. Näissä pisteissä poikkileikkauksen venymät on yksikäsitteisesti tunnettu. (Leskelä 2008, 216.) Likimääräinen yhteisvaikutusdiagrammi lasketaan kohdassa 4.3.

## 2.10 Raudoitusten määrittäminen

Raudoitusten määrittämiseksi dimensiottomasta yhteisvaikutusdiagrammista täytyy normaalivoiman ja momentin mitoitusarvot muuttaa suhteellisiksi.

Suhteellinen normaalivoima lasketaan kaavalla:

$$v = \frac{N_{Ed}}{\frac{\pi \cdot h^2}{4} \cdot f_{cd}} \quad (28)$$

missä

$N_{Ed}$	on normaalivoiman mitoitusarvo
$h$	on pilarin halkaisija
$f_{cd}$	on betonin mitoituslujuus

Suhteellinen momentti saadaan kaavasta:

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{\frac{\pi * h^2}{4} * n * f_{cd}} \quad (29)$$

missä

$M_{Ed}$	on taivutusmomentin mitoitusarvo
----------	----------------------------------

Suhteelliset arvot muodostavat pisteen yhteisvaikutusdiagrammissa. Mekaaniseksi raudoitussuhteeksi  $\omega$  valitaan vähintään se arvo, jolla käyrä kiertää mitoittavan pilarin pisteen ulkopuolelta.

Mekaanisen raudoitussuhteen kaava pyöreälle poikkileikkaukselle:

$$\omega = \frac{A_s}{\frac{\pi * h^2}{4}} * \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (30)$$

missä

$A_s$	on poikkileikkauksessa tarvittava pääterästen poikkileikkausala
$f_{yd}$	on teräksen mitoituslujuus

(Betonirakenteiden suunnitteluohje: RIL-202-2011/by61, 98.)

Tästä voidaan laskea edelleen geometrinen raudoitussuhde ja tarvittava teräsmäärä:

$$\rho = \omega * \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \geq \rho_{min} \longrightarrow A_s = \rho * \frac{\pi * h^2}{4} = \rho * A_c \quad (31)$$

missä

$A_c$	on betonipoikkileikkauksen pinta-ala
-------	--------------------------------------

(Juvonen 2014, 50.)

Lisäksi teräsmäärää  $A_s$  rajoittavat teräspinta-alan minimi- ja maksimiarvon määrittävät ehdot:

$$A_{s,min} = maks \left\{ \begin{array}{l} \frac{0,10 * N_{Ed}}{f_{yd}} \\ 0,002 * A_c \end{array} \right. \quad (32)$$

$$A_{s,max} = 0,06 * A_c \quad (33)$$

Pyöreässä pilarissa pääterästen lukumäärän tulee olla vähintään kuusi kappaletta ja pääteräksen halkaisijan vähintään 8 mm.

Hakaterästen halkaisija määritetään seuraavalla tavalla (Eurocodes.fi.):

$$\phi_{haka} = maks \left\{ \begin{array}{l} 6 \text{ mm} \\ \frac{1}{4} * \phi_{päätanko} \end{array} \right. \quad (34)$$

Hakaväliksi valitaan pienin seuraavista:

$$s_{cl,tmax} = min \left\{ \begin{array}{l} 15 * \phi_{päätanko} \\ 400 \text{ mm} \end{array} \right. \quad (35)$$

Pilarin päissä hakavälin maksimiarvoa pienennetään kertoimella 0,6 pilarin halkaisijan mittaisella matkalla (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 160).



## 3 NORMAALIVOIMAN JA TAIVUTUSMOMENTIN YHTEISVAIKUTUKSEN ANALYSOINTIA

## 3.1 Betonin materiaaliominaisuudet

Betonin puristuslujuuden mitoitusarvo lasketaan seuraavalla kaavalla:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} * f_{ck} / \gamma_c \quad (36)$$

missä

$f_{ck}$	on betonin puristuslujuuden ominaisarvo
$\gamma_c$	on betonin osavarmuuskerroin
$\alpha_{cc}$	on kerroin, joka huomioi pitkäaikaisvaikutuksen puristuslujuuteen ja kuormitustapauksen epäsuotuisat vaikutukset. Suomessa käytetään arvoa 0,85

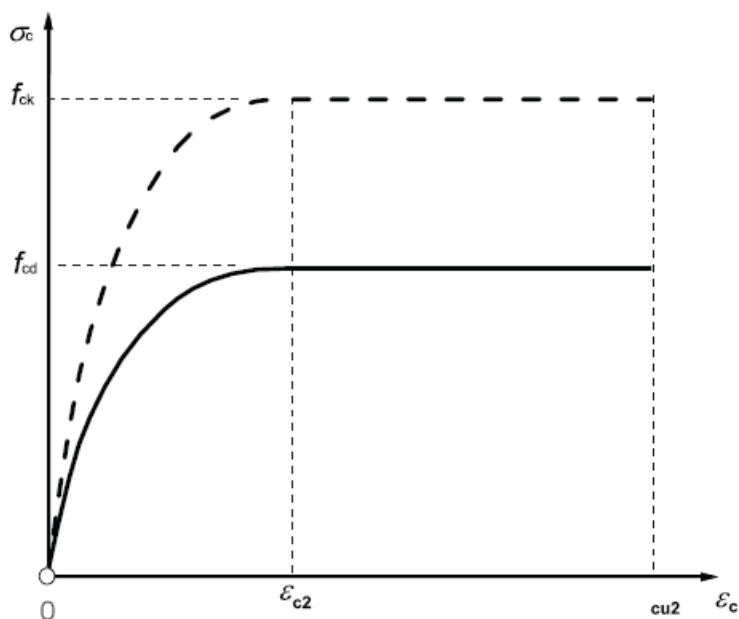
Betonin jännitys  $\sigma_c$  voidaan ilmaista seuraavilla kaavoilla:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= -f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{|\varepsilon_c|}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] && \text{kun } -\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq 0 \\ \sigma_c &= -f_{cd} && \text{kun } -\varepsilon_{cu2} \leq \varepsilon_c \leq -\varepsilon_{c2} \\ \sigma_c &= 0 \text{ MPa} && \text{kun } \varepsilon_c > 0, \text{ koska poikkileikkausta tarkasteltaessa beto-} \\ &&& \text{nin vetolujuuden arvo on merkityksetön} \end{aligned} \quad (37)$$

missä

$n$	on eksponentti, joka saadaan taulukosta 3.
$\varepsilon_{c2}$	on betonin puristuma poikkileikkauksen painopisteessä, kun betonin puristuslujuus on saavutettu. Puristuman arvona käytetään 2 ‰, kun $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ .
$\varepsilon_{cu2}$	on betonin reunapuristuman maksimiarvo, joka on 3,5 ‰, kun $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
$\varepsilon_c$	on betonin puristuma tarkasteltavassa pisteessä

(Smolčić ja Grandić 2012-02-15.)



KUVIO 3. Betonin jännitys-venymäkuvaaja betonin puristukselle (Smolčić ja Grandić 2012-02-15).

TAULUKKO 3. Betoniin liittyviä normiarvoja (Smolčić ja Grandić 2012-02-15)

	C12/15-C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
$f_{ck}$ (MPa)	12 do 50	55	60	70	80	90
$\varepsilon_{c2}$ (‰)	2,0	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
$\varepsilon_{cu2}$ (‰)	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,6
$n$	2,0	1,75	1,6	1,45	1,4	1,4

Taulukossa 3 esitettyjen venymien ja potenssin  $n$  arvot saadaan laskettua seuraavilla kaavoilla:

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}, \begin{cases} \varepsilon_{c2} = 0,002 \\ n = 2 \\ \varepsilon_{cu2} = 0,0035 \end{cases} \quad (38)$$

$$50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}, \begin{cases} \varepsilon_{c2} = (2 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}) * 10^{-3} \\ n = 1,4 + 23,4 * \left(\frac{90-f_{ck}}{100}\right)^4 \\ \varepsilon_{cu2} = \left(2,6 + 35 * \left(\frac{90-f_{ck}}{100}\right)^4\right) * 10^{-3} \end{cases} \quad (39)$$

(Elementtisuunnittelu.fi).

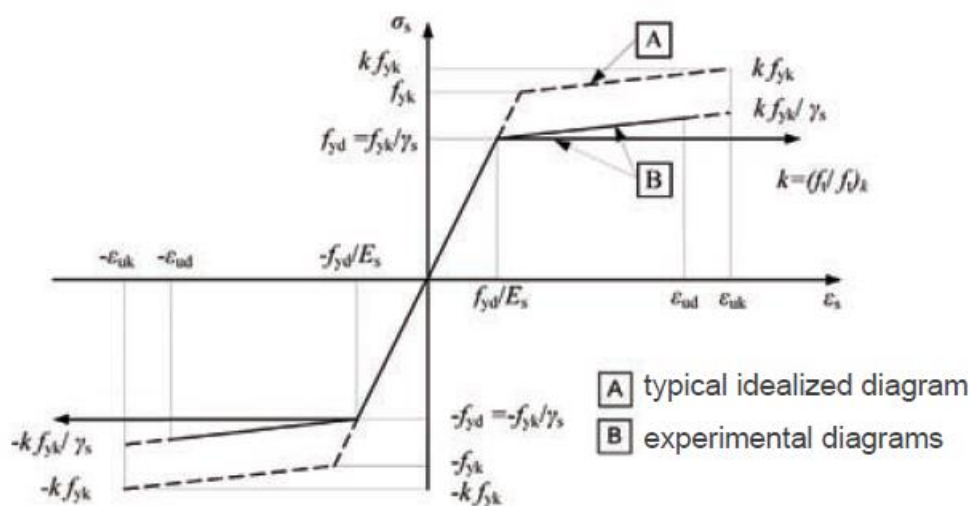
### 3.2 Harjateräksen materiaaliominaisuudet

Terästen jännitys  $\sigma_s$  lasketaan seuraavilla kaavoilla (Smolčić ja Grandić 2012-02-15.):

$$\begin{aligned} \sigma_s &= -f_{yd} && \text{kun } -\varepsilon_{ud} \leq \varepsilon_s \leq -\varepsilon_{yd} \\ \sigma_s &= \varepsilon_s * E_s && \text{kun } -\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \\ \sigma_s &= f_{yd} && \text{kun } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} \end{aligned} \quad (40)$$

missä

$\varepsilon_{ud}$	on myödessä olevan teräksen rajoitettu venymä, joka on 10 ‰ (kun käytetään nousevaa käyrää, jossa teräksen annetaan mennä myötöön) (Suomen Betoniyhdistys 2013, 51).
$\varepsilon_{yd}$	on teräksen kimmoisan venymän maksimi mitoitusarvo, $\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$
$\varepsilon_s$	on teräksen venymä tarkasteltavassa pisteessä
$E_s$	on harjateräksen kimmokerroin, joka on 200 000 MPa
$f_{yd}$	on teräksen mitoitusvetolujuus



KUVIO 4. Teräksen jännitys-venymäkuvaaja, josta huomataan teräksen veto- ja puristuslujuuden olevan samanarvoiset (Smolčić ja Grandić 2012-02-15).

Mitoituksessa voidaan käyttää kuviossa 4 kirjaimella B esitettyjä käyriä. Ylemmässä käyrässä jännitysvenymäriippuvuus kasvaa myödessä, joten venymä on rajoitettava 1,0 ‰:iin ettei teräksen mitoituslujuus kasva kohtuuttoman suureksi. Alempaa käyrää, eli vaakasuoraa jännitysvenymäriippuvuutta käytettäessä venymää ei tarvitse rajoittaa. Tässä työssä käytetään vaakasuoraa käyrää, koska nousevassa käyrässä terästen lujuuden laskeminen myötötilassa on hankalaa, sillä sen laskemiseksi tarvitaan kerroin  $k$ , joka ilmaisee teräksen murto-myötö suhteen. Kertoimen  $k$  laskemiseksi tarvitaan siis teräksen murtolujuuden arvo  $f_{t,r}$ , joka pitäisi aina tarkistaa erikseen kussakin teräslaadussa. (Suomen Betoniyhdistys 2013, 49 - 51.)

### 3.3 Yhteisvaikutusdiagrammin laatiminen integroimalla

Seuraavassa käydään läpi yhteisvaikutusdiagrammin laskemiseksi tarvittavat integraaliyhtälöt symbolisesti. Lopullisissa integraaliyhtälöissä terästen ja betonin jännitykset muuttuvat paikallisen kaarevuuden  $\kappa$  mukaan, joka taas muuttuu integraaliyhtälöissä esiintyvän  $z:n$  mukaan. Tämän vuoksi numeerinen ratkaisu käsin laskemalla on liian raskasta ja siksi niiden laskemiseksi tarvitaan numeerisia integraaleja ratkova tietokoneohjelma, kuten MathCAD. (Smolčić ja Grandić 2012-02-15).

## 3.3.1 Poikkileikkauksen muodonmuutokset

Betonin puristuma tarkasteltavassa pisteessä lasketaan kaavalla:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c,ed2} + \kappa \left( \frac{h}{2} + z \right) \quad (41)$$

missä

$\varepsilon_{c,ed2}$	on betonin reunapuristuma
$h$	on poikkileikkauksen halkaisija
$z$	on poikkileikkauksen painopisteen ja tarkasteltavan pisteen välinen etäisyys
$\kappa$	on poikkileikkauksen paikallinen kaarevuus, joka saadaan kaavasta:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{c,ed2}}{d}$$

missä

$\varepsilon_{s1}$	on teräksen venymä vedetyssä reunassa
$d$	on poikkileikkauksen tehollinen korkeus

Teräksen venymä tarkasteltavassa pisteessä lasketaan kaavalla:

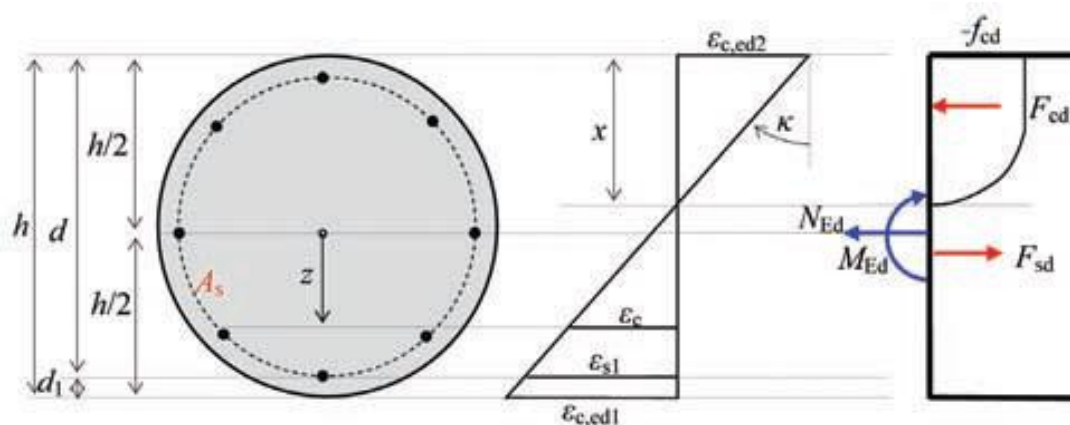
$$\varepsilon_s = \varepsilon_{c,ed2} + \kappa \left( \frac{h}{2} + z \right) = \varepsilon_{c,ed2} + \kappa \left( \frac{h}{2} + r_s * \cos\alpha \right) \quad (42)$$

missä

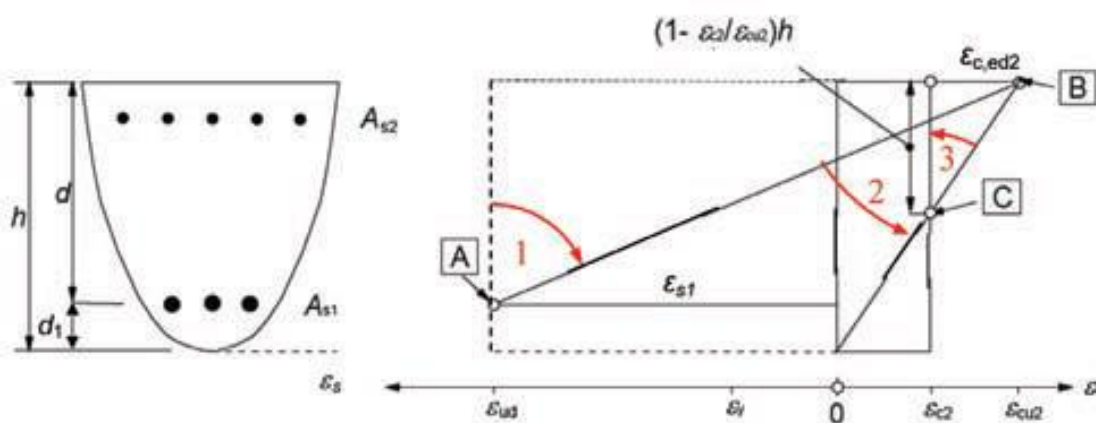
$r_s = r - d_1$	on teräksen keskiön etäisyys poikkileikkauksen painopisteeseen
-----------------	--

missä

$r$	on poikkileikkauksen säde
$d_1$	on teräksen keskiöetäisyys betonin pinnasta



KUVIO 5. Pyöreä poikkileikkaus ja siihen kohdistuvien voimien aiheuttamat jännitys- ja venymäkaantumat (Smolčić ja Grandić 2012-02-15).



KUVIO 6. Mahdolliset muodonmuutoksen jakaumat murtorajatilassa. Pisteellä A kuvataan betoniteräksen venymärajaa, pisteellä B betonin reunapuristumarajaa ja pisteellä C keskisesti puristetun betonin puristumarajaa. (Smolčić ja Grandić 2012-02-15.)

### 3.3.2 Puristetun betonin sekä puristus- ja vetoterästen differentiaaliset pinta-alat

Betonin differentiaalinen alue saadaan seuraavalla kaavalla (Smolčić ja Grandić 2012-02-15.):

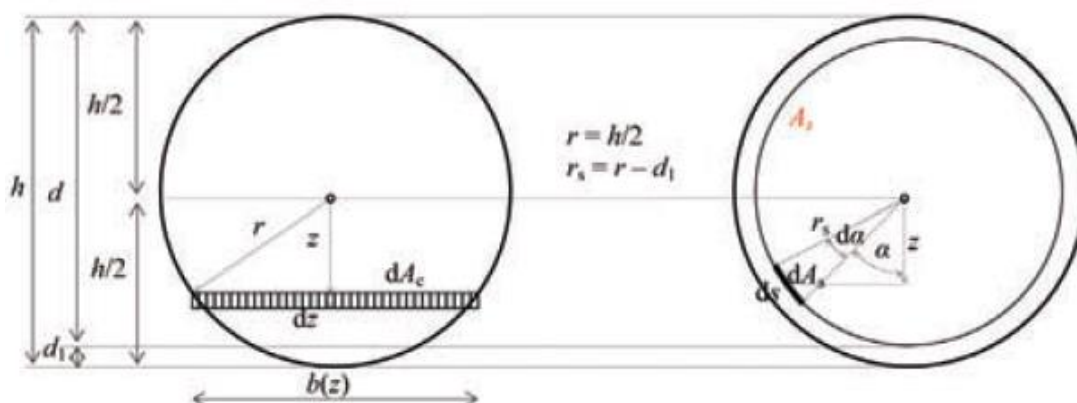
$$dA_c = b(z) * dz = (2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz \quad (43)$$

missä

$b(z)$  on  $z$ :n funktiona muuttuva alueen leveys

Teräksen differentiaalinen alue saadaan seuraavalla kaavalla:

$$dA_s = \frac{A_s}{2 * r_s * \pi} ds = \frac{A_s}{2 * r_s * \pi} (r_s * d\alpha) = \frac{A_s}{2 * \pi} d\alpha \quad (44)$$



KUVIO 7. Poikkileikkauksen betonin ja raudituksen differentiaaliset pinta-alat (Smolčić ja Grandić 2012-02-15).

### 3.3.3 Poikkileikkauksen sisäiset jännitysresultantit

Poikkileikkauksessa vaikuttavat jännitysresultantit saadaan kertomalla kunkin tarkasteltavan pisteen differentiaalinen pinta-ala kussakin pisteessä vaikuttavalla jännityksellä.

Betonin puristusresultantti saadaan integraalista:

$$F_{cd} = \int_{A_c} \sigma_c * dA_c = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz] \quad (45)$$

Terästen jännitysresultantti saadaan integraalista:

$$F_{sd} = \int_{A_s} \sigma_s * dA_s = \int_0^{2*\pi} \sigma_s * \left(\frac{A_s}{2*\pi} d\alpha\right) \quad (46)$$

missä

$A_s$  on poikkileikkauksen terästen kokonaispinta-ala  
 $r$  on poikkileikkauksen säde

Kohdan 3.2 venymien merkkisäännöistä johtuen terästen jännitysresultantista tulee negatiivinen, kun yli puolet teräspinta-alasta on vedossa ja positiivinen, kun yli puolet teräksistä on puristettuna. (Smolčić ja Grandić 2012-02-15.)

### 3.3.4 Normaalivoima- ja momenttikestävyys

Normaalivoiman ja taivutusmomentin yhtäaikaaisesti rasittaman poikkileikkauksen tulee täyttää seuraavat ehdot:

$$\begin{aligned} N_{Ed} &\leq N_{Rd} \\ M_{Ed} &\leq M_{Rd} \end{aligned} \quad (47)$$

missä

$N_{Ed}$  on normaalivoiman mitoitusarvo  
 $M_{Ed}$  on taivutusmomentin mitoitusarvo  
 $N_{Rd}$  on poikkileikkauksen normaalivoimakestävyys  
 $M_{Rd}$  on poikkileikkauksen taivutuskestävyys

Poikkileikkauksen normaalivoimakestävyudeksi saadaan betonin ja teräksen voimaresultanttien summa:

$$N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd} \quad (48)$$

joten normaalivoimalle seuraa ehto

$$N_{Ed} \leq F_{cd} + F_{sd} \quad (49)$$

kun edelliseen lisätään jännitysresultanttien integraaliyhtälöt saadaan:

$$N_{Ed} \leq \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz] + \int_0^{2*\pi} \sigma_s * \left(\frac{A_s}{2*\pi} d\alpha\right) \quad (50)$$

muutetaan normaalivoima suhteelliseksi normaalivoimaksi jakamalla edellinen lause tekijällä  $A_c * f_{cd}$ , jolloin kaava saadaan seuraavaan muotoon:

$$\frac{N_{Ed}}{A_c * f_{cd}} \leq \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz]}{A_c * f_{cd}} + \frac{A_s * f_{yd}}{A_c * f_{cd}} * \frac{\int_0^{2*\pi} \sigma_s * \left(\frac{1}{2*\pi} d\alpha\right)}{f_{yd}} \quad (51)$$

Koska suhteellisen normaalivoiman kaava on:

$$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c * f_{cd}}$$

ja mekaanisen raudoitussuhteen kaava on:

$$\omega = \frac{A_s * f_{yd}}{A_c * f_{cd}}$$

ja edelleen  $N_{Ed} = N_{Rd}$ , saadaan suhteellisen normaalivoiman ratkaisut yhtälöstä:

$$v_{Ed} = \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz]}{A_c * f_{cd}} + \omega * \frac{\int_0^{2*\pi} \sigma_s * \left(\frac{1}{2*\pi} d\alpha\right)}{f_{yd}} \quad (52)$$

Poikkileikkauksen momenttikestävyys saadaan, kun lisätään normaalivoimakestävyyden kaavaan sisäiseksi momenttivarreksi  $z$ , joka on poikkileikkauksen keskipisteen ja tarkasteltavan pisteen välinen etäisyys. Momenttikestävyyden kaava tulee muotoon:

$$M_{Rd} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * z * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz] + \int_0^{2*\pi} \sigma_s * z * \left(\frac{A_s}{2*\pi} d\alpha\right) \quad (53)$$

muutetaan kaava vielä integroitavaan muotoon:

$$M_{Rd} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * z * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz] + \int_0^{2*\pi} \sigma_s * (r_s * \cos\alpha) * \left(\frac{A_s}{2*\pi} d\alpha\right) \quad (54)$$

Kuten edellä todettiin  $M_{Ed} \leq M_{Rd}$ , joten:

$$M_{Ed} \leq \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * z * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz] + \int_0^{2*\pi} \sigma_s * (r_s * \cos\alpha) * \left(\frac{A_s}{2*\pi} d\alpha\right) \quad (55)$$

Muutetaan yhtälö suhteellisen momentin yhtälöksi jakamalla se tekijällä  $A_c * h * f_{cd}$ :

$$\frac{M_{Ed}}{A_c * h * f_{cd}} \leq \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * z * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz]}{A_c * h * f_{cd}} + \frac{A_s * f_{yd}}{A_c * f_{cd}} * \frac{\int_0^{2 * \pi} \sigma_s * (r_s * \cos \alpha) * (\frac{1}{2 * \pi} d\alpha)}{h * f_{yd}} \quad (56)$$

Nyt yhtälöön saadaan sisällytettyä mekaaninen raudoitusuhde  $\omega$  sekä suhteellinen momentti, jonka kaava on  $\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{A_c * h * f_{cd}}$ :

$$\mu_{Ed} = \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_c * z * [(2 * \sqrt{r^2 - z^2}) dz]}{A_c * h * f_{cd}} + \omega * \frac{\int_0^{2 * \pi} \sigma_s * (r_s * \cos \alpha) * (\frac{1}{2 * \pi} d\alpha)}{h * f_{yd}} \quad (57)$$

(Smolčić ja Grandić 2012-02-15.)

### 3.4 Yhteisvaikutusdiagrammin laatiminen erikoispisteiden A,B,C ja D avulla

Likimääräinen yhteisvaikutusdiagrammi voidaan helposti laatia erikoispisteiden avulla, joiden muodonmuutoskuvaajat on yksikäsitteisesti tunnettu.

Erikoispisteessä A poikkileikkausta rasittaa keskeinen normaalivoima, joka saa aikaan 2 ‰ puristuman ja  $M_{Ed} = 0$ . Pisteelle A voidaan kirjoittaa yleispätevä normaalivoimakestävyuden kaava myös pyöreän pilarin tapauksessa.

$$N_{Rd,A} = f_{cd} * (A_c - A_s) + A_s * \sigma_s \quad (58)$$

missä

$A_c$	on poikkileikkauksen pinta-ala
$A_s$	on poikkileikkauksen terästen pinta-ala
$f_{cd}$	on betonin mitoituslujuus
$\sigma_s$	on terästen jännitys 2 ‰ puristumalle

Erikoispisteessä D poikkileikkausta rasittaa epäkeskinen normaalivoima siten, että toinen reunapuristuma on 0 ja vastakkaisen reunan puristuma on  $\varepsilon_{cu} = 3,5$  ‰. Pisteiden A ja D välillä ei siis esiinny vetojännityksiä.

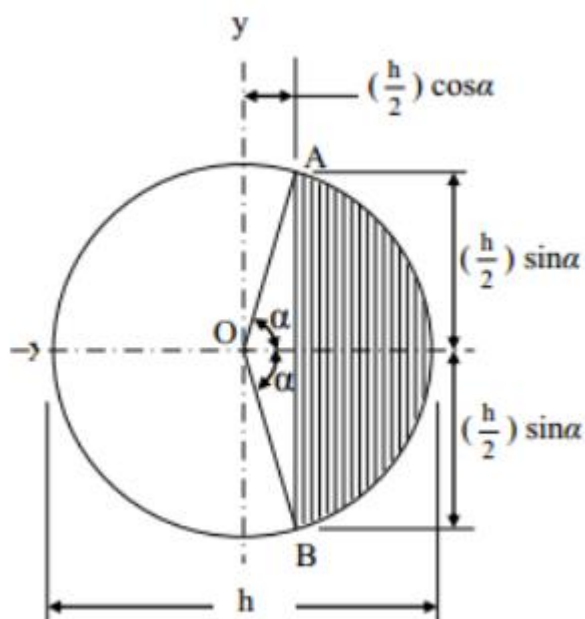
Erikoispisteessä B normaalivoiman epäkeskisyyys on kasvanut niin suureksi, että tapahtuu tasapainomurtuminen, jolloin vetoteräs myötää ja puristuspuolen betoni murtuu yhtä aikaa. Vetoteräksen venymä riippuu teräksen lujuudesta, joten se ilmoitetaan muodossa  $\varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s}$ . Puristetun reunan puristuma on edelleen  $\varepsilon_{cu} = 3,5$  ‰. Pisteiden A ja B välillä tapahtuu siis puristumurtuminen.



Erikoispisteessä C tarkastellaan poikkileikkauksen puhdasta taivutuskestävyyttä, jolloin reunapuristuma on edelleen  $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$  ja vetoteräksen venymä on rajoitettu arvoon  $\varepsilon_{ud} = 10 \text{ ‰}$ . Pisteiden B ja C välillä tapahtuu vetomurtumiset. (Leskelä 2008, 217.)

### 3.4.1 Puristetun pinta-alan laskeminen geometrisesti

Pyöreään betonipoikkileikkauksen puristetun segmentin ala saadaan laskemalla ensin janojen OA ja OB rajaaman sektorin pinta-ala ja vähentämällä tästä keskuskolmion pinta-ala.



KUVIO 8. Pyöreään betonipoikkileikkauksen puristettu osa rasteroituna (Hsiao 2012)

Janojen OA ja OB, sekä kaaren AB rajaaman sektorin pinta-ala saadaan laskettua seuraavalla kaavalla:

$$\left(\frac{h}{2}\right)^2 * \pi * \left(\frac{2\alpha_{rad}}{2\pi}\right) = \alpha_{rad} * \left(\frac{h^2}{4}\right) \quad (59)$$

missä

$h$  on poikkileikkauksen halkaisija

$\alpha_{rad}$  on janan OA tai OB ja vaaka-akselin välinen kulma radiaaneina

Janojen OA, OB ja AB rajaaman keskuskolmion pinta-ala lasketaan kaavalla:

$$\left[2 * \left(\frac{h}{2}\right) * \sin \alpha\right] * \left[\left(\frac{h}{2}\right) * \cos \alpha\right] * \frac{1}{2} = \frac{h^2}{4} * (\sin \alpha * \cos \alpha) \quad (60)$$

Näin ollen puristetun segmentin pinta-ala  $A_{cc}$  saadaan seuraavasti:

$$A_{cc} = \alpha_{rad} * \left(\frac{h^2}{4}\right) - \frac{h^2}{4} * (\sin\alpha * \cos\alpha) = \frac{h^2}{2} \left(\frac{\alpha_{rad}}{2} - \frac{1}{4} * \sin 2\alpha\right) \quad (61)$$

Pinta-alan laskentaan vaadittava kulma  $\alpha$  saadaan kaavalla

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{h}{2} y}{\frac{h}{2}} \right) \quad (62)$$

missä

$y$  on betonin jännityssuorakaiteen korkeus

(Hsiao 2012.)

### 3.4.2 Puristetun segmentin pinta-alan ja painopisteen johtaminen trigonometrisin integraalein

Puristetun segmentin pinta-ala saadaan nyt kaavalla:

$$A_{cc} = \int_0^\alpha 2 * \left(\frac{h}{2} \sin\theta\right) * \left(\frac{h}{2} \sin\theta\right) d\theta = \frac{h^2}{2} \int_0^\alpha \sin^2\theta d\theta = \frac{h^2}{2} \left(\frac{\alpha_{rad}}{2} - \frac{1}{4} * \sin 2\alpha\right) \quad (63)$$

missä

$\theta$  on kulman arvo 0:sta  $\alpha$ :aan

Puristetun alueen painopisteen etäisyys koko poikkileikkauksen painopisteestä saadaan seuraavasta integraaliyhtälöstä johtamalla:

$$X = \frac{\int_0^\alpha 2 * \left(\frac{h}{2} \sin\theta\right) * \left(\frac{h}{2} \cos\theta\right) * \left(\frac{h}{2} \sin\theta\right) d\theta}{A_{cc}} = \frac{\frac{h^3}{4} * \left(\frac{\sin^3\alpha}{3}\right)}{A_{cc}} \quad (64)$$

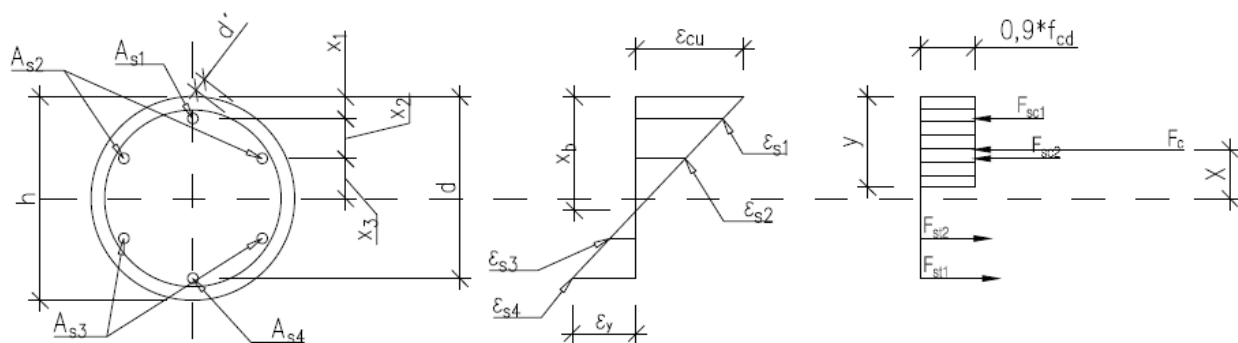
(Hsiao 2012.)

### 3.4.3 Poikkileikkauksen muodonmuutokset, jännitykset ja voimatasapaino

Tarkastellaan poikkileikkauksen muodonmuutoksia tasapainomurtotilanteessa. Tällöin betonin reu-  
napuristuma saa arvon 0,0035 (kun  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ ) ja reunimmainen vedetyistä teräksistä arvon:

$\varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s}$ . Kun poikkileikkausta tarkastellaan pääkoordinaatiston suhteen, ovat poikkileikkauksen vastakkaiset teräkset samassa linjassa. Näin ollen teräkset voidaan jakaa vyöhykkeisiin ja niiden venymät saadaan ratkaistua muodonmuutoskuvaajasta.

Muodonmuutoskuvaajaan syntyy kaksi yhdenmuotoista kolmiota, joiden avulla saadaan ratkaistua kaikki tarvittavat suureet.



KUVIO 9. Pyöreän poikkileikkauksen muodonmuutoskuvaaja sekä voimakuvio.

Poikkileikkauksen neutraaliakselin etäisyys puristetusta reunasta saadaan laskettua kaavalla:

$$x_b = \frac{0,0035}{0,0035 + \varepsilon_y} * d \quad (65)$$

missä

$d$  on poikkileikkauksen tehollinen korkeus (Hsiao, 2012.)

Betonin puristetun segmentin jännityssuorakaiteen korkeus lasketaan seuraavasti:

$$y = \lambda * x_b \quad (66)$$

missä

$\lambda$  on 0,8 kun  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$  (Leskelä 2008, 197).

Mikäli pilarissa mahdollisesti käytetään korkeampilujuuksista betonia, saadaan  $\lambda$ :n arvo laskettua seuraavalla kaavalla:

$$\lambda = 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{200}, \text{ kun } 50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \quad (67)$$

Samoin voidaan laskea kerroin  $\eta$ , joka määrittää jännityssuorakaiteen tehollisen puristusjännityksen.

$$\begin{aligned} \eta &= 1, \text{ kun } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \eta &= 1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200}, \text{ kun } 50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (68)$$

(Elementtisuunnittelu.fi.)

Lisäksi pyöreän pilarin tapauksessa täytyy ottaa huomioon, että puristetun alueen leveys pienenee puristettua ulkoreunaa kohti, joten jännityssuorakaiteen intensiteettiä  $\eta * f_{cd}$  täytyy pienentää 10 %. (Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu, 37). Tämän vuoksi kuvan 6 jännityssuorakaiteen jännityksen arvo on  $0,9 * f_{cd}$ .

Poikkileikkauksessa esiintyvät voimat lasketaan seuraavaksi.

Betonin puristussegmentin resultantti  $F_c$  lasketaan kaavalla:

$$F_c = A_{cc} * (0,9 * f_{cd}) \quad (69)$$

missä

$$A_{cc} \quad \text{on poikkileikkauksen puristussegmentin pinta-ala}$$

$$f_{cd} \quad \text{on betonin mitoituslujuus}$$

Teräsvyöhykkeiden jännitysresultantit lasketaan seuraavasti:

$$F_{st1} = A_s * f_{yd} \quad (70)$$

missä

$$A_s \quad \text{on reunimmaisen vetoteräsvyöhykkeen teräksen pinta-ala}$$

$$f_{yd} = \varepsilon_{yd} * E_s \quad \text{on teräksen jännityksen intensiteetti reunimmaisessa vetoteräsvyöhykkeessä}$$

$$F_{st2} = A_s * \varepsilon_{s3} * E_s \quad (71)$$

missä

$$A_s \quad \text{on keskemman vetoteräsvyöhykkeen terästen pinta-ala}$$

$$\varepsilon_{s3} \quad \text{on kyseisen vyöhykkeen venymän arvo}$$

$$E_s \quad \text{on harjateräksen kimmokerroin 200 GPa}$$

Puristusvyöhykkeissä betonin lujuus vähennetään terästen alalta, koska puristussegmenttiä laskettaessa betonipoikkileikkaus ajatellaan yhtenäiseksi.

$$F_{sc1} = A_s * ((\varepsilon_{s1} * E_s) - f_{cd}) \quad (72)$$

missä

$$A_s \quad \text{on reunimmaisen puristusteräsvyöhykkeen teräksen pinta-ala}$$

$$\varepsilon_{s1} \quad \text{on kyseisen vyöhykkeen puristuman arvo}$$

$$F_{sc2} = A_s * ((\varepsilon_{s2} * E_s) - f_{cd}) \quad (73)$$

missä

$$A_s \quad \text{on keskemman puristusteräsvyöhykkeen terästen pinta-ala}$$

$$\varepsilon_{s2} \quad \text{on kyseisen vyöhykkeen puristuman arvo}$$

Lopuksi lasketaan poikkileikkauksen kestävyys normaalivoiman ja taivutusmomentin yhteisvaikutusta vastaan kyseisessä pisteessä, joka tässä tapauksessa on tasapainomurto. Kestävyedet saadaan statiikan laskusääntöjen avulla seuraavasti. (Hsiao, 2012.)

Normaalivoimakestävyys epäkeskistä puristusta vastaan lasketaan poikkileikkauksen voimarelevanttien summana, jossa puristusvoimat merkitään positiivisiksi:

$$N_{Rd} = F_c + F_{sc1} + F_{sc2} - F_{st1} - F_{st2} \quad (74)$$

Momenttikestävyys epäkeskisen puristuksen aiheuttamaa taivutusta vastaan saadaan momenttiehdosta poikkileikkauksen painopisteen suhteen:

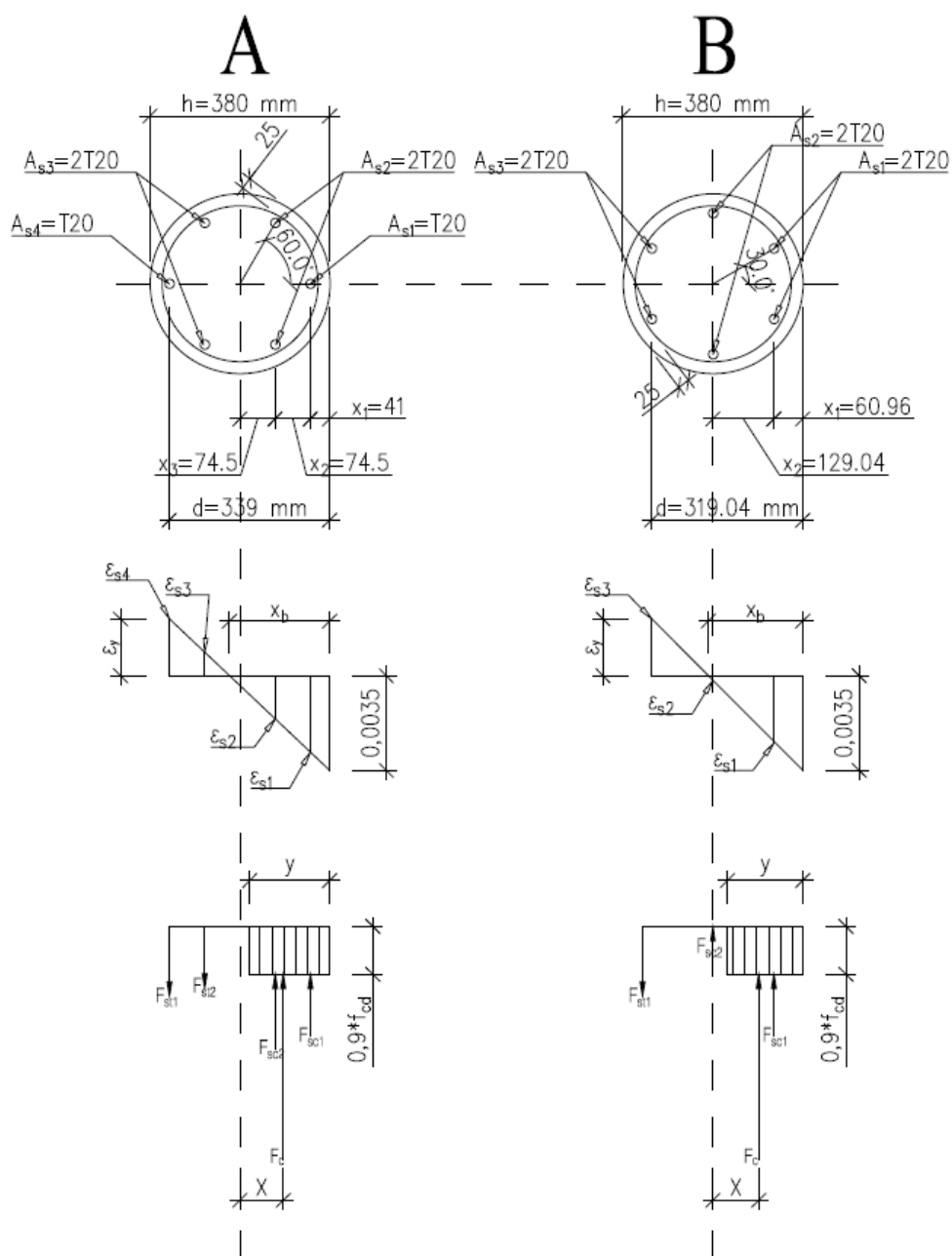
$$M_{Rd} = F_c * X + (F_{sc1} + F_{st1}) * (x_2 + x_3) + (F_{sc2} + F_{st2}) \quad (75)$$

#### 3.4.4 Poikkileikkaus, jossa vähän pystyteräksiä

Tasaisesti raudoitettu pyöreä teräsbetonipoikkileikkaus kestää normaalivoiman ja momentin yhteisvaikutusta kummankin pääkoordinaattiakselin suhteen lähes yhtä hyvin, kun pystyterästen määrä on suuri. Kun pystyterästen määrää vähennetään, niin tietyillä pystyteräsmäärillä muuttuu myös poikkileikkauksen kestävyysominaisuudet pääkoordinaattiakselien suhteen tarkasteltuna, koska teräksiä ei saa asetettua molempien akselien suhteen symmetrisesti. Pyöreän poikkileikkauksen minimi pystyterästen määrä on kuusi kappaletta. Tällöin x- ja y-akselin suhteen saatavat normaalivoima- ja taivutuskestävyyden arvot eroavat toisistaan jo huomattavasti. Tästä syystä harvaan raudoitettun poikkileikkauksen yhteisvaikutuskestävyyttä on perusteltua tarkastella kummankin akselin suhteen. (Hsiao, 2012.)

#### 3.4.5 Esimerkkilasku kuuden pystyteräksen poikkileikkauksesta

Lasketaan esimerkkinä tasapainomurtotapahtuma molempien akselien suhteen halkaisijaltaan 380 mm:n poikkileikkaukselle, jossa kuusi 20 mm:n pystyterästä tasaisesti jaettuna. Harjateräksen mitoituslujuus  $f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2$  ja betonin mitoituslujuus  $f_{cd} = 22,67 \text{ N/mm}^2$ . Tapauksessa A kaikki teräkset sijaitsevat välimatkan päässä akselista, jonka suhteen momenttia tarkastellaan. Tapauksessa B taas keskimäinen teräsvyöhyke sattuu juuri tuon akselin kohdalle.



KUVIO 10. Sama poikkileikkaus eri akseleiden suhteen tarkasteltuna.

Tapaus A:

Neutraaliakselin etäisyys puristetusta reunasta  $x_b$ :

$$x_b = \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} * d = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,002174} * (339 \text{ mm}) = 209,1 \text{ mm}$$

Betonin jännityssuorakaiteen korkeus  $y$ :

$$y = 0,8 * 209,1 \text{ mm} = 167,3 \text{ mm}$$

Betonin jännityssegmenttiin liittyvä kulma  $\alpha$ :

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\frac{h}{2} - y}{\frac{h}{2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{\frac{380 \text{ mm}}{2} - 167,3 \text{ mm}}{\frac{380 \text{ mm}}{2}}\right) = 83,14^\circ = 1,45 \text{ rad}$$

Betonin puristusjännityssegmentin pinta-ala  $A_{cc}$ :

$$A_{cc} = \frac{h^2}{2} \left( \frac{\alpha_{rad}}{2} - \frac{1}{4} * \sin 2\alpha \right) = \frac{(380 \text{ mm})^2}{2} \left( \frac{1,45}{2} - \frac{1}{4} * \sin 166,03^\circ \right) = 47987 \text{ mm}^2$$

Puristusjännityssegmentin painopisteen etäisyys poikkileikkauksen painopisteestä  $X$ :

$$X = \frac{\frac{h^3}{4} * \left(\frac{\sin^3 \alpha}{3}\right)}{A_{cc}} = \frac{\frac{(380 \text{ mm})^3}{4} * \left(\frac{\sin^3 83,14^\circ}{3}\right)}{47987 \text{ mm}^2} = 93,26 \text{ mm}$$

Teräsvyöhykkeiden venymät:

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s1}} = \frac{x_b}{x_b - x_1} \rightarrow \varepsilon_{s1} = \frac{(209,1 \text{ mm} - 41 \text{ mm}) * 0,0035}{209,1 \text{ mm}} = 0,002814$$

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s2}} = \frac{x_b}{x_b - (x_1 + x_2)} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{(209,1 \text{ mm} - (41 \text{ mm} + 74,5 \text{ mm})) * 0,0035}{209,1 \text{ mm}} = 0,0015667$$

$$\frac{\varepsilon_{s4}}{\varepsilon_{s3}} = \frac{d - x_b}{d - x_b - x_2} \rightarrow \varepsilon_{s3} = \frac{(339 \text{ mm} - 209,1 \text{ mm} - 74,5 \text{ mm}) * 0,002174}{339 \text{ mm} - 209,1 \text{ mm}} = 0,0009272$$

$$\varepsilon_{s4} = 0,002174 = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Terästen jännitykset vyöhykkeittäin:

$$\sigma_{s1} = \varepsilon_{s1} * E_s = 0,002814 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 562,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \sigma_{s1} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} * E_s = 0,0015667 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 313,3 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s3} = \varepsilon_{s3} * E_s = 0,0009272 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 185,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s4} = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

Teräsvyöhykkeiden jännitysresultantit:

$$F_{sc1} = A_{s1} * \sigma_{s1} = \pi * (10 \text{ mm})^2 * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 136,6 \text{ kN}$$

$$F_{sc2} = A_{s2} * \sigma_{s2} = 2 * (\pi * (10 \text{ mm})^2) * 313,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 196,9 \text{ kN}$$

$$F_{st2} = A_{s3} * \sigma_{s3} = 2 * (\pi * (10 \text{ mm})^2) * 185,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 116,5 \text{ kN}$$

$$F_{st1} = A_{s4} * \sigma_{s4} = \pi * (10 \text{ mm})^2 * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 136,6 \text{ kN}$$

Betonin puristusjännitysresultantti  $F_c$ :

$$F_c = 0,9 * f_{cd} * (A_{cc} - (A_{s1} + A_{s2}))$$

$$F_c = 0,9 * 22,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} * (47987 \text{ mm}^2 - (3 * \pi * (10 \text{ mm})^2)) = 959,8 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = F_c + \sum F_{sc} - \sum F_{st} = (959,8 + 136,6 + 196,9 - 116,5 - 136,6)kN = 1040,2 kN$$

$$M_{Rd} = F_c * X + (F_{sc2} + F_{st2}) * x_3 + (F_{sc1} + F_{st1}) * (x_2 + x_3)$$

$$M_{Rd} = 959,8 kN * 0,09123 m + (196,9 kN + 116,5 kN) * 0,0745 m + (136,6 kN + 136,6 kN) * (0,0745 m + 0,0745 m) = 151,6 kNm$$

Tapaus B:

Neutraaliakselin etäisyys puristetusta reunasta  $x_b$ :

$$x_b = \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} * d = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,002174} * (319,04 mm) = 196,8 mm$$

Betonin jännityssuorakaiteen korkeus  $y$ :

$$y = 0,8 * 196,8 mm = 157,4 mm$$

Betonin jännityssegmenttiin liittyvä kulma  $\alpha$ :

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{h}{2} - y}{\frac{h}{2}} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{380 mm}{2} - 157,4 mm}{\frac{380 mm}{2}} \right) = 80,12^\circ = 1,39 rad$$

Betonin puristusjännityssegmentin pinta-ala  $A_{cc}$ :

$$A_{cc} = \frac{h^2}{2} \left( \frac{\alpha rad}{2} - \frac{1}{4} * \sin 2\alpha \right) = \frac{(380 mm)^2}{2} \left( \frac{1,39}{2} - \frac{1}{4} * \sin 160,24^\circ \right) = 44077 mm^2$$

Puristusjännityssegmentin painopisteen etäisyys poikkileikkauksen painopisteestä  $X$ :

$$X = \frac{\frac{h^3}{4} * \left( \frac{\sin^3 \alpha}{3} \right)}{A_{cc}} = \frac{\frac{(380 mm)^3}{4} * \left( \frac{\sin^3 80,12^\circ}{3} \right)}{44077 mm^2} = 99,20 mm$$

Teräsvyöhykkeiden venymät:

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s1}} = \frac{x_b}{x_b - x_1} \rightarrow \varepsilon_{s1} = \frac{(196,8 mm - 60,96 mm) * 0,0035}{196,8 mm} = 0,002416$$

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s2}} = \frac{x_b}{x_b - (x_1 + x_2)} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{(196,8 mm - (60,96 mm + 129,04 mm)) * 0,0035}{196,8 mm} = 0,000121$$

$$\varepsilon_{s4} = 0,002174 = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Terästen jännitykset vyöhykkeittäin:

$$\sigma_{s1} = \varepsilon_{s1} * E_s = 0,002416 * 200000 \frac{N}{mm^2} = 483,2 \frac{N}{mm^2} \rightarrow \sigma_{s1} = 434,78 N/mm^2$$



$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} * E_s = 0,000121 * 200000 \frac{N}{mm^2} = 24,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s3} = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

Teräsvyöhykkeiden jännitysresultantit:

$$F_{sc1} = A_{s1} * \sigma_{s1} = 2 * (\pi * (10 \text{ mm})^2) * 434,78 \frac{N}{mm^2} = 273,2 \text{ kN}$$

$$F_{sc2} = A_{s2} * \sigma_{s2} = 2 * (\pi * (10 \text{ mm})^2) * 24,2 \frac{N}{mm^2} = 15,2 \text{ kN}$$

$$F_{st1} = A_{s3} * \sigma_{s3} = 2 * (\pi * (10 \text{ mm})^2) * 434,78 \frac{N}{mm^2} = 273,2 \text{ kN}$$

Betonin puristusjännitysresultantti  $F_c$ :

$$F_c = 0,9 * f_{cd} * (A_{cc} - A_{s1})$$

$$F_c = 0,9 * 22,67 \frac{N}{mm^2} * (44077 \text{ mm}^2 - (2 * \pi * (10 \text{ mm})^2)) = 886,5 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = F_c + \sum F_{sc} - \sum F_{st} = (886,5 + 273,2 + 15,2 - 273,2) \text{ kN} = 901,7 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = F_c * X + (F_{sc1} + F_{st1}) * x_2$$

$$M_{Rd} = 886,5 \text{ kN} * 0,09725 \text{ m} + (273,2 \text{ kN} + 273,2 \text{ kN}) * 0,12904 \text{ m} = 156,7 \text{ kNm}$$

Tulokset:

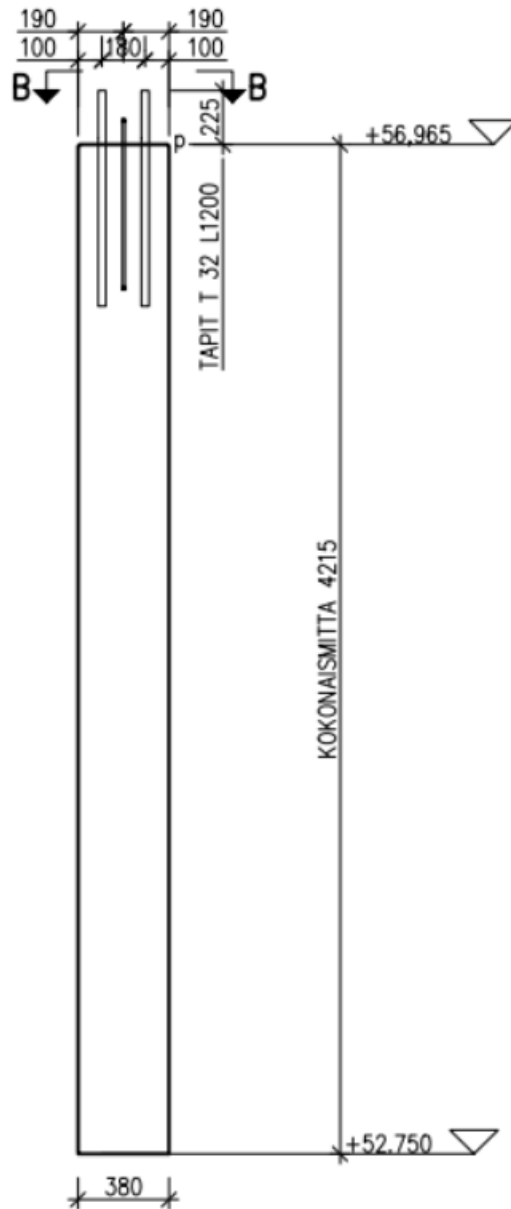
$$\text{A: } N_{Rd} = 1040,2 \text{ kN}, M_{Rd} = 151,6 \text{ kNm}$$

$$\text{B: } N_{Rd} = 886,5 \text{ kN}, M_{Rd} = 156,7 \text{ kNm}$$

## 4 MITOITUSESIMERKKI

### 4.1 Laskennan lähtötiedot

Opinnäytetyössä laskettava pilari on todellisesta kerrostalokohteesta, jossa Sormunen & Timonen Oy toimii rakennesuunnittelijana. Pilari tukeutuu alapäästään suoraan anturaan. Pilarin päälle tulee parvekelaatta, jonka päälle tulee edelleen parvekkeen pielitelementit, jotka myös välittävät kuormia. Pilari on tuentatavaltaan päistään nivelletty



KUVA 15. Mitoitettava pilari SORTIM

Pilarin lähtötiedot:

Pituus: 4215 mm

Halkaisija: 380 mm

Rasitusluokka: XC3-XF1

Betonin lujuusluokka: C40/50

Sementtityyppi: R  
 Toteutusluokka: 3  
 Toleranssiluokka: 2  
 Suunnittelukäyttökä: 50 v  
 Harjateräkset: A500HW  
 RH: 80 %  
 $N_{Ed}$ : 275 kN  
 Käyttörajan kuorma: 230 kN  
 Teräsmäärä arvio  $A_s=8T25=3927 \text{ mm}^2$

#### 4.2 Mitoituksen kulku

Pilarin nurjahduspituus  $l_0$ :

$$l_0 = l = 4215 \text{ mm}$$

Pilarin jäyhyysmomentti  $I_c$ :

$$I_c = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi (190 \text{ mm})^4}{4} = 1,023 * 10^9 \text{ mm}^4$$

Pilarin poikkileikkauksen pinta-ala  $A_c$ :

$$A_c = \pi r^2 = \pi * (190 \text{ mm})^2 = 113411 \text{ mm}^2$$

Pilarin jäyhyyssäde  $i$ :

$$i = \sqrt{I_c/A_c} = \sqrt{1,023 * 10^9 \text{ mm}^4 / 113411 \text{ mm}^2} = 94,97 \text{ mm}$$

Pilarin hoikkuus  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{4215 \text{ mm}}{94,97 \text{ mm}} = 44,38$$

Betonipeitteen nimellisarvo  $c_{nom}$ :

$c_{min}$  määräväksi arvoksi muodostui ympäristöolosuhteet, ks. taulukko 1.

$\Delta c_{dev}$  suositusarvo 10 mm

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} = 25 \text{ mm} + 10 \text{ mm} = 35 \text{ mm}$$

Alkuepäkeskisyys  $e_0$ :

$$e_0 = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{M_d}{N_{Ed}} = 27 \text{ mm} \\ \frac{h}{30} = \frac{380 \text{ mm}}{30} = 12,667 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{array} \right. \rightarrow e_0 = 27 \text{ mm}$$

Pilarin kulmapoikkeama:

$$\theta_i = \theta_0 * \alpha_h * \alpha_m$$

missä

$$\theta_0 = \frac{1}{200}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}} = \frac{2}{\sqrt{4,215 \text{ m}}} = 0,974; \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1}\right)} = 1$$

joten

$$\theta_i = \frac{1}{200} * 0,974 * 1 = 4,87 * 10^{-3}$$

Pilarin perusepäkeskisyys  $e_i$ :

$$e_i = \theta_i * \frac{l_0}{2} = 4,87 * 10^{-3} * \frac{4215 \text{ mm}}{2} = 10,264 \text{ mm}$$

Hoikkuusrajan tarkistus  $\lambda_{lim}$ :

$$\lambda_{lim} = \frac{20 * A * B * C}{\sqrt{N_{Ed} / A_c * f_{cd}}}$$

$$\lambda_{lim} = \frac{20 * 0,7 * 1,1 * 0,7}{\sqrt{275000 \text{ N} / (113411 \text{ mm}^2 * 22,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2})}} = 32,96$$

$$\lambda > \lambda_{lim} \rightarrow \text{epälineaarinen analyysi otettava huomioon}$$

Virumaluku  $\varphi(\infty, t_0)$ :

RH 80 % nomogrammista saadaan:

kun

$$\text{Kuormitusikä } t_0 = 5d$$

$$\text{Muunnettu paksuus } h_0 = \frac{2 * A_c}{u} = \frac{2 * 113411 \text{ mm}^2}{2 * \pi * 190 \text{ mm}} = 190 \text{ mm}$$

joten

$$\varphi(\infty, 5d) \approx 1,8$$

Lineaarisen analyysin momentit:

$$M_{0Ed} = (0,6 * e_{02} + 0,4 * e_{01} + e_i) * N_{Ed}$$

$$= (0,6 * 0,027 \text{ m} + 0,4 * 0,027 \text{ m} + 0,010264 \text{ m}) * 275 \text{ kN} = 10,248 \text{ kNm}$$

$$M_{0Eqp} = (0,6 * e_{02} + 0,4 * e_{01} + e_i) * N_{Ed,k}$$

$$= (0,6 * 0,027 \text{ m} + 0,4 * 0,027 \text{ m} + 0,010264 \text{ m}) * 230 \text{ kN} = 8,571 \text{ kNm}$$

Kaarevuus  $\frac{1}{r}$ :

$$\frac{1}{r} = K_r * K_\varphi * \frac{1}{r_0}$$

missä

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1$$

$$K_\varphi = 1 + \beta * \varphi_{ef} \geq 1$$

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd} / (0,45 * d)$$

missä

$$n_u = 1 + \omega = 1 + \frac{A_s * f_{yd}}{A_c * f_{cd}} = \frac{3927 \text{ mm}^2 * 434,78 \text{ N/mm}^2}{113411 \text{ mm}^2 * 22,67 \text{ N/mm}^2} = 1,664$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c * f_{cd}} = \frac{275000 \text{ N}}{113411 \text{ mm}^2 * 22,67 \text{ N/mm}^2} = 0,107$$

$$K_r = \frac{1,664 - 0,107}{0,6364 - 0,4} = 6,58 \rightarrow 1$$

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150} = 0,35 + \frac{40 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{200} + \frac{44,38}{150} = 0,846$$

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, 5d) * \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}} = 1,8 * \frac{8,571 \text{ kNm}}{10,248 \text{ kNm}} = 1,5054$$

$$K_\varphi = 1 + 0,846 * 1,5054 = 2,27$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,78 \text{ N/mm}^2}{200000 \text{ N/mm}^2} = 0,002174$$

$$d = h - d_c = 380 \text{ mm} - 55,5 \text{ mm} = 324,5 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{0,002174}{0,45 * 324,5 \text{ mm}} = 1,489 * 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}}$$

joten

$$\frac{1}{r} = 1 * 2,27 * 1,489 * 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}} = 3,38 * 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}}$$

Pilarin lisäepäkeskisyyss  $e_2$ :

$$e_2 = \frac{\left(\frac{1}{r}\right) * l_0^2}{c} = \frac{3,38 * 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}} * (4215 \text{ mm})^2}{10} = 60,05 \text{ mm}$$

Lisätaivutusmomentti  $M_2$ :

$$M_2 = e_2 * N_{Ed} = 0,06005 \text{ m} * 275 \text{ kN} = 16,514 \text{ kNm}$$

Mitoitustaiivutusmomentti  $M_{Ed}$ :

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 = 10,248 \text{ kNm} + 16,514 \text{ kNm} = 26,762 \text{ kNm}$$

## 4.3 Kestävyyden tarkastelu

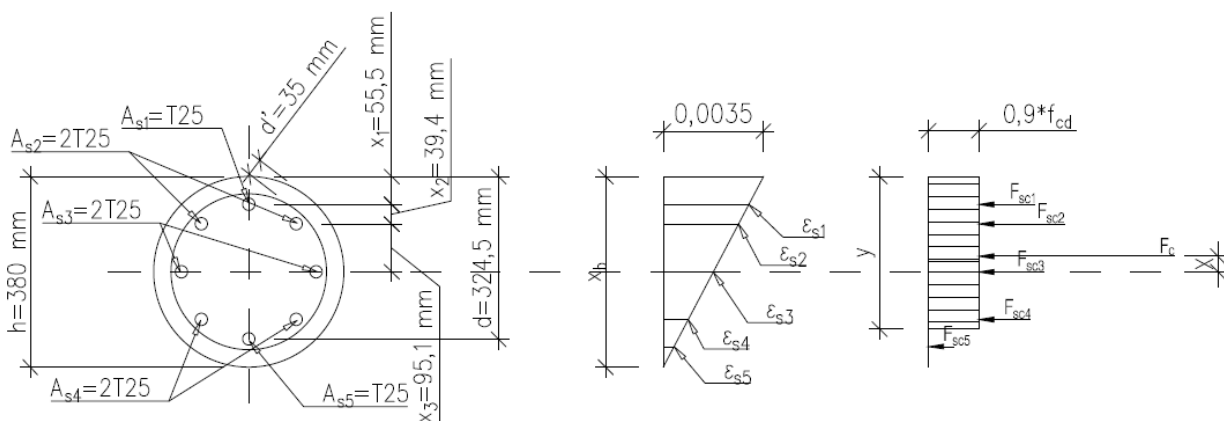
Pilarin kestävyys erikoispisteessä A, jossa kuormituksena keskeinen normaalivoima  $N_{Ed}$  ja puristuma koko poikkileikkauksessa 2,0 ‰.

$$N_{Rd,A} = F_s + F_c = A_s * \sigma_s + 0,9 * f_{cd} * (A_c - A_s); \sigma_s = \varepsilon_s * E_s = 0,002 * 200000 \frac{N}{mm^2} = 400 N/mm^2$$

$$N_{Rd,A} = 3927 mm^2 * 400 \frac{N}{mm^2} + 0,9 * 22,67 \frac{N}{mm^2} * (113411 mm^2 - 3927 mm^2) = 3805 kN$$

$$M_{Rd,A} = 0$$

Pilarin kestävyys erikoispisteessä D, jossa puristetun reunan puristuma on 3,5 ‰ ja toinen reuna neutraali ja venymä 0 ‰.



KUVIO 11. Teräsvyöhykkeiden etäisyydet mallipilarissa, sekä muodonmuutokset ja sisäiset voimat erikoispisteessä D.

Merkitään teräsvyöhykkeiden etäisyydet seuraavasti:

$$x_1 = 55,5 mm$$

$$x_2 = 39,4 mm$$

$$x_3 = 95,1 mm$$

Teräsvyöhykkeiden venymät:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{380 mm - 55,5 mm} = \frac{0,0035}{380 mm} \rightarrow \varepsilon_{s1} = \frac{0,0035 * (380 mm - 55,5 mm)}{380 mm} = 0,0029888$$

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{380 mm - (55,5 mm + 39,4 mm)} = \frac{0,0035}{380 mm} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{0,0035 * (380 mm - (55,5 mm + 39,4 mm))}{380 mm} = 0,0026259$$

$$\frac{\varepsilon_{s3}}{380 mm - (x_1 + x_2 + x_3)} = \frac{0,0035}{380 mm} \rightarrow \varepsilon_{s3} = \frac{0,0035 * (380 mm - (x_1 + x_2 + x_3))}{380 mm} = 0,00175$$

$$\frac{\varepsilon_{s4}}{380 mm - (x_1 + x_2 + (2 * x_3))} = \frac{0,0035}{380 mm} \rightarrow \varepsilon_{s4} = \frac{0,0035 * (380 mm - (x_1 + x_2 + (2 * x_3)))}{380 mm} = 0,0008741$$

$$\frac{\varepsilon_{s5}}{380 mm - (x_1 + (2 * x_2) + (2 * x_3))} = \frac{0,0035}{380 mm} \rightarrow \varepsilon_{s5} = \frac{0,0035 * (380 mm - (x_1 + (2 * x_2) + (2 * x_3)))}{380 mm} = 0,0005119$$

Terästen puristusjännitykset vyöhykkeittäin:

Käytetään myötölujittumatonta mallia, joten teräsjännitykset rajoitetaan arvoon

$$\sigma_s \leq 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s1} = \varepsilon_{s1} * E_s = 0,0029888 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 597,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \sigma_{s1} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} * E_s = 0,0026259 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 525,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \sigma_{s2} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s3} = \varepsilon_{s3} * E_s = 0,00175 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 350 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s4} = \varepsilon_{s4} * E_s = 0,0008741 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 174,8 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s5} = \varepsilon_{s5} * E_s = 0,0005119 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 102,4 \text{ N/mm}^2$$

Teräsvyöhykkeiden jännitysresultantit:

$$F_{sc1} = A_{s1} * \sigma_{s1} = \pi * (12,5 \text{ mm})^2 * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 213,42 \text{ kN}$$

$$F_{sc2} = A_{s2} * \sigma_{s2} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 426,84 \text{ kN}$$

$$F_{sc3} = A_{s3} * \sigma_{s3} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 350 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 343,61 \text{ kN}$$

$$F_{sc4} = A_{s4} * \sigma_{s4} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 174,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 171,61 \text{ kN}$$

$$F_{sc5} = A_{s5} * \sigma_{s5} = \pi * (12,5 \text{ mm})^2 * 102,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 50,27 \text{ kN}$$

Neutraaliakselin etäisyys puristetusta reunasta:

$$x_b = \frac{0,0035}{0,0035+0} * h = \frac{0,0035}{0,0035+0} * 380 \text{ mm} = 380 \text{ mm}$$

Neutraaliakseli on siis poikkileikkauksen puristumattomassa reunassa.

Betonin puristusjännitysuorakaiteen korkeus  $y$ :

$$y = \lambda * x = 0,8 * 380 \text{ mm} = 304 \text{ mm}$$

Jännityssegmenttiin liittyvä kulma  $\alpha$ :

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{h}{2} - y}{\frac{h}{2}} \right) = \cos^{-1} \left( \frac{\frac{380 \text{ mm}}{2} - 304 \text{ mm}}{\frac{380 \text{ mm}}{2}} \right) = 126,87^\circ = 2,21 \text{ rad}$$

Puristusjännityssegmentin pinta-ala  $A_{cc}$ :

$$A_{cc} = \frac{h^2}{2} \left( \frac{\alpha_{\text{rad}}}{2} - \frac{1}{4} * \sin 2\alpha \right) = \frac{(380 \text{ mm})^2}{2} * \left( \frac{2,21}{2} - \frac{1}{4} * \sin 253,74^\circ \right) = 97109 \text{ mm}^2$$

Puristusjännityssegmentin painopisteen etäisyys poikkileikkauksen painopisteestä  $X$ :

$$X = \frac{\frac{h^3}{4} * \left(\frac{\sin^3 \alpha}{3}\right)}{A_{cc}} = \frac{\frac{(380 \text{ mm})^3}{4} * \left(\frac{\sin^3 126,87^\circ}{3}\right)}{97109 \text{ mm}^2} = 24,11 \text{ mm}$$

Betonin puristusjännitysresultantti  $F_c$ :

$$F_c = 0,9 * f_{cd} * (A_{cc} - (A_{s1} + A_{s2} + A_{s3} + A_{s4}))$$

$$F_c = 0,9 * 22,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} * (97109 \text{ mm}^2 - (7 * \pi * (12,5 \text{ mm})^2)) = 1911,21 \text{ kN}$$

Pisteen D normaalivoimakestävyys saadaan voimatasapainoyhtälöstä  $\sum F = 0$ :

$$N_{Rd,D} = F_c + \sum F_s = (1911,21 + 213,42 + 426,84 + 343,61 + 171,61 + 50,27) \text{ kN} = 3117 \text{ kN}$$

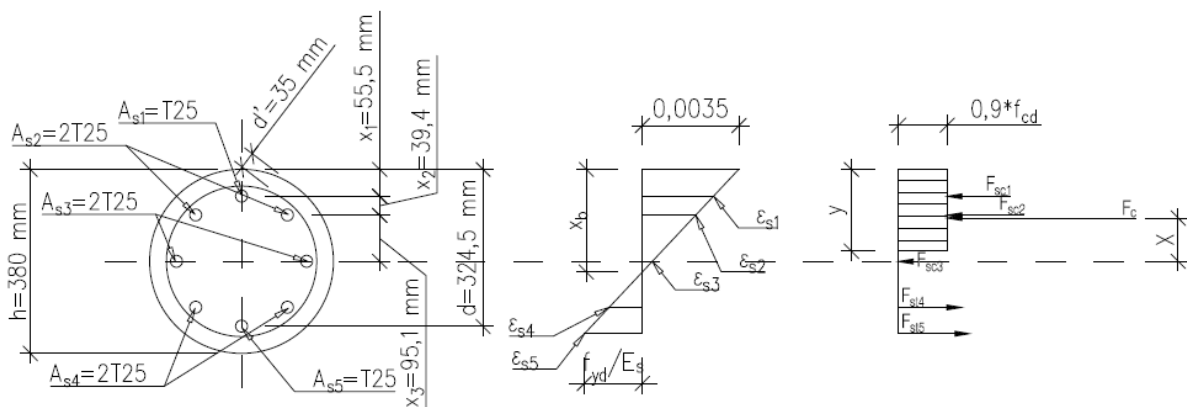
Pisteen D momenttikestävyys saadaan momenttiyhtälöstä  $\sum M = 0$ :

$$M_{Rd,D} = F_c * X + (F_{sc2} - F_{sc4}) * x_3 + (F_{sc1} - F_{sc5}) * (x_2 + x_3)$$

$$M_{Rd,D} = 1911,21 \text{ kN} * 0,02411 \text{ m} + (426,84 \text{ kN} - 171,61 \text{ kN}) * 0,0951 \text{ m} + (213,42 \text{ kN} - 50,27 \text{ kN}) * (0,0394 \text{ m} + 0,0951 \text{ m}) = 92,30 \text{ kNm}$$

Pilarin kestävyys erikoispisteessä B, jossa tapahtuu tasapainomurtuminen eli laitimmainen vetoteräs myötä samaan aikaan puristetun reunan betonin materiaalimurtumisen kanssa. Betonin reunapuristuma rajoitetaan edelleen arvoon 3,5 ‰ ja laitimmaisen vetoteräksen venymä saa arvon:

$$\varepsilon_{s5} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,78 \text{ N/mm}^2}{200000 \text{ N/mm}^2} = 0,002174$$



KUVIO 12. Pisteen B muodonmuutos- ja jännitysresultanttikuvaajat.

Neutraaliakselin etäisyys puristetusta reunasta  $x_b$ :

$$x_b = \frac{0,0035}{0,0035 + \varepsilon_{s5}} * d = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,002174} * (380 \text{ mm} - 55,5 \text{ mm}) = 200,17 \text{ mm}$$

Betonin jännityssuorakaiteen korkeus  $y$ :



$$y = 0,8 * 203,42 \text{ mm} = 160,14 \text{ mm}$$

Betonin jännityssegmenttiin liittyvä kulma  $\alpha$ :

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\frac{h}{2}-y}{\frac{h}{2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{\frac{380 \text{ mm}}{2}-160,14}{\frac{380 \text{ mm}}{2}}\right) = 80,96^\circ = 1,41 \text{ rad}$$

Betonin puristusjännityssegmentin pinta-ala  $A_{cc}$ :

$$A_{cc} = \frac{h^2}{2}\left(\frac{\alpha_{rad}}{2} - \frac{1}{4} * \sin 2\alpha\right) = \frac{(380 \text{ mm})^2}{2}\left(\frac{1,41}{2} - \frac{1}{4} * \sin 161,9^\circ\right) = 45293 \text{ mm}^2$$

Puristusjännityssegmentin painopisteen etäisyys poikkileikkauksen painopisteestä  $X$ :

$$X = \frac{\frac{h^3}{4}\left(\frac{\sin^3 \alpha}{3}\right)}{A_{cc}} = \frac{\frac{(380 \text{ mm})^3}{4}\left(\frac{\sin^3 80,96^\circ}{3}\right)}{45293 \text{ mm}^2} = 97,24 \text{ mm}$$

Teräsvyöhykkeiden venymät:

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s1}} = \frac{x_b}{x_b - x_1} \rightarrow \varepsilon_{s1} = \frac{(200,17 \text{ mm} - 55,5 \text{ mm}) * 0,0035}{200,17 \text{ mm}} = 0,002530$$

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s2}} = \frac{x_b}{x_b - (x_1 + x_2)} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{(200,17 \text{ mm} - (55,5 \text{ mm} + 39,4 \text{ mm})) * 0,0035}{200,17 \text{ mm}} = 0,0018407$$

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s3}} = \frac{x_b}{x_b - (x_1 + x_2 + x_3)} \rightarrow \varepsilon_{s3} = \frac{(200,17 \text{ mm} - (55,5 \text{ mm} + 39,4 \text{ mm} + 95,1 \text{ mm})) * 0,0035}{200,17 \text{ mm}} = 0,0001778$$

$$\frac{\varepsilon_{s5}}{\varepsilon_{s4}} = \frac{d - x_b}{d - x_b - x_2} \rightarrow \varepsilon_{s4} = \frac{(324,5 \text{ mm} - 200,17 \text{ mm} - 39,4 \text{ mm}) * 0,002174}{324,5 \text{ mm} - 200,17 \text{ mm}} = 0,0014851$$

$$\varepsilon_{s5} = 0,002174 = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Terästen jännitykset vyöhykkeittäin:

$$\sigma_{s1} = \varepsilon_{s1} * E_s = 0,002530 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 506 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \sigma_{s1} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} * E_s = 0,0018407 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 368,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s3} = \varepsilon_{s3} * E_s = 0,0001778 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 35,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s4} = \varepsilon_{s4} * E_s = 0,0014851 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 297,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s5} = f_{yd} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

Teräsvyöhykkeiden jännitysresultantit:

$$F_{sc1} = A_{s1} * \sigma_{s1} = \pi * (12,5 \text{ mm})^2 * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 213,42 \text{ kN}$$

$$F_{sc2} = A_{s2} * \sigma_{s2} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 368,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 361,38 \text{ kN}$$

$$F_{sc3} = A_{s3} * \sigma_{s3} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 35,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 34,95 \text{ kN}$$

$$F_{st4} = A_{s4} * \sigma_{s4} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 297,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 291,58 \text{ kN}$$

$$F_{st5} = A_{s5} * \sigma_{s5} = \pi * (12,5 \text{ mm})^2 * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 213,42 \text{ kN}$$

Betonin puristusjännitysresultantti  $F_c$ :

$$F_c = 0,9 * f_{cd} * (A_{cc} - (A_{s1} + A_{s2}))$$

$$F_c = 0,9 * 22,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} * (46497 \text{ mm}^2 - (3 * \pi * (12,5 \text{ mm})^2)) = 918,63 \text{ kN}$$

Pisteen B normaalivoimakestävyys saadaan voimatasapainoyhtälöstä  $\sum F = 0$ :

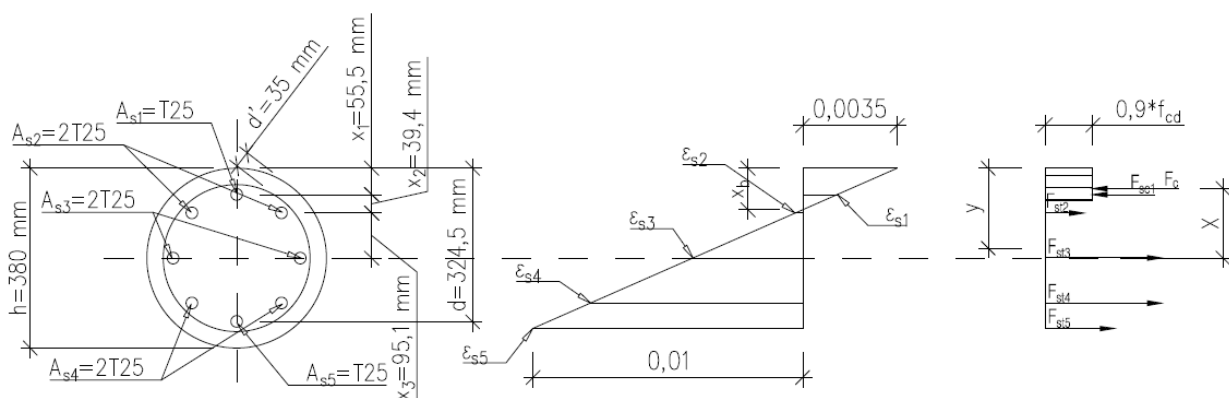
$$\begin{aligned} N_{Rd,B} &= F_c + \sum F_{sc} - \sum F_{st} = (918,63 + 213,42 + 361,38 + 34,95 - 291,58 - 213,42) \text{ kN} \\ &= 1023,4 \text{ kN} \end{aligned}$$

Pisteen B momenttikestävyys saadaan momenttiyhtälöstä  $\sum M = 0$ :

$$M_{Rd,B} = F_c * X + (F_{sc2} + F_{st4}) * x_3 + (F_{sc1} + F_{st5}) * (x_2 + x_3)$$

$$\begin{aligned} M_{Rd,B} &= 918,63 \text{ kN} * 0,09532 \text{ m} + (361,38 \text{ kN} + 291,58 \text{ kN}) * 0,0951 \text{ m} + (213,42 \text{ kN} + 213,42 \text{ kN}) \\ &\quad * (0,0394 \text{ m} + 0,0951 \text{ m}) = 207,07 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Pilarin kestävyys erikoispisteessä C, jossa tutkitaan poikkileikkauksen puhdas taivutuskestävyys.



KUVIO 13. Pisteen C muodonmuutos- ja voimakuvio.

Neutraaliakselin etäisyys puristetusta reunasta  $x_b$ :

$$x_b = \frac{0,0035}{0,0035+0,01} * d = \frac{0,0035}{0,0035+0,01} * (380 \text{ mm} - 55,5 \text{ mm}) = 84,13 \text{ mm}$$

Betonin jännityssuorakaiteen korkeus  $y$ :

$$y = 0,8 * 84,13 \text{ mm} = 67,30 \text{ mm}$$

Betonin jännityssegmenttiin liittyvä kulma  $\alpha$ :

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\frac{h}{2} - y}{\frac{h}{2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{\frac{380 \text{ mm}}{2} - 67,30 \text{ mm}}{\frac{380 \text{ mm}}{2}}\right) = 49,78^\circ = 0,87 \text{ rad}$$

Betonin puristusjännityssegmentin pinta-ala  $A_{cc}$ :

$$A_{cc} = \frac{h^2}{2} \left( \frac{\alpha_{rad}}{2} - \frac{1}{4} * \sin 2\alpha \right) = \frac{(380 \text{ mm})^2}{2} \left( \frac{0,87}{2} - \frac{1}{4} * \sin 99,56^\circ \right) = 13608 \text{ mm}^2$$

Puristusjännityssegmentin painopisteen etäisyys poikkileikkauksen painopisteestä  $X$ :

$$X = \frac{\frac{h^3}{4} * \left(\frac{\sin^3 \alpha}{3}\right)}{A_{cc}} = \frac{\frac{(380 \text{ mm})^3}{4} * \left(\frac{\sin^3 49,78^\circ}{3}\right)}{13608 \text{ mm}^2} = 149,60 \text{ mm}$$

Teräsvyöhykkeiden venymät:

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s1}} = \frac{x_b}{x_b - x_1} \rightarrow \varepsilon_{s1} = \frac{(84,13 \text{ mm} - 55,5 \text{ mm}) * 0,0035}{84,13 \text{ mm}} = 0,0011911$$

$$\frac{0,0035}{\varepsilon_{s2}} = \frac{x_b}{(x_1 + x_2) - x_b} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \frac{((55,5 \text{ mm} + 39,4 \text{ mm}) - 84,13 \text{ mm}) * 0,0035}{84,13 \text{ mm}} = 0,0004481$$

$$\frac{0,01}{\varepsilon_{s3}} = \frac{d - x_b}{d - x_b - (x_2 + x_3)} \rightarrow \varepsilon_{s3} = \frac{(324,5 \text{ mm} - 84,13 \text{ mm} - (39,4 \text{ mm} + 95,1 \text{ mm})) * 0,01}{324,5 \text{ mm} - 84,13 \text{ mm}} = 0,0044045$$

$$\frac{0,01}{\varepsilon_{s4}} = \frac{d - x_b}{d - x_b - x_2} \rightarrow \varepsilon_{s4} = \frac{(324,5 \text{ mm} - 84,13 \text{ mm} - 39,4 \text{ mm}) * 0,01}{324,5 \text{ mm} - 84,13 \text{ mm}} = 0,0083609$$

$$\varepsilon_{s5} = 0,01$$

Terästen jännitykset vyöhykkeittäin:

$$\sigma_{s1} = \varepsilon_{s1} * E_s = 0,0011911 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 238,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} * E_s = 0,0004481 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 89,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s3} = \varepsilon_{s3} * E_s = 0,0044045 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 880,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \sigma_{s3} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s4} = \varepsilon_{s4} * E_s = 0,0083609 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1672,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \sigma_{s4} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s5} = \varepsilon_{s5} * E_s = 0,01 * 200000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 2000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \sigma_{s5} = 434,78 \text{ N/mm}^2$$

Teräsvyöhykkeiden jännitysresultantit:

$$F_{sc1} = A_{s1} * \sigma_{s1} = \pi * (12,5 \text{ mm})^2 * 238,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 116,93 \text{ kN}$$

$$F_{st2} = A_{s2} * \sigma_{s2} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 89,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 87,96 \text{ kN}$$

$$F_{st3} = A_{s3} * \sigma_{s3} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 426,84 \text{ kN}$$

$$F_{st4} = A_{s4} * \sigma_{s4} = 2 * (\pi * (12,5 \text{ mm})^2) * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 426,84 \text{ kN}$$

$$F_{st5} = A_{s5} * \sigma_{s5} = \pi * (12,5 \text{ mm})^2 * 434,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 213,42 \text{ kN}$$

Betonin puristusjännitysresultantti  $F_c$ :

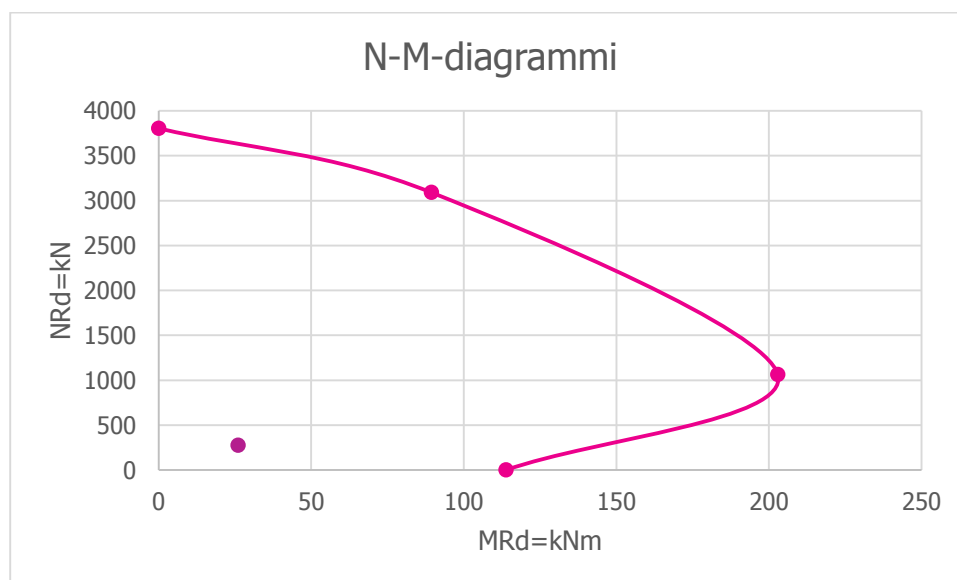
$$F_c = 0,9 * f_{cd} * (A_{cc} - A_{s1})$$

$$F_c = 0,9 * 22,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} * (13608 \text{ mm}^2 - (\pi * (12,5 \text{ mm})^2)) = 267,63 \text{ kN}$$

Pisteen C momenttikestävyys saadaan momenttiyhtälöstä  $\sum M = 0$ :

$$M_{Rd,C} = F_c * X + (-F_{st2} + F_{st4}) * x_3 + (F_{sc1} + F_{st5}) * (x_2 + x_3)$$

$$M_{Rd,C} = 267,63 \text{ kN} * 0,1496 \text{ m} + (-87,96 \text{ kN} + 426,84 \text{ kN}) * 0,0951 \text{ m} + (116,93 \text{ kN} + 213,42 \text{ kN}) * (0,0395 \text{ m} + 0,0951 \text{ m}) = 116,73 \text{ kNm}$$



KUVIO 14. Esimerkkipilarin yhteisvaikutusdiagrammi, johon mitoitusuureiden piste sijoitettuna.

## 5 YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTÖKSET

Tämän opinnäytetyön tavoitteena oli tehdä pyöreälle teräsbetonipilarille eurokoodin mukainen mitoitus. Lisäksi oli tarkoitus johtaa pilarin kestävyys tarkastelussa tarvittava yhteisvaikutusdiagrammi. Opinnäytetyöhön tarvittavaa aineistoa löytyi sekä Savonia-ammattikorkeakoulun kirjastosta, että yrityksestäkin. Lisäksi työssä käytettiin lähteenä englanninkielisiä artikkeleita, koska yhteisvaikutuksen laskemisesta löytyi suomeksi melko niukasti tietoa. Työn alussa oli hieman hankaluuksia, mutta ohjauspalaverien ja laajan aineiston tarkemman tutkimisen avulla kokonaisuus alkoi hahmottua ja työ eteni lopulta hyvin.

Opinnäytetyön tuloksena saatiin Excel-laskentapohja, jolla saadaan selville pilarin kapasiteetti epäkeskisen normaalivoiman rasitukselle. Laskentapohjasta saatava kapasiteettikäyrä eli yhteisvaikutuskäyrä pohjautuu geometriseen ratkaisutapaan, jossa käyrä muodostuu neljän erikoispisteen avulla, joissa muodonmuutokset ovat tunnettuja. Pilarin mitoitusvoimasuureet on ilmaistu käyrästä pisteellä. Mikäli piste jää kapasiteettikäyrän sisäpuolelle, niin pilari kantaa sille määritetyn kuorman. Laskentapohja tehtiin aluksi laskemaan poikkileikkaukset, joissa on kahdeksan pystyterästä, mutta aikomukseni on kehittää sitä useammille teräksille ja mahdollisesti lisätä siihen myös palo- ja onnettomuustilanteiden mitoitus. Excel-laskentapohja on hyödyllinen yritykselle, koska sillä voidaan tarkastella pilarin kapasiteettia nopeasti.

Opinnäytetyön aihe oli melko haastava ja siksi erittäin mielenkiintoinen. Se oli myös toiveideni mukainen, koska samalla oppi ymmärtämään lisää rakenteiden mekaniikkaa. Yhteisvaikutusdiagrammin laatiminen tuli täysin uutena asiana, jota opinnoissa ei ole käsitelty. Samalla tulivat tutuksi betonin ja harjateräksen tarkemmat ominaisuudet ja niiden kapasiteetit eri tilanteissa. Myös pilarin pyöreä muoto toi jonkin verran haastetta ja se antoi samalla valmiudet alkaa tutkia esimerkiksi onntoa pyöreää pilaria. Työ antoi minulle erittäin paljon jo itsessään ja lisäksi sain arvokasta tietoa ohjauspalaverissa tulevaisuutta varten.

## LÄHTEET JA TUOTETUT AINEISTOT

BETONIRAKENTEIDEN SUUNNITTELUOHJE: RIL 202-2011/by 61. Helsinki: Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL ry/Suomen Betoniyhdistys ry.

BETONITEOLLISUUS 2009. Betonirakenteiden suunnittelu eurokoodien mukaan. Osa 5. Pilarit. [verkkajulkaisu]. Eurokoodi help desk. [Viitattu 2014-01-25.] Saatavissa: [http://www.eurocodes.fi/1992/paasivu1992/sahkoinen1992/Leaflet\\_5\\_Pilarit.pdf](http://www.eurocodes.fi/1992/paasivu1992/sahkoinen1992/Leaflet_5_Pilarit.pdf)

DIGMA. Elementtimenetelmän perusteet sessio 03: FEM-ohjelman analyysityypit. [verkkajulkaisu]. VirtuaaliAMK-verkosto. [Viitattu 2014-03-05.] Saatavissa: <http://www2.amk.fi/digma.fi/www.amk.fi/material/attachments/vanhaamk/digma/5h5F5GiAj/FES03.pdf>

ELEMENTTISUUNNITTELU.FI. HI-palkkien suunnitteluohjeet [verkkajulkaisu]. [viitattu 2014-03-23]. Saatavissa: <http://www.elementtisuunnittelu.fi/fi/runkorakenteet/palkit/i-ja-hi-palkit>

EUROKOODI 2 2005. Betonirakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. SFS-EN 1992-1-1. Vahvistettu 2005. Rakennustuoteteollisuus RTT ry. Helsinki: Suomen standardisoimisliitto.

HSIAO, K 2012. Bending-Axis Effects on Load-Moment (P-M) Interaction Diagrams for Circular Concrete Columns Using a Limited Number of Longitudinal Reinforcing Bars. Electronic Journal of Structural Engineering 1/2012. [Viitattu 2014-03-18.] Saatavissa: [http://www.ejse.org/Archives/Fulltext/2012/Bending-Axis%20Effects%20on%20Load-Moment%20\(P-M\)%20Interaction%20Diagrams%20for%20Circular%20Concrete%20Columns%20Using%20a%20Limited%20Number%20of%20Longitudinal%20Reinforcing%20Bars%20.pdf](http://www.ejse.org/Archives/Fulltext/2012/Bending-Axis%20Effects%20on%20Load-Moment%20(P-M)%20Interaction%20Diagrams%20for%20Circular%20Concrete%20Columns%20Using%20a%20Limited%20Number%20of%20Longitudinal%20Reinforcing%20Bars%20.pdf).

JUVONEN, Jouni 2014. Teräsbetoni- ja liitopilarin palomitoitus R180 luokkaan eurokoodin mukaisesti. Diplomityö. [viitattu 2014-03-15]. Saatavissa:

<https://dspace.cc.tut.fi/dpub/bitstream/handle/123456789/21960/juononen.pdf?sequence=1>

LESKELÄ, Matti V. 2008. Betonirakenteiden suunnittelu ja mitoitus 2008 by 210. Helsinki: BY-koulutus Oy.

SMOLČIĆ, Ž ja GRANDIĆ, D. 2012. Interaction diagrams for reinforced concrete circular cross-section. Građevinar 1(64), 23–31

SUOMEN BETONIYHDISTYS. 2013. Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja-osa 1 by 211. Helsinki: BY-koulutus Oy.

SUOMEN BETONIYHDISTYS. 2011. Betoninormit 2012 by 50. Helsinki: BY-koulutus Oy.

SUOMEN BETONIYHDISTYS. 2008. Suunnitteluohje EC 2 osat 1-1 ja 1-2. by 60. Helsinki: Suomen Betoniyhdistys ry.

## LIITE 1: PILARIN MITOITUS EXCEL-LASKENTAPOHJALLA

## Lähtötiedot:

Vihertävällä pohjalla laskentapohjan laskemat arvot	Keltaisella pohjalla oleviin soluihin käyttäjä syöttää arvon	Valkealla pohjalla olevat arvot ovat vakioita
---	--	---

Pääraudoitus

Pääterästen halkaisija $\varnothing$	25	mm
Pääterästen lukumäärä	8	kpl

Hakaraudoitus

Hakojen halkaisija $\varnothing$	8	mm
Hakaväli $S_{cl,tmax}$	375	mm

## Kehän jäykistämistapaus

Rasitusluokka	Jäykistetty	
Mitoitustilanne	XC2/XC3	
Betonipeite $c_{nom}$	Normaalitilanne	
Betonin lieriölujuuden ominaisarvo $f_{ck}$	35	mm
Teräksen myötölujuus $f_{yk}$	40	Mpa
Pilariin vaikuttava normaalivoima $N_{Ed}$	500	Mpa
Pilariin vaikuttava ulkoinen momentti $M_{d0}$	500	kN
Käyttörajan normaaliavoima	0	kNm
	400	kN

Betonin osavarmuuskerroin $\gamma_c$	1,5
Teräksen osavarmuuskerroin $\gamma_s$	1,15

Betonin puristuslujuuden mitoitusarvo $f_{cd}$	22,66666667	N/mm <sup>2</sup>
--	-------------	-------------------

Teräksen mitoituslujuus $f_{yd}$	434,7826087	N/mm <sup>2</sup>
----------------------------------	-------------	-------------------

Terästen pinta-ala $A_s$	3926,990817	mm <sup>2</sup>
--------------------------	-------------	-----------------

Betonipoikkileikkauksen pinta-ala $A_c$	113411,4948	mm <sup>2</sup>
---	-------------	-----------------

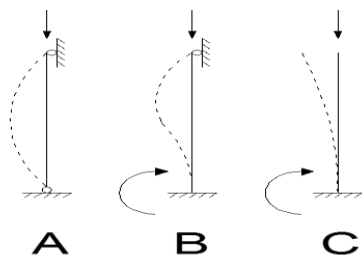
Terästen vähimmäis pinta-ala $A_{s,min}$	226,8229896	mm <sup>2</sup>
--	-------------	-----------------

Terästen maksimipinta-ala $A_{s,max}$	6804,689688	mm <sup>2</sup>
---------------------------------------	-------------	-----------------

Pilarin halkaisija $h$	380	mm
------------------------	-----	----

Pääteräksen keskiöetäisyys betonin reunaan $d'$	55,5	mm
---	------	----

Pilarin pituus $L$	5000	mm
--------------------	------	----



Pilarin tukemistapaus

A

B

C

A

Pilarin tehollinen pituus  $L_0$ 

5000 mm

Pilarin hoikkuus  $\lambda$ 

52,63157895

Pilarin jäyhyysmomentti  $I$ 1023538741 mm<sup>4</sup>Pilarin jäyhyyssäde  $i$ 

95 mm

Mekaaninen raudoitussuhde  $\omega$ 

0,636508066

Harjateräksen kimmokerroin  $E_s$ 200000 N/mm<sup>2</sup>Pilarin alkuepäkeskisyyden  $e_0$ 

20 mm

Pilarin alkuepäkeskisyyden  $e_0$  (epäkeskinen normaalivoima)

0 mm

Pilarin alkuepäkeskisyyden  $e_{01}$  (pilarin yläpäässä)

0 mm

Pilarin alkuepäkeskisyyden  $e_{02}$  (pilarin alapäässä)

120 mm

Ulkoisesta kuormituksesta aiheutuva taivutusmomentin lineaarinen mitoitusarvo  $M_{0Ed}$ 

36 kNm

Epäkeskisyyden aiheuttama poikittaisvoima  $H_i$ 

5 kN

Poikittaisvoiman  $H_i$  aiheuttama momentti  $M_{Ed,H}$ 

12,5 kNm

Poikittaisvoiman  $H_i$  aiheuttama momentti  $M_{Ed,H1}$  (tukemistapaus B)

0 kNm

Poikittaisvoiman  $H_i$  aiheuttama momentti  $M_{Ed,H2}$  (tukemistapaus B)

0 kNm

Normaalivoimasta riippuva korjauskerroin  $K_r$ 

1

## Viruma:

Betonin keskimääräinen puristuslujuus 28 vrk:n iässä  $f_{cm}$ 

48 Mpa

Betonin ikä vuorokausina tarkasteluajankohtana  $t$ 

10950 vrk



Betonin ikä vuosina tarkasteluajankohtana	30	v
Betonin ikä vuorokausina kuormituksen alkaessa $t_0$	28	vrk
Kuormituksen kesto vuorokausina $t-t_0$	10922	vrk
Ympäristön suhteellinen kosteusprosentti RH	60	%
Ympäristön suhteellisesta kosteudesta riippuva kerroin $r$	0,6	
Betonin lujuuden vaikutuksen huomioiva kerroin $\alpha_1$	0,801639	
Betonin lujuuden vaikutuksen huomioiva kerroin $\alpha_2$	0,938783	
Betonin lujuuden vaikutuksen huomioiva kerroin $\alpha_3$	0,853913	
Suhteellisen kosteuden huomioiva kerroin $\varphi_{RH}$	1,462407	
Kerroin $\beta_{f,cm}$ , joka huomioi betonin lujuuden vaikutuksen nimelliseen virumalukuun	2,424871	
Poikkileikkauksen muunnettu paksuus $h_0$	190	mm
Kuormittumisen alkamisajan huomioiva kerroin $\beta(t_0)$	0,48845	
Virumisen kehittymistä kuvaava kerroin $\beta_c(t, t_0)$	0,96728	
Suhteellisen kosteuden ja muunnetun paksuuden huomioiva kerroin $\beta_H$	1280,869	
Nimellinen virumaluku $\varphi_0$	1,732115	
Virumaluku $\varphi(t, t_0)$	1,67544	
Virumisaste $\varphi_{ef}$	1,340352	
Virumisen huomioon ottava kerroin $K_\varphi$	1,266894607	
Kerroin $\beta$	0,199122807	
Harjaterästen venymä $\varepsilon_{yd}$	0,002083333	

## Mitoitusmomentti:

Alkukaarevuus  $1/r_0$  1,91216E-05 1/mm

Kaarevuus  $1/r$  2,42251E-05 1/mm

Pääterästen keskiöväli $D_s$	269 mm
Pilarin poikkileikkauksen tehollinen korkeus $d$	242,115 mm
Kokonaiskaltevuuden jakautumasta riippuva kerroin $c$	10
Taipuma $e_2$	60,56267488 mm
Lisämomentti $M_2$	30,28133744 kNm
Mitoitusmomentti $M_{Ed}$	78,78133744 kNm

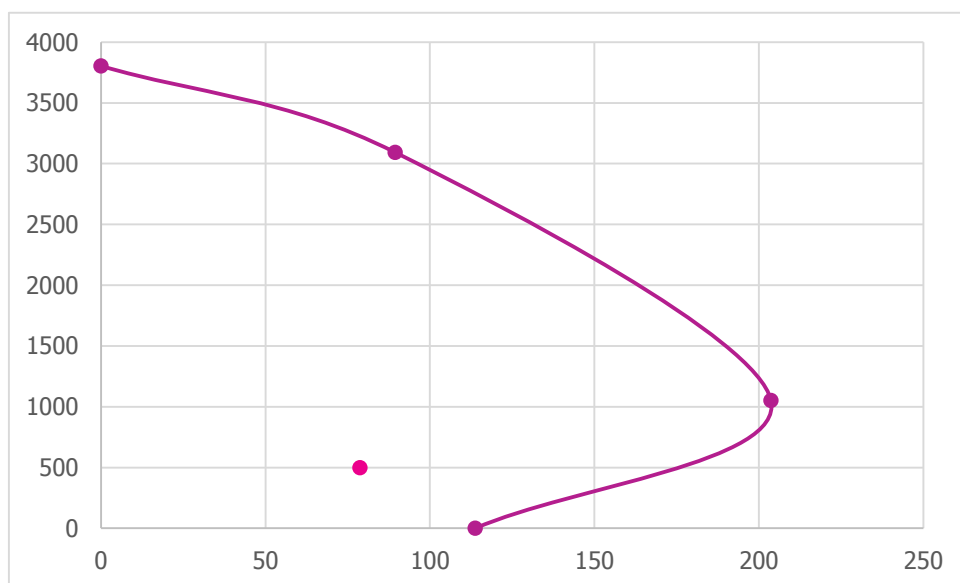
Suhteellinen momentti  $\mu$ 

0,080648263

Suhteellisia arvoja voi verrata esim. kirjan by61 diagrammeihin!

Suhteellinen normaalivoima  $\nu$ 

0,194502538

**Kun piste jää käyrän sisään, pilari kestää.**