

Opinnäytetyö (AMK)

Tieto- ja viestintätekniikka

2023

Jarkko Heinonen

# Tietokonenäkö ja jongleeraus



Opinnäytetyö (AMK) | Tiivistelmä

Turun ammattikorkeakoulu

Tieto- ja viestintätekniikka

2023 | 36 + 25 sivua

Jarkko Heinonen

## Tietokonenäkö ja jongleeraus

Opinnäytetyössä kokeiltiin tietokonenäön käyttöä jongleerauksen analysoinnissa. Työ rajattiin modulaarisen ohjelmakulun suunnitteluun ja toteutukseen, heittokorkeuksien vertailuun sekä kiinniottojen laskentaan. Työn aihe oli valittu työn tekijän harrastuksen pohjalta.

Suunnitteluvaiheessa ohjelma jaettiin neljään erilaiseen luokkaan, joilla jokaisella on oma paikka ohjelmakulussa. Työ toteutettiin Python-ohjelmointikielellä ja kaksi käytettyä kolmannen osapuolen kirjastoa olivat OpenCV kuvien käsittelyyn sekä MediaPipe käsien tunnistukseen.

Työn tuloksena syntyneen ohjelman oli tarkoitus toimia pohjana jatkokehitykselle sekä prototyyppinä, jolla arvioidaan ohjelman potentiaalia. Opinnäytetyön aikana analysointi suoritettiin videoilta, joiden kuvausolosuhteet oli rajattu helpottamaan pallon tunnistusta. Työn lopuksi kokeiltiin toteutettujen toimintojen potentiaalia testaamalla niitä videoihin, joissa heitellään palloja erilaisilla kuvioilla. Ohjelman laskemia tuloksia pidettiin mielenkiintoisina ja tarkempina, kuin mitä ihminen olisi voinut laskea heitellessä.

Asiasanat:

jongleeraus, tietokonenäkö, Python

Bachelor's Thesis | Abstract

Turku University of Applied Sciences

Information and Communications Technology

2023 | 36 + 25 pages

Jarkko Heinonen

## Computer vision and juggling

The topic of the thesis was to investigate utilizing computer vision in juggling analysis. The main objectives were to create a flexible program, compare throwing heights, and count catches. The author's choice of this thesis topic was driven by a personal hobby and passion.

During the planning phase, the program was organized into four distinct classes, each with its own set of tasks. The program was developed using the Python programming language and the two used third-party libraries were OpenCV for image handling, and MediaPipe for hand detection.

The created program is meant to function as a base for future development, and as a prototype to assess the programs potential. During the thesis, the analysis focused on videos, that were recorded in conditions that simplified the ball detection. In the end, the potential of the created program was put to test with videos featuring various juggling patterns. The results given by the program seemed interesting and likely more accurate, than what a person could have counted during the juggling.

Keywords:

juggling, computer vision, Python

# Sisältö

|                                       |           |
|---------------------------------------|-----------|
| <b>Sanasto</b>                        | <b>6</b>  |
| <b>1 Johdanto</b>                     | <b>7</b>  |
| <b>2 Taustatietoa</b>                 | <b>8</b>  |
| 2.1 Jongleeraus                       | 8         |
| 2.2 Teknologiat                       | 8         |
| 2.2.1 Python-ohjelmointikieli         | 8         |
| 2.2.2 OpenCV-kirjasto                 | 9         |
| 2.2.3 MediaPipe-ohjelmointikehys      | 9         |
| 2.2.4 Numpy-kirjasto                  | 10        |
| 2.3 Kehitysympäristö                  | 10        |
| 2.4 Käyttöolosuhteet                  | 11        |
| <b>3 Suunnittelu</b>                  | <b>12</b> |
| <b>4 Pohjaluokat</b>                  | <b>15</b> |
| 4.1 Pääohjelma                        | 16        |
| 4.2 Seurantamoduulit                  | 17        |
| 4.3 Analyysimoduulit                  | 17        |
| 4.4 Tietomoduulit                     | 18        |
| <b>5 Heittokorkeudet</b>              | <b>19</b> |
| 5.1 Pallon tunnistus                  | 19        |
| 5.2 Korkeimman havainnon seuranta     | 20        |
| 5.3 Heittojen yksilöinti              | 21        |
| 5.3.1 Havainnon yhdistäminen heittoon | 21        |
| 5.3.2 Heiton toteaminen valmiiksi     | 23        |
| 5.4 Eri toteutusten vertailu          | 25        |
| 5.4.1 Vertailuolosuhteet              | 25        |
| 5.4.2 Tulokset                        | 26        |
| <b>6 Kiinniottojen laskenta</b>       | <b>29</b> |

|                                |           |
|--------------------------------|-----------|
| 6.1 Käsien tunnistus           | 29        |
| 6.2 Kiinniottojen tunnistus    | 30        |
| 6.3 Kiinniottolaskurin testaus | 32        |
| <b>7 Ohjelman koekäyttö</b>    | <b>33</b> |
| <b>8 Loppupäätelmät</b>        | <b>34</b> |
| <b>Lähteet</b>                 | <b>35</b> |

## Liitteet

Liite 1. Ohjelman testisession tulokset

Liite 2. Eri heittokorkeustoteutusten vertailu

## Kuvat

|                                                            |                                      |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| Kuva 1. Ohjelmakulun sekvenssikaavio.                      | <b>1Error! Bookmark not defined.</b> |
| Kuva 2. Ohjelman pohjaluokkien luokkakaavio.               | 16                                   |
| Kuva 3. Pallontunnistusprosessi.                           | 20                                   |
| Kuva 4. Pallohavainnon yhdistäminen heittoon.              | 23                                   |
| Kuva 5. Funktio, joka hyväksyy heitot huipun perusteella.  | 24                                   |
| Kuva 6. Kiinniottoalueet ja lähestyvän pallon kulmarajaus. | <b>Error! Bookmark not defined.</b>  |

## Taulukot

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| Taulukko 1. Heittokorkeuden keskiarvon laskuvirhe kolmella pallolla. | 27 |
| Taulukko 2. Heittokorkeuden keskiarvon laskuvirhe viidellä pallolla. | 28 |

## Sanasto

|                   |                                                                                                             |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C++               | Vahvasti tyypitetty, tehokas, C-kieleen perustuva ohjelmointikieli.                                         |
| Flash             | Sarja heittoja, jossa kaikki esineet heitetään kerran ilmaan korkeammalle kuin perusheitossa (Juggle Wiki). |
| Jongleeraus       | Taiteen ja viihteen muoto jossa heitellään ja otetaan kiinni useita esineitä näyttävästi.                   |
| Luokkakaavio      | Kaavio jolla mallinnetaan ohjelman eri luokkia.                                                             |
| MediaPipe         | Googlen kehittämä ohjelmointikehys koneoppimiseen.                                                          |
| Numpy             | Python-kirjasto, jossa on matemaattisia funktioita kuten matriisilaskutoimituksia.                          |
| Olio-ohjelmointi  | Ohjelmointiparadigma jossa ohjelma mallinnetaan olioilla.                                                   |
| OpenCV            | Avoimen lähdekoodin kirjasto tietokonenäköön liittyviin toimintoihin.                                       |
| Python            | Dynaamisesti tyypitetty, korkean tason ohjelmointikieli.                                                    |
| Sekvenssikaavio   | Kaavio joka mallintaa ohjelman kulkua ja eri osien välistä kommunikointia.                                  |
| Tietokonenäkö     | Tietokoneen kyky analysoida digitaalisia kuvia tai videoita.                                                |
| Ulkopuolen heitto | Heitto jossa pallo heitetään lähestyvän pallon yli (Juggle Wiki).                                           |

# 1 Johdanto

Tietokonenäkö on viime vuosikymmenten aikana muuttunut tulevaisuuden ajatuksesta osaksi jokapäiväistä elämäämme. Tietokonenäöllä tarkoitetaan tietokoneen kykyä havaita ja analysoida tietoa digitaalisista kuvista ja videoista. Tätä hyödynnetään tekoälyn kanssa esimerkiksi itseajavissa autoissa, kasvojen tunnistuksessa, kuvien kategorisoinnissa, laadunvarmistuksessa ja syövä haitsemissa. (Babich, 2020.) Tekoälyteknologioiden tultua julkisesti jakoon, niiden käyttö ei enää rajoitu niitä kehittäviin, suuriin yrityksiin (Mihajlovic, 2019). Nykyään kuka vain voi ladata valmiin ratkaisun esimerkiksi kasvojen- tai käsientunnistukseen.

Opinnäytetyössä kokeiltiin tietokonenäön hyödyntämistä jongleerauksen analysoinnissa, koska jongleerauksessa on monta taitojen kehittämisen kannalta olennaista tekijää, joita on vaikea arvioida ihmissilmillä reaaliajassa. Näitä tekijöitä ovat esimerkiksi heittotyylä, -rata, -korkeus ja -rytmi.

Opinnäytetyöhön sisältyvä ohjelma suunnitellaan ja toteutetaan siten, että se on moduuleittain kehitettävissä ja laajennettavissa. Siihen sisältyy kaksi demoa siitä, miten tietokonenäön käyttöä jongleerauksen analysoinnissa voi käytännössä hyödyntää. Ensimmäinen demo on heittokorkeuksien vertailu, ja toinen on kiinniottojen laskenta.

Työn aihe on valittu tekijän oman harrastuksen ja mielenkiinnon pohjalta. Työ suunnitellaan ja toteutetaan toimimaan videoilta, joiden kuvaolosuhteet on rajattu helpottamaan analysointia. Työ ei sisällä suunnittelua tai vaatimusten selvitystä analysoinnin suorittamiseen suoratoistolla, optimointia, eikä selvän käyttöliittymän luomista tai suunnittelua. Työn tuloksena syntyneen ohjelman on tarkoitus toimia alustavana kehyksenä jatkokehitykselle.

## 2 Taustatietoa

Tässä luvussa käydään läpi vaadittavat perustiedot opinnäytetyön ymmärtämiseen. Näihin sisältyy peruskuvauksia jongleerauksesta, käytetyistä teknologioista, kehitysympäristöstä sekä käyttöolosuhteista.

### 2.1 Jongleeraus

Jongleeraus on erittäin vanha taiteen ja viihteen muoto, jossa esineitä heitellään näyttävästi ilmaan ja otetaan kiinni siten, että esineitä on ilmassa aina yksi tai useampi. Jongleerauksessa on monta tapaa heittää, esimerkiksi jalan alta, selän takaa, kädet ristissä tai yleisin, kädestä toiseen. Opinnäytetyössä tutkittava jongleeraus rajoittuu yhdestä neljään palloon, joita heitetään erikorkuisilla heitoilla kädestä toiseen tai siten, että pallo pysyy samassa kädessä.

### 2.2 Teknologiat

Seuraavissa luvuissa kerrotaan lyhyesti käytetyistä teknologioista, niiden käyttötarkoituksista työssä sekä millä perusteilla ne on valittu.

#### 2.2.1 Python-ohjelmointikieli

Python on 1980-luvun lopulla kehitetty, 1991 julkaistu, dynaamisesti tyyppitetty, korkean tason ohjelmointikieli. Python on nykyään erittäin suosittu, ja laajassa käytössä ohjelmoinnin eri aloilla, kuten web- tai ohjelmistokehityksessä, opetuksessa ja tietojen käsittelyssä. (Python Institute.) Python on ilmainen ja vapaasti käytettävissä niin yksityishenkilöille kuin yrityksille. Joitain syitä Pythonin suosioon on helppolukuisuus, kattava peruskirjasto ja suuri yhteisö. (Coursera, 2022.)

Python on laajennettavissa muilla ohjelmointikielillä, joiden suorituskyky on usein Pythonin yläpuolella. Monet Python-kirjastojen moduulit hyödyntävät esimerkiksi

C- tai C++-koodia optimoidakseen suorituskykyä vaativissa laskutoimituksissa. (Python, 2023.)

Python valittiin opinnäytetyöhön helppouden, innostuksen herättäneen materiaalin sekä työn tekijän ohjelmointitaustan perusteella. Python toimii työssä käytettävänä ohjelmointikielenä, jolla kutsutaan käytettyjä kirjastoja ja tehdään työn omat laskutoimitukset ja luokat.

### 2.2.2 OpenCV-kirjasto

OpenCV on avoimen lähdekoodin kirjasto tietokonenäköön ja koneoppimiseen. OpenCV on laajasti käytössä ympäri maailmaa, ja esimerkkejä sitä hyödyntävistä yrityksistä on Google, Microsoft, Intel, Honda ja Toyota. OpenCV sisältää yli 2 500 optimoitua algoritmia ja kirjaston toimintoja ovat muun muassa kasvojen, kameran liikkeen ja esineiden tunnistus sekä monet eri kuvankäsittelytoiminnot, kuten sumentaminen, koon muuttaminen tai rajaaminen. (OpenCV, 2023.)

OpenCV toimii C++-ohjelmointikielellä, mutta tarjoaa rajapintoja muille kielille (OpenCV, 2023). Opinnäytetyö hyödyntää OpenCV:n Python-rajapintaa, mikä mahdollistaa nopeiden, optimoitujen C++-algoritmien käytön Pythonista. OpenCV valittiin opinnäytetyöhön blogikirjoituksen pohjalta, jossa käytettiin OpenCV:n Python-rajapintaa pallon seuraamiseen kameran kuvasta. Pallon seuraamisen lisäksi työssä käytetään OpenCV:tä kuvien käsittelyyn ja näyttämiseen sekä ohjelman visualisointiin.

### 2.2.3 MediaPipe-ohjelmointikehys

MediaPipe on Googlen julkaisema, järjestelmäriippumaton avoimen lähdekoodin ohjelmointikehys koneoppimiseen. MediaPipe sisältää kehyksen lisäksi myös valmiita ratkaisuja, esimerkiksi käsien ja kasvojen tunnistukseen. Kirjasto on käytettävissä useilla ohjelmointikielillä, kuten Java, Python, Javascript ja C++. (Boesch, 2023.) Työssä käytetty MediaPipen Python-rajapinta hyödyntää Pybind11-kirjastoa, käyttääkseen MediaPipen C++-kehystä (MediaPipe, 2023).

MediaPipe otettiin käyttöön opinnäytetyössä käsientunnistukseen. MediaPipe valittiin, koska sitä esittelevän videon pohjalta sen asennus ja käyttö näyttivät suoraviivaiselta.

#### 2.2.4 Numpy-kirjasto

Numpy on Python-kirjasto, jossa on nopeita matemaattisia toimintoja kuten matriiseja, tilastollisia laskutoimituksia sekä satunnaissimulaatiota. Numpy on universaalisti käytetty Pythonissa vaativiin laskutoimituksiin, ja on useiden Pythonilla toteutettujen kirjastojen ydin. (Harris et al, 2020.) Numpy ei ole opinnäytetyössä suoraan käytössä, mutta on niin olennainen osa käytettyjä kirjastoja, että se päätettiin esitellä erikseen. Esimerkiksi kuvien pikseliarvot käsitellään opinnäytetyössä Numpy-matriiseina.

#### 2.3 Kehitysympäristö

Kehitystyössä oli käytössä Windows 10 -käyttöjärjestelmä, ja käytetyimmän tietokoneen keskusyksikkö oli 3,1-gigahertsinen Intel Core i5-4440. Tieto ei työn rajauksen huomioiden ole kovin olennaista, mutta mainitaan tässä, sillä kaikki raskaat laskutoimitukset on suoritettu keskusyksiköllä, vaikka käytetyissä kirjastoissa on mahdollisuus näytönohjaimen käyttöön. Laskutoimitukset suoritettiin kuitenkin keskusyksiköllä, koska se oli kirjastojen oletus, eikä optimointia otettu osaksi opinnäytetyötä.

Python-virtuaaliympäristö luotiin Python-versiolla 3.10.4. Pythonin paketinhallinta työkalulla asennettiin opencv-python 4.6.0.66, numpy 1.23.4 ja mediapipe 0.8.11. Työssä ei käytetty erillistä Python-koodieditoria, vaan päätettiin kokeilla Visual Studio Coden Python-lisäosia. Työssä käytettiin Git-versionhallintajärjestelmää ja GitHubia koodin varastointiin.

## 2.4 Käyttöolosuhteet

Opinnäytetyössä analysointi suoritetaan videoilta. Videot on kuvattu Samsung A22-puhelimella ja niiden olennaisimmat tiedot ovat 1920 x 1080 ja 1080 x 1920 kuvakoko ja noin 30 kuvatoistoa sekunnissa. Videoita oli kuvattu sekä vaaka-, että pystyasennossa. Kehitystyössä käytetyt videot leikattiin noin 5–20 sekunnin mittaisiksi, alkaen hieman ennen ensimmäistä heittoa ja päättyen hieman viimeisen kiinnioton jälkeen. Pystyasennossa kuvatut videot renderöitiin vielä erikseen 1080 x 1920 resoluutiolla, ettei analysoitavaan videoon jäänyt mustia reunoja avatessa OpenCV:llä.

Jongleeraus on kuvattu siten, että esiintyjä on kohtisuorassa kameraan päin noin kahden metrin etäisyydellä. Kuvauksen aikana esiintyjä ja kamera pysyvät paikallaan ja valaistus pysyy vakiona. Jongleerauksessa käytettiin enintään neljää palloa. Pallot ovat lähes yksivärisiä, saman värisiä keskenään ja niiden väri erottuu taustasta ja esiintyjästä. Näin pallojen seuranta voidaan tehdä värin perusteella. Pallot pyrittiin pitämään koko ajan kameran kuvassa. Videoilla ei ole esiintyjän ja pallojen lisäksi mitään liikettä. Esiintyjällä ei ollut käsissään mitään käsientunnistusta mahdollisesti häiritsevää, kuten kynsilakkaa, koruja tai käsiineitä.

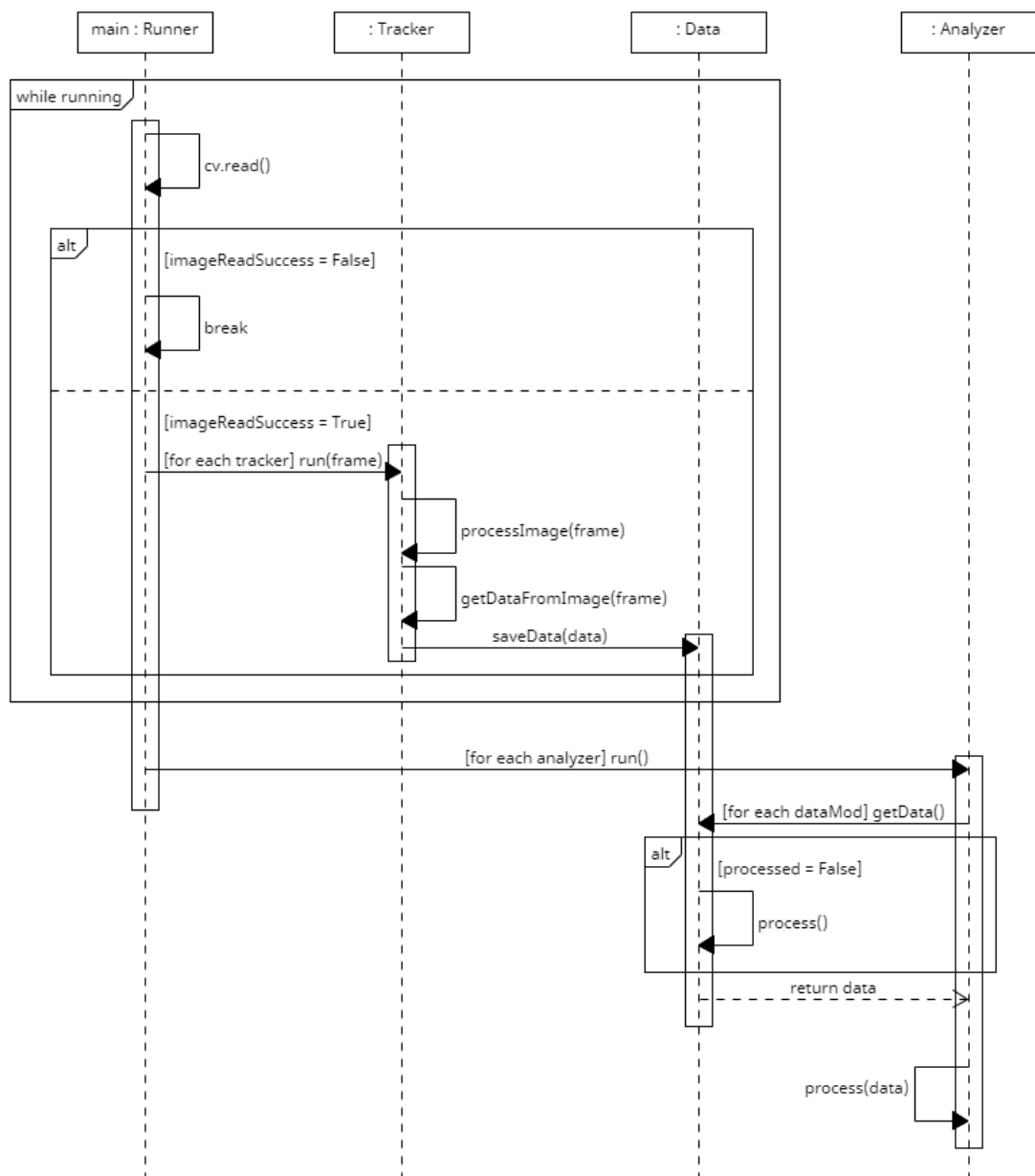
### 3 Suunnittelu

Tässä luvussa kerrotaan työn suunnitteluvaiheesta ja -menetelmistä sekä työn lopputuloksena syntyneen ohjelman kulusta ja rakenteesta.

Jatkokehityksen kannalta oli olennaista, että työ suunniteltiin ja toteutettiin modulaarisesti, jolloin sen osat ovat erikseen kehitettävissä, testattavissa tai vaihdettavissa. Jokaisella luokalla, ja niiden pohjalta luoduilla olioilla pitää olla selvä tarkoitus.

Opinnäytetyötä suunniteltiin Tell, don't ask -periaatteen pohjalta. Tell, don't ask -periaatteen ajatus on, että ohjelman eri osat eivät muuta toistensa tilaa, vaan logiikka tapahtuu aina käsiteltävän olion sisällä. Tällä tavoin koodin rakenne noudattaa olio-ohjelmoinnin periaatteita ja eri osien kehitys, korvaaminen ja testaus on helpompaa. (Pluta, 2021.)

Työn suunnitteluvaiheessa UMLetino-sovelluksella tehtiin mahdollisia sekvenssikaavioita kuvaamaan ohjelman toimintaa (Kuva 1). Näiden pohjalta työn koodin rakenne päätettiin jakaa neljään luokkaan, joista jokaisella on selvä tehtävä ja paikka ohjelman prosessissa. Tarpeellisiksi todetut luokat olivat pääohjelma, seuranta, tiedonkäsittely sekä analysointi. Nämä luokat ja niiden tehtävät on myöhemmissä luvuissa selitetty. Kehitystyön aikana kävi ilmi, että näitä luokkia olisi vielä hyvä jakaa pienempiin osiin, mutta sitä ei työn aikana tehty.



Kuva 1. Ohjelmakulun sekvenssikaavio.

Pääohjelma hallinnoi ohjelman osien kulkua. Videolta kerätään tiedot ensin pääohjelmaan asetetuilla seurantaolioilla. Kun video on käyty läpi, pääohjelma ajaa sille määrätyt analysointioliot. Tieto kulkee seurannan ja analyysin välillä erillisen tieto-olion kautta. Mikäli tieto vaatii käsittelyä ennen analysointia, se suoritetaan tiedonkäsittelyssä sitä pyydettyäessä.

Koska tieto kerätään kaikilta kuvilta ennen tiedonkäsittelyä, ohjelman kulku ei sovellu suoratoistokäyttöön esimerkiksi webbikameralla. Tämä valinta tehtiin sillä perusteella, että tiedonkäsittelyä saattaa helpottaa mahdollisuus käsitellä tietoa ensin kokonaisuutena ja esimerkiksi poistaa poikkeavia arvoja. Tämä ei kuitenkaan työn aikana osoittautunut kovin tarpeelliseksi. Toinen syy tähän ratkaisuun oli ohjelman eri osien pitäminen täysin erillään, minkä arvioitiin helpottavan kehitystyötä.

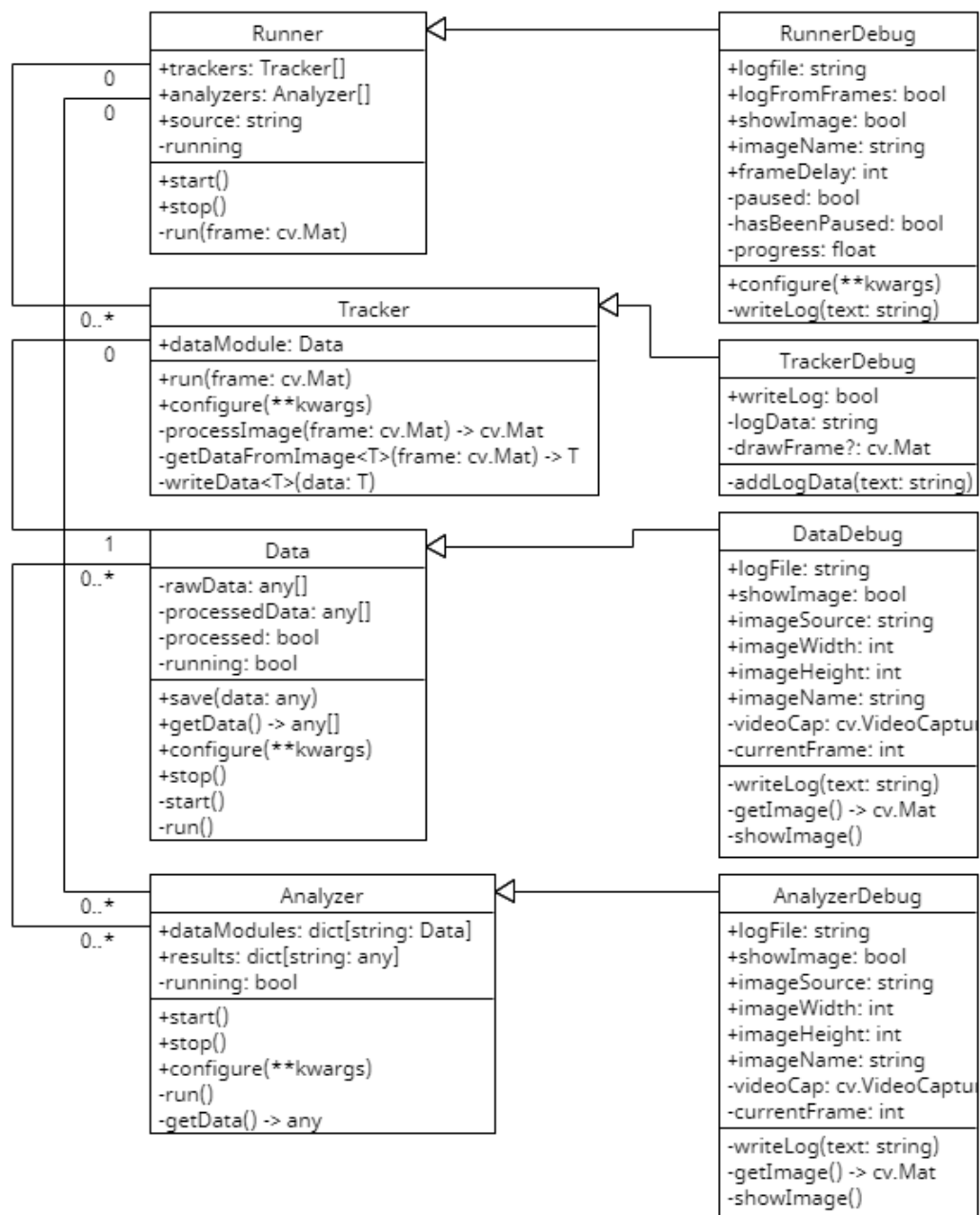
Koska kuvien kokoa muutetaan käsittelyiden nopeuttamiseksi, todettiin jo työn suunnitteluvaiheessa, että kaikki koordinaatit tulee käsitellä normalisoituina, jolloin koordinaatit kerrottuna kuvan mitoilla antavat koordinaattien sijainnin kuvassa. Näin ne ovat helposti käytettävissä ja yhdistettävissä toisiinsa, kuvien mitoista riippumatta.

## 4 Pohjaluokat

Tässä kappaleessa esitellään työn aikana kehitetyt pohjaluokat ja mihin käyttötarkoitukseen ne on tehty. Luokat kehitettiin ohjelman ajamista, tiedon hakua, tiedonkäsittelyä sekä analysointia varten. Näihin neljään tehtävään kehitetyt pohjaluokat eivät sisältäneet muuta toimintaa, kuin ohjelman ajamisen suunnitellussa järjestyksessä. Kaikki toiminto lisätään perimällä pohjaluokasta, jolloin olioiden monimuotoisuudella voidaan varmistaa yhtenäinen ohjelmakulku.

Pohjaluokkaa laajennettiin myös versioksi, jossa on vian etsintää, testausta ja kehitystä tukevia toimintoja, kuten lokikirjaus, visualisointi ja manuaalinen eteneminen. Näitä laajennettuja versioita käytettiin kehitystyössä pohjaluokkina.

Kehitystyötä helpottavien, yksittäisten toimintojen suunnittelussa mietittiin, luodaanko ne yhteen luokkaan, jossa on kaikki tarvittavaksi todetut toiminnot, vai jaetaanko ne pienempiin luokkiin, jotka otettaisiin tarpeen mukaan käyttöön Pythonin moniperinnällä tai luokan omana attribuuttinaan. Työn laajuuden leviämisen välttämiseksi päädyttiin helpompaan ratkaisuun perä ohjelman jokaisesta pohjaluokasta yksi kehitykseen käytettävä luokka, jossa on kehitystyötä ja testausta helpottavat toiminnot. Pohjaluokille tehtiin luokkakaaviot UMLetino-sovelluksella (Kuva 2).



Kuva 2. Ohjelman pohjaluokkien luokkakaavio.

#### 4.1 Pääohjelma

Pääohjelmaa varten kehitetty luokka on vastuussa ohjelman ajamisesta, ja sitä myötä muiden luokkien ohjaamisesta. Pääohjelmalle annetaan video, jota se lukee kuva kerrallaan. Pääohjelmaan voidaan asettaa monta seurantaoliota, jotka se ajaa kuvalla ennen seuraavan lukemista. Kun kaikki kuvat on käyty läpi,

pääohjelma siirtyy analysointi vaiheeseen. Tässä se ajaa kaikki sille määrätyt analysointioliot, joita voi myös olla useita.

Pääohjelman pohjaluokka laajennettiin kehitystyön helpottamiseksi luokkaan, jossa on edellä mainittujen toimintojen ja lokikirjauksen lisäksi mahdollisuus näyttää käsiteltävää videota, pysäyttää video ja edetä yksi kuva kerrallaan näppäintä painamalla.

#### 4.2 Seurantamoduulit

Seurantamoduulien luokkien pohjalta luodut oliot ajetaan analysoitavan videon joka kuvalle, ja ne ovat vastuussa tiedon keräämisestä. Pohjaluokassa on ylikirjoitettavan tiedonhakufunktion lisäksi määritelty funktio kuvan optimointiin, sillä usein tietoa hakiessa on hyvä manipuloida kuva siihen tarkoitukseen. Kun haluttu tieto on kerätty kuvasta, se tallennetaan määrätyllä tiedonkäsittelyoliolla.

Kehitystyön helpottamiseksi pohjaluokasta laajennettuun luokkaan kehitettiin lokikirjaus sekä kyky piirtää pääohjelman antamaan kuvaan ennen sen näyttöä. Koska seurantaolioita voi olla useampia, piti piirtäminen tehdä kopioon alkuperäisestä kuvasta, jotta muutokset eivät näy listan seuraavalle oliolle.

#### 4.3 Analyysimoduulit

Pääohjelmaan asetetut analysointioliot ajetaan tiedon keräämisen jälkeen. Analysointioliot käyttävät kerättyä tietoa, ja laskevat siitä haluttuja lopputuloksia, esimerkiksi heittokorkeuksien keskiarvoa tai -poikkeamaa. Analyysiin käytetyt luokat on kehitetty siten, että on mahdollista hyödyntää tietoa useasta eri seurantamoduulista.

Samoin kuin muutkin moduulit, analyysiä varten kehitettiin pohjaluokan lisäksi luokka, joka sisältää kehitystyössä käytettäviä toimintoja. Tähän luokkaan lisättiin lokitoiminto ja kyky näyttää analysoitavaa tietoa kuvassa. Kuvana voi toimia musta tausta tai video, josta tieto on kerätty.

#### 4.4 Tietomoduulit

Tarve erilliselle tietomoduulille nousi esiin suunnitteluvaiheessa. Tietomoduulit ovat vastuussa seuranta- ja analyysimoduulien välisestä toiminnasta. Siihen tallennetaan tieto seurantamoduuleista, ja siltä pyydetään tietoa analyysimoduuleista. Tietomoduuli on myös looginen paikka tiedon käsittelylle, kuten eroavien arvojen poistamiselle tai tiedon rakenteen muuttamiseen analyysiin sopivaksi.

Tietomoduulin pohjaluokka ei tee muuta, kuin antaa seurannasta toimitetut tiedot analyysia varten sellaisenaan. Tämä on riittävä, sellaisissa käyttötilanteissa, missä tietoa ei tarvitse käsitellä. Mikäli seurannasta tuleva tieto ei suoraan vastaa analysoinnin tarpeita, toiminto sen käsittelyyn voidaan toteuttaa perimällä pohjaluokasta.

## 5 Heittokorkeudet

Jotta jongleeratessa olisi saman verran aikaa reagoida jokaiseen heittoon, heitot pitäisi pyrkiä pitämään saman korkuisina. Mikäli joku heitto jää huomattavasti matalammaksi kuin edellinen, voi samaan käteen pudota kaksi esinettä liian nopeasti. Epähallittuna vaihteleva heittokorkeus saattaa aiheuttaa myös esineiden törmäyksen ilmassa. Joissain kuvioissa on tarkoitus hallita erikorkuisia heittoja, mutta tämän tyyppisiä kuvioita ei huomioitu työn aikana.

Kun jongleeraukseen otetaan lisää heiteltäviä esineitä, heittojen korkeuden tulee nousta, jotta heittojen välille tulee tarpeeksi aikaa käsitellä lisätyt esineet. Samalla kun heittokorkeus nousee huomattavasti pään yläpuolelle, sen arviointi vaikeutuu. Tästä syystä heittokorkeudet valittiin opinnäytetyön ensimmäiseksi demoksi.

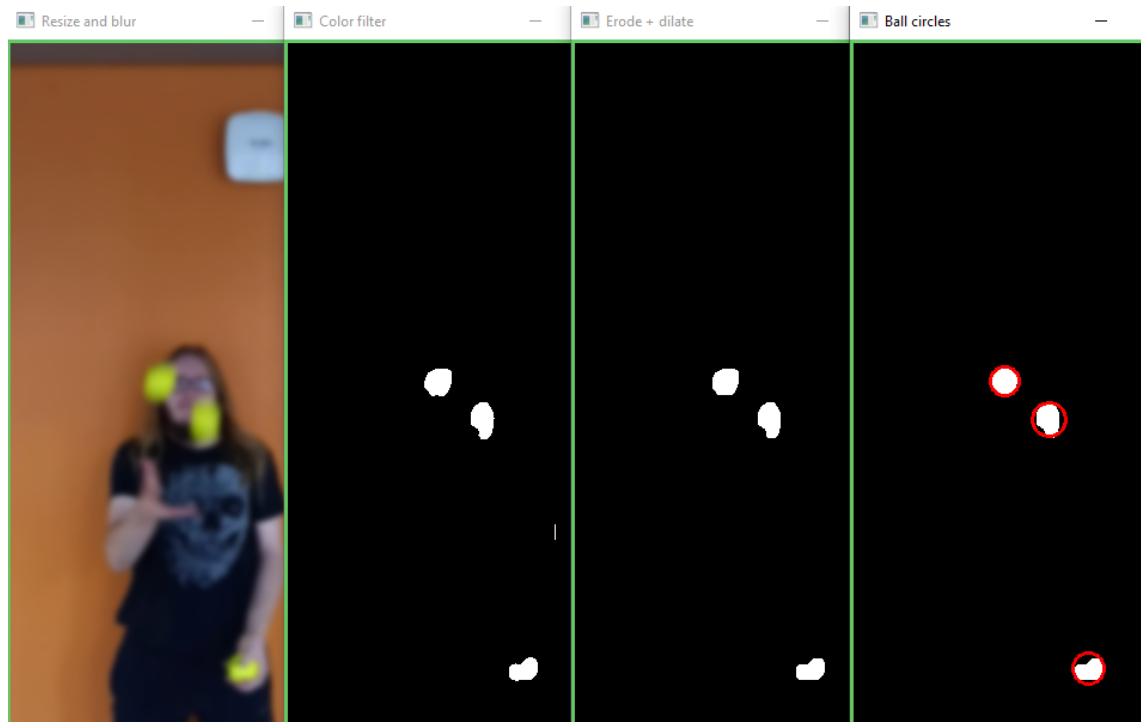
### 5.1 Pallon tunnistus

Ensimmäinen työn aikana kehitetty luokka, mikä ei toimi pohjaluokkana, oli seurantamoduulin luokka pallojen tunnistukseen. Luokka perittiin lisätoimintoja sisältävästä pohjaluokasta, ja esimerkiksi kyky piirtää tunnistetut pallot kuvaan tiedon keruun aikana koettiin tarpeelliseksi kehitysvaiheessa.

Pallojen seuranta kehitettiin Adrian Rosebrockin blogin "Ball Tracking with OpenCV" pohjalta. Blogi on julkaistu Pyimagesearch-sivustolla vuonna 2015.

Pallon tunnistaminen toimii värin pohjalta. Seurantaoliolle asetetaan ala- ja yläarvot, joiden väliin osuvat väriarvot todetaan olevan pallon väriä. Ennen tätä kuva pienennetään prosessin nopeuttamiseksi sekä sumennetaan pienten häiriöiden vähentämiseksi. Kuvan optimoinnin jälkeen kuvasta luodaan maski, jossa määrättyjen väriarvojen väliin osuvat pikselit muutetaan valkoisiksi ja muut mustiksi. Maskista vielä pienennetään ja suurennetaan reunoja. Tämän tarkoitus on poistaa pieniä alueita mitä saattaa sijoittua pallon värialueen sisälle. Maskista etsitään yhtenäiset alueet OpenCV:n findContours-funktiolla. Näille alueille

lasketaan pienin sisään sulkeva ympyrä, ja mikäli sen säde on suurempi tai yhtä suuri kuin seurantaoliolle asetettu minimisäde, alue todetaan palloksi (Kuva 3).



Kuva 3. Pallontunnistusprosessi.

Pallon seurannan lisäksi moduuliin kehitettiin toiminto pallon värialueen poimimiseen. Tämä toiminto ottaa videon, näyttää sen siten, että se on manuaalisesti edettävissä ja näyttää videolla tämänhetkiset värirajat sekä toisessa ikkunassa näillä värirajoilla tehdyn maskin kuvasta. Värialueen rajoja voi poimia kuvasta hiiren näppäimillä, ja maskista näkee milloin värialue on sopiva. Värirajat tallentuvat moduuliin, jolloin tämä on helppo tehdä ennen pääohjelman ajamista.

## 5.2 Korkeimman havainnon seuranta

Ensimmäinen kehitetty analyysimoduuli oli yksinkertainen ratkaisu heittokorkeuksien vertailuun. Heittokorkeuksista haluttiin tietää keskiarvokorkeus ja heittojen keskimääräinen virhe keskiarvoon nähden eli keskipoikkeama. Yksinkertainen ratkaisu perustuu siihen, että seurataan joka kuvasta korkeinta

palloksi tunnistettua koordinaattia. Kun koordinaatin suunta vaihtuu nousevasta laskevaan, todetaan, että korkein on ollut heiton huippu. Tämän ratkaisun helppo osuus on siinä, ettei pallojen koordinaateista tarvitse erotella samaan heittoon kuuluvia koordinaatteja, vaan voidaan käyttää tietoa sellaisena kuin se pallontunnistuksesta tulee.

Yksinkertainen ratkaisu sisältää kuitenkin kompromisseja. Mikäli heitto on huomattavasti matalampi kuin sitä edeltävä heitto, alempi jää analysoinnissa huomaamatta, sillä sen korkein kohta on alempana kuin aikaisemmin heitetty pallo sillä hetkellä. Toinen ongelma ratkaisun kanssa on, että se ei erota samanaikaisia heittoja, vaan seuraa aina korkeinta. Kolmas ongelma on, että ratkaisu on erittäin herkkä virheille, joita syntyy pallojen sijaintia hakiessa. Näitä virheitä on esimerkiksi satunnaisesti puuttuvat tai virheellisesti havaitut koordinaatit.

### 5.3 Heittojen yksilöinti

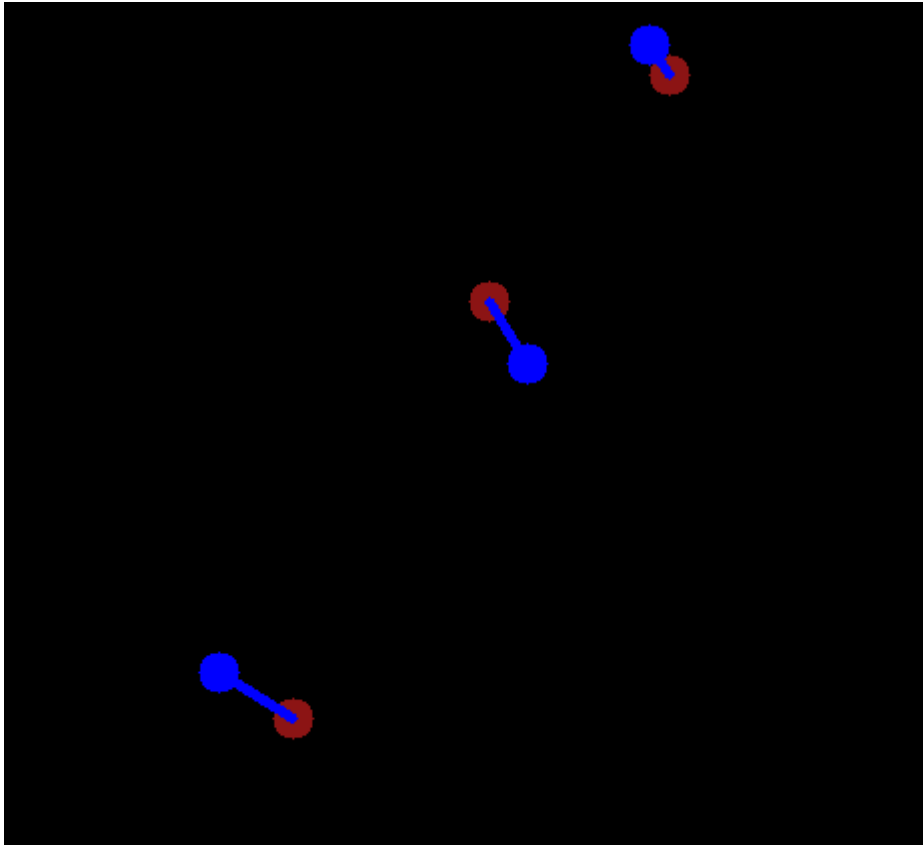
Jotta heittokorkeuksia voitiin laskea mahdollisimman tarkasti, pallojen koordinaatit piti yhdistää yksittäisiksi heitoiksi. Tällöin saatiin minimoitua virheet, joita syntyi virheellisten havaintojen tai erikorkuisten heittojen takia. Yksittäinen heitto on ohjelman näkökulmasta vain lista koordinaatteja ja numero, joka kertoo millä kuvalla heitto on alkanut. Tällöin listaan tallennetut heitot ovat datana uudelleen luettavissa ja visualisoitavissa. Ongelma jaettiin koordinaatin yhdistämiseen keskeneräiseen heittoon ja heiton toteamiseen valmiiksi. Molempiin kokeiltiin kahta ratkaisua.

#### 5.3.1 Havainnon yhdistäminen heittoon

Ensimmäinen toteutus käy läpi kuvan pisteet, ja yhdistää ne lähimpään olemassa olevaan heittoon, mikäli etäisyys ja suunta on hyväksyttävä. Jos pisteelle ei löydy heittoa, luodaan uusi heitto, jossa kyseinen piste on lähtökohta. Etäisyys hylätään mikäli se on suurempi kuin asetettu maksimi. Maksimietäisyyden voi asettaa

pisteiden välisen matkan pituutena tai x- ja y-koordinaateille erikseen. Koordinaattien etäisyyksien vertailu erikseen toimi paremmin ideaalisissa heitoissa, joissa liike x-akselilla on paljon pienempää kuin y-akselilla. Matalassa tai leveässä heitossa tämä ei kuitenkaan toiminut yhtä hyvin, kuin absoluuttinen etäisyys. Pisteiden suunta heittoon verrattiin myös kahdella eri tavalla. Ensimmäinen tapa oli verrata pisteen kulmaa heiton tämänhetkiseen suuntaan. Tämä kuulosti hyvältä, mutta aiheutti paljon ongelmia heittojen huipuissa, joissa kulma kääntyy nopeasti. Paremmaksi tavaksi todettiin heiton etäisyyden vertaaminen pisteeseen, joka ennustetaan heiton suunnasta. Koko toteutuksen isoimmaksi ongelmaksi todettiin se, että pisteitä ei käsitellä tasa-arvoisesti. Ensimmäinen pallohavainto saatetaan liittää heittoon, mihin joku toinen havainto olisi sopinut paremmin.

Vaihtoehtoinen toteutus, mikä ratkaisi koordinaattien epätasa-arvoisen vertailun kehitettiin siten, että huomioidaan kaikki mahdolliset tavat yhdistää havainnot ja heitot. Tähän keksittiin ratkaisu, joka etsii sellaiset yhteydet pallohavaintojen ja olemassa olevien heittojen välillä, joilla yhteyksien yhteenlaskettu etäisyys on mahdollisimman pieni (Kuva 4). Koska erilaisten yhteyksien määrä perustuu permutaatioihin, niiden määrä kasvaa liian nopeasti, jotta algoritmia voisi aina käyttää. Todettiin, että mikäli käsiteltäviä pisteitä tai heittoja on liian monta, käytetään edellä mainittua, koordinaatti kerrallaan menetelmää.



Kuva 4. Pallohavainnon (punainen) yhdistäminen heittoon (sininen) yhteenlasketun etäisyyden minimoinnilla.

### 5.3.2 Heiton toteaminen valmiiksi

Alkuperäinen ratkaisu oli verrata heiton koordinaattilistan ominaisuuksia usealla eri tavalla. Heiton ensimmäisen ja viimeisen pisteen pitää olla lähes samalla korkeudella, viimeisen pisteen pitää olla tarpeeksi alhaalla, suunta lopussa pitää olla alaspäin ja heitossa pitää olla tarpeeksi monta pistettä. Tällä tavoin heitosta saatiin talteen mahdollisimman monta pistettä, joista olisi voinut laskea muutakin, kuin vain korkeuden. Toteutus oli monimutkainen ja sisälsi paljon säädettäviä muuttujia, minkä vuoksi se ei ole helposti käytettävissä, mikäli käyttöolosuhteet, kuten etäisyys kamerasta hieman vaihtelee. Tästä syystä kokeiltiin myös yksinkertaisempaa ratkaisua.

Koska opinnäytetyön ensimmäinen tavoite oli heittokorkeuksien laskeminen, kehitettiin heittojen hyväksyntään toinen ratkaisu, joka keskittyi heiton huippuun.

Mikäli heiton korkeinta pistettä ennen on tarpeeksi monta nousevaa ja sen jälkeen riittävän monta laskevaa pistettä, heitto hyväksytään (Kuva 5). Tämä riittää korkeuksien laskentaan, mutta ei riittäisi esimerkiksi kuvion tunnistukseen.

```
def saveFinishedThrows(self, current_throws: list[Throw], frame_width, frame_height):
    """Save likely throws based on activity around its highest point"""

    # How many points saved before peak
    START_TRAIL = 10

    # How many points checked to both direction from peak
    DEPTH = 5

    # Minimum peak height
    MIN_HEIGHT = 0.5

    for throw in current_throws:
        # cut if throw is too long
        if len(throw.coordinates) > (max_needed_lenght := (START_TRAIL + DEPTH + 1)):
            throw.start += (len(throw.coordinates) - max_needed_lenght)
            throw.coordinates = throw.coordinates[-max_needed_lenght:]

        # Find throw peak and its index
        throw_peak = 1
        throw_peak_index = 0
        current_index = 0
        for (x, y) in throw.coordinates:
            if (throw_peak < y):
                current_index += 1
                continue
            throw_peak = y
            throw_peak_index = current_index
            current_index += 1

        # Adjust throw if there are too many points before its peak
        if throw_peak_index >= START_TRAIL:
            throw.coordinates.pop(0)
            throw.start += 1

        # If peak too low
        if MIN_HEIGHT < throw_peak: continue

        # If too few coordinates before peak
        if throw_peak_index < DEPTH: continue

        # If too few coordinates after the peak
        if len(throw.coordinates) - 1 - throw_peak_index < DEPTH: continue

        # Check that coordinates keep decending from peak to both direction for depth amount of points
        ok_to_save = True
        [previous_pre_peak, previous_post_peak] = [throw_peak, throw_peak]
        for i in range(1, 1 + DEPTH):
            pre_peak = throw.coordinates[throw_peak_index - i][1]
            post_peak = throw.coordinates[throw_peak_index + i][1]
            if previous_pre_peak > pre_peak: ok_to_save = False
            if previous_post_peak > post_peak: ok_to_save = False
            previous_post_peak = post_peak
            previous_pre_peak = pre_peak

        # Save if throw seems ok
        if ok_to_save:
            self.processedData.append(throw)
            current_throws.remove(throw)
```

Kuva 5. Funktio, joka hyväksyy heitot huipun perusteella.

## 5.4 Eri toteutusten vertailu

Heittojen yksilöimisen tarkkuuden testaamiseen piti saada pallojen pisteet kuva kerrallaan sekä yksittäisissä heitoissa. Tätä varten tehtiin ohjelma, joka generoi heittoja vastaavia paraabeleita, ja luo valmiita heittoja sekä pisteet joka kuvalta. Tähän ohjelmaan voi lisätä virhettä, jolla simuloidaan virheellisiä havaintoja tai epätarkkoja heittoja. Ohjelman luomat liikkeet eivät täysin vastaa reaali maailmasta tulevaa kuvaa, koska esimerkiksi pallot eivät liiku kädessä seuraavaan heittoon vaan katoavat täysin. Koska keskitytään vain heittojen korkeuksiin, koettiin riittäväksi voida simuloida vain heittojen muodostamia paraabeleja.

Generoidut pisteet joka kuvalta vastaavat dataa sellaisessa muodossa, kuin se tulee pallojen tunnistuksesta. Lista yksittäisiä heittoja vastaa dataa siinä muodossa, mihin se haluttiin muuttaa. Kun nämä molemmat saadaan generoitua, voidaan vertailla eri toteutuksia heittokorkeuksien analysointiin sekä niiden tarkkuuksia virheen kasvaessa.

### 5.4.1 Vertailuolosuhteet

Data annettiin siinä muodossa, kuin se pallontunnistuksesta tulisi, tietomoduuleihin, jotka pyrkivät muodostamaan yksittäiset heitot siitä. Muodostetut heitot annettiin analysointiin, jossa niistä laskettiin heittojen määrä, keskiarvokorkeus ja korkeuksien keskipoikkeama. Näitä verrattiin suoraan generoiduista heitoista laskettuihin arvoihin. Tulos kertoi siis, kuinka monta prosenttia laskelmoitu data erosi tarkasta arvosta.

Heittokorkeuksia ei muutettu vastaamaan etäisyyttä, jonka pallo on liikkunut pystysuorassa, vaan heittokorkeus mitattiin aina etäisyytenä ruudun yläreunasta. Koska vertailuun käytettyjen heittojen kärki oli noin 20 % ruudun yläreunasta, keskiarvokorkeuden virhe prosentti ei vastaa oikeaa virhettä. Esimerkiksi 10 prosenttiyksikön virhe tulkittaisiin 50 %:n virheenä. Koska vertailussa verrattiin toteutuksia toisiinsa, tämän todettiin olevan hyväksyttävä piirre numeroissa.

Mikäli analyysimoduuleilla halutaan mitata tarkat heittokorkeusvaihtelut, pitäisi heittojen lähtökorkeus saada selville, esimerkiksi käsien keskiarvokorkeudesta.

Vertailu suoritettiin 3 000 kuvan mittaisilla testeillä, viidessä kierroksessa, jossa jokaisessa satunnaisesti simuloitu virhe kasvoi lineaarisesti. Virhe nostettiin nolasta 10 %:n heittokorkeusvaihteluun, viiden prosentin vaihteluun heiton vaakatasoisessa lähtöpisteessä ja matkassa sekä kolmen prosentin puuttuviin ja virheellisiin havaintoihin per koordinaatti. Jokainen toteutus testattiin tällä prosessilla viisi kertaa, ja tulosten keskiarvo otettiin lopputulokseksi.

Vertailu perustui siihen, miten paljon ohjelman lasketut arvot poikkesivat suoraan generoinnista saatuihin, tarkkoihin arvoihin. Verrattiin kaikkia neljää yhdistelmää tavoista yhdistää pallot heittoihin ja todeta heitot valmiiksi. Vertailuun otettiin mukaan myös yksinkertainen heittokorkeusanalysointi, missä seurattiin vain korkeinta pistettä. Kaikkiaan vertailtiin viittä toteutusta. Kaikkien toteutuksien säädettävät muuttujat testattiin nollavirheellä, sekä valitulla maksimivirheellä, jolla varmistettiin, että ne olivat järkevästi asetetut jokaiseen testiin.

Vertailuun käytettiin heittoja, jotka alkoivat 20 % kuvan alareunasta, nousivat 60 % kuvan korkeudesta ja liikkuiivat vaakatasossa 60 % kuvan leveydestä. Näin heitot vastasivat opinnäytetyössä käytettyjen videoiden mittasuhteita aika tarkasti.

#### 5.4.2 Tulokset

Tässä kappaleessa näytetään vertailun tuloksista keskiarvokorkeuden virheprosentit. Vertailu suoritettiin ensin kolmella simuloidulla pallolla, koska työssä käytettiin eniten kolmen pallon heittoja (Taulukko 1).

Taulukko 1. Heittokorkeuden keskiarvon laskuvirhe kolmella pallolla.

Vertailtujen toteutusten numerointi: 1) koordinaattien yhdistäminen sopivampaan heittoon yksi kerrallaan, 2) koordinaattien yhdistäminen heittoihin minimoiden yhteenlasketun etäisyyden, 3) heiton toteaminen valmiiksi perustuen korkeusvaihteluun ja loppusuuntaan, 4) heiton toteaminen valmiiksi perustuen aktiivisuuteen sen korkeimman pisteen ympärillä ja 5) yksinkertainen ratkaisu, jossa seurataan kuvan korkeinta pistettä.

| Toteutus | Virhe-<br>kerroin 0 | Virhe-<br>kerroin<br>0,25 | Virhe-<br>kerroin 0,5 | Virhe-<br>kerroin<br>0,75 | Virhe-<br>kerroin 1 |
|----------|---------------------|---------------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------|
| 1 + 3    | 0,00 %              | 0,03 %                    | 0,07 %                | 0,13 %                    | 0,32 %              |
| 1 + 4    | 0,00 %              | 0,05 %                    | 0,11 %                | 0,26 %                    | 0,22 %              |
| 2 + 3    | 0,00 %              | 0,41 %                    | 0,43 %                | 0,54 %                    | 0,23 %              |
| 2 + 4    | 0,00 %              | 0,13 %                    | 0,18 %                | 0,39 %                    | 0,22 %              |
| 5        | 0,00 %              | 1,38 %                    | 2,23 %                | 3,62 %                    | 5,80 %              |

Koska virheet jäivät pieniksi, päätettiin sama testi suorittaa myös viidellä simuloidulla pallolla (Taulukko 2). Neljän pallon testi jätettiin välistä, koska jongleeraus parillisella määrällä palloja ei vastaa tasaisia praabeleita puolelta toiselle, joita generaattorilla saa tehtyä. Viidellä pallolla myös virhehavaintoja oli enemmän, koska niiden määrä laskettiin havaintojen, eikä kuvien määrästä. Tästä testistä näkyy paremmin, minkä toteutusten virhearvio kasvaa nopeiten.

Taulukko 2. Heittokorkeuden keskiarvon laskuvirhe viidellä pallolla. Vertailtujen toteutusten numerointi: 1) koordinaattien yhdistäminen sopivampaan heittoon yksi kerrallaan, 2) koordinaattien yhdistäminen heittoihin minimoiden yhteenlasketun etäisyyden, 3) heiton toteaminen valmiiksi perustuen korkeusvaihteluun ja loppusuuntaan, 4) heiton toteaminen valmiiksi perustuen aktiivisuuteen sen korkeimman pisteen ympärillä ja 5) yksinkertainen ratkaisu, jossa seurataan kuvan korkeinta pistettä.

| Toteutus | Virhe-<br>kerroin 0 | Virhe-<br>kerroin<br>0,25 | Virhe-<br>kerroin<br>0,5 | Virhe-<br>kerroin<br>0,75 | Virhe-<br>kerroin 1 |
|----------|---------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------|
| 1 + 3    | 0,00 %              | 0,59 %                    | 1,40 %                   | 1,80 %                    | 0,57 %              |
| 1 + 4    | 0,00 %              | 0,75 %                    | 3,86 %                   | 6,54 %                    | 9,47 %              |
| 2 + 3    | 0,00 %              | 2,71 %                    | 2,76 %                   | 1,85 %                    | 2,66 %              |
| 2 + 4    | 0,00 %              | 5,28 %                    | 13,95 %                  | 19,67 %                   | 20,27 %             |
| 5        | 0,00 %              | 1,42 %                    | 12,32 %                  | 22,61 %                   | 26,37 %             |

On hyvä huomioida, että permutaatioihin perustuvien laskujen vaativuuden noustessa, kun pallojen ja heittojen määrä kasvaa, etäisyyden minimointiin perustuvaa algoritmia voitiin käyttää noin 40 % kerroista viidellä pallolla. Kolmella pallolla algoritmia käytettiin noin 95 % kerroista.

Verrattuista toteutuksista monimutkaisimmat, yksi ja kolme, pysyvät tarkimpina, kun virheen määrä datassa kasvaa. Kuitenkin, koska kolmella pallolla toteutukset kaksi ja neljä toimivat myös hyvin, niitä voi olla hyvä käyttää tietyissä tilanteissa, koska yksinkertaisuutensa vuoksi ne sisältävät vähemmän säädettäviä muuttujia.

## 6 Kiinniottojen laskenta

Kilpailuissa ja virallisissa maailmanennätyksissä lasketaan heiteltyjen esineiden kiinniottoja, jotka tapahtuvat ennen kuin ensimmäisen pudotetun esineen kiinnioton olisi pitänyt tapahtua (Juggle Wiki). Kiinniottojen laskenta on myös yleisesti suotuisampi tapa laskea liikkeitä, koska heitto on valmis vasta kun heitetty esine on saatu kiinni. Kiinniottojen määrä on siis yleisesti hyvä tapa seurata taitojen kehitystä, mutta joillekin niitä on vaikea laskea heitellessä. Näistä syistä työn toiseksi demoksi valittiin kiinniottojen laskenta, vaikka heittokorkeuksista saisiikin tunnistettujen heittojen määrän.

### 6.1 Käsien tunnistus

MediaPipe-kirjasto valittiin käsientunnistukseen, koska sitä esittelevässä videossa sen käyttöönotto vaikutti suoraviivaiselta. Kirjastossa tuli mukana valmis käsientunnistusratkaisu, joka antoi käsiin liittyvät pisteet normalisoidussa muodossa, jota opinnäytetyön muissakin kohdissa on käytetty. Ratkaisu antoi monta pistettä kättä kohti, joihin kuului ranne, sormien nivelkohdat sekä sormenpäät. Alkuperäisenä ajatuksena oli käyttää näiden keskiarvoa käden sijaintina.

Käsientunnistukseen oli mahdollista asettaa tiettyjä arvoja, joita tunnistuksessa käytetään. Tunnistukseen määrettiin, että käsien enimmäismäärä on kaksi. Valittiin myös, että tunnistukseen vaadittu varmuus on suurempi kuin seurantaan vaadittu varmuus. Tämä johtui siitä, että kuvasta oli kuvakulman takia vaikea tunnistaa kättä, mutta oltiin varmoja siitä, että kädet pysyvät kuvassa.

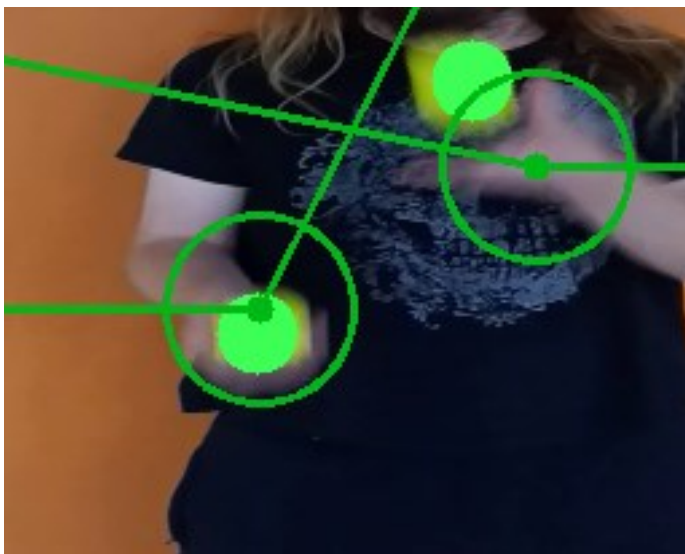
Työssä käytetyissä videoissa käsientunnistus osoittautui kuitenkin liian vaativaksi. Toteutus epäonnistui tunnistamaan käsiä edes puolista kuvista. Tämän arvioidaan johtuvan siitä, että videoissa on hankala kuvakulma, joka on suoraan edestä. Videossa kädet ovat myös nopeassa liikkeessä sekä niissä on ajoittain esineitä. Kameran laatu aiheutti vielä sen, että kädet nopeassa liikkeessä olivat kuvassa epätarkkoja.

Koska käsientunnistus ei onnistunut, päätettiin kokeilla MediaPipe-kirjaston valmista vartalontunnistusratkaisua. Käsientunnistus voitiin korvata tällä, koska tarkat tiedot käsistä, kuten sormien asennot, eivät olleet olennaisia. Vartalontunnistus toimi huomattavasti paremmin, ja siitä saadut koordinaatit käsien kohdalta otettiin työhön käyttöön.

## 6.2 Kiinniottojen tunnistus

Koska heittojen yksilöinti käteen asti osottautui haastavaksi, päätettiin pyrkiä kiinniottojen laskennassa ratkaisuun, jossa voidaan käyttää pallojen sijainteja sellaisenaan. Käsien ympärille määrättiin säde, jonka sisällä olevat pallot todettiin olevan kiinniottoalueella. Kiinniotoksi ajateltiin tilanne, milloin kättä ympäröivässä alueessa on pallo ensimmäistä kertaa muutamaaan kuvaan, ja kyseisen käden viimeisestä kiinniotosta on kulunut tarpeeksi aikaa.

Kiinniotontunnistuksen ensimmäiseksi ongelmaksi nousi pallon välkkyminen kädessä asennon muuttuessa. Usein kädessä oleva pallo saatettiin laskea kiinniotoksi jo ennen heittoa. Tämä korjattiin vaatimuksella, että ennen kiinniottoa pallon pitää lähestyä kättä sen kiinniottoalueen ulkopuolella. Tätä lähestymisaluetta rajoitetaan kulmavaatimuksella, jolloin viereisessä kädessä olevaa palloa ei lasketa siihen mukaan. Käytetty kulma vaihtuu riippuen käden sijainnin korkeudesta sen keskiarvoon nähden. Kulma kasvaa kun käsi nousee ottamaan palloa kiinni (Kuva 6).



Kuva 6. Kiinniottotalueet ja lähestyvän pallon kulmarajaus.

Kiinniottotalueen säteen määrittäminen osoittautui myös ongelmalliseksi, eikä löydetty sädettä, joka toimisi hyvin kaikissa käytetyissä videoissa. Ongelma oli lähestyvien pallojen nopeuserot. Jos alue oli pieni, korkealta tuleva pallo on kädessä, ennen kuin sitä havaitaan alueen sisällä. Jos alue oli liian suuri, matala, hidas heitto osui alueeseen jo ennen kuin kädestä lähtevä pallo poistui siitä. Ongelma ratkaistiin pitämällä kiinniottotalue suhteellisen pienenä, jolloin poistuva pallo yleensä ehti poistua alueelta pari kuvaa ennen putoavan pallon kontaktia alueeseen. Mikäli käden kiinniottotalueella ei ole pallokontaktia, katsotaan olisiko kahden viimeisen lähestyvän pallon koordinaatin perusteella oletettavissa, että pallo olisi laskeutunut alueelle. Kiinniotto voidaan hyväksyä tällä tavoin, vaikkei pallohavointo ole suoraan kontaktissa käden kiinniottotalueeseen.

Putoava esine usein kulkee käden kiinniottotalueen läpi, jolloin sekin laskettaisiin kiinniotoksi. Tästä syystä kiinniotto hyväksytään vasta muutama kuva pallokontaktin jälkeen. Mikäli käden kiinniottotalueen alapuolelle ilmestyy pallohavainto, käteen yhdistetty potentiaalinen kiinniotto hylätään. Vaikka ennätysyrityksissä ja kilpailuissa kiinniottojen laskenta loppuu pudotettuun esineeseen, työssä päätettiin antaa laskemisen jatkua.

### 6.3 Kiinniottolaskurin testaus

Kiinniottojen laskenta manuaalisesti videoilta on helpompaa kuin heittokorkeuksien laskenta. Tästä syystä kiinniottoja testattiin videoilla, eikä ollut tarvetta kehittää vastaavaa simulointityökalua, kuin heittokorkeuksien kanssa. Kiinniottolaskuria päätettiin testata useiden erilaisten heittelyiden kanssa. Joissain videoissa pudotettiin esineitä, jolloin kiinniottolaskurin pudotukseen liittyvä toiminto saatiin myös testattua.

Tässä kappaleessa kerrotaan lyhyesti kuvatuissa videoissa käytetyt heittotyylit, joiden kiinniottoja halutaan laskea. Perusheittelyssä kolmella pallolla lähtevä pallo heitetään putoavan pallon alta, ennen kiinniottoa. Neljällä pallolla heitetään kahta palloa per käsi niin, että ne kiertävät kehää ulos päin siten, että pallot pysyvät samassa kädessä. Ulkopuolen heitolla tarkoitetaan heittoa kädestä toiseen, jossa lähtevä pallo heitetään putoavan pallon yli ennen kiinniottoa (Juggle Wiki). Flash tarkoittaa, että kaikki pallot heitetään nopeasti yhden kerran korkeammalle, kuin niiden normaalikuviossa (Juggle Wiki). Normaali heittokorkeus kolmella ja neljällä pallolla on noin silmien tai otsan korkeudella. Korkea heitto kolmella ja neljällä pallolla on noin puoli metriä pään yläpuolella.

Kehityksessä käytetyissä videoissa oli yhteensä 331 kiinniottoa, joista yksi tapahtui vahingossa kameran ulkopuolella. Kiinniottolaskuri tunnisti videoista yhteensä 311 kiinniottoa, joista kaksi hylätään, koska kahdesta videosta laskettiin virheellisesti yksi kiinniotto enemmän kuin videossa oli. Kuitenkin 309 kiinniottoa 331:stä on yli 93 %, joka koettiin riittäväksi tarkkuudeksi ohjelman koekäyttöä varten.

Kiinniottojen laskuja tarkastellessa huomattiin vielä, että ohjelma suoriutui neljän pallon videoista huonommin, koska heitot tapahtuivat nopeammin ja lähempänä kiinniottoja. Neljän pallon 100 kiinniotosta tunnistettiin 84, kun taas kolmen pallon 231 kiinniotosta tunnistettiin 225. Aijemmin mainitut kaksi hylättyä kiinniottoa olivat kolmen pallon videoista. Testien perusteella kiinniottolaskurin tarkkuus oli neljällä pallolla 84 %, ja kolmella pallolla yli 97 %.

## 7 Ohjelman koekäyttö

Kun ohjelma oli kehitetty ja testattu, sitä päätettiin kokeilla pidemmällä jongleeraussessiolla. Sessio kuvattiin samoissa olosuhteissa, kuin kehityksessä käytetyt videot. Sessio kesti noin puoli tuntia, josta aktiivista jongleerausta oli noin 22 minuuttia. Session aikana jongleerattiin kolmella ja neljällä pallolla erilaisia kuvioita. Sessio leikattiin videoihin, joissa yhdessä videossa on aina yhdenlaista heittelyä. Näin ohjelman antamia tuloksia voitiin verrata kuviokohtaisesti.

Kokeiluun päätettiin ottaa kiinniottolaskuri ja yksinkertainen korkeuslaskentatoteutus, joka perustuu korkeimman havainnon suuntaan. Näiden lisäksi otettiin mukaan korkeuslaskenta, joka perustui yksilöityihin heittoihin. Heitot yksilöitiin ratkaisulla, joka perustui etäisyysminimointiin ja aktiivisuuden heiton kärjessä.

Kiinniottolaskuri laski sessiosta yhteensä 3063 kiinniottoa. Numero kuulosti suurelta, mutta vaikuttaa loogiselta, kun katselee heittotahtia videoilta. Tunnistettujen heittojen määrät olivat myös loogisia aiempien testien perusteella. Yksinkertainen, korkeimman pallohavainnon suuntaan perustuva toteutus tunnisti enemmän heittoja, kuin yksilöityihin heittoihin perustuva toteutus. Ainoa kuvio, missä tämä oli toisinpäin, oli kolmen pallon kuvio, jossa joka toinen heitto oli kaksi palloa samaan aikaan. Kolmella pallolla kiinniottojen määrä oli usein lähellä tunnistettujen heittomäärien keskiarvoa. Neljällä pallolla kiinniottojen määrä alkoi jäämään jälkeen, mutta tämä oli odotettavissa aiempien testien perusteella.

Heittokorkeuksien arvot olivat myös odotetun kaltaisia. Käytettyjen toteutusten suurin keskiarvokorkeuksien erotus oli 2,5 % videon korkeudesta ja toiseksi suurin oli 1 %. Tuloksista huomasi myös, että korkeilla heitoilla ja vaikeammilla kuvioilla oli suurempi heittokorkeuksien keskipoikkeama.

## 8 Loppupäätelmät

Opinnäytetyössä haluttiin kokeilla tietokonenäön käyttöä jongleerauksen analysoinnissa ja sitä, miltä kyseisen ohjelman käyttö ja tulokset tuntuvat. Työ osoitti, että tietokonenäöllä voi tarkastella jongleerausta tarkemmin, kuin mitä useat ihmiset voisivat heitellessä arvioida. Ohjelman koekäytön antamat tulokset koettiin mielenkiintoisiksi, ja ohjelmalla on mielestäni hyvä perusta jatkokehitykselle.

Opinnäytetyön aikana kehitetty ohjelma on kuitenkin riippuvainen tietyistä kuvausolosuhteista. Ohjelman todellinen käyttö jongleerauksen tukena vaatii vielä ainakin paremman tavan pallojen tunnistukseen ja kuvausolosuhteiden, kuten etäisyyden kamerasta, tarkemman huomioinnin.

Työn aikana kehitettyjä luokkia heittokorkeuksien vertailu voi käyttää samankorkuisten heittojen harjoitteluun, tai pohjana esimerkiksi kalorilaskurille. Kiinniottolaskurilla voi yrittää omaa kiinniottoennätystä tai pyrkiä esimerkiksi tiettyyn määrään kiinniottoja viikossa ilman, että tarvitsee osata laskea heitellessä pitkiä aikoja.

Ohjelman jatkokehitysideoihin on päälimmäisiksi listattu ohjelmakulun muuttaminen siten, että jongleerausta voi analysoida suoratoistona esimerkiksi webbikamerasta. Parempi pallojen tunnistus on myös olennainen osa jatkon kannalta, koska pallojen ja taustan värivaatimukset rajoittavat ohjelman käyttöä liikaa. Ohjelma hyötyisi myös paljon graafisesta käyttöliittymästä jolla sitä olisi helpompi esitellä ja kehittää. Kehitystyökaluja pitää myös vielä parannella mahdollistamalla esimerkiksi käsiteltyjen kuvien tallennuksen tai takaisin päin navigoimisen.

## Lähteet

Babich, Nick 2020. What Is Computer Vision & How Does it Work? An Introduction. Viitattu 30.3.2023. <https://xd.adobe.com/ideas/principles/emerging-technology/what-is-computer-vision-how-does-it-work/>

Boesch, Gaudenz 2023. MediaPipe: Google's Open Source Framework for ML solutions (2023 Guide). Viitattu 30.3.2023. <https://viso.ai/computer-vision/mediapipe/>

Coursera 2022. What Is Python Used For? A Beginner's Guide. Viitattu 31.3.2023. <https://www.coursera.org/articles/what-is-python-used-for-a-beginners-guide-to-using-python>

Harris, Charles R et al 2020. Array programming with NumPy. Viitattu 30.3.2023. <https://www.nature.com/articles/s41586-020-2649-2>

Juggle Wiki. Kotisivu. Viitattu 18.10.2023. [https://juggle.fandom.com/wiki/Juggle\\_Wiki](https://juggle.fandom.com/wiki/Juggle_Wiki)

MediaPipe 2023. MediaPipe Framework in Python. Viitattu 30.3.2023. [https://developers.google.com/mediapipe/framework/getting\\_started/python\\_framework](https://developers.google.com/mediapipe/framework/getting_started/python_framework)

Mihajlovic, Ilija 2019. Everything You Ever Wanted To Know About Computer Vision. Viitattu 30.3.2023. <https://towardsdatascience.com/everything-you-ever-wanted-to-know-about-computer-vision-heres-a-look-why-it-s-so-awesome-e8a58dfb641e>

OpenCV 2023. Kotisivu. Viitattu 30.3.2023. <https://opencv.org/about/>

Pluta, Paweł 2021. Tell, Don't Ask – Learn to Talk to Your Objects. Viitattu 30.3.2023. <https://medium.com/vattenfall-tech/tell-dont-ask-learn-to-talk-to-your-objects-45d7c4aa61fe>

Python 2023. Kotisivu. Viitattu 31.3.2023. <https://www.python.org/>

Python Institute. Kotisivu. Viitattu 31.3.2023. <https://pythoninstitute.org/about-python>

## Jongleeraus ja tietokonenäkö testisession tulokset

Ohjelmaa testattiin 30 minuuttia kestäneellä jongleeraussessiolla. Session aikana tehtiin muutamia kuvioita kolmella – ja neljällä pallolla. Sessiossa oli aktiivista jongleerausta noin 22 minuuttia. Sessio leikattiin muutaman minuutin pätkiin, joissa yhdessä videossa oli aina yhtä kuviota.

Ohjelmaan otettiin mukaan kiinniottolaskuri, yksinkertainen heittokorkeusvertailu perustuen korkeimman pisteen seurantaan, sekä heittokorkeusvertailu, joka perustuu yksilöityihin heittoihin. Heitot yksilöitiin minimoimalla heittojen ja uusien pallojen yhteenlaskettu etäisyys, ja heitot todettiin valmiiksi, mikäli sen korkeimman pisteen molemmin puolin on riittävän monta laskevaa pistettä.

Keskiarvokorkeus mitataan prosenttina videon korkeudesta, ylhäältä alas. Keskipoikkeama on myös prosentti videon korkeudesta.

### Videot 1, 2 ja 3

Ensimmäisissä videoissa heiteltiin peruskuvioita kolmella pallolla. Peruskuviossa palloja heitetään tasaisesti kädestä toiseen, aina kättä lähestyvän pallon alta.

| Video 1                                       | Tunnistett<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen<br>korkeusvertailu             | 438                    | 30.2 %               | 2.8 %              |                |
| Korkeusvertailu<br>yksilöidyillä<br>heitoilla | 293                    | 29.8 %               | 2.6 %              |                |
| Kiinniottolaskur<br>i                         |                        |                      |                    | 360            |

| Video 2                                 | Tunnistett<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen korkeusvertailu          | 260                    | 29.3 %               | 2.6 %              |                |
| Korkeusvertailu yksilöidyillä heitoilla | 253                    | 30.1 %               | 3.5 %              |                |
| Kiinniottolaskuri                       |                        |                      |                    | 276            |

| Video 3                                 | Tunnistett<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen korkeusvertailu          | 140                    | 29.5 %               | 3.0 %              |                |
| Korkeusvertailu yksilöidyillä heitoilla | 124                    | 29.3 %               | 3.1 %              |                |
| Kiinniottolaskuri                       |                        |                      |                    | 123            |

**Videot 4 – 7**

Videoissa 4, 5, 6 ja 7 heiteltiin kolmen pallon perusheittoja, mutta heitot olivat korkeampia.

| Video 4                                 | Tunnistett<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen korkeusvertailu          | 327                    | 18.5 %               | 4.3 %              |                |
| Korkeusvertailu yksilöidyillä heitoilla | 177                    | 18.4 %               | 3.9 %              |                |
| Kiinniottolaskuri                       |                        |                      |                    | 238            |

| Video 5                                 | Tunnistett<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen korkeusvertailu          | 267                    | 13.1 %               | 4.2 %              |                |
| Korkeusvertailu yksilöidyillä heitoilla | 227                    | 12.7 %               | 3.8 %              |                |
| Kiinniottolaskuri                       |                        |                      |                    | 266            |

| Video 6                                       | Tunnistetu<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen<br>korkeusvertailu             | 374                    | 13.6 %               | 4.0 %              |                |
| Korkeusvertailu<br>yksilöidyillä<br>heitoilla | 301                    | 12.6 %               | 3.7 %              |                |
| Kiinniottolaskur<br>i                         |                        |                      |                    | 345            |

| Video 7                                       | Tunnistetu<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen<br>korkeusvertailu             | 280                    | 6.4 %                | 4.6 %              |                |
| Korkeusvertailu<br>yksilöidyillä<br>heitoilla | 142                    | 3.9 %                | 2.4 %              |                |
| Kiinniottolaskur<br>i                         |                        |                      |                    | 183            |

### Video 8

Tässä videossa heitettiin kolmen pallon kuviota, jossa joka toinen heitto oli kaksi palloa samaan aikaan. Samanaikaisesti heitetyt pallot pysyivät samoissa käsissä. Yksinään heitetty pallo heitettiin kädestä toiseen, samanaikaisten pallojen välistä, kauimman pallon yli.

| Video 8                                       | Tunnistetu<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen<br>korkeusvertailu             | 96                     | 23.6 %               | 5.9 %              |                |
| Korkeusvertailu<br>yksilöidyillä<br>heitoilla | 115                    | 23.9 %               | 5.6 %              |                |
| Kiinniottolaskur<br>i                         |                        |                      |                    | 91             |

### Videot 9 – 11

Näissä videoissa heitettiin neljän pallon peruskuviota. Kuviossa heiteltiin kahta palloa per käsi siten, että pallot kiertävät kehää ulospäin (esiintyjän näkökulmasta oikea käsi heitti myötäpäivään, vasen vastapäivään). Palloja ei siis heitetty kädestä toiseen, vaan heitot pysyivät samassa kädessä.

| Video 9                                       | Tunnistetu<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen<br>korkeusvertailu             | 241                    | 18.4 %               | 4.0 %              |                |
| Korkeusvertailu<br>yksilöidyillä<br>heitoilla | 219                    | 18.3 %               | 4.1 %              |                |
| Kiinniottolaskur<br>i                         |                        |                      |                    | 194            |

| Video 10                                | Tunnistett<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen korkeusvertailu          | 319                    | 21.5 %               | 2.4 %              |                |
| Korkeusvertailu yksilöidyillä heitoilla | 288                    | 22.0 %               | 3.0 %              |                |
| Kiinniottolaskuri                       |                        |                      |                    | 237            |

| Video 11                                | Tunnistett<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen korkeusvertailu          | 434                    | 21.8 %               | 3.7 %              |                |
| Korkeusvertailu yksilöidyillä heitoilla | 267                    | 21.4 %               | 3.8 %              |                |
| Kiinniottolaskuri                       |                        |                      |                    | 288            |

### Videot 12 ja 13

Näissä videoissa heitettiin neljän pallon heittoa ristiin. Parillisella määrällä palloja ei voi heittää tasaisia, saman korkuisia heittoa kädestä toiseen, kuten parittomalla määrällä. Tästä syystä heittokuvio oli kaksi heittoa per käsi, ennen käden vaihtoa.

| Video 12                                      | Tunnistetu<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen<br>korkeusvertailu             | 124                    | 17.1 %               | 4.5 %              |                |
| Korkeusvertailu<br>yksilöidyillä<br>heitoilla | 112                    | 16.8 %               | 4.6 %              |                |
| Kiinniottolaskur<br>i                         |                        |                      |                    | 85             |

| Video 13                                      | Tunnistetu<br>t heitot | Keskiarvokorkeu<br>s | Keskipoikkeam<br>a | Kiinnioto<br>t |
|-----------------------------------------------|------------------------|----------------------|--------------------|----------------|
| Yksinkertainen<br>korkeusvertailu             | 454                    | 12.7 %               | 4.6 %              |                |
| Korkeusvertailu<br>yksilöidyillä<br>heitoilla | 396                    | 13.4 %               | 4.8 %              |                |
| Kiinniottolaskur<br>i                         |                        |                      |                    | 377            |

## Eri heittokorkeustoteutusten vertailu

Mitataan:

1. Tunnistettujen heittojen määrä
2. Keskiarvo korkeus
3. Korkeuksien keskipoikkeama

Prosessi koostuu kahdesta pääosasta:

1. Koordinaattien yhdistäminen heittoihin
2. Valmiin heiton tunnistus

Molempiin osiin tehtiin kaksi vaihtoehtoa:

1. Koordinaattien yhdistäminen suuntaan ja etäisyyteen perustuen per koordinaatti
2. Koordinaattien yhdistäminen minimoidulla yhteenlasketulla etäisyydellä
3. Valmiin heiton tunnistus perustuen korkeuteen ja suuntaan
4. Valmiin heiton tunnistus perustuen kärkeen

Vertailtujen toteutusten numeroinnit taulukoissa:

1. yhdistäminen heittoon koordinaatti kerrallaan + heiton hyväksyntä perustuen korkeuteen, alku- ja loppukorkeuksiin, sekä suuntaan lopussa
2. yhdistäminen heittoon koordinaatti kerrallaan + heiton hyväksyntä perustuen korkeimman pisteen ympärillä laskeviin pisteisiin
3. pisteiden yhdistäminen heittoihin perustuen yhteenlasketun etäisyyden minimointiin + heiton hyväksyntä perustuen korkeuteen, alku- ja loppukorkeuksiin, sekä suuntaan lopussa
4. pisteiden yhdistäminen heittoihin perustuen yhteenlasketun etäisyyden minimointiin + heiton hyväksyntä perustuen korkeimman pisteen ympärillä laskeviin pisteisiin
5. yksinkertainen ratkaisu perustuen korkeimman pisteen suuntaan (heittoja ei yksilöidä, mutta laskee samoja tuloksia)

### Virheen laskeminen

Lasketaan absoluuttinen virhesuhde alkuperäiseen dataan kaikista kohdista:

1. Heittojen määrä
2. Korkeus
3. Keskipoikkeama

Kohdat käsitellään erikseen, sillä niiden virheprosentit eivät ole saman tyyppisiä keskenään. Kahden prosentin virhe kuvankorkeudesta keskiarvokorkeudessa on huomattavasti pienempi virhe, kuin yhtä suuri virhe keskipoikkeamassa. Tämä siksi että keskiarvokorkeus käsittelee lukuja 0,2:n paikkeilla, kun taas poikkeamat ovat noin 0,02:n suuruisia. Pieni virhe saattaa aiheuttaa kahden prosentin virheanalyysin korkeudessa, mutta 30 %:n virheanalyysin poikkeamassa.

### **Testaus**

Ajetaan viisi 3000 kuvan testiä per kierros, kolmella ja viidellä simuloidulla pallolla.

Jokaisen toteutuksen säädettäviä parametrejä testataan pari kertaa maksimivirheellä, jotta jokaisen toteutuksen parametrit ovat järkevästi asetetut.

Suoritetaan kierrokset viidessä vaiheessa, alkaen nollavirhe datasta, lisäten virhettä tasaisesti neljä kertaa.

Virhe nostetaan lineaarisesti seuraaviin arvoihin:

1. Heittokorkeusvirhe – 10 % ruudun korkeudesta (molempiin suuntiin)
2. Hettojen lähtöpisteen virhe vaakasuunnassa – 5 % ruudun korkeudesta (molempiin suuntiin)
3. Heittojen vaakasuuntaisen etäisyyden virhe – 5 % ruudun korkeudesta (molempiin suuntiin)
4. Virheellinen havainto – 3 % (per havainto)
5. Puuttuva havainto – 3 % (per havainto)

### **Tulokset**

Listataan tuloksen jokaiselta testiltä, jonka jälkeen lasketaan viiden testin keskiarvot. Tulokset kertovat, kuinka monta prosenttia testin tulokset erosivat generoiduista heitoista laskettuihin arvoihin. Koska etäisyyden minimointi perustuu permutaatioihin, pidetään myös kirjaa siitä, kuinka paljon sitä voitiin laskuissa käyttää.

**Toteutus 1. 3 palloa**

## Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,20 %       | 1,01 %       | 0,00 %       | 0,20 %       | 0,20 %       | 0,32 %    |
| 0,5          | 0,20 %       | 0,60 %       | 0,60 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,28 %    |
| 0,75         | 0,80 %       | 0,40 %       | 0,60 %       | 0,60 %       | 0,20 %       | 0,52 %    |
| 1            | 0,60 %       | 0,40 %       | 0,40 %       | 0,60 %       | 1,61 %       | 0,72 %    |

## Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,01 %       | 0,03 %       | 0,01 %       | 0,09 %       | 0,03 %       | 0,03 %    |
| 0,5          | 0,09 %       | 0,11 %       | 0,06 %       | 0,05 %       | 0,04 %       | 0,07 %    |
| 0,75         | 0,01 %       | 0,03 %       | 0,06 %       | 0,38 %       | 0,19 %       | 0,13 %    |
| 1            | 0,11 %       | 0,42 %       | 0,50 %       | 0,33 %       | 0,23 %       | 0,32 %    |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,14 %       | 0,16 %       | 0,09 %       | 0,56 %       | 0,05 %       | 0,20 %    |
| 0,5          | 0,32 %       | 0,73 %       | 0,42 %       | 0,13 %       | 0,10 %       | 0,34 %    |
| 0,75         | 0,06 %       | 0,43 %       | 0,19 %       | 0,91 %       | 0,94 %       | 0,51 %    |
| 1            | 0,46 %       | 0,72 %       | 1,72 %       | 0,48 %       | 0,17 %       | 0,71 %    |

**Toteutus 1. 5 palloa**

## Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,13 %       | 0,54 %       | 1,34 %       | 0,40 %       | 0,54 %       | 0,59 %    |
| 0,5          | 1,34 %       | 0,94 %       | 2,28 %       | 1,61 %       | 0,81 %       | 1,40 %    |
| 0,75         | 1,21 %       | 2,01 %       | 2,42 %       | 1,88 %       | 1,48 %       | 1,80 %    |
| 1            | 0,94 %       | 0,00 %       | 0,81 %       | 0,54 %       | 0,54 %       | 0,57 %    |

## Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,60 %       | 0,99 %       | 1,49 %       | 0,48 %       | 0,60 %       | 0,83 %    |
| 0,5          | 1,66 %       | 1,85 %       | 3,05 %       | 2,38 %       | 1,71 %       | 2,13 %    |
| 0,75         | 2,34 %       | 3,56 %       | 3,81 %       | 3,00 %       | 2,59 %       | 3,06 %    |
| 1            | 3,72 %       | 2,28 %       | 2,13 %       | 2,56 %       | 3,19 %       | 2,78 %    |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 8,75 %       | 15,52 %      | 22,12 %      | 6,47 %       | 9,22 %       | 12,42 %   |
| 0,5          | 11,55 %      | 12,14 %      | 22,00 %      | 14,88 %      | 10,87 %      | 14,29 %   |
| 0,75         | 9,80 %       | 14,59 %      | 16,84 %      | 12,71 %      | 11,27 %      | 13,04 %   |
| 1            | 11,33 %      | 7,03 %       | 5,71 %       | 8,82 %       | 10,10 %      | 8,60 %    |

**Toteutus 2. 3 palloa**

## Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,40 %       | 0,20 %       | 1,21 %       | 1,21 %       | 1,01 %       | 0,81 %    |
| 0,5          | 2,21 %       | 2,82 %       | 3,02 %       | 2,21 %       | 1,61 %       | 2,37 %    |
| 0,75         | 2,41 %       | 3,02 %       | 4,02 %       | 3,42 %       | 2,21 %       | 3,02 %    |
| 1            | 2,82 %       | 3,02 %       | 5,43 %       | 2,62 %       | 6,44 %       | 4,01 %    |

## Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,09 %       | 0,01 %       | 0,03 %       | 0,09 %       | 0,04 %       | 0,05 %    |
| 0,5          | 0,06 %       | 0,15 %       | 0,10 %       | 0,14 %       | 0,08 %       | 0,11 %    |
| 0,75         | 0,22 %       | 0,52 %       | 0,30 %       | 0,09 %       | 0,15 %       | 0,26 %    |
| 1            | 0,23 %       | 0,10 %       | 0,22 %       | 0,18 %       | 0,36 %       | 0,22 %    |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,53 %       | 0,01 %       | 0,03 %       | 1,53 %       | 0,33 %       | 0,49 %    |
| 0,5          | 0,34 %       | 1,26 %       | 0,00 %       | 0,09 %       | 0,78 %       | 0,49 %    |
| 0,75         | 0,33 %       | 0,22 %       | 0,31 %       | 0,05 %       | 0,73 %       | 0,33 %    |
| 1            | 0,44 %       | 0,16 %       | 0,81 %       | 0,68 %       | 0,99 %       | 0,62 %    |

**Toteutus 2. 5 palloa**

## Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,80 %       | 0,13 %       | 1,48 %       | 0,27 %       | 1,07 %       | 0,75 %    |
| 0,5          | 6,04 %       | 3,89 %       | 2,68 %       | 3,62 %       | 3,09 %       | 3,86 %    |
| 0,75         | 6,71 %       | 6,12 %       | 6,70 %       | 6,30 %       | 6,85 %       | 6,54 %    |
| 1            | 9,12 %       | 9,53 %       | 9,26 %       | 8,86 %       | 10,60 %      | 9,47 %    |

## Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 1,72 %       | 2,65 %       | 1,49 %       | 1,43 %       | 1,53 %       | 1,76 %    |
| 0,5          | 0,88 %       | 0,27 %       | 1,91 %       | 1,19 %       | 1,59 %       | 1,17 %    |
| 0,75         | 1,03 %       | 0,71 %       | 1,09 %       | 1,13 %       | 1,06 %       | 1,00 %    |
| 1            | 0,09 %       | 0,03 %       | 0,96 %       | 0,14 %       | 1,36 %       | 0,52 %    |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 29,36 %      | 41,53 %      | 23,95 %      | 23,39 %      | 22,70 %      | 28,19 %   |
| 0,5          | 9,45 %       | 3,42 %       | 15,01 %      | 8,98 %       | 13,43 %      | 10,06 %   |
| 0,75         | 5,05 %       | 3,48 %       | 5,80 %       | 5,75 %       | 5,76 %       | 5,17 %    |
| 1            | 1,61 %       | 2,11 %       | 4,09 %       | 3,17 %       | 3,23 %       | 2,84 %    |

**Toteutus 3. 3 palloa**

## Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 1,81 %       | 0,60 %       | 1,40 %       | 1,41 %       | 2,01 %       | 1,45 %    |
| 0,5          | 3,42 %       | 2,01 %       | 3,21 %       | 1,81 %       | 3,02 %       | 2,69 %    |
| 0,75         | 4,43 %       | 4,83 %       | 2,81 %       | 4,02 %       | 2,62 %       | 3,74 %    |
| 1            | 4,63 %       | 8,25 %       | 6,23 %       | 4,63 %       | 6,64 %       | 6,08 %    |

## Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,34 %       | 0,78 %       | 0,51 %       | 0,02 %       | 0,39 %       | 0,41 %    |
| 0,5          | 0,38 %       | 0,45 %       | 1,10 %       | 0,12 %       | 0,12 %       | 0,43 %    |
| 0,75         | 0,22 %       | 0,61 %       | 0,86 %       | 0,69 %       | 0,31 %       | 0,54 %    |
| 1            | 0,33 %       | 0,04 %       | 0,13 %       | 0,65 %       | 0,01 %       | 0,23 %    |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 3,78 %       | 15,95 %      | 5,57 %       | 3,90 %       | 4,46 %       | 6,73 %    |
| 0,5          | 4,23 %       | 3,05 %       | 6,44 %       | 1,63 %       | 4,51 %       | 3,97 %    |
| 0,75         | 0,96 %       | 0,55 %       | 0,67 %       | 3,25 %       | 1,42 %       | 1,37 %    |
| 1            | 2,78 %       | 0,47 %       | 0,72 %       | 1,01 %       | 2,71 %       | 1,54 %    |

Etäisyysalgoritmin käytöt kierroksilla:

1. 95,37 %
2. 94,68 %
3. 95,28 %
4. 95,63 %
5. 95,54 %

Keskiarvo 95,30 %

**Toteutus 3. 5 palloa**

## Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 3,08 %       | 2,95 %       | 2,55 %       | 2,28 %       | 2,68 %       | 2,71 %    |
| 0,5          | 2,55 %       | 3,49 %       | 2,14 %       | 4,42 %       | 1,21 %       | 2,76 %    |
| 0,75         | 2,95 %       | 1,07 %       | 1,34 %       | 1,07 %       | 2,82 %       | 1,85 %    |
| 1            | 2,68 %       | 2,15 %       | 1,48 %       | 3,22 %       | 3,76 %       | 2,66 %    |

## Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,11 %       | 0,30 %       | 0,62 %       | 0,98 %       | 0,22 %       | 0,45 %    |
| 0,5          | 0,84 %       | 0,37 %       | 0,91 %       | 0,28 %       | 1,41 %       | 0,76 %    |
| 0,75         | 0,65 %       | 2,04 %       | 1,67 %       | 1,91 %       | 2,17 %       | 1,69 %    |
| 1            | 1,78 %       | 2,52 %       | 1,96 %       | 2,30 %       | 1,42 %       | 2,00 %    |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 3,77 %       | 11,15 %      | 13,37 %      | 24,48 %      | 8,22 %       | 12,20 %   |
| 0,5          | 7,72 %       | 4,58 %       | 9,60 %       | 5,51 %       | 11,21 %      | 7,72 %    |
| 0,75         | 6,04 %       | 9,98 %       | 9,21 %       | 8,95 %       | 9,38 %       | 8,71 %    |
| 1            | 6,79 %       | 9,15 %       | 7,15 %       | 6,00 %       | 5,24 %       | 6,87 %    |

Etäisyysalgoritmin käyttö kierroksilla:

1. 35,23 %
2. 34,43 %
3. 34,27 %
4. 34,31 %
5. 34,85 %

Keskiarvo 34,62 %

**Toteutus 4. 3 palloa**

## Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 2,82 %       | 2,62 %       | 2,62 %       | 3,22 %       | 1,81 %       | 2,62 %    |
| 0,5          | 3,42 %       | 5,03 %       | 7,44 %       | 6,04 %       | 3,42 %       | 5,07 %    |
| 0,75         | 9,26 %       | 8,25 %       | 10,06 %      | 8,84 %       | 9,05 %       | 9,09 %    |
| 1            | 12,68 %      | 8,45 %       | 7,44 %       | 9,66 %       | 9,86 %       | 9,62 %    |

## Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,10 %       | 0,03 %       | 0,20 %       | 0,10 %       | 0,20 %       | 0,13 %    |
| 0,5          | 0,30 %       | 0,22 %       | 0,05 %       | 0,26 %       | 0,08 %       | 0,18 %    |
| 0,75         | 0,63 %       | 0,08 %       | 0,43 %       | 0,24 %       | 0,55 %       | 0,39 %    |
| 1            | 0,18 %       | 0,30 %       | 0,23 %       | 0,09 %       | 0,30 %       | 0,22 %    |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 1,62 %       | 0,21 %       | 0,29 %       | 0,71 %       | 1,97 %       | 0,96 %    |
| 0,5          | 1,48 %       | 1,06 %       | 0,45 %       | 2,85 %       | 0,25 %       | 1,22 %    |
| 0,75         | 1,83 %       | 0,53 %       | 1,50 %       | 1,64 %       | 0,85 %       | 1,27 %    |
| 1            | 0,34 %       | 0,14 %       | 0,91 %       | 0,46 %       | 0,34 %       | 0,44 %    |

Etäisyysalgoritmin käyttö kierroksilla:

1. 94,68 %
2. 94,70 %
3. 94,49 %
4. 94,44 %
5. 94,82 %

Keskiarvo 94,63 %

**Toteutus 4. 5 palloa**

## Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 3,49 %       | 7,10 %       | 7,11 %       | 4,16 %       | 4,56 %       | 5,28 %    |
| 0,5          | 14,08 %      | 17,02 %      | 12,48 %      | 11,93 %      | 14,23 %      | 13,95 %   |
| 0,75         | 22,28 %      | 18,66 %      | 19,17 %      | 19,73 %      | 18,52 %      | 19,67 %   |
| 1            | 22,42 %      | 21,21 %      | 18,10 %      | 20,27 %      | 19,33 %      | 20,27 %   |

## Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 1,64 %       | 1,27 %       | 1,09 %       | 1,95 %       | 2,29 %       | 1,65 %    |
| 0,5          | 0,96 %       | 0,41 %       | 0,66 %       | 1,42 %       | 0,75 %       | 0,84 %    |
| 0,75         | 1,30 %       | 0,74 %       | 1,00 %       | 0,57 %       | 0,44 %       | 0,81 %    |
| 1            | 2,67 %       | 2,41 %       | 1,05 %       | 2,64 %       | 0,85 %       | 1,92 %    |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 22,77 %      | 20,92 %      | 15,98 %      | 29,43 %      | 35,52 %      | 24,92 %   |
| 0,5          | 14,14 %      | 5,67 %       | 9,13 %       | 14,64 %      | 9,42 %       | 10,60 %   |
| 0,75         | 5,68 %       | 6,05 %       | 4,11 %       | 5,89 %       | 5,62 %       | 5,47 %    |
| 1            | 1,38 %       | 0,14 %       | 3,98 %       | 0,87 %       | 1,24 %       | 1,52 %    |

Etäisyysalgoritmin käyttö kierroksilla:

1. 40,29 %
2. 40,48 %
3. 39,39 %
4. 41,25 %
5. 40,95 %

Keskiarvo 40,47 %

**Toteutus 5. 3 palloa**

Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 3,22 %       | 3,62 %       | 2,82 %       | 4,63 %       | 4,63 %       | 3,78 %    |
| 0,5          | 6,44 %       | 8,05 %       | 6,64 %       | 7,85 %       | 6,04 %       | 7,00 %    |
| 0,75         | 9,46 %       | 10,46 %      | 13,08 %      | 10,87 %      | 8,65 %       | 10,50 %   |
| 1            | 10,87 %      | 10,66 %      | 15,49 %      | 10,66 %      | 10,87 %      | 11,71 %   |

Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,89 %       | 1,79 %       | 1,17 %       | 1,89 %       | 1,16 %       | 1,38 %    |
| 0,5          | 2,04 %       | 1,78 %       | 1,40 %       | 2,65 %       | 3,30 %       | 2,23 %    |
| 0,75         | 3,60 %       | 3,26 %       | 3,31 %       | 3,49 %       | 4,43 %       | 3,62 %    |
| 1            | 4,98 %       | 5,15 %       | 7,32 %       | 5,56 %       | 6,00 %       | 5,80 %    |

Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 15,66 %      | 28,41 %      | 21,10 %      | 33,51 %      | 22,04 %      | 24,14 %   |
| 0,5          | 12,49 %      | 15,22 %      | 11,10 %      | 14,77 %      | 16,19 %      | 13,95 %   |
| 0,75         | 10,75 %      | 11,06 %      | 11,33 %      | 9,87 %       | 17,12 %      | 12,03 %   |
| 1            | 1,83 %       | 5,32 %       | 5,96 %       | 3,48 %       | 6,34 %       | 4,59 %    |

**Toteutus 5. 5 palloa**

Heittojen määrä

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 0,94 %       | 1,07 %       | 2,01 %       | 1,61 %       | 1,47 %       | 1,42 %    |
| 0,5          | 13,15 %      | 14,09 %      | 13,81 %      | 10,74 %      | 9,79 %       | 12,32 %   |
| 0,75         | 20,91 %      | 21,18 %      | 22,68 %      | 23,73 %      | 24,56 %      | 22,61 %   |
| 1            | 26,44 %      | 26,81 %      | 25,34 %      | 26,41 %      | 26,85 %      | 26,37 %   |

Keskiarvokorkeus

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 1,38 %       | 1,41 %       | 1,30 %       | 1,49 %       | 1,89 %       | 1,49 %    |
| 0,5          | 7,56 %       | 6,81 %       | 6,57 %       | 6,66 %       | 6,00 %       | 6,72 %    |
| 0,75         | 13,07 %      | 12,56 %      | 13,23 %      | 12,53 %      | 14,98 %      | 13,27 %   |
| 1            | 18,59 %      | 18,95 %      | 20,29 %      | 19,96 %      | 21,45 %      | 19,85 %   |

Korkeuksien keskipoikkeama

| Virhekerroin | Kierros<br>1 | Kierros<br>2 | Kierros<br>3 | Kierros<br>4 | Kierros<br>5 | Keskiarvo |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| 0            | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %       | 0,00 %    |
| 0,25         | 19,87 %      | 20,65 %      | 18,15 %      | 21,32 %      | 27,93 %      | 21,58 %   |
| 0,5          | 11,65 %      | 10,07 %      | 6,30 %       | 10,37 %      | 11,23 %      | 9,92 %    |
| 0,75         | 0,14 %       | 8,84 %       | 5,53 %       | 11,08 %      | 4,86 %       | 6,09 %    |
| 1            | 3,16 %       | 9,64 %       | 12,28 %      | 6,97 %       | 11,55 %      | 8,72 %    |

**Yhteenveto 3 palloa**

## Heittojen määrä

| Toteutus | Virhekerroin 0 | Virhekerroin 0,25 | Virhekerroin 0,5 | Virhekerroin 0,75 | Virhekerroin 1 |
|----------|----------------|-------------------|------------------|-------------------|----------------|
| 1        | 0,00 %         | 0,32 %            | 0,28 %           | 0,52 %            | 0,72 %         |
| 2        | 0,00 %         | 0,81 %            | 2,37 %           | 3,02 %            | 4,01 %         |
| 3        | 0,00 %         | 1,45 %            | 2,69 %           | 3,74 %            | 6,08 %         |
| 4        | 0,00 %         | 2,62 %            | 5,07 %           | 9,09 %            | 9,62 %         |
| 5        | 0,00 %         | 3,78 %            | 7,00 %           | 10,50 %           | 11,71 %        |

## Keskiarvokorkeus

| Toteutus | Virhekerroin 0 | Virhekerroin 0,25 | Virhekerroin 0,5 | Virhekerroin 0,75 | Virhekerroin 1 |
|----------|----------------|-------------------|------------------|-------------------|----------------|
| 1        | 0,00 %         | 0,03 %            | 0,07 %           | 0,13 %            | 0,32 %         |
| 2        | 0,00 %         | 0,05 %            | 0,11 %           | 0,26 %            | 0,22 %         |
| 3        | 0,00 %         | 0,41 %            | 0,43 %           | 0,54 %            | 0,23 %         |
| 4        | 0,00 %         | 0,13 %            | 0,18 %           | 0,39 %            | 0,22 %         |
| 5        | 0,00 %         | 1,38 %            | 2,23 %           | 3,62 %            | 5,80 %         |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Toteutus | Virhekerroin 0 | Virhekerroin 0,25 | Virhekerroin 0,5 | Virhekerroin 0,75 | Virhekerroin 1 |
|----------|----------------|-------------------|------------------|-------------------|----------------|
| 1        | 0,00 %         | 0,20 %            | 0,34 %           | 0,51 %            | 0,71 %         |
| 2        | 0,00 %         | 0,49 %            | 0,49 %           | 0,33 %            | 0,62 %         |
| 3        | 0,00 %         | 6,73 %            | 3,97 %           | 1,37 %            | 1,54 %         |
| 4        | 0,00 %         | 0,96 %            | 1,22 %           | 1,27 %            | 0,44 %         |
| 5        | 0,00 %         | 24,14 %           | 13,95 %          | 12,03 %           | 4,59 %         |

**Yhteenveto 5 palloa**

## Heittojen määrä

| Toteutus | Virhekerroin 0 | Virhekerroin 0,25 | Virhekerroin 0,5 | Virhekerroin 0,75 | Virhekerroin 1 |
|----------|----------------|-------------------|------------------|-------------------|----------------|
| 1        | 0,00 %         | 0,59 %            | 1,40 %           | 1,80 %            | 0,57 %         |
| 2        | 0,00 %         | 0,75 %            | 3,86 %           | 6,54 %            | 9,47 %         |
| 3        | 0,00 %         | 2,71 %            | 2,76 %           | 1,85 %            | 2,66 %         |
| 4        | 0,00 %         | 5,28 %            | 13,95 %          | 19,67 %           | 20,27 %        |
| 5        | 0,00 %         | 1,42 %            | 12,32 %          | 22,61 %           | 26,37 %        |

## Keskiarvokorkeus

| Toteutus | Virhekerroin 0 | Virhekerroin 0,25 | Virhekerroin 0,5 | Virhekerroin 0,75 | Virhekerroin 1 |
|----------|----------------|-------------------|------------------|-------------------|----------------|
| 1        | 0,00 %         | 0,83 %            | 2,13 %           | 3,06 %            | 2,78 %         |
| 2        | 0,00 %         | 1,76 %            | 1,17 %           | 1,00 %            | 0,52 %         |
| 3        | 0,00 %         | 0,45 %            | 0,76 %           | 1,69 %            | 2,00 %         |
| 4        | 0,00 %         | 1,65 %            | 0,84 %           | 0,81 %            | 1,92 %         |
| 5        | 0,00 %         | 1,49 %            | 6,72 %           | 13,27 %           | 19,85 %        |

## Korkeuksien keskipoikkeama

| Toteutus | Virhekerroin 0 | Virhekerroin 0,25 | Virhekerroin 0,5 | Virhekerroin 0,75 | Virhekerroin 1 |
|----------|----------------|-------------------|------------------|-------------------|----------------|
| 1        | 0,00 %         | 12,42 %           | 14,29 %          | 13,04 %           | 8,60 %         |
| 2        | 0,00 %         | 28,19 %           | 10,06 %          | 5,17 %            | 2,84 %         |
| 3        | 0,00 %         | 12,20 %           | 7,72 %           | 8,71 %            | 6,87 %         |
| 4        | 0,00 %         | 24,92 %           | 10,60 %          | 5,47 %            | 1,52 %         |
| 5        | 0,00 %         | 21,58 %           | 9,92 %           | 6,09 %            | 8,72 %         |