



Mustafa Ahmadi

Kani-menetelmä hyperstaattisen teräspalkin mitoituksessa

Metropolia Ammattikorkeakoulu

Insinööri (AMK)

Rakennustekniikka

Opinnäytetyö

1.2.2024

Tiivistelmä

Tekijä: Mustafa Ahmadi
Otsikko: Kani-menetelmä hyperstaattisen teräspalkin mitoituksessa
Sivumäärä: 49 sivua + 5 liitettä
Aika: 1.2.2024

Tutkinto: Insinööri (AMK)
Tutkinto-ohjelma: Tekniikan ammattikorkeakoulututkinto
Ammatillinen pääaine: Rakennetekniikka
Ohjaajat: Lehtori Anssi Knuutila

Tässä opinnäytetyössä tutkittiin syvällisesti Kani-menetelmää ja CROSSin tasausmenetelmää, jotka ovat soveltuvia lähestymistapoja staattisesti määräämättömien teräsrakenteiden analysoinnissa. Työn pääpaino oli Kani-menetelmän tutkimisessa, joka on tunnettu tarkkuudestaan ja tehokkuudestaan rakennustekniikassa. Menetelmän soveltamista staattisesti määräämättömien teräsrakenteiden suunnitteluun ja analysointiin tarkastellaan, korostaen sen laskentastrategioita ja käytännön merkitystä.

Tässä opinnäytetyössä yhdistettiin kirjallisuustutkimusta ja asiantuntijahaastatteluja. Pääpaino oli kirjallisuudessa, mutta haastattelujen kautta työhön tuotiin käytännön työelämän näkemyksiä ja hiljaista tietoa.

Samanaikaisesti työ syventyi CROSSin menetelmään, joka on aikaisempi tekniikka ja jolla on ollut merkittävä vaikutus nykyaikaisiin rakenteiden analysointikäytäntöihin. Menetelmän metodologiaa tutkimalla työ teki vertailuja tarkkuuden, käyttöhelppouden ja soveltuvuuden osalta erilaisiin rakenteellisiin tilanteisiin.

Tutkimuksen ydin oli vertailevassa analyysissä Momenttimenetelmän kanssa, joka on laajalti tunnustettu tekniikka rakennustekniikassa. Tämän vertailun tavoitteena on paljastaa Kani- ja Hardy Cross -menetelmien suhteelliset vahvuudet ja rajoitukset momenttimenetelmään verrattuna. Vertailuperusteisiin kuuluvat laskennallinen tehokkuus, tarkkuus, soveltamisen yksinkertaisuus ja niiden sopivuus erityyppisiin teräsrakenteisiin.

Tämä työ, jossa käytettiin teoreettista analyysiä ja tapaustutkimuksia, auttaa ymmärtämään paremmin rakennustekniikan menetelmiä. Se neuvoo insinöörejä ja tutkijoita valitsemaan parhaat tavat staattisesti määräämättömien teräsrakenteiden käsittelyyn, tehostaen näin työskentelytapoja.

Lopuksi työssä mitoitetaan staattisesti määräämätön palkki ottaen huomioon maksimaalisen ja minimaalisen leikkausvoiman sekä taivutusmomentin, jotka on laskettu Hardy Cross -menetelmällä, Kani-menetelmällä ja Momenttimenetelmällä.

Avainsanat: Kani-menetelmä, CROSSin tasausmenetelmä

Tämän opinnäytetyön alkuperä on tarkastettu Turnitin Originality Check -ohjelmalla.

Abstract

Author: Mustafa Ahmadi
Title: Kani-method in the design of statically indeterminate steel beam
Number of Pages: 49 pages + 5 appendices
Date: 1 February 2024

Degree: Bachelor of Engineering
Degree Programme: Civil Engineering
Professional Major: Structural Engineering
Supervisors: Anssi Knuutila, Senior Lecturer

This thesis thoroughly investigates the Kani method and the Hardy Cross method, which are key approaches in analyzing statically indeterminate steel beams. The main focus is on the study of the Kani method, known for its accuracy and efficiency in structural engineering. The application of this method in the design and analysis of statically indeterminate steel structures is examined, emphasizing its computational strategies and practical significance.

This thesis combines literature research and expert interviews. The emphasis was on literature, but the interviews brought practical work-life perspectives and tacit knowledge into the study.

Concurrently, the work delves into the Hardy Cross method, an earlier technique that has significantly influenced modern structural analysis practices. By examining its methodology, the study makes comparisons in terms of accuracy, ease of use, and adaptability in various structural situations.

The core of the research is a comparative analysis with the Moment method, a widely recognized technique in structural engineering. The aim of this comparison is to reveal the relative strengths and limitations of the Kani and Hardy Cross methods compared to the moment method. Criteria for comparison include computational efficiency, accuracy, simplicity of application, and their suitability for different types of steel structures.

This work, using theoretical analysis and case studies, helps to better understand structural engineering methods. It advises engineers and researchers on choosing the best methods for handling statically indeterminate steel structures, thus enhancing work practices.

Finally, the thesis designs a statically indeterminate beam, considering the maximum and minimum shear force and bending moment calculated using the Hardy Cross method, Kani method, and Moment method.

Keywords: Kani Method, Hardy Cross method

Sisällys

1	Johdanto	7
1.1	Työn tarkoitus ja tavoite	7
1.2	Tutkimusmenetelmät	8
1.3	Työn rajaus	9
2	Kantavien rakenteiden mitoitus	9
2.1	Viranomaisvaatimukset kantavien rakenteiden suunnittelussa	9
2.2	Rakenteiden kuormat	11
2.3	Rajatilat	13
2.4	Rajatilailmoitus	13
2.5	Murtorajatila	14
2.6	Käyttörajatila	14
2.7	Rakenteiden varmuusluvut	14
2.8	Kuormien yhdistely	15
3	Hyperstaattinen teräspalkki	15
3.1	Hyperstaattisuus	15
3.1.1	Staattisesti määrätty rakenne	16
3.1.2	Staattisesti määräämätön rakenne	17
3.1.3	Tasosauvarakenteen staattisen määräämättömyyden kertaluku 18	
3.1.4	Sivusiirtyvyyden kertaluku	20
4	Hyperstaattisen rakenteen voimajakautuminen ratkaiseminen	21
4.1	Momenttimenetelmä	21
4.1.1	Sauvanpäämomentit	23
4.1.2	Sauvanpääkiertymät	23
4.1.3	Leikkaus- ja normaalivoimat	24
4.1.4	Kiertymien lausekkeet	24
4.2	CROSSin momentintasausmenetelmä	25
4.2.1	Tärkeät termit	25
4.3	Kani-mentelmä	29
4.3.1	Menettely	29
4.4	Esimerkkilaskenta eri menetelmillä	31
4.4.1	Kani-menetelmän avulla laskentapohjan tekeminen	32

4.4.2	CROSSin menetelmän avulla laskentapohjan tekeminen	35
4.4.3	Momenttimenetelmän avulla laskentapohja tekeminen	37
4.4.4	Kiinteiden päämomenttien tulosten esittäminen	38
5	Hyperstaattisen teräspalkin mitoitus	39
5.1	Taivutuskestävyys	39
5.2	Leikkauskestävyys	41
5.3	Kiepahduskestävyys	42
6	Pohdinta ja johtopäätökset	45
7	Yhteenveto	49
	Lähteet	50
	Haastattelut	52

Liitteet

Liitteet 1: Kani-menetelmän avulla laskentapohjan tekeminen.

Liitteet 2: CROSSin menetelmän avulla laskentapohjan tekeminen.

Liitteet 3: Momenttimenetelmän avulla laskentapohjan tekeminen.

Liitteet 4: Leikkausvoiman ja taivutusmomentin kuvien tulkinta.

Liitteet 5: Hyperstaattisen teräspalkin mitoitus.

1 Johdanto

Jatkuvien teräspalkkien sisäisten voimien selvittäminen on olennainen osa teräsrakenteiden mitoitusta ja analysointia. On tärkeää tunnistaa ja ymmärtää sisäiset voimat useista syistä, kuten taivutusvoimista, jännityksistä, puristuksesta, materiaalin kestävydestä, mitoituksen turvallisuusnäkökohdista, käyttöiästä ja kestävydestä.

Vaikka rakennetekniikan tietotekniset sovellukset merkittävästi nopeuttavat epämääräisten rakenteiden analyysia, käsityönä sisäisiä voimia ratkaiseminen on edelleen tärkeä taito insinööreille, erityisesti oppimisprosessin aikana ja laadunvalvonnassa ammatillisessa käytännössä. Se varmistaa vahvan perustan rakenteellisen analyysin periaatteissa ja edistää syvempää ymmärrystä monimutkaisten rakenteiden käyttäytymisestä.

Kani-menetelmää käytetään ulkomailla staattisesti määräämättömien rakenteiden sisäisten voimajakumien laskemiseen, ja haluaisin tutustua siihen sekä selvittää sen ominaisuudet, koska Suomessa tätä menetelmää ei käytetä. Aihetta tarkastellaan rakennesuunnittelijan näkökulmasta huomioiden, että kyseessä on vertailun teko jo olemassa olevaan perinteiseen menetelmään kuten Momenttimenetelmä sekä CROSSin momentintasausmenetelmä. Lisäksi opinnäytetyösäni pyrin luomaan ja analysoimaan laskentapohjat kaikille kolmelle mainitulle menetelmälle. Tämän avulla on tarkoituksena syventää ymmärrystä näiden menetelmien eroista ja yhtäläisyyksistä sekä niiden soveltuvuudesta erilaisiin rakenteellisiin laskelmiin. Tutkimuksen kautta pyritään tarjoamaan kattava vertailu näiden menetelmien tehokkuudesta ja käyttökelpoisuudesta ja insinööriyössä.

1.1 Työn tarkoitus ja tavoite

Opinnäytetyön tarkoituksena on tutustua Kani-menetelmän etuihin ja hyödynnettävyyteen rakenteiden mitoituksessa. Kani-menetelmää voidaan kuitenkin pitää erittäin hyödyllisenä, sillä se tarjoaa tehokkaan lähestymistavan monimutkaisten rakenteiden käsittelyyn ja mahdollistaa niiden kuormitukseen ja siirtymiin

liittyvien vaikutusten määrittämisen. Kani-menetelmä tuo mukanaan uudenlaisen näkökulman, joka voi olla erityisen hyödyllinen hyperstaattisten rakenteiden, kuten palkkien ja kehien analysoinnissa. Tämä menetelmä mahdollistaa monimutkaisten ja epälineaaristen kuormitusten vaikutusten tarkemman arvioinnin ja auttaa suunnittelijoita tekemään parempia päätöksiä rakenteiden turvallisuuden ja toimivuuden varmistamiseksi.

Opinnäytetyön tavoitteena oli selvittää, kuinka suuret erot maksimimomentissa ja minimimomentissa sekä maksimi- ja minimileikkausvoimissa ilmenevät perinteisen Momenttimenetelmän, CROSSin momentintasausmenetelmän ja Kani-menetelmän välillä, kun tarkistellaan rakenteen sisäisiä voimia.

Tämän tutkimuksen tulokset voivat olla arvokkaita rakennesuunnittelijoille ja insinööreille, sillä ne voivat auttaa valitsemaan sopivimman analyysimenetelmän tietyille projekteille ottaen huomioon tekijöitä kuten tarkkuus ja laskennallinen tehokkuus.

1.2 Tutkimusmenetelmät

Tutkimusmenetelmät ovat kirjallisuusselvitys, laskennallinen tarkastelu ja asiantuntijahaastattelut. Tutkimuksessa käytetyt menetelmät sisältävät syventymisen aiheeseen liittyvään suomen- ja englanninkieliseen kirjallisuuteen sekä laskennallisella tarkastelulla. Lisäksi suoritetaan asiantuntijahaastatteluja, joissa keskitytään erityisesti kirjallisuudesta peräisin olevaan tietoon. Kirjallisuustutkimuksessa kerätään asiaan liittyvää perustietoa sekä esitellään Momenttimenetelmä, CROSSin momentintasausmenetelmä ja Kani-menetelmä.

Tässä työssä käytämme asiantuntijahaastatteluja syventämään ymmärrystämme siitä, miten Kani-menetelmää käytetään hyperstaattisten teräspalkkien mitoituksessa. Haastattelut on toteutettu vapaamuotoisina keskusteluina, ja niissä ammattilaisten näkemykset ja kokemukset ovat keskiössä. Haastateltujen henkilöllisyydet on suojattu käyttämällä heidän toiveidensa mukaan peitenimiä.

Tavallisesti opinnäytetyössä haastattelutulokset esitellään erillisessä luvussa, mutta tässä työssä ne on päätetty sisällyttää suoraan kirjallisuustutkimuksen osaan. Tähän ratkaisuun päädyttiin, koska haastatteluista saadut tiedot tarjosivat paljon selkeyttä ja syvällistä tietoa, joka sopi paremmin yhteen kirjallisuudesta kerätyn taustatiedon kanssa. Tämä auttaa pitämään työn kokonaisuuden yhtenäisenä ja selkeänä.

1.3 Työn rajaus

Opinnäytetyössä keskitytään tarkastelemaan olemassa olevaan Kani-menetelmään, HARDY CROSSin momenttitasausmenetelmä ja Momenttimenetelmään hyperstaattisen teräspalkin mitoituksessa. Tässä opinnäytetyössä ei käsitellä käyttörajatilan tarkasteluja eikä vääntötarkasteluja murtorajatilanteessa, nämä aiheet on jätetty työn ulkopuolelle.

2 Kantavien rakenteiden mitoitus

Kantavat rakenteet rakennuksissa on suunniteltu kestäväksi erilaisia kuormia, mukaan lukien hyötykuormat sekä luonnollisista olosuhteista johtuvat kuormat, kuten lumi ja tuuli. Rakenteiden on myös kestäväksi palotilanteita ja muita poikkeuksellisia tilanteita. Suunnittelussa ja toteutuksessa on noudatettava eurokoodien ja kansallisten asetusten vaatimuksia. Lisäksi suunnittelussa tulee ottaa huomioon rakennuspaikan erityisolosuhteet. (Kivitaloinfo, n.d.)

2.1 Viranomaisvaatimukset kantavien rakenteiden suunnittelussa

Rakennushankkeessa on tärkeää, että rakennukset suunnitellaan ja toteutetaan niin, että niiden rakenteet ovat kestäviä ja turvallisia, sopivia sijaintinsa olosuhteisiin ja kestäväksi koko suunnitellun käyttöikänsä. Rakenteellisen suunnittelun ja mitoituksen tulee perustua rakenteiden mekaniikan periaatteisiin, yleisesti hyväksytyihin suunnittelustandardeihin tai luotettaviin testituloksiin. Rakennusmateriaalien valinnassa tulee ottaa huomioon rakenteiden lujuus ja vakaus. Rakennus-

nuksen tulee kestää rakentamisen ja käytön aikana syntyvät kuormitukset ilman, että niistä aiheutuu sortumisvaaraa tai vaurioita. Rakennuksen tulee myös olla suunniteltu siten, että ulkoisten tekijöiden aiheuttamat vahingot eivät ole kohtuuttoman suuria verrattuna niiden aiheuttajaan. Ympäristöministeriön asetus kantavista rakenteista määrittelee yksityiskohtaiset ohjeet ja säännökset liittyen uusien rakennusten rakentamiseen, olemassa olevien rakennusten korjaus- ja muutostöihin sekä rakennusten käyttötarkoituksen muutoksiin. Tämä asetus tarjoaa ohjenuoria ja standardeja, jotka varmistavat rakennusten rakenteellisen turvallisuuden ja kestävyden erilaisissa rakennusprojekteissa ja muutostilanteissa. (MRL, 117 a §.)

Rakennushankkeen ryhtyvän vastuulla on varmistaa, että rakenteet suunnitellaan ja rakennetaan niin, että ne ovat riittävän lujia ja vakaita koko niiden suunnitellun käyttöajan ajan. Lisäksi on tärkeää, että rakenteet ovat luotettavia niiden käyttötarkoitukseen ja sijaintiin suhteutettuna, ja että ne kestävät haitallisia muodonmuutoksia, halkeamia, värähtelyjä, painumia ja muita vahingollisia ilmiöitä niiden käytön aikana. (Ympäristöministeriö 477/2014, 2 §.)

Rakennuksen kantavien ja jäykistävien rakenteiden tekniset vaatimukset katsotaan täytetyiksi, kun niiden suunnittelu ja toteutus noudattavat eurokoodeja sekä ympäristöministeriön asettamia kansallisia määräyksiä, jotka täydentävät eurokoodeja. Lisäksi suunnittelijan tulee ottaa huomioon rakennuskohteen erityisolosuhteet, kuten paikalliset sää- ja maaperäolot, varmistaakseen rakenteiden asianmukaisuuden ja turvallisuuden. (Ympäristöministeriö 477/2014, 3 §.)

Rakenteiden mitoituksessa varmistetaan, että rakenne ei ylittäisi mitään ennalta määriteltyjä rajatiloja kaikissa olennaisissa suunnittelutilanteissa tai kuormitustapauksissa. Tähän sisältyy sekä murtorajatilojen että käyttörajatilojen tarkastelu. Murtorajatiiloissa keskitytään ihmisten turvallisuuteen ja rakenteiden luotettavuuteen, kuten rakenteen murtumiseen tai vakauden menetykseen. Käyttörajatiiloissa puolestaan tarkastellaan asioita, jotka liittyvät rakenteen normaaliin käyttöön, ihmisten mukavuuteen ja rakenteen ulkonäköön. Näitä ovat esimerkiksi

rakenteen taipumat, värähtelyt ja muut rakenteen toimivuuteen, kestävyys tai ulkonäköön vaikuttavat seikat. (Eurokoodi 1990, 54–56.)

2.2 Rakenteiden kuormat

Kantavien rakenteiden kuormitukset ovat erilaisia voimia ja painoja, jotka vaikuttavat rakenteeseen. Näitä ovat esimerkiksi rakenteen oma paino, siinä olevien ihmisten, tavaroiden ja laitteiden paino sekä luonnon aiheuttamat voimat kuten tuuli ja lumi. Kantavat rakenteet siirtävät nämä kuormat perustuksille, ja esimerkiksi padot kestävät veden ja jään painon siirtäen ne maahan. (Salmi 2012, s.25)

Hyötykuormat ovat niitä kuormia, jotka syntyvät rakennuksen käytöstä ja sen toiminnasta, eikä niihin lasketa mukaan rakennuksen omaa painoa tai luonnosta tulevia kuormia. Esimerkiksi asuinrakennuksissa nämä kuormat koostuvat ihmisten, huonekalujen ja kodinkoneiden painosta. Silloilla hyötykuormat tulevat liikenteestä, ja teollisuusrakennuksissa kuormitus johtuu koneiden painosta ja niiden aiheuttamasta värähtelystä. (RIL 201-1-2017, s.68)

Rakenteiden suunnittelussa käytetyt kuormitukset jaetaan sen mukaan, kuinka kauan ne vaikuttavat. On pysyviä kuormituksia, jotka ovat jatkuvasti läsnä, kuten rakennuksen omapaino (dead loads). Toisaalta on muuttuvia kuormituksia, jotka vaihtelevat ajan myötä, kuten ihmisten ja tavaroiden aiheuttamat painot (live loads). Lisäksi on onnettomuuskuormia, jotka syntyvät poikkeuksellisissa tilanteissa. Pysyviin kuormituksiin rakenteissa sisältyy rakenteiden oma paino, muiden rakenteiden tuoma paino sekä kiinteiden laitteiden ja varusteiden paino. (RIL 144-1-2002, s.19)

Pakkovoimat aiheuttavat rakenteissa syntyvät eri syistä ja niillä voi olla erilaisia vaikutuksia. Esimerkiksi, kun perustukset tai rakenteiden alaosat painuvat epätasaisesti, tämä aiheuttaa rakenteelle kuormitusta, joka on yleensä pysyvää laatua. Tämä tarkoittaa, että rakenteeseen kohdistuu jatkuvaa painetta tai voimaa,

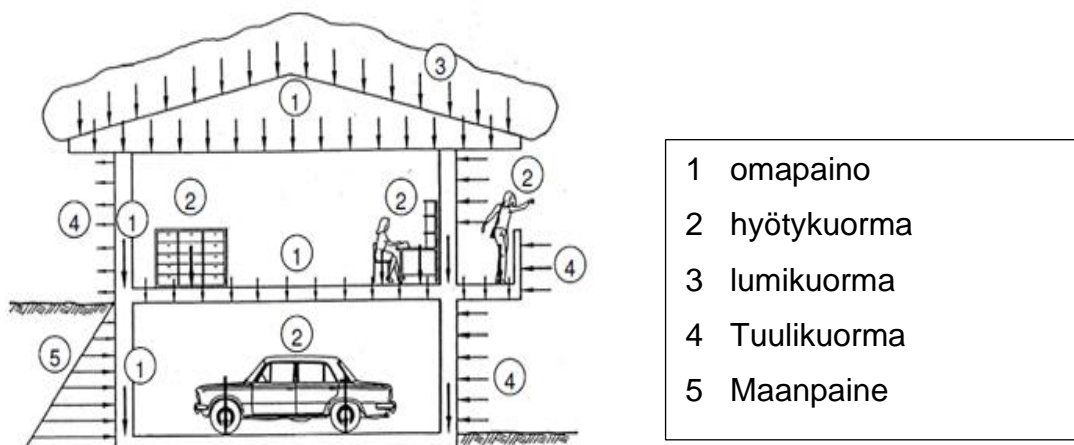
joka ei helposti muutu. Toisaalta rakenteen lämpötilaerot voivat aiheuttaa venymistä, joka voi olla joko pysyvää tai vaihtelevaa kuormitusta. Tämä tarkoittaa, että lämpötilan muutokset voivat aiheuttaa rakenteen osien laajenemista tai supistumista eri tavoin, mikä voi vaihdella tilanteesta riippuen. (Salmi 2012, s.25–26).

Rakenteiden kuormituksessa on erilaisia muuttujia. Esimerkiksi hyötykuormat, kuten ihmiset ja kalusteet rakennuksessa, ovat muuttuvia kuormia, sillä ne voivat vaihdella ajan myötä. Luonnolliset kuormat, kuten lumi ja tuuli, ovat myös muuttuvia, koska ne vaihtelevat sääolosuhteiden mukaan. Veden aiheuttama kuormitus voi olla joko muuttuva tai pysyvä, riippuen sen määrän vaihtelusta. Esimerkiksi vesivoimalaitoksessa ylävesialtaan veden paino voi olla tarkoituksenmukaista pitää pysyvänä kuormituksena patorakenteelle, erityisesti kun tavoitteena on maksimoida tuottavuus. Tämä tarkoittaa, että veden taso pidetään jatkuvasti korkealla tasolla, mikä aiheuttaa jatkuvaa painetta patorakenteelle. (Salmi 2012, s.25–26)

Onnettomuuskuormat ovat rakenteisiin kohdistuvia tilapäisiä kuormituksia, jotka johtuvat äkillisistä ja odottamattomista tapahtumista. Tyypillisiä esimerkkejä tällaisista kuormista ovat räjähdysten aiheuttamat voimat tai ajoneuvojen törmäykset rakennelmiin. Näiden kuormitusten erityispiirre on niiden äkillisyys ja ennalta-arvaamattomuus. Lisäksi eräät kuormat, kuten maanjäristykset tai lumen aiheuttamat paineet, voivat luokitella joko onnettomuuskuormiksi tai muuttuviksi kuormiksi riippuen rakennuskohteen sijainnista. (RIL 144-1-2002, s.19)

Eurokoodi, joka on standardisarja rakennusten suunnitteluun, antaa ohjeita näiden kuormien käsittelyyn ja luokitteluun, ja sen mukaan tiettyjen kuormien luokittelu voi vaihdella paikallisten olosuhteitten mukaan. (Salmi 2012, s.26)

Erityyppiset kuormat on kuvattu kuvassa 1.



Kuva 1. Matti, Julku. 2015. Pientalon Kuormitukset ja Jäykistys. s.13

2.3 Rajatilat

Eurokoodeissa rakenteiden mitoittaminen perustuu rajatilankäsitteeseen, joka tunnetaan myös nimellä rajatilamitoitus (englanniksi Limit State Design). Rajatila määrittää kriittisen pisteen rakenteen käytössä, jolloin se ei enää täytä asetettuja suorituskykyvaatimuksia. Eurokoodeissa eritellään erityisesti kaksi rajatilan tyyppiä: murtorajatilat (MRT, englanniksi Ultimate Limit State, ULS) ja käyttörajatilat (KRT, englanniksi Serviceability Limit State, SLS), jotka yhdessä ohjaavat rakenteiden turvallista ja luotettavaa suunnittelua. (Teräsrakenneyhditys, 2020, s.85).

2.4 Rajatilailmoitus

Kun otetaan huomioon rakenteiden turvallisuus, on äärimmäisen tärkeää suorittaa perusteelliset rajatilamitoitusten tarkastukset. Tämä prosessi sisältää murtorajatilojen sekä käyttörajatilojen erillisen huomioinnin. Kun murtorajatila on analysoitu yksityiskohtaisesti ja todettu riittävän turvalliseksi, voidaan yleensä päätellä, että myös käyttörajatila täyttää asetetut vaatimukset. Tämä periaate on esitetty standardissa (SFS-EN 1990 + A1 + AC 2006,2.)

On tärkeää ymmärtää, että rajatilat ovat olennainen osa rakenteiden mitoitus, ja ne liittyvät tiiviisti erilaisiin mitoitusilanteisiin. Nämä tilanteet jaetaan edelleen kolmeen kategoriaan: pysyvät tilanteet, tilapäiset tilanteet ja poikkeukselliset tai sattumanvaraiset tapahtumat.

2.5 Murtorajatila

Murtorajatila viittaa rakenteellisen turvallisuuden kontekstissa tilanteisiin, joissa rakenne voi sortua tai vaurioitua vakavasti. Murtorajajoina ovat esimerkiksi rakenteen sortuminen, vahingoittuminen, kuluminen tai epätasapaino. Standardissa (SFS-EN 1990 + A1 + AC.2006,76–82) määritellään murtorajajoinen matemaattinen esitystapa yhtälöllä $Ed \leq Rd$, missä Ed edustaa kuormien vaikutusten, kuten voimien tai momenttien, suunnitteluarvoa, ja Rd on vastaava rakenteen suunnittelun kestävyysmitoitussarvo.

2.6 Käyttörajatila

Käyttörajatilatarkastelussa osoitetaan, etteivät ominaiskuormien aiheuttamat toiminnalliset muutokset kuten taipumat tai halkeaminen leveydet ylitä annettuja rajoja. Tarvittaessa osoitetaan, etteivät rakenteen muodonmuutokset aiheuta haitallisia lisärasituksia liittyviin rakenteisiin eikä rakenteeseen synny sen käyttötarkoitukseen nähden haitallisia värähtelyjä. (RIL 144-2002, s.13)

2.7 Rakenteiden varmuusluvut

Jokaiselle materiaalille on oma ja pysyville sekä muuttuville kuormituksille on omat osavarmuusluvut. On epätodennäköistä, että kaikki mahdolliset kuormitukset vaikuttaisivat rakenteeseen suurimmalla arvolla yhtä aikaa. Tästä syystä eri kuormitusten yhteistä vaikutusta rakenteeseen arvioidaan kuormitusten yhdistelymenettelyllä, jossa kukin muuttuvista kuormituksista saa vuorotelleen määrävän kuormituksen aseman. (Salmi 2012, s.26)

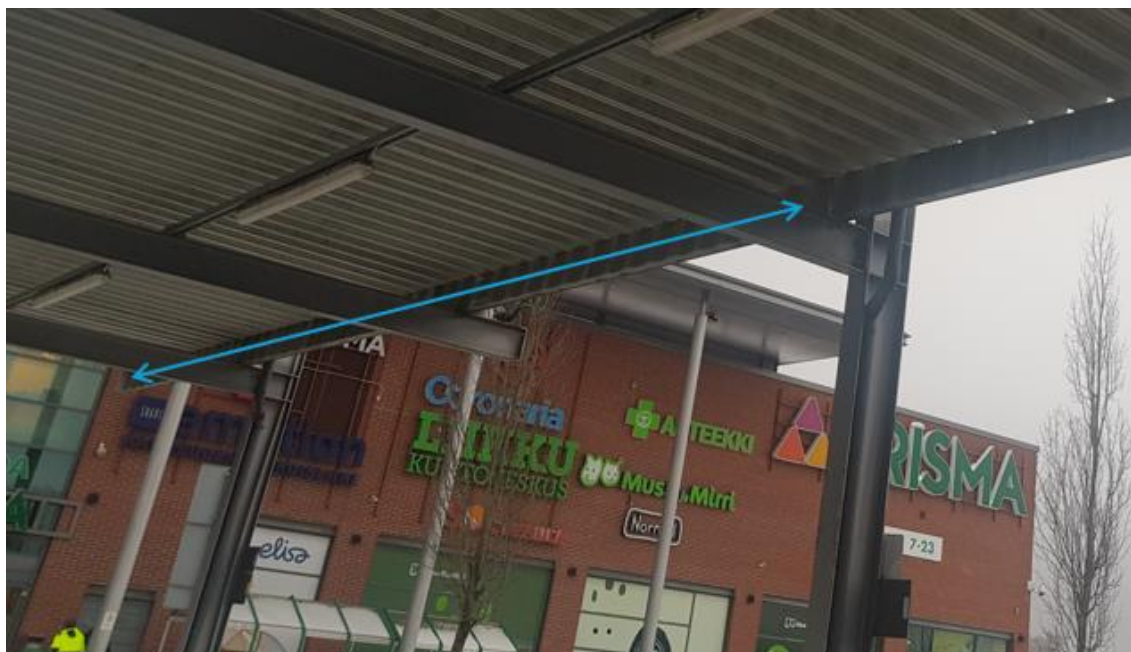
2.8 Kuormien yhdistely

Kuormitusten yhdistelyn perusteet, kuormien osavarmuuskertoimet ja ohjeet kuormitusten luokittelusta on määritelty Eurokoodin osassa SFS-EN 1990, joka käsittelee rakenteiden suunnitteluperusteita. Lisäksi konkreettiset kuormitusarvot ja niiden soveltaminen on esitetty toisessa osassa, SFS-EN 1991, joka keskittyy rakenteiden kuormiin. Näitä standardeja käytetään varmistamaan, että rakenteet suunnitellaan ja rakennetaan turvallisesti ottaen huomioon erilaiset kuormitustilanteet. (Salmi 2012, s.25–26)

3 Hyperstaattinen teräspalkki

3.1 Hyperstaattisuus

Hyperstaattinen rakenne viittaa ylistaattiseen rakenteeseen, jossa palkki on erityisen hyvin tuettu. Tukea on palkin päissä, mutta myös palkin keskiosaa on tuettu ylimääräisillä tuilla, jotka eivät ole välttämättömiä. Näitä ylimääräisiä tukia on lisätty vielä lisää palkin tuen vahvistamiseksi (katso Kuva 2)

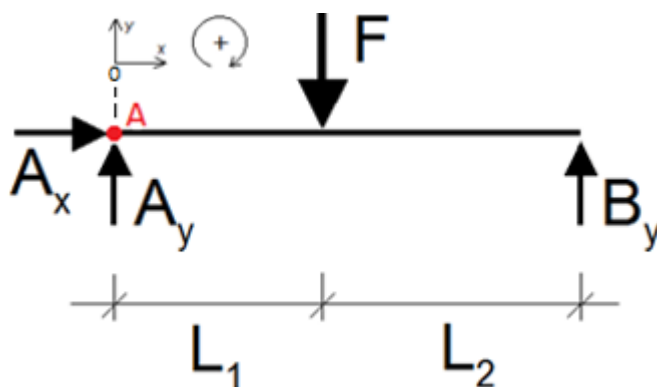


Kuva 2. Ahmadi, Mustafa. 2023. Riihimäen Prisman autoparkki. Kuva.

3.1.1 Staattisesti määrätty rakenne

Rakenteen suunnittelun perusteissa korostetaan, että rakenteeseen kohdistuvien pystysuuntaisten ja vaakasuuntaisten voimien sekä niiden aiheuttamien momenttien kokonaissumman tulisi aina tasapainottua nolllaksi tietyn pisteen suhteen. Kun rakenteen tukivoimat ja leikkausvoimat voidaan selvittää yksinomaan näiden tasapainoehtojen perusteella, puhutaan staattisesti määrätystä (isostaattisesta) rakenteesta. Tämä merkitsee, että rakenteen sisäiset voimat ja momentit voidaan määrittää suoraviivaisesti ilman ylimääräisiä yhtälöitä tai oletuksia. Staattisesti määrättyt rakenteet ovat keskeinen elementti rakennesuunnittelussa, sillä ne mahdollistavat rakenteen käyttäytymisen analysoinnin tavalla, joka on sekä selkeä että suoraviivainen. (Salmi 2012, s.193)

Esimerkiksi,



Kuva 3. Palkin vapaakappeluva (Kari Suvanto, statiikan luento 4, s.96)

Kuvan tilanteessa voimatasapainoyhtälöt ovat seuraavat:

$$\sum F_x = 0, \quad A_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = A_y + B_y - F = 0 \quad (2)$$

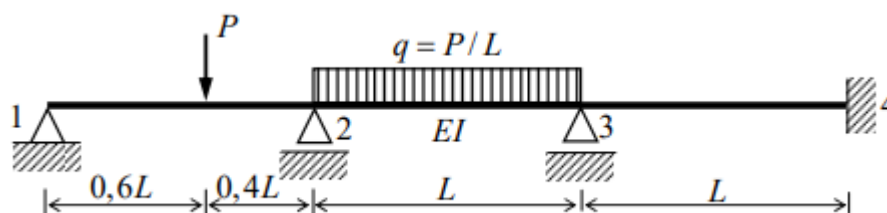
$$\sum M_A = A_y * 0 - B_y * (L_1 + L_2) + F * L_1 = 0 \quad (3)$$

3.1.2 Staattisesti määräämätön rakenne

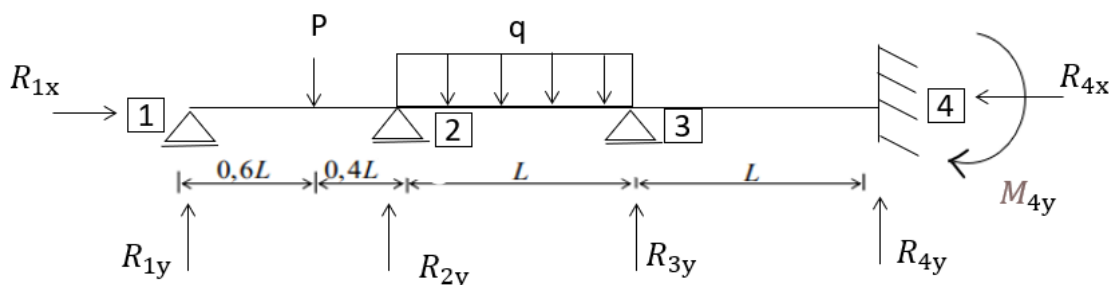
Staattisesti määräämätön rakenne tarkoittaa sitä, että hyperstaattisessa rakenteessa on enemmän tuntemattomia tukivoimia kuin mitä pelkät tasapainoyhtälöt voivat ratkaista. Jos rakenteen tukireaktioita ei voi määrittää ainoastaan tasapainoehtojen avulla, kyseessä on ulkoisesti hyperstaattinen rakenne. Sisäisesti hyperstaattinen rakenne taas viittaa tilanteeseen, jossa myös rakenteen sisäisten rasitusten määrittäminen vaatii muuta kuin pelkkiä tasapainoehtoja. Tämä tarkoittaa, että rakenteen analysointiin tarvitaan monimutkaisempia menetelmiä ja lisäyhtälöitä. (Salmi, 2012, s.193.)

Rakennetta, jota ei voi analysoida tai määrittää yksinomaan tasapainoyhtälöiden avulla, tunnetaan staattisesti määräämättömäksi eli hyperstaattiseksi (statically indeterminate, hyperstatic). (Aalto, s.1)

Esimerkiksi,



Kuva 4. Hyperstaattinen palkki (Aalto, s.120)



Kuva 5. Hyperstaattinen sauvan vapaakappalekuva

Kuvan tilanteessa voimatasapainoyhtälöt ovat seuraavat:

$$\sum F_x = 0, \quad R_{1x} = R_{4x} \quad (4)$$

$$\sum F_y = R_{1y} + R_{2y} + R_{3y} + R_{4y} - p - q = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_4 = R_{1y} * 3L + R_{2y} * 2L + R_{3y} * L + M_{4y} - P * 2,4L - q * L * \left(\frac{L}{2} + L\right) = 0 \quad (6)$$

Kuvan tilanteessa näkee sitä, että palkilla on äärettömän monta tasapainoehtototeuttavaa ratkaisua, tilanne on epämääräinen.

3.1.3 Tasosauvarakenteen staattisen määräämättömyyden kertaluku

Tasosauvarakenne viittaa sellaiseen sauvarakenteeseen, jossa kaikki sauvat ovat samalla tasolla ja jota kuormittavat vain tässä tasossa vaikuttavat voimat. Toisin sanoen, se on rakennelma, jossa kaikki osat ovat järjestetty yhteen tasoon ja joka on suunniteltu kestäämään voimia, jotka toimivat tässä samassa tasossa. Tasosauvarakenteen staattinen määräämättömyys viittaa siihen, että rakenteen analysointiin tarvitaan enemmän tietoa kuin mitä perustasapainoyhtälöt tarjoavat, ja tämän määräämättömyyden asteen voi laskea tietyllä kaavalla.

(Aalto, s.3)

$$n_s = t + 3r - c - 3$$

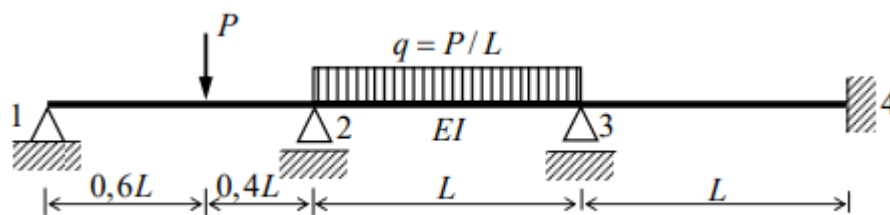
Jossa, (7)

t = yksiarvoisten tuki

r = suljettujen renkaiden lukumäärä

c = on liitosten vapausasteiden lukumäärä

Esimerkiksi,



Kuva 6. Hyperstaattinen palkki

$$t = 2 + 1 + 1 + 3 = 7 \quad r = 0 \quad c = 0$$

$$n_s = 7 + 3 * 0 - 0 - 3 = 4$$

3.1.4 Sivusiirtyvyyden kertaluku

Momenttimenetelmään ja kulmanmuutosmenetelmän liittyy oleellisesti käsite sivusiirtyvyys tai lyhyemmin siirtyvyys. Jos kehärakenteessa sauvan päät ja niiden liittymiskohdat eivät pääse siirtymään, rakennetta kutsutaan sivusiirtymättömäksi. Toisaalta, jos rakenteen osat pystyvät liikkumaan tai siirtymään, kyseessä on sivusiirtyvä rakenne. (Aalto, s.3)

$$n_{sii} = 2k - t - s \quad (8)$$

Jossa,

k = nurkkien lukumäärä

t = yksiarvoisten tukien lukumäärä

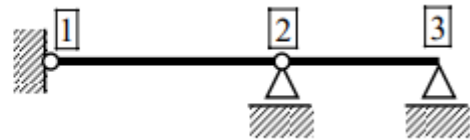
S = on sauvojen lukumäärä

Esimerkiksi,

Palkki



Nivelmekanismi



Kuva 7. Hyperstaattinen palkki

$$k = 3$$

$$t = 4$$

$$s = 2$$

$$n_{sii} = 2 * 3 - 4 - 2$$

$$n_{sii} = 0$$

Sivusiirtymätön

4 Hyperstaattisen rakenteen voimajakautuminen ratkaiseminen

Rakenteessa, jossa tuntemattomien suureiden määrä vastaa saatavilla olevien tasapainoyhtälöiden määrää, voidaan statiikan periaatteiden avulla laskea kaikki tukivoimat ja leikkausvoimat. Tällaista rakennetta kutsutaan isostaattiseksi. Jos rakenteessa on enemmän tukivoimia tai sisäisiä voimia kuin mitä tasapainoyhtälöillä voidaan ratkaista, sitä kutsutaan hyperstaattiseksi eli staattisesti määräämättömäksi. Tällöin pelkkä statiikka ei riitä kaikkien suureiden tai tukivoimien yksiselitteiseen ratkaisemiseen, ja tarvitaan lisäyhtälöitä, kuten Momenttimenetelmän, Crossin menetelmän ja Kani-menetelmän kaavoja sekä muita toimenpiteitä.

Hyperstaattisten rakenteiden analysoimiseksi on useita menetelmiä. Tässä opinnäytetyössä käytetään Momenttimenetelmää, Kani-menetelmää ja CROSSin momentintasausmenetelmää. Momenttimenetelmää ja CROSSin menetelmää käytetään usein Suomen ammattikorkeakouluissa, kun taas Kani-menetelmää sovelletaan enemmän kansainvälisesti korkeakouluissa ja yliopistoissa.

4.1 Momenttimenetelmä

Momenttimenetelmällä tutkitaan sauvan päämomenttia, tässä menetelmällä momentit ovat meidän ratkaiseva suureita, tehdään yhtälöitä, mistä voidaan ratkaista niitä sauvan päämomenttia. Myös tutkitaan kanssa niitä momentin aiheuttama kiertymä sauvanpäissä, näistä saadaan yhtälöitä. Muuttuja on ne momentit ja kirjoitetaan yhtälöitä näille sauvan pääkiertymälle. Lopuksi yhtälöstä ratkaistaan tuntemattomia suureita.

Momenttimenetelmän peruskaavat:

$$\varphi_{ij} = \alpha_{ij}M_{ij} - \beta_{ij}M_{ji} + \psi_{ij} + \alpha_{ij}^0 \quad (i \neq j) \quad (\text{Aalto, s.66}) \quad (9)$$

Jossa,

α_{ij} & β_{ij} sauvan vakiot i:llä

M_{ij} momentti i päässä

M_{ji} momentti j päässä

ψ_{ij} palkinsiirtymä kokonaiskappaleena.

α_{ij}^0 ulkoisten kuormien aiheuttama kiertymä i päässä.

φ_{ij} tutkitaan kiertymä nurkan i:llä

Jos meillä on tasajäykkä sauva EI on vakio

Sauvavakiot:

$$\alpha_{ij} = \frac{L}{3EI} \quad \text{ja} \quad \beta_{ij} = \frac{L}{6EI} ,$$

sijoitetaan sauvavakiot (α_{ij} & β_{ij}) arvot peruskaavan.

$$\varphi_{ij} = \frac{L}{3EI} M_{ij} - \frac{L}{6EI} M_{ji} + \psi_{ij} + \alpha_{ij}^0 \quad (i \neq j) \quad (10)$$

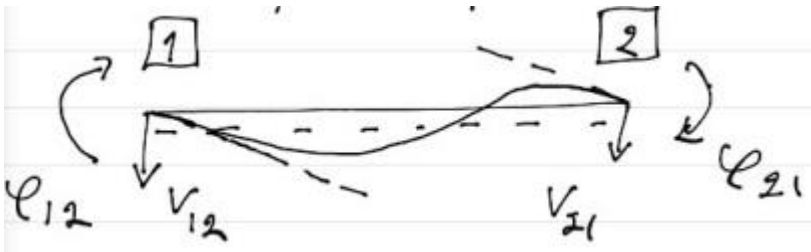
4.1.1 Sauvanpäämomentit



Kuva 8. Hyperstaattiset sauvarakenteet

Jokainen nurkka ensin numeroidaan ja aina kahden nurkan välissä on palkki, nimittäin nurkkien mukaan esimerkiksi Kuva 10 mukaan, palkki yksi kaksi tai palkki kaksi yksi rippu kummasta päästä katsotaan. Indeksoidaan momentit aina palkin alkupää M_{12} ja loppupää M_{21} .

4.1.2 Sauvanpääkiertymät



Kuva 9. Hyperstaattiset sauvarakenteet

Kiertymät ovat samastavalla positiivisuunta aina myötöpäivään.

Kuva 10 mukaan:

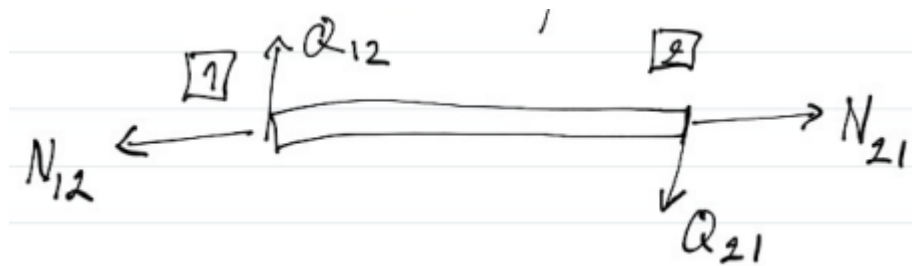
φ_{12} on palkin 1–2,

1 -Pään kiertymä radiaaneissa mitattuna

4.1.3 Leikkaus- ja normaalivoimat

Leikkaus- ja normaalivoimat merkinnät säännöt määritellään tavalliseen tapaan.

Palkin nurkat ovat 1 ja 2



Kuva 10. Hyperstaattiset sauvarakenteet

4.1.4 Kiertymien lausekkeet



Kuva 11. Hyperstaattiset sauvarakenteet

$$\varphi_{12} = \alpha_{12}M_{12} - \beta_{12}M_{21} + \psi_{12} + \alpha_{12}^0 \quad (11)$$

$$\varphi_{21} = \alpha_{21}M_{21} - \beta_{21}M_{12} + \psi_{21} + \alpha_{21}^0 \quad (12)$$

4.2 CROSSin momentintasausmenetelmä

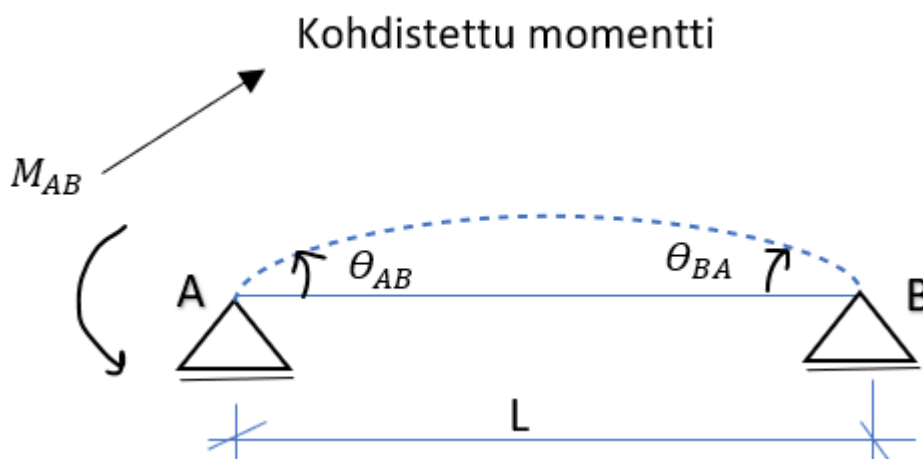
Hardy Cross, Illinoisin yliopiston professori, esitteli tämän menetelmä vuonna 1930. Ennen sen keksimistä ihmiset kohtasivat haasteita monimutkaisten rakenteiden analysoinnissa. Kuitenkin tämä menetelmä tarjosi kätevemmän lähestymistavan staattisesti määräämättömien palkkien ja kehikoiden tutkimiseen. Siinä ratkaistaan yhtälöitä peräkkäisten arvioiden avulla, mikä mahdollistaa tulosten saamisen suuremmalla tarkkuudella. Tämä menetelmä on hyvin yksinkertainen, koska siinä ei oteta huomioon samanaikaisia yhtälöitä, jotka olivat vaikeita ratkaista monimutkaisten tai vaivalloisten rakenteiden analysoinnissa. (MacKenzie 2006, s.269)

4.2.1 Tärkeät termit

Jäykkyys:

Momentti, joka tarvitaan yksikkömuodon tuottamiseksi yksinkertaisesti tuetussa päässä. Merkitään kirjaimella K

- (i) Palkki on nivelletty molemmissa päissä

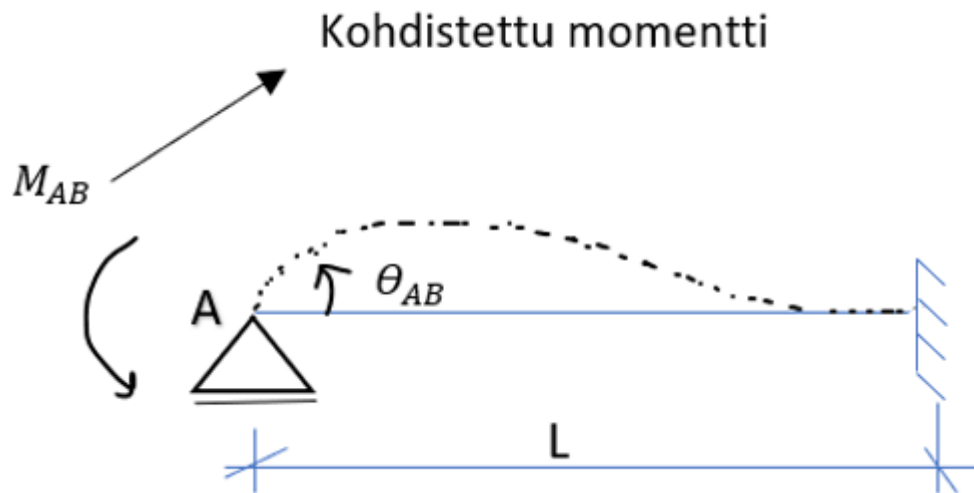


Kuva 12. Palkki on nivelletty molemmissa päissä

$$\frac{M_{AB}}{\theta_{AB}} = \frac{3EI}{L}$$

Kun palkki on nivelletty molemmissa päissä

- (i) Palkki on nivelletty yksi päissä ja kiinnitetty toisesta päästä

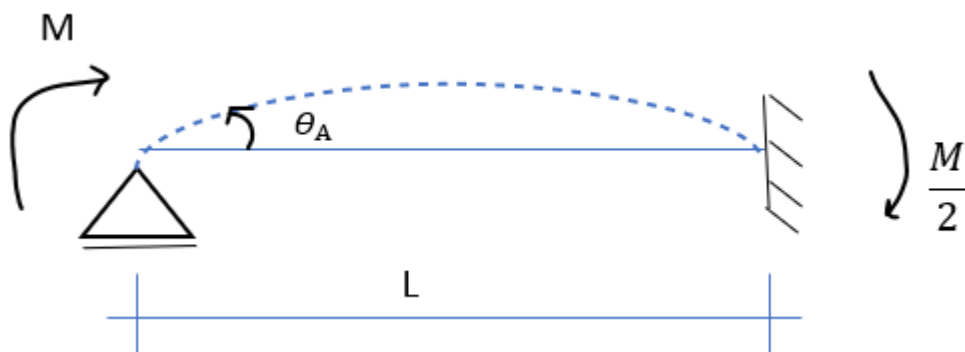


Kuva 13. Palkkion nivelletty yksi päissä ja kiinnitetty toisesta päästä

$$\frac{M_{AB}}{\theta_{AB}} = \frac{4EI}{L}$$

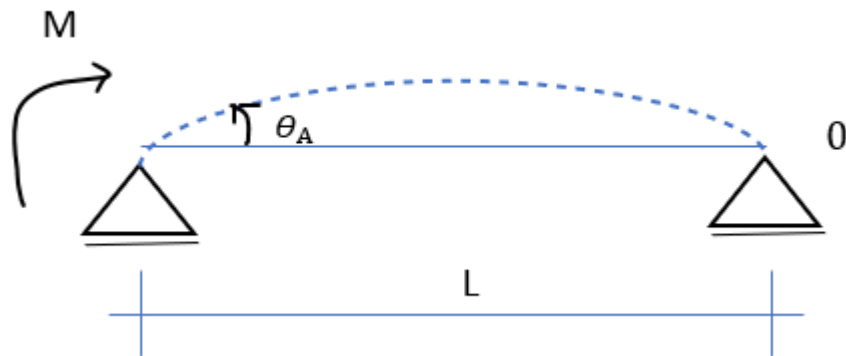
Kun palkki on nivelletty yksi päissä ja kiinnitetty toisesta päästä

Siirto tekijä:



Kuva 14. Momentin siirto

kun momentti on kohdistettu alkupäässä, se vähenee puoleen loppupäässä, jos loppupäässä on kiinteä tuki.

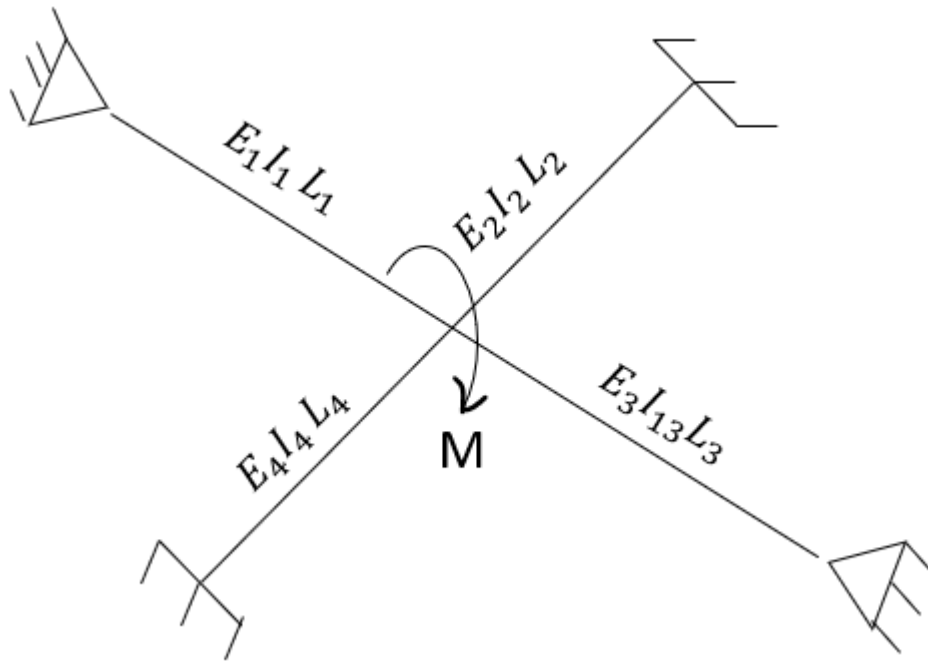


Kuva 15. Momentin siirto

Kun momentti vaikuttaa alkupäässä on M , loppupäässä oleva momentti on nolla, jos loppupäässä oleva tuki on nivel.

Jakotekijä:

Kun niveleen kohdistuu momentti, osa kokonaismomentista jakautuu kaikille kyseisen nivelen jäsenille.



Kuva 16. Jakotekijä

$$k = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 \quad (13)$$

Jossa,

$$k_1 = \frac{3E_1I_1}{L_1} \quad k_2 = \frac{4E_2I_2}{L_2} \quad k_3 = \frac{3E_3I_3}{L_3} \quad k_{14} = \frac{3E_4I_4}{L_4} \quad (14)$$

Jakotekijä (D.F)

$$D.F_1 = \frac{k_1}{k} \quad D.F_2 = \frac{k_2}{k} \quad D.F_3 = \frac{k_3}{k} \quad D.F_4 = \frac{k_4}{k} \quad (15)$$

Päämomentit:

$$M_1 = D.F_1 * M \quad M_2 = D.F_2 * M \quad M_3 = D.F_3 * M \quad M_4 = D.F_4 * M$$

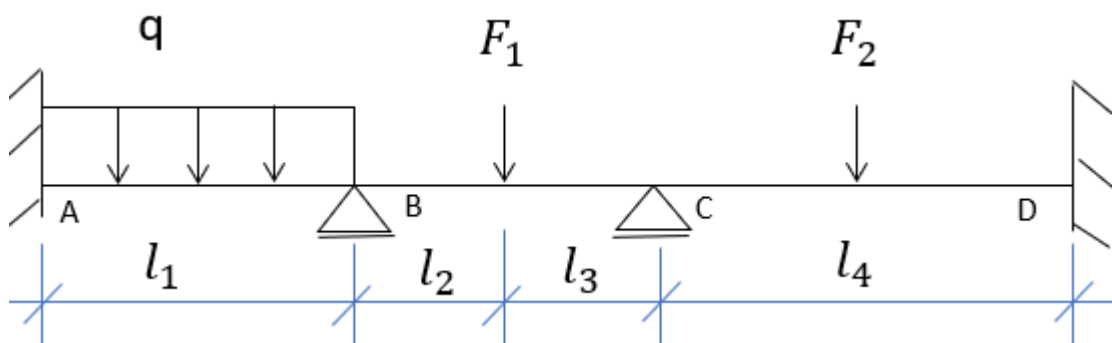
4.3 Kani-mentelmä

Tämä menetelmä kehitettiin ensimmäisen kerran Saksassa vuonna 1947 professori Gasper Kanin toimesta. Hän kehitti jakelumenetelmän, joka perustuu kulmanmuutosyhtälöön. Tämä menetelmä on erittäin hyödyllinen monikerroksisten kehiä analysoidessa. Sen suurin etu on, että vaikka virhe tapahtuisi jake- lussa yhdessä vaiheessa, se lopulta lähenee oikea vastausta. Nykyäänkin mo- net ammattikäytössä olevat insinöörit käyttävät Kanin-menetelmän moninkertai- nen kehärakenteiden analysointiin. Menetelmä määriteltiin aluksi rakenteille, joissa on kiinteät päät. Sen jälkeen käsitellään muutoksia, joilla käsitellään yk- sinkertaisesti tuettuja ja ulokepäitä. (Bhavikatti 2013, s.89)

4.3.1 Menettely

- jokaisen jännevälin kiinteiden päämomenttien laskeminen

Esimerkiksi:



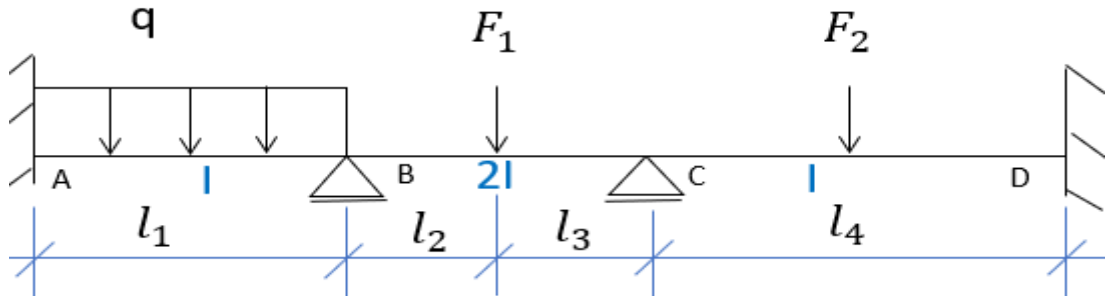
Kuva 17. Hyperstaattinen palkki

Kuvan tilanteen perusteella määritellyt alustavat kiinteät päämomentit ovat:

$$\begin{aligned}
 M_{FAB} &= -\frac{q \cdot l_1^2}{12} & M_{FBA} &= \frac{q \cdot l_1^2}{12} & M_{FBC} &= -\frac{F_1 \cdot l_2 \cdot l_3^2}{(l_2 + l_3)^2} & M_{FCB} &= \frac{F_1 \cdot l_3 \cdot l_2^2}{(l_2 + l_3)^2} \\
 M_{Fcd} &= -\frac{F \cdot l_4}{8} & M_{Fdc} &= \frac{F \cdot l_4}{8} & & & &
 \end{aligned} \quad (16)$$

- Suhteellinen jäykkyyden (K) ja kiertokerroin (U) laskeminen

Esimerkki:



Kuva 18. Hyperstaattinen palkki

Jossa,

$$K_{AB} = \frac{EI}{l_1} \quad K_{CD} = \frac{EI}{l_4} \quad K_{BC} = \frac{2EI}{l_2+l_3} \quad (17)$$

Kiertokerroin (U):

$$U = \frac{1}{2} (K / \Sigma K) \quad (18)$$

- Kiertokulman kontribuutioon M' laskeminen
- Kiertokulman kontribuutioon lasketaan vain väliliitoksille

$$M' = U [\Sigma M_F + \Sigma M''] \quad (19)$$

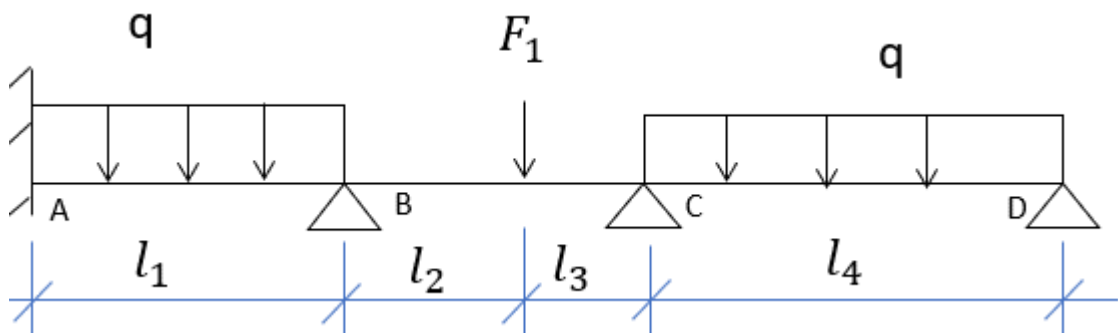
- Iteraatioprosessi jatkuu, kunnes saadaan lähes sama arvot kuin edellisessä syklissä.

Lopputukimomentin laskeminen

$$M_{AB} = M_{FAB} + 2M'_{AB} + M'_{BA} \quad (20)$$

4.4 Esimerkkilaskenta eri menetelmillä

Tässä opinnäytetyössä suoritan analyysin ja mitoituksen hyperstaattiselle teräspalkille, joka on alun perin suunniteltu vastaamaan tiettyjä kuormitusvaatimuksia ja tukiehtoja.



Kuva 19. Jatkuva teräspalkki

Palkin Tyyppi ja Pituus:

- Käytössä on HEA 240 -tyyppinen teräspalkki.
- Palkin kokonaispituus on 15 metriä.

Tukiehdot:

- Palkin alkuosa tukeutuu kiinteään tukipisteeseen. Kiinteä tukipiste estää palkin liikkeen kaikissa suunnissa ja pyörimisen tukikohdan ympäri.
- Lisäksi palkki tuetaan niveltuilla tuilla kolmessa kohdassa:
 - Ensimmäinen nivelletty tuki 6 metrin kohdalla.
 - Toinen nivelletty tuki 11 metrin kohdalla.
 - Kolmas nivelletty tuki palkin päässä, 15 metrin kohdalla.

Kuormitus:

- Palkkiin kohdistuu jatkuva kuormitus ensimmäisen 6 metrin matkalla. Kuormituksen suuruus on 20 kN/m.
- Lisäksi palkkiin kohdistuu 50 kN:n keskitetty kuorma 9 metrin kohdalla.
- Toisen 6–11 metrin välisen osuuden jälkeen, palkkiin kohdistuu jälleen jatkuva kuormitus välillä 11–15 metriä. Tämän osuuden kuormitus on myös 20 kN/m.

Suunnittelu- ja Turvallisuusstandardit:

- Kaikki kuormitukset on laskettu Eurokoodin standardien mukaisesti. Tämä tarkoittaa, että kuormitus, materiaalin ominaisuudet, ja turvallisuuskertoimet noudattavat Euroopan unionin asettamia rakennusnormeja.
- Suunnitelman tulee täyttää nämä vaatimukset ja varmistaa rakenteen turvallinen käyttö.

4.4.1 Kani-menetelmän avulla laskentapohjan tekeminen

Näiden vaiheiden kautta saatiin tehtyä valmis laskentapohja, joka on esitetty liitteessä 1.

- Alussa kirjoitin hyperstaattisen sauvarakenteen lähtötiedot
- Kani-menetelmissä käytin seuraavia merkkisääntöjä:
 - Myötäpäivään suuntautuvat päämomentit ovat positiivisia
 - Myötäpäivään suuntautuvat kiertymät ovat positiivisia
- Lasketaan alustava kiinteät päämomentit
- Lasketaan suhteellinen jäykkyys (k) ja kiertokerroin (U)

Suhteellinen jäykkys

$$K_{AB} = \frac{EI}{L_1} \quad (21)$$

$$K_{BC} = \frac{EI}{L_2 + L_3} \quad (22)$$

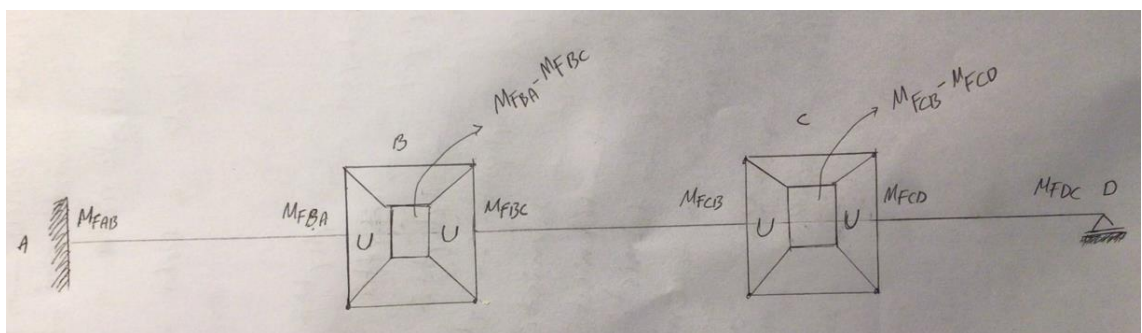
$$K_{CB} = \frac{EI}{L_2 + L_3} \quad (23)$$

$$K_{CD} = \frac{3 EI}{4 L_4} \quad (24)$$

Kiertokerroin

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{\sum k} \quad (25)$$

- Laaditaan Kanin Tauluko
 - Kirjoitetaan ylös jokaisen tuen kiinteät päämomentit sekä kiertokerroimet



Kuva 20. Kanin tauluko

- Lasketaan kiertokulman kontribuution (M')

$$M' = U [\Sigma M_F + \Sigma M''] \quad (26)$$

Jossa,

M'' on tukien loppupään momentit.

M_F on kiinteät päämomentit

- Kiertokulman kontribuution (M') laskeminen ja iteraatioprosessin jatkaminen
- Lopputukimomentin laskeminen

$$M_{AB} = M_{FAB} + 2M'_{AB} + M'_{BA} \quad (27)$$

- Jokaisen palkin jännevälin statiikan ratkaiseminen

4.4.2 CROSSin menetelmän avulla laskentapohjan tekeminen

Näiden vaiheiden kautta saatiin tehtyä valmis laskentapohja, joka on esitetty liitteessä 2.

- Alussa kirjoitin hyperstaattisen sauvarakenteen lähtötiedot
- CROSSin-menetelmissä käytin seuraavia merkkisääntöjä:
 - Myötäpäivään suuntautuvat päämomentit ovat positiivisia
 - Myötäpäivään suuntautuvat kiertymät ovat positiivisia
- Lasketaan alustava kiinteät päämomentit
- Lasketaan suhteellinen jäykkyys (k) ja jakautumiskerroin (D.F)

Suhteellinen jäykkyys

$$K_{AB} = \frac{4 EI}{L_1} \quad (28)$$

$$K_{BC} = \frac{4 EI}{L_2 + L_3} \quad (29)$$

$$K_{CB} = \frac{4 EI}{L_2 + L_3} \quad (30)$$

$$K_{CD} = \frac{3 EI}{4 L_4} \quad (31)$$

Jakautumiskerroin

$$D.F = \frac{K}{\sum k} \quad (32)$$

- Laaditaan CROSSin Tauluko
- Nivelen momenttien tasapainotus
- Siirrä momentit muihin niveliin.
- Toistan momenttien tasapainotuksen nivelessä
- Jatketaan iteraatioprosessia siihen asti, kunnes tasapainotus lähestyy nollaa
- Lopputukimomentin laskeminen

Piste	A	B		C		D
Sauva	AB	BA	BC	CB	CD	DC
D.F	0	0,45	0,55	0,52	0,48	0
F.E.M	-60,00	60,00	-24,00	36,00	-40,00	0
Tasaus1		-16,20	-19,80	2,08	1,92	
C.O.M1	-8,10		1,04	-9,90		
Tasaus2		-0,47	-0,57	5,15	4,75	
C.O.M2	-0,23		2,57	-0,29		
Tasaus3		-1,16	-1,42	0,15	0,14	
C.O.M3	-0,58		0,07	-0,71		
Tasaus4		-0,03	-0,04	0,37	0,34	
C.O.M4	-0,02		0,18	-0,02		
Tasaus5		-0,08	-0,10	0,01	0,01	
M _x	-68,93	42,06	-42,06	32,84	-32,84	0

Tasaus 1

$$BA := -1 \cdot (60 - 24) \cdot 0,45 = -16,2$$

$$BC := -1 \cdot (60 - 24) \cdot 0,55 = -19,8$$

$$CB := -1 \cdot (36 - 40) \cdot 0,52 = 2,08$$

$$CD := -1 \cdot (36 - 40) \cdot 0,48 = 1,92$$

Siirettävä momentti (C.O.M1)

$$AB := \frac{1}{2} \cdot (-16,2) = -8,1$$

$$BC := \frac{1}{2} \cdot (2,08) = 1,04$$

$$CB := \frac{1}{2} \cdot (-19,8) = -9,9$$

Tasaus 2

$$BA := -1 \cdot (1,04) \cdot 0,45 = -0,468$$

$$BC := -1 \cdot (1,04) \cdot 0,55 = -0,572$$

$$CB := -1 \cdot (-9,9) \cdot 0,52 = 5,148$$

$$CD := -1 \cdot (-9,9) \cdot 0,48 = 4,752$$

Siirettävä momentti (C.O.M2)

$$AB := \frac{1}{2} \cdot (-0,468) = -0,234$$

$$BC := \frac{1}{2} \cdot (5,148) = 2,574$$

$$CB := \frac{1}{2} \cdot (-0,572) = -0,286$$

Tasaus 3

$$BA := -1 \cdot (2,574) \cdot 0,45 = -1,158$$

$$BC := -1 \cdot (2,574) \cdot 0,55 = -1,416$$

$$CB := -1 \cdot (-0,286) \cdot 0,52 = 0,149$$

$$CD := -1 \cdot (-0,286) \cdot 0,48 = 0,137$$

Kuva 21. Crossin tauluko

- Jokaisen palkin jännevälin statiikan ratkaiseminen

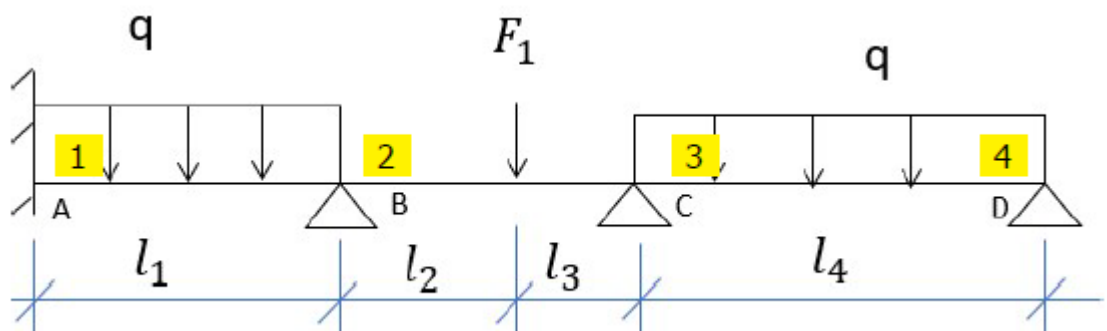
4.4.3 Momenttimenetelmän avulla laskentapohja tekeminen

Näiden vaiheiden kautta saatiin tehtyä valmis laskentapohja, joka on esitetty liitteessä 3.

- Alussa kirjoitin hyperstaattisen sauvarakenteen lähtötiedot
- Momenttimenetelmissä käytin seuraavia merkkisääntöjä:
 - Myötäpäivään suuntautuvat päämomentit ovat positiivisia
 - Myötäpäivään suuntautuvat kiertymät ovat positiivisia
- Tarkistetaan, onko palkki sivuttaissiirtymätön tai sivuttaissiirtyvä.

$$n_{sii} = 2k - t - s \quad (33)$$

- Jokainen tukipiste numeroidaan



Kuva 22. Hyperstaattinen teräspalkki

- Toteutetaan tasapainoehdot (momentit) ja yhteensopivuusehdot (kiertymä)
- Kirjoitetaan yhtälöt näille kiertymälle ja momentit ovat tuntemattomia.

$$\varphi_{ij} = \alpha_{ij}M_{ij} - \beta_{ij}M_{ji} + \psi_{ij} + \alpha_{ij}^0 \quad (i \neq j) \quad (34)$$

- Lasketaan kiinteiden päiden momentit yhtälöryhmän avulla
- Lopuksi ratkaistaan jatkuvapalkin tukireaktiot, leikkaukset ja momentit

4.4.4 Kiinteiden päämomenttien tulosten esittäminen

Kuten liitteenä olevasta tauluko 1:sta nähdään, voimme mitoittaa staattisesti määräämättömän palkin Momenttimenetelmän mukaisesti, koska siinä on annettu pienin kiinteän päämomentin lukuarvo. Toisaalta, mikäli palkin jäyhyysmomentin arvot muuttuvat, olisi sauvan vakioarvojen määrittäminen hyvin haastavaa. Tästä syystä momenttimenetelmä ei sovellu monimutkaisten teräspalkkien mitoitukseen.

Tässä tapauksessa Crossin menetelmä on soveltuvin vaihtoehto monimutkaisten teräspalkkien analysointiin, sillä sen ratkaisuprosessi perustuu iteratiiviseen lähestymistapaan. Mutta jos virheitä esiintyy, niiden tunnistaminen ja korjaaminen voi olla haasteellista.

Hardy Crossin menetelmä jakaa vain epätasapainoiset momentit nivelpisteissä, kun taas Kani-menetelmä jakaa kaikki nivelessä olevat momentit missä tahansa iteraation vaiheessa. Tästä syystä tämä menetelmä on parempi kuin Crossin menetelmä sekä Momenttimenetelmä. (Srinivas, 2020)

Tauluko 1. kiinteät päämomentit

Kiinteät päämomentit (kNm)				
	MA	MB	MC	MD
Kani-menetelmä	-69,14	-41,88	-32,8	0
Crossin Menetelmä	-68,93	-42,07	-32,84	0
Momenttimenetelmä	-71,82	-36,37	-27,31	0

5 Hyperstaattisen teräspalkin mitoitus

Palkit ovat rakenteellisia elementtejä, jotka muodostuvat pitkistä, sauvojen osista. Ne on suunniteltu kestämään pääasiassa taivutusta ja leikkausvoimia. Palkit vois olla jatkuvia tai yksiaukkoisia, palkkien tukeminen voidaan toteuttaa monin eri tavoin. Kun palkki on taivutettu, on tärkeää ottaa huomioon mahdollisuus, että se saattaa kiepahtaa, erityisesti jos sitä ei ole asianmukaisesti tuettu sen heikommalla akselilla. Käytännön käyttöolosuhteissa palkin taipuma muodostuu usein ratkaisevaksi tekijäksi sen mitoituksessa. (Teräsrakenneyhdistys, 2020, s.109)

5.1 Taivutuskestävyys



Kuva 23. Taivutettupalkki

Taivutuskestävyys teräsrakenteissa viittaa rakenteen kykyyn kestää taivutusvoimia ilman, että se menettää toiminnallisuuttaan tai vaurioita. Taivutusvoimat aiheuttavat ulkoisista kuormista, kuten painosta, tuulesta, lumesta tai liikkuvista kuormista. Palkin poikkileikkauksen taivutuskestävyys lasketaan alla oleva kaavasta. (Teräsrakenneyhdistys, 2020, s.83)

$$M_{c,Rd} = \frac{f_y W_{pl}}{\gamma_{M0}} \quad \text{Kun poikkileikkausluokka on 1 tai 2} \quad (21)$$

$$M_{c,Rd} = \frac{f_y W_{el,min}}{\gamma_{M0}} \quad \text{Kun poikkileikkausluokka on 3} \quad (22)$$

$$M_{c,Rd} = \frac{f_y W_{eff,min}}{\gamma_{M0}} \quad \text{Kun poikkileikkausluokka on 4} \quad (23)$$

Missä,

$M_{c,Rd}$ on taivutuskestävyys mitoitus arvo

W_{pl} on plastisuusteoriassa käytettävä taivutusvastus

$W_{el,min}$ on Kimmoteoriassa käytettävä taivutusvastus

$W_{eff,min}$ on Kimmoteoriassa käytettävä taivutusvastus teholliselle poikkileikkaukselle.

5.2 Leikkauskestävyys



Kuva 24. Palkki, jota leikkausvoima kuormittaa.

Leikkauskestävyys teräspalkissa viittaa palkin kykyyn vastusta leikkausvoimia, jotka pyrkivät liikuttamaan palkin osia toistensa suhteen vaakasuunnassa. Leikkausvoiman mitoitusarvo pitää olla pienempi kuin poikkileikkauksen kestävyys. (Teräsrakenneyhdistys, 2020, s.85)

$$V_{Ed} \leq V_{c,Rd}$$

(24)

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = \frac{A_v \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}} \right)}{\gamma_{M0}} \quad (25)$$

A_v on kuorman vaikutustason mukainen leikkauspinta-ala.

V_{Ed} on leikkauksen mitoitusarvo

$V_{c,Rd}$ on poikkileikkauksen leikkauskestävyys

5.3 Kiepahduskestävyys



Kuva 25. Palkki, joka on kiepahdettu kuorman takia.

Kiepahduskestävyys teräsrakentamisessa on käsite, joka liittyy teräsrakenteiden kykyyn kestää kiepahdusta, eli jäsenen äkillistä epävakautta, joka voi johtaa rakenteen romahtamiseen. Tämä ilmiö on erityisen merkittävä pitkissä ja hoikissa teräspilareissa tai -palkissa, jotka ovat alttiita sivuttaisille kuormille tai epäsymmetriselle rasitukselle.

Kiepahdus tapahtuu, kun jäsenen kuormitus saavuttaa kriittisen pisteen, jossa se ei enää pysty säilyttämään muotoaan. Tämä voi johtua monista tekijöistä, kuten jäsenen pituudesta, poikkileikkauksen muodosta, tukiehdoista, materiaalin ominaisuuksista ja kuormituksen luonteesta. Teräsrakenteiden suunnittelussa on tärkeää ottaa huomioon kiepahduskestävyys, jotta voidaan varmistaa rakenteen turvallisuus ja lujuus erilaisissa kuormitustilanteissa. (Teräsrakenneyhdisty, 2020, s.99)

Kiepahduskestävyys lasketaan seuraavalla kaavalla:

(SFS-EN 1993-1-1, s.65)

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \quad (26)$$

Missä,

M_{Ed} on taivutusmomentin mitoitusarvo

$M_{b,Rd}$ on kiepahduskestävyyden mitoitusarvo

$$M_{b,Rd} = X_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (\text{SFS-EN 1993-1-1, s.65}) \quad (27)$$

$W_y = W_{pl,y}$ kun poikkileikkausluokka on 1 tai 2

$W_y = W_{el,y}$ kun poikkileikkausluokka on 3

$W_y = W_{eff,y}$ kun poikkileikkausluokka on 4

X_{LT} on kiepahduskestävyyden pienennystekijä, joka valitaan joltakin kiepahduskäyrältä

γ_{M1} on sauvojen kestävyyksille stabiiliuden suhteen

6 Pohdinta ja johtopäätökset

Momenttitasausmenetelmä, jota johti professori Hardy Cross, ja Kani-menetelmä, jonka esitteli Gasper Kani tarjoavat molemmat arvokkaita lähestymistapoja rakenteelliseen analyysiin niiden omilla eduilla ja rajoituksilla. Hardy Crossin menetelmä jakaa vain epätasapainoiset momentit nivelessä, kun taas Kani-menetelmä jakaa kaikki nivelmomentit missä tahansa iteraation vaiheessa. Tästä syystä Kani-menetelmä on usein tehokkaampi kuin Crossin menetelmä tai momenttimenetelmä.

Professori Hardy Crossin kehittämä momentintasausmenetelmä on tehokas työkalu staattisesti määräämättömien rakenteiden analysoinnissa, sillä se vähentää tarvittavien yhtälöiden määrää. Menetelmän soveltuvuudessa kuitenkin ilmenee rajoituksia, kun sitä käytetään jäykkiin kehyksiin, kuten sivusiirtyviin tai epäsymmetrisiin rakenteisiin. Crossin menetelmä on iteratiivinen ja soveltuu erityisesti määräämättömien rakenteiden momenttien määrittämiseen. Tässä prosessissa rakenteen liitoskohdat jäykistetään ja vapautetaan järjestelmällisesti, jotta momentit saadaan tasapainotettua kullakin liitoskohdalla momenttien jakautumisen perusteella niiden jäykkyyden mukaan.

Vaikka tämä menetelmä on tarkka ja tarjoaa syvällistä ymmärrystä rakenteiden momenttien tasapainotuksesta, se voi olla työläs ja vaatii useita iteraatioita, erityisesti monimutkaisten rakenteiden kohdalla. Menetelmän askel askeleelta etenevä lähestymistapa tekee siitä erityisen sopivan käsikäyttöisiin laskelmiin ja opetustarkoituksiin, tarjoten selkeän kuvan rakenteiden käyttäytymisestä kuormituksen alla. Se on yleisesti käytössä yksinkertaisten rakenteiden ja opetusikäytön analysointiin, ja sitä hyödynnetään laajasti akateemisissa ympäristöissä rakennustekniikan opetuksessa sekä käytännön sovelluksissa yksinkertaisempien rakenteiden kohdalla. Momentintasausmenetelmä voi vaatia useita iteraatioita konvergoituaakseen, erityisesti monimutkaisissa ja erittäin määräämättömissä rakenteissa.

Gaspar Kanin 1940-luvulla kehittämä menetelmä on suunniteltu erityisesti jatkuvapalkkien ja kehärakenteiden analysointiin. Menetelmässä tuntemattomat kiinteät päämomentit jaetaan vierekkäisille liitoksille, säilyttäen kaltevuuksien ja siirtymien jatkuvuuden. Kanin lähestymistapa jakaa kokonaiset niveliin kohdistuvat momentit minkä tahansa iteraatiovaiheen aikana ja tarjoaa näin järjestelmällisen jakomenetelmän. Menetelmän itsekorjaava ominaisuus varmistaa, että aiemmissa vaiheissa ilmenneet virheet korjataan myöhemmissä vaiheissa.

Kani-menetelmä perustuu jäykkyyteen ja käyttää jakautumiskertoimia ja kantavuuskertoimia momenttien määrittämiseen rakenteissa. Se perustuu liitoskohdan kulmamuuutosten laskemiseen ja on tunnettu systemaattisesta lähestymistavastaan, mikä tekee siitä erityisen soveltuvan tietokoneavusteiseen analyysiin. Menetelmä on yleisesti ottaen yksinkertaisempi ja vähemmän iteratiivinen kuin hetkien jakomenetelmä, ja se on erityisen tehokas korkean staattisen määräämättömyyden rakenteissa sekä tietokoneohjelmia käytettäessä.

Kani-menetelmä on vakiinnuttanut asemansa modernissa rakennusinsinööritieteessä erityisesti Aasiassa, mutta sen käyttö ei ole yleistynyt Suomessa. Tämä lähestymistapa on erityisen suosittu useampikerroksisten kehikoiden ja sääntönmukaisuudesta poikkeavien rakenteiden analyysissä. Menetelmän systemaattisuuden vuoksi se onkin monesti valittu vaihtoehto laajojen ja kompleksisten rakennelmien tutkimiseen.

Molemmat menetelmät tarjoavat erityiset edut hyperstaattisessa syvärakenteiden analyysissä. CROOSin menetelmä sopi hyvin staattisesti määrättyjen rakenteisiin, kun taas Kani-menetelmä erottuu erityisesti siinä, että se tarjoaa kattavan tavan jakaa nivelkohtaisia momentteja ja sillä on sisäänrakennettu kyky korjata virheitä itse, mikä tekee siitä erityisen hyödyllisen epäsymmetristen jatkuvapalkin ja kehärakenteiden analysoinnissa, jotka ovat sivusiirtyvä. On äärimmäisen tärkeää ymmärtää näiden menetelmien vahvuudet ja heikkoudet, kun valitaan sopivinta lähestymistapaa rakenteen ominaisuuksien ja monimutkaisuuden perusteella.

Momenttimenetelmä, jota käytetään laajasti rakenneinsinöörien keskuudessa, on erityisen tehokas ja opetuksellisesti arvokas perinteisten rakenteiden, kuten yksinkertaisten hyperstaattisten palkkien, joissa on enintään kolme tukea, analysoinnissa. Tämä menetelmä tarjoaa perustan taivutusmomenttien ja leikkausvoimien jakaantumisen ymmärtämiseen rakenteissa ja on suosittu opetusväline akateemisissa piireissä sekä yksinkertaisten rakenteiden analysoinnissa käytännön tilanteissa. Sen havainnollisuus ja suoraviivaisuus tekevät siitä suosittun menetelmän erityisesti opetusesimerkeissä.

Toisaalta, kun kyseessä ovat monimutkaisemmat rakenteelliset haasteet, kuten monikerroksiset rungot, momenttimenetelmän manuaalinen luonne ja monivaiheisuus voivat olla rajoittavia. Tämän menetelmän käyttö voi olla aikaa vievää ja monimutkaista, erityisesti Excel-taulukkolaskentaan tai rakenteiden analysointiohjelmistoihin sovellettaessa. Suuri määrä tuotettavia kaavoja ja monia tuntemattomia yhtälöitä ratkaisuprosessissa lisäävät virheiden riskiä, mikä voi tehdä prosessista työläämmän ja vähentää tarkkuutta. Jos ratkaisuprosessissa ilmenee virheitä, ne voivat jäädä huomaamatta, sillä momenttimenetelmä ei ole itsekorjaava.

Vaikka momenttimenetelmä ei ole kaikkein tarkin menetelmä ja se voi olla rajoittava monimutkaisemmissa rakenteissa, sen selkeys ja yksinkertaisuus tekevät siitä arvokkaan työkalun opetuksessa ja yksinkertaisten rakenteiden analysoinnissa.

Asiantuntijan haastattelun perusteella selvisi, että manuaalinen leikkausvoima- ja momenttikaavioiden laskenta on jäänyt menneisyyteen. Nykytekniikan aikakaudella rakenteiden analyysi suoritetaan käyttäen erikoistuneita rakenneteknisiä ohjelmistoja, jotka tarjoavat tarkkuutta ja nopeutta.

Asiantuntija korosti, että tietyissä salaisissa projekteissa on suuri hyöty siitä, jos hallitsee manuaaliset analyysimenetelmät hyperstaattisten rakenteiden tutkimiseen. Tällainen osaaminen ei ainoastaan lisää joustavuutta ja itsenäisyyttä prosessissa, vaan voi myös tarjota tärkeitä näkökulmia ja ymmärrystä rakenteiden

toiminnasta tilanteissa, joissa tietoteknisiä apuvälineitä ei voida käyttää tai niiden käyttöä halutaan tietoisesti rajoittaa. Manuaalinen lähestymistapa voi myös olla arvokas riskienhallinnan ja turvallisuuden kannalta, tarjoten ylimääräisen varmistuksen ja syvemmän ymmärryksen rakenteellisista haasteista.

Tässä opinnäytetyössä on keskitytty valikoituihin rakennetekniikan aihealueisiin, mutta jätetty tietoisesti käsittelemättä käyttörajatilan analyysit ja vääntötarkastellut murtorajatilanteissa. Tämä lähestymistapa mahdollistaa syvällisemmän keskittymisen muihin tutkimusalueisiin samalla, kun se avaa ovet näiden erityisaiheiden tarkempaan tutkintaan tulevaisuuden töissä. Tällä tavoin työ tuo esille tietyn tutkimusalueen, mutta tunnustaa samalla tarpeen laajemmalle tutkimukselle kyseisten, työn ulkopuolelle jääneiden aiheiden osalta.

7 Yhteenveto

Tässä opinnäytetyössä on tehty kirjallista tutkimusta ja luotu laskentapohja kolmelle menetelmälle, joilla ratkaistaan hyperstaattisten rakenteiden voimajakaumia. Työssä syvennytään erityisesti Kani-menetelmän tarkasteluun, joka on tunnettu tarkkuudestaan ja tehokkuudestaan rakennetekniikan alalla. Menetelmän soveltuvuutta staattisesti määräämättömien teräspalkkien suunnitteluun ja analyysiin tutkitaan korostaen sen laskentastrategioita ja käytännön merkitystä. Työ yhdistää kirjallisuustutkimuksen ja asiantuntijahaastattelut. Pääpaino on kirjallisuudessa, mutta haastattelut tuovat tutkimukseen käytännön työelämän näkökulmia ja hiljaista tietoa.

Opinnäytetyö käsittelee myös Hardy Cross -menetelmää, joka on aiempi tekniikka ja jolla on ollut merkittävä vaikutus nykyaikaisiin rakenteellisen analyysin käytäntöihin. Tutkimalla sen metodologiaa, työ vertailee menetelmiä tarkkuuden, käyttöhelppouden ja soveltuvuuden osalta erilaisiin rakenteellisiin tilanteisiin.

Tutkimuksen ydin on vertaileva analyysi Momenttimenetelmän kanssa, joka on laajalti tunnustettu tekniikka rakennetekniikassa. Vertailun tavoitteena on paljastaa Kani- ja Hardy Cross -menetelmien suhteelliset vahvuudet ja rajoitukset Momenttimenetelmään verrattuna. Vertailukriteereihin kuuluu laskennallinen tehokkuus, tarkkuus, soveltamisen yksinkertaisuus ja soveltuvuus erityyppisiin teräsrakenteisiin.

Tämä työ, teoreettisen analyysin ja tapaustutkimusten avulla, auttaa ymmärtämään paremmin rakennetekniikan menetelmiä. Se neuvoo insinöörejä ja tutkijoita valitsemaan parhaat menetelmät staattisesti määräämättömien teräsrakenteiden käsittelyyn, parantaen näin työtapoja.

Lopuksi mitoitettiin hyperstaattinen teräspalkki, ottaen huomioon maksimaalinen ja minimaalinen leikkausvoima sekä taivutusmomentti, jotka laskettiin käyttäen Hardy Cross -menetelmää, Kani-menetelmää ja Momenttimenetelmää.

Lisätutkimustarpeena on Kani-menetelmän soveltuvuuden selvittäminen käyttörajatilan ja murtorajatilan vääntötarkasteluihin, koska se jätettiin tämän opinnäytetyön rajauksen ulkopuolella.

Lähteet

Teräsrakenteiden suunnittelu ja mitoitus. 2020. Eurocode 3 -oppikirja. Helsinki: Teräsrakenneyhdistys.

SFS-EN 1993-1-1. 2005. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Suomi: Suomen standardisoimisliitos SFS.

SFS-EN 1993-1-1. 2005. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Kansallinen liite. Suomi: Ympäristöministeriö

Eurocode 3 käsikirja EN 1993-1-1 Teräsrakenteiden suunnittelu: Osa 1-1 Yleiset ja rakennuksia koskevat säännöt. Helsinki: Teräsrakenneyhdistys.

RIL 201-1-2017 Suunnitteluperusteet ja rakenteiden kuormat. Eurokoodit EN 1991-1-1-3, EN 1991-1-1-4. Suomen Rakennusinsinöörien Liito RIL ry.

RIL 201-1-2011 Suunnitteluperusteet ja rakenteiden kuormat. Eurokoodit EN 1991-1-1-3, EN 1991-1-1-4. Suomen Rakennusinsinöörien Liito RIL ry.

RIL 144-2002 Rakenteiden kuormitusohjeet. Suomen Rakennusinsinöörien Liito RIL ry.

Aalto, Jukka n.d. Rak-54.111 Rakenteiden mekaniikka B.
http://rmseura.tkk.fi/opetusmonisteita/LMY_L.pdf (luettu 21.12.2023)

Aalto, Jukka n.d. Rak-54.1300 Rakenteiden mekaniikan perusteet.
http://rmseura.tkk.fi/opetusmonisteita/RMP_H.pdf (luettu 31.11.2023)

Salmi, T. & Kuula, K. 2012. Rakenteiden mekaniikka. Tampere: Pressus OY

Al Nageim, H. & MacGinley, T. 1998. Steel Structures. Great Britain: TJI Digital, Padstow, Cornwall.

Hibbeler, R.C. 1999. Structural Analysis. Upper Saddle River, NJ 07458: Prentice Hall, inc.

McKENZIE, W.M.C. 2006. Examples in Structural Analysis. 2 Park Square, Milton Park, Abingdon, Oxon OX14 4RN: Taylor & Francis.

Megson, Dr.T.H.G. 2005. Structural and Stress Analysis. Great Britain: Butterworth-Heinemann.

Kouhia, R. 2009. Muutama huomio momenttimenetelmän käytöstä kehäraakenteiden analysoinnissa. PL 2100, 02015 TKK: TKK, Rakenne- ja rakennustuotantotekniikan laitos.

Harwalkar, Prof. A.B. 2007. Kani's Method for Analysis of Indeterminate Structures. India: PDA College of Engineering Gulbarga.

Bhavikatti, S S. 2013. Structural Analysis - II. India: Vikas Publishing House Pvt LTD.

Maankäyttö- ja rakennuslaki. 1999. Ympäristöministeriö. <https://finlex.fi/fi/laki/ajantasa/1999/19990132#L17-2P117>

Ympäristöministeriön asetus kantavista rakenteista 477/2014. Ympäristöministeriö. <https://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/2014/20140477>

Srinivas, Kodali. 2020. Analysis of Frames-Kani's Method. <https://prof-kodali.blogspot.com/2020/10/analysis-of-frames-kanis-method.html> (luettu 10.1.2024)

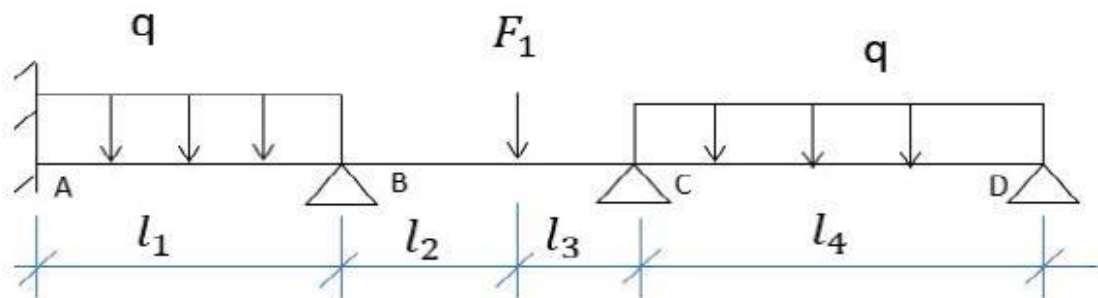
Kivitaloinfo, n.d. Kantavien rakenteiden suunnittelu. <https://kivitaloinfo.fi/kivitalon-suunnittelu/rakennesuunnittelu/kantavien-rakenteiden-suunnittelu/> (luettu 7.1.2024)

Haastattelut

Asiantuntija A. 8 vuoden kokemus Rakennesuunnittelusta.

Haastattelu: 13.12.2024

Kani-menetelmä



Lähtötiedot

q	20	kN/m	Viiva kuroma
F ₁	50	kN	Piste kuroma
q	20	kN/m	pistekuroma

l ₁	6 m	Jännevälin pituus
l ₂	3 m	Jännevälin pituus
l ₃	2 m	Jännevälin pituus
l ₄	4 m	Jännevälin pituus

Vaihe 1: Alustava Kiinteät päämomentit

$$M_{FA} = \frac{-qL_1^2}{12} = -60,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FB} = \frac{qL_1^2}{12} = 60,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FBC} = \frac{-F_1 \cdot l_2 \cdot l_3^2}{(l_2 + l_3)^2} = -24,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FCB} = \frac{F_1 \cdot l_3 \cdot l_2^2}{(l_2 + l_3)^2} = 36,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FCD} = \frac{-qL_4^2}{12} = -26,67 \text{ kNm}$$

$$M_{FDC} = \frac{qL_4^2}{12} = 0,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FC} = \frac{-qL_4^2}{12} = -40 \text{ kNm}$$

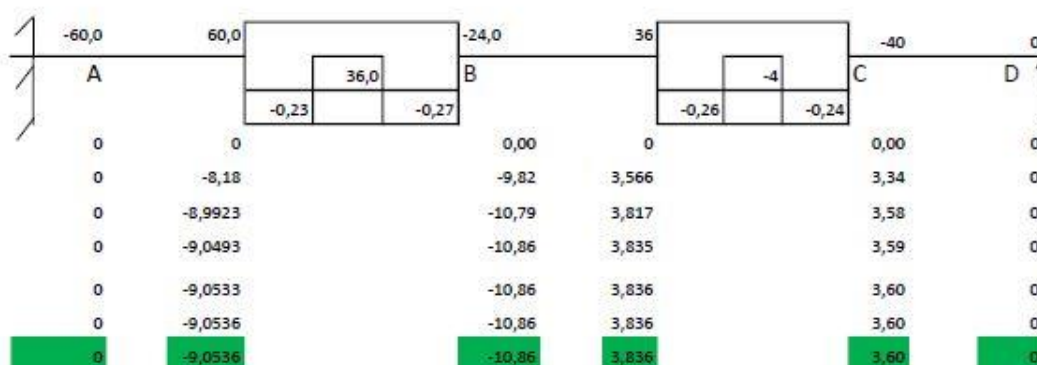
Huomio!
 $M_{FCD} = (0,5 \cdot -26,67 - 26,67)$
 $M_{FCD} = -40 \text{ kNm}$

Vaihe 2: Jäykkyys ja kiertokerroin

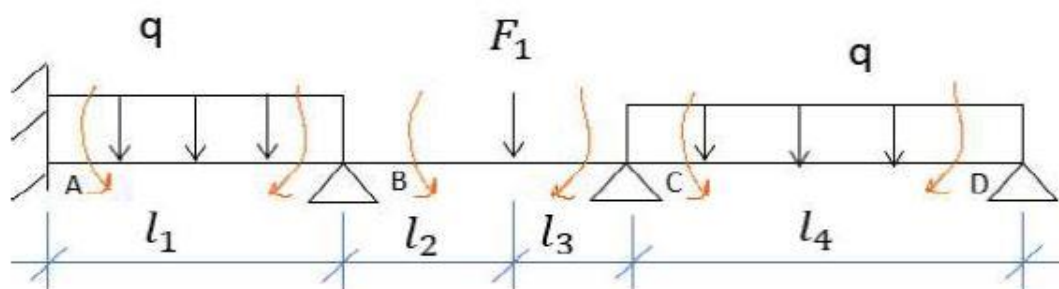
sauva	jäyhysmomentti	
A-B	1	I
B-C	1	I
C-D	1	I

solmu	sauva	Suhteellinen jäykkyys(K)		Σk	jakelijatekijä	kiertokerroin
					$k/\Sigma k$	$U = -0,5*(k/\Sigma k)$
B	BA	EI/l	0,17	0,37	0,45	-0,23
	BC	$EI/(l/2+l/3)$	0,20		0,55	-0,27
C	CB	$EI/(l/2+l/3)$	0,20	0,39	0,52	-0,26
	CD	$3/4*(EI/l/4)$	0,19		0,48	-0,24

Vaihe 3: Kanin tauluko



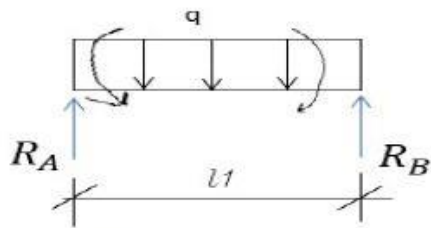
Vaihe 4: Kiinteät päämomentit



Kiinteät päämomentit	
M_AB	-69,1 kNm
M_BA	41,89 kNm
M_BC	-41,9 kNm
M_CB	32,81 kNm
M_CD	-32,8 kNm
M_DC	0,00 kNm

A	69,05 kNm
B	41,89 kNm
C	32,81 kNm
D	0 kNm

Vaihe 5: Lasketaan jatkuvapalkin tukireaktiot, momentit ja leikkausvoimat



RB	55	kN
RA	64,5	kN
x	3,23	m

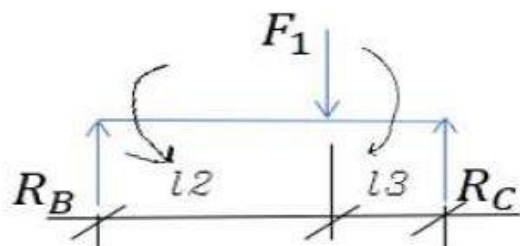
$$R_B = \frac{q \cdot l^2}{2} - M_A + M_B$$

$$R_A = q \cdot l_1 - R_B$$

$$x = \frac{R_A \cdot l_1}{R_A + R_B}$$

x	Q(x)	kN	M(x)	kNm
0	64,5	kN		
0,5	54,5	kN		
1	44,5	kN		
1,5	34,5	kN		
2	24,5	kN		
2,5	14,5	kN		
3	4,5	kN		
3,2	0,0	kN	35	kNm
4	-15,5	kN		
4,5	-25,5	kN		
5	-35,5	kN		
5,5	-45,5	kN		
6	-55,5	kN		

$$M_x = R_A \cdot x - M_{AB} \cdot \left(q \cdot \frac{x^2}{2} \right)$$



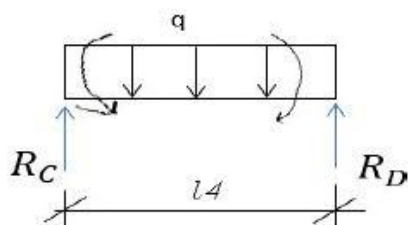
RB	22	kN
RC	28	kN
x	3	m

$$R_C = \frac{F_1 \cdot l_2 - M_B + M_C}{l_2 + l_3}$$

$$R_B = F_1 - R_C$$

l	Q(x)	kN	M(x)	kNm
0	21,82		kN	
3	21,82		23,56	kNm
3	-28			
4	-28			
5	-28			

$$M_x = R_B \cdot l_2 - M_B$$



RC	48,20	kN
RD	31,80	kN
x	2,41	m

$$x = \frac{R_C \cdot l_4}{R_C + R_D}$$

$$R_D = \frac{\frac{q \cdot l_4^2}{2} - M_C}{l_4}$$

$$R_C = q \cdot l_4 - R_D$$

x	Q(x) (kN)	M(x) (kNm)
0,00	48,20	
0,50	38,20	
1,00	28,20	
1,50	18,20	
2,00	8,20	
2,41	0,00	
2,50	-1,80	25,28
3,00	-11,8	
3,50	-21,8	
4,00	-31,8	

$$M_x = R_C \cdot x - M_C \cdot \left(q \cdot \frac{x^2}{2} \right)$$

Tukireaktiot		
RA	64,53	kN
RB	77,29	kN
RC	76,38	kN
RD	31,80	kN

$$R_B := 55 \text{ kN} + 22 \text{ kN} = 77 \text{ kN}$$

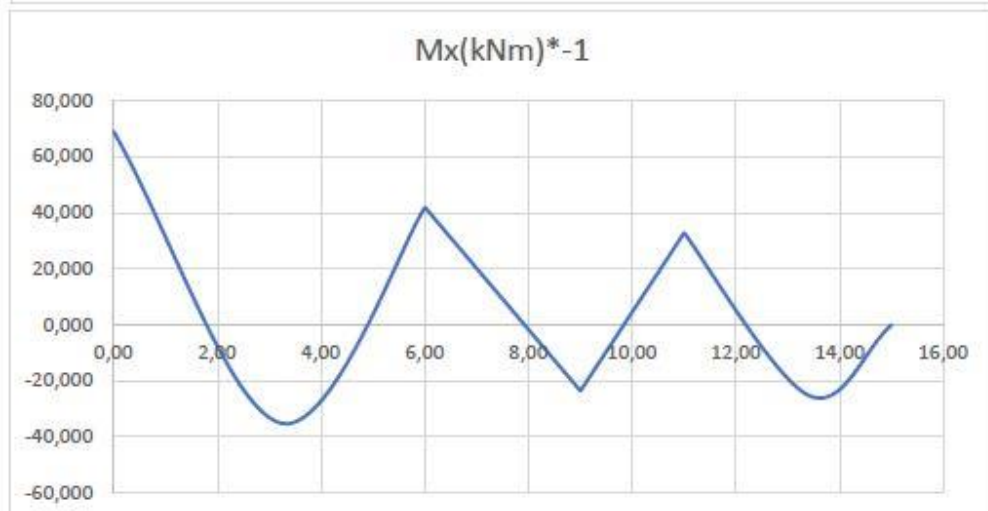
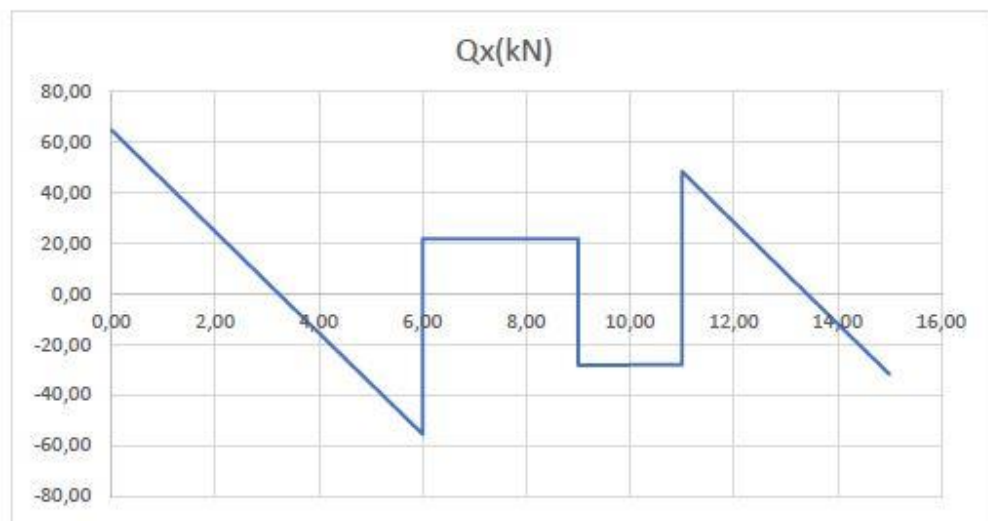
$$R_C := 28 \text{ kN} + 48.2 \text{ kN} = 76.2 \text{ kN}$$

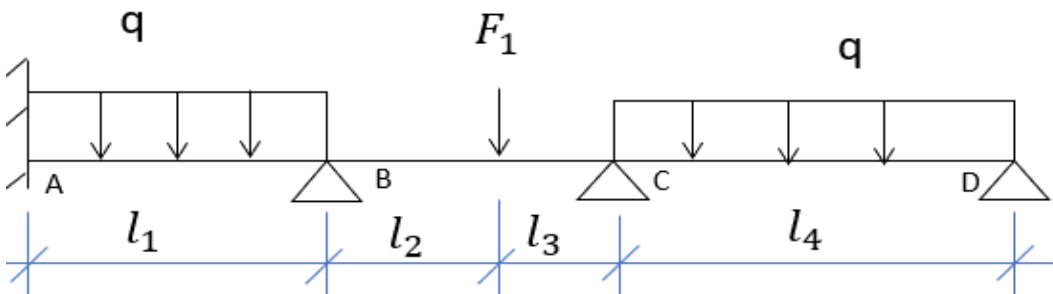
Vaihe 6: Leikkauksen ja momentin kuva

x(m)	Qx(kN)	Mx(kNm)	Mx(kNm)*-1
0,00	64,53	-69,05	69,054
3,23	0,00	35,04	-35,039
6,00	-55,47	-41,9	41,893
6,00	21,82	-41,9	41,893
9,00	21,82	23,56	-23,558
9,00	-28,18	23,56	-23,558
11,00	-28,00	-33	32,808
11,00	48,2	-33	32,808
13,41	0,00	25,28	-25,278
15,00	-31,80	0,00	0,000

Qx(min)	Qx(max)	yksikkö
-55,47	64,53	kN

Mx(min)	Mx(max)	yksikkö
-69,05	35,04	kNm





Lähtötiedot

q	20	kN/m	Viiva kuroma
F_1	50	kN	Piste kuroma
q	20	kN/m	pistekuroma

l_1	6 m	Jännevälin pituus
l_2	3 m	Jännevälin pituus
l_3	2 m	Jännevälin pituus
l_4	4 m	Jännevälin pituus

Vaihe 1: Alustava Kiinteät päämomentit

$$M_{FAB} = \frac{-qL^2}{12} = -60,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FBA} = \frac{qL^2}{12} = 60,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FBC} = \frac{-F_1 * l_2 * l_3^2}{(l_2 + l_3)^2} = -24,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FCB} = \frac{F_1 * l_3 * l_2^2}{(l_2 + l_3)^2} = 36,00 \text{ kNm}$$

$$M_{FCD} = \frac{-qL^2}{12} = -26,67 \text{ kNm}$$

$$M_{FDC} = \frac{qL^2}{12} = 26,67 \text{ kNm}$$

$$M_{FCD} = \frac{-qL^2}{12} = -40 \text{ kNm}$$

Huomio!

$$M_{FCD} = (0,5 * -26,67 - 26,67)$$

$$M_{FCD} = -40 \text{ KN*m}$$

Vaihe 2: Jäykkyys ja kiertokerroin

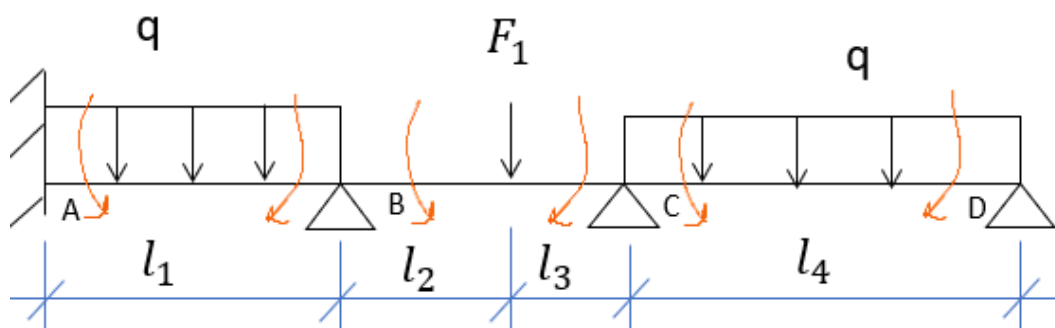
sauva	jäyhysmomentti	
A-B	1	l
B-C	1	l
C-D	1	l

solmu	sauva	Suhteellinen jäykkyys(K)		Σk	jakautumiskerroin
					D.F=k/ Σk
B	BA	$4EI/l$	0,67	1,47	0,45
	BC	$4EI/(l/2+l/3)$	0,80		0,55
C	CB	$4EI/(l/2+l/3)$	0,80	1,55	0,52
	CD	$3EI/l$	0,75		0,48

Vaihe 3: CROSSin tauluko

Piste	A	B		C		D
Sauva	AB	BA	BC	CB	CD	DC
D.F	0	0,45	0,55	0,52	0,48	0
F.E.M	-60,0	60,00	-24,00	36,00	-40,0	0
Tasaus		-16,36	-19,636	2,06	1,935	
C.O.M	-8,18		1,03226		-9,82	
Tasaus		-0,469	-0,563	5,067	4,751	
C.O.M	-0,23		2,53372		-0,28	
Tasaus		-1,152	-1,382	0,145	0,136	
C.O.M	-0,58		0,07265		-0,69	
Tasaus		-0,033	-0,0396	0,357	0,334	
C.O.M	-0,02		0,17833		-0,02	
Tasaus		-0,081	-0,0973	0,01	0,01	

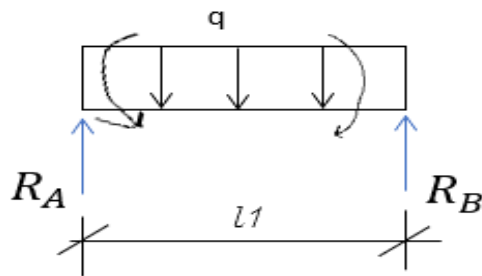
Vaihe 4: Kiinteät päämomentit



Kiinteät päämomentit			
M_AB		-69,0	kNm
M_BA		41,90	kNm
M_BC		-41,90	kNm
M_CB		32,83	kNm
M_CD		-32,83	kNm
M_DC		0,00	kNm

A		69,01	kNm
B		41,90	kNm
C		32,83	kNm
D		0,00	kNm

Vaihe 5: Lasketaan jatkuvapalkin tukireaktiot, momentit ja leikkausvoimat



x	Q(x)	kN	M(x)	kNm
0	64,5	kN		
0,5	54,5	kN		
1	44,5	kN		
1,5	34,5	kN		
2	24,5	kN		
2,5	14,5	kN		
3	4,5	kN		
3,23	0,0	kN	35,06	kNm
4	-15,5	kN		
4,5	-25,5	kN		
5	-35,5	kN		
5,5	-45,5	kN		
6	-55,5	kN		

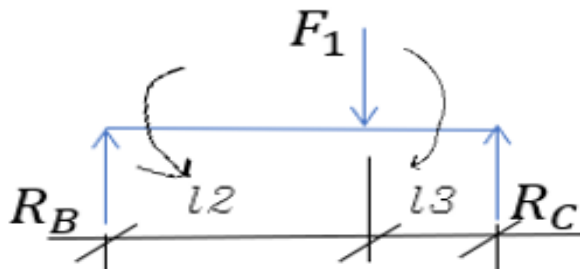
$$R_B = \frac{\frac{q \cdot l^2}{2} - M_A + M_B}{l_1}$$

RB	55,5	kN
RA	64,5	kN
x	3,23	m

$$R_A = q \cdot l_1 - R_B$$

$$x = \frac{R_A \cdot l_1}{R_A + R_B}$$

$$M_x = R_A \cdot x - M_{AB} \cdot \left(q \cdot \frac{x^2}{2} \right)$$



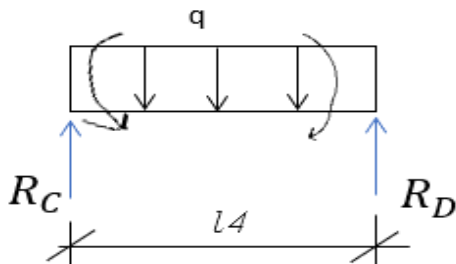
RB	21,81	kN
RC	28,19	kN
x	3	m

$$R_C = \frac{F_1 \cdot l_2 - M_B + M_C}{l_2 + l_3}$$

$$R_B = F_1 - R_C$$

l	Q(x)	kN	M(x)	kNm
0	21,81	kN		
3	21,81	kN	23,54	kNm
3	-28	kN		
4	-28	kN		
5	-28	kN		

$$M_x = R_B \cdot l_2 - M_B$$



RC	48,21	kN
RD	31,79	kN
x	2,41	m

$$x = \frac{R_C \cdot l_4}{R_C + R_D}$$

$$R_D = \frac{\frac{q \cdot l_4^2}{2} - M_C}{l_4}$$

$$R_C = q \cdot l_4 - R_D$$

x	Q(x)	kN	M(x)	kNm
0,00	48,21	kN		
0,50	38,21	kN		
1,00	28,21	kN		
1,50	18,21	kN		
2,00	8,21	kN		
2,41	0,00	kN		
2,50	-1,79	kN	25,27	kNm
3,00	-11,8	kN		
3,50	-21,8	kN		
4,00	-31,8	kN		

$$M_x = R_C \cdot x - M_C \cdot \left(q \cdot \frac{x^2}{2} \right)$$

Tukireaktiot		
RA	64,52	kN
RB	77,30	kN
RC	76,39	kN
RD	31,79	kN

$$R_B := 55.5 \text{ kN} + 21.81 \text{ kN} = 77.31 \text{ kN}$$

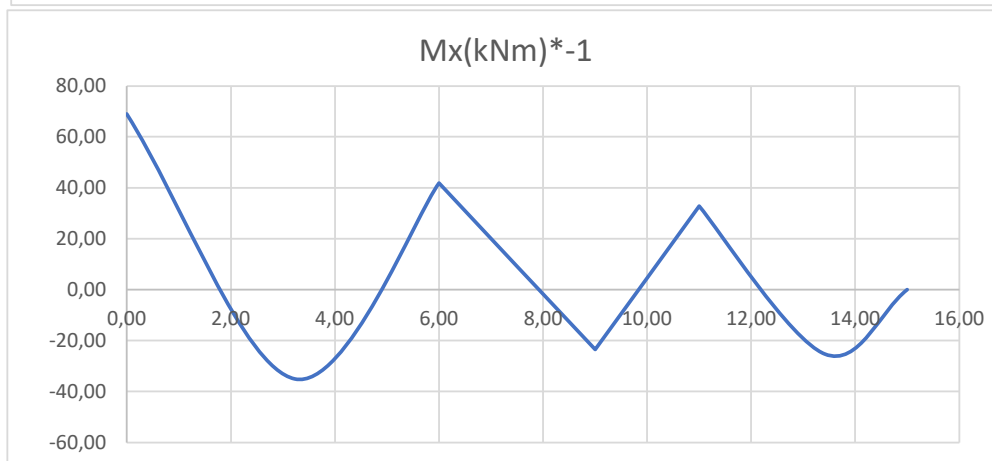
$$R_C := 28.19 \text{ kN} + 48.21 \text{ kN} = 76.4 \text{ kN}$$

Vaihe 6: Leikkauksen ja momentin kuva

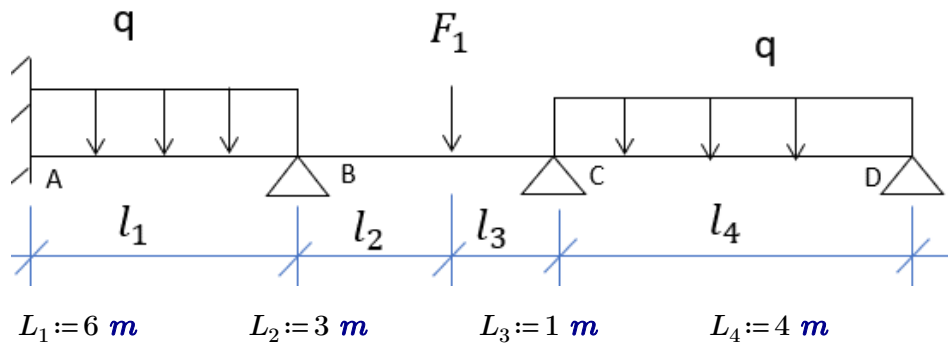
x(m)	Qx(kN)	Mx(kNm)	Mx(kNm)*-1
0,00	64,52	-69,01	69,01
3,23	0,00	35,06	-35,06
6,00	-55,48	-41,9	41,90
6,00	21,81	-41,9	41,90
9,00	21,81	23,54	-23,54
9,00	-28,19	23,54	-23,54
11,00	-28,00	-33	32,83
11,00	48,2	-33	32,83
13,41	0,00	25,27	-25,27
15,00	-31,79	0,00	0,00

Qx(min)	Qx(max)	yksikkö
-55,48	64,52	kN

Mx(min)	Mx(max)	yksikkö
-69,01	35,06	kNm



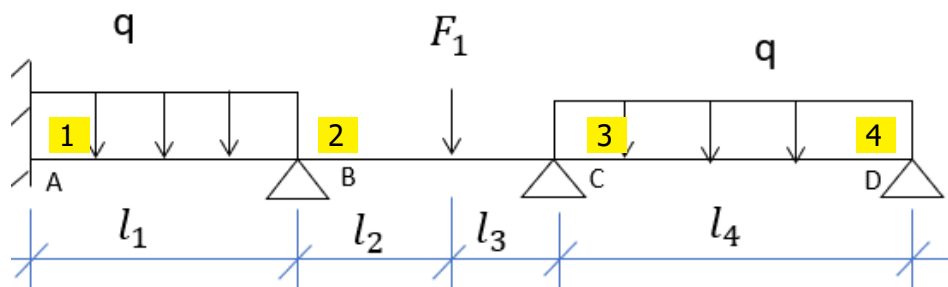
Momentti menetelmä



$$q := 20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F_1 := 50 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned}
 k &:= 4 && \text{Nivel} \\
 t &:= 5 && \text{Tuet} \\
 s &:= 3 && \text{Sauvat} \\
 n_{\text{sii}} &:= 2 \cdot k - t - s = 0 && \text{Sivusitrymätön}
 \end{aligned}$$



Tasapaino ehdot (momentit)

$$M_{12} \quad \text{Ei ehtoa}$$

$$M_{21} + M_{23} = 0 \quad -M_{21} = M_{23}$$

$$M_{32} + M_{34} = 0 \quad -M_{32} = M_{34}$$

$$M_{43} := 0$$

Yhteensopivuusehdot (kiertymä)

$$\varphi_{12} := 0$$

$$\varphi_{21} = \varphi_{23}$$

$$\varphi_{32} = \varphi_{34}$$

$$\varphi_{43} \quad \text{Ei ehtoa}$$

Momenttimenetelmän peruskaavat:

$$\varphi_{ij} = \alpha_{ij} \cdot M_{ij} + \beta_{ij} \cdot M_{ji} + \psi_{ij} + \alpha_{ij}^0$$

Tasajäykkä sauva (EI = vakio)

$$EI := 1$$

Sauvavakiot:

$$\alpha_{ij} := \frac{L}{3 EI} \quad \beta := \frac{L}{6 EI}$$

$$\varphi_{ij} = \frac{L}{3 EI} \cdot M_{ij} - \frac{L}{6 EI} \cdot M_{ji} + \psi_{ij} + \alpha_{ij}^0 \quad \text{Peruskaava}$$

$$\varphi_{12} = \frac{L_1}{3 EI} \cdot M_{12} - \frac{L_1}{6 EI} \cdot M_{21} + \psi_{12} + \alpha_{12}^0$$

$\psi_{12} := 0$ Sivusiirtymätön

$$\alpha_{12}^0 = S$$

$$S := \frac{q \cdot L_1^3}{24 EI}$$

$$\varphi_{12} = \frac{L_1}{3 EI} \cdot M_{12} - \frac{L_1}{6 EI} \cdot M_{21} + \frac{q \cdot L_1^3}{24 EI} = 0 \quad / \quad 24EI/L_1$$

$$8 M_{12} - 4 M_{21} = -q \cdot L_1^2$$

$$S := -q \cdot L_1^2 = -720 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$8 M_{12} - 4 M_{21} = -720 \text{ kNm}$$

... 1

$$\varphi_{21} = \varphi_{23}$$

$$\alpha_{21}^0 = \alpha_{21} \quad \alpha_{21} := \frac{-q \cdot L^3}{24 EI}$$

$$\varphi_{21} = \frac{L_1}{3 EI} \cdot M_{21} - \frac{L_1}{6 EI} \cdot M_{12} + \frac{-q \cdot L_1^3}{24 EI}$$

$$L_2 + L_3 = L \quad L := 4 \text{ m}$$

$$\alpha_{23}^0 = \alpha_{23} \quad \alpha_{23} := \frac{4 \cdot (F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_3))}{L} = 750 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$\varphi_{23} = \frac{L}{3 EI} \cdot M_{23} - \frac{L}{6 EI} \cdot M_{32} + \frac{F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_3)}{6 EI \cdot L}$$

$$\frac{L_1}{3 EI} \cdot M_{21} - \frac{L_1}{6 EI} \cdot M_{12} + \frac{-q \cdot L_1^3}{24 EI} = \frac{L}{3 EI} \cdot M_{23} - \frac{L}{6 EI} \cdot M_{32} + \frac{F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_3)}{6 EI \cdot L} \quad /*24EI$$

$$8 L_1 \cdot M_{21} - 4 L_1 \cdot M_{12} - q \cdot L_1^3 = 8 \cdot L M_{23} - 4 \cdot L \cdot M_{32} + \frac{4 (F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_3))}{L}$$

$$s := q \cdot L_1^3 = 4320 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$48 \text{ m} \cdot M_{21} - 24 \text{ m} M_{12} - s = 32 \text{ m} M_{23} - 16 \text{ m} \cdot M_{32} + \alpha_{23}$$

$$48 \text{ m} \cdot M_{21} - 24 \text{ m} M_{12} - 32 \text{ m} M_{23} + 16 \text{ m} \cdot M_{32} = \alpha_{23} + s \quad /m \quad \frac{(\alpha_{23} + s)}{m} = 5070 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$48 \cdot M_{21} - 24 M_{12} - 32 M_{23} + 16 M_{32} = 5070 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \dots 2$$

$$\varphi_{32} = \varphi_{34}$$

$$\alpha_{32}^0 = \alpha_{32} \quad \alpha_{32} := \frac{F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_2)}{6 \cdot L \cdot EI}$$

$$\varphi_{32} = \frac{L}{3 EI} \cdot M_{32} - L \cdot M_{23} + \frac{F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_2)}{6 \cdot L \cdot EI}$$

$$\varphi_{34} = \frac{L_4}{3 EI} \cdot M_{34} - \frac{L_4}{6 EI} \cdot M_{43} + \frac{q \cdot L_4^3}{24 EI}$$

$$\frac{L}{3 EI} \cdot M_{32} - \frac{L}{6 EI} \cdot M_{23} - \frac{F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_2)}{6 \cdot L \cdot EI} = \frac{L_4}{3 EI} \cdot M_{34} - \frac{L_4}{6 EI} \cdot M_{43} + \frac{q \cdot L_4^3}{24 EI} \quad /24EI$$

$$8 \cdot L \cdot M_{32} - 4 \cdot L \cdot M_{23} - \frac{4 \cdot (F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_2))}{L} = 8 \cdot L_4 \cdot M_{34} - 4 \cdot L_4 \cdot M_{43} + q \cdot L_4^3$$

$$s := q \cdot L_4^3 = (1.28 \cdot 10^3) \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad \alpha_{32} := \frac{4 \cdot (F_1 \cdot L_2 \cdot L_3 \cdot (L + L_2))}{L} = 1050 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$s + \alpha_{32} = 2330 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$32 \text{ m} \cdot M_{32} - 16 \cdot \text{m} \cdot M_{23} - \alpha_{32} = 32 \text{ m} \cdot M_{34} - 16 \text{ m} \cdot M_{43} + s \quad /\text{m}$$

$$32 \cdot M_{32} - 16 \cdot M_{23} - 32 \cdot M_{34} = 2330 \text{ (kN} \cdot \text{m)} \quad \dots 3$$

$$M_{23} = -M_{21} \quad M_{34} = -M_{32} \quad M_{43} := 0$$

$$8 M_{12} - 4 M_{21} + 0 M_{32} = -720 \text{ kNm} \quad \dots 1$$

$$-24 M_{12} + 80 M_{21} + 16 M_{32} = 5070 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \dots 2$$

$$0 \cdot M_{12} + 16 \cdot M_{21} + 64 \cdot M_{32} = 2330 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \dots 3$$

$$M := \begin{bmatrix} 8 & -4 & 0 \\ -24 & 80 & 16 \\ 0 & 16 & 64 \end{bmatrix} \quad v := \begin{bmatrix} -720 \\ 5070 \\ 2330 \end{bmatrix}$$

$$\text{lsolve}(M, v) = \begin{bmatrix} -71.816 \\ 36.367 \\ 27.314 \end{bmatrix}$$

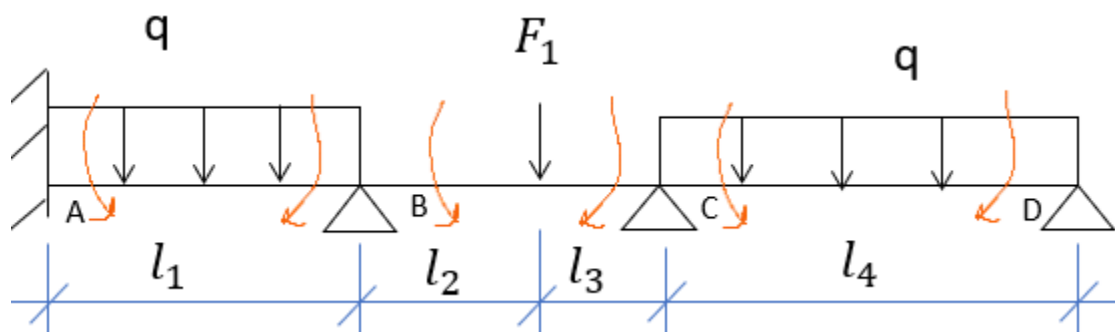
Kiinteät päämomentit

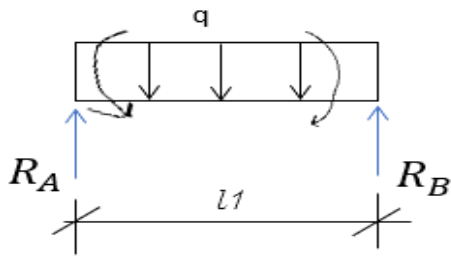
$$M_A := -71.816 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B := -36.367 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C := -27.314 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_D := 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$





RB	54	kN
RA	65,9	kN
x	3,29	m

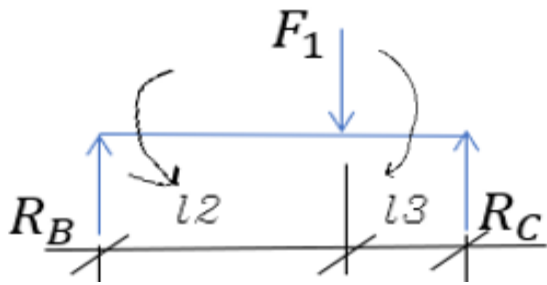
$$R_B = \frac{q \cdot l^2}{2} - M_A + M_B$$

$$R_A = q \cdot l_1 - R_B$$

$$x = \frac{R_A \cdot l_1}{R_A + R_B}$$

x	Q(x)	kN	M(x)	kNm
0	65,9	kN		
0,5	55,9	kN		
1	45,9	kN		
1,5	35,9	kN		
2	25,9	kN		
2,5	15,9	kN		
3	5,8	kN		
3,3	0,0	kN	36,6	kNm
4	-14,2	kN		
4,5	-24,2	kN		
5	-34,2	kN		
5,5	-44,2	kN		
6	-54,2	kN		

$$M_x = R_A \cdot x - M_{AB} \cdot \left(q \cdot \frac{x^2}{2} \right)$$



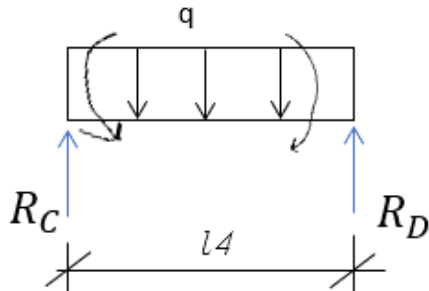
RB	22	kN
RC	28	kN
x	3	m

$$R_C = \frac{F_1 \cdot l_2 - M_B + M_C}{l_2 + l_3}$$

$$R_B = F_1 - R_C$$

l	Q(x)	kN	M(x)	kNm
0	21,88	kN		
3	21,88	kN	28,93	kNm
3	-28	kN		
4	-28	kN		
5	-28	kN		

$$M_x = R_B \cdot l_2 - M_B$$



RC	46,83	kN
RD	33,17	kN
x	2,34	m

$$x = \frac{R_C \cdot l_4}{R_C + R_D}$$

$$R_D = \frac{\frac{q \cdot l_4^2}{2} - M_C}{L_4}$$

$$R_C = q \cdot l_4 - R_D$$

x	Q(x) (kN)	M(x) (kNm)
0,00	46,83	kN
0,50	36,83	kN
1,00	26,83	kN
1,50	16,83	kN
2,00	6,83	kN
2,34	0,00	kN
2,50	-3,17	27,51
3,00	-13,2	kN
3,50	-23,2	kN
4,00	-33,2	kN

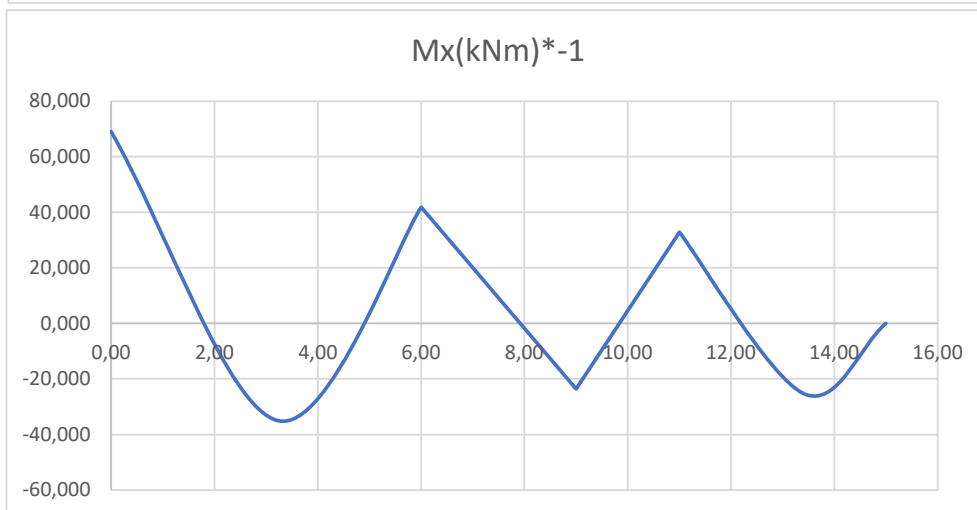
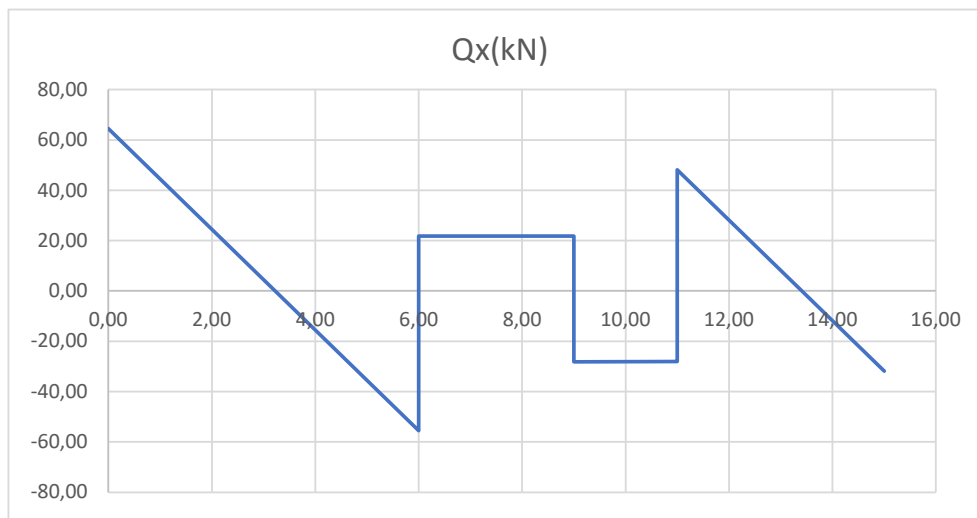
$$M_x = R_C \cdot x - M_C \cdot \left(q \cdot \frac{x^2}{2} \right)$$

Tukireaktiot		
RA	65,85	kN
RB	76,03	kN
RC	74,95	kN
RD	33,17	kN

x(m)	Qx(kN)	Mx(kNm)	Mx(kNm)*-1
0,00	65,85	-71,82	71,820
3,29	0,00	36,61	-36,606
6,00	-54,15	-36,7	36,670
6,00	21,88	-36,7	36,670
9,00	21,88	28,93	-28,934
9,00	-28,12	28,93	-28,934
11,00	-28,00	27	-27,310
11,00	46,8	27	-27,310
13,34	0,00	27,51	-27,510
15,00	-33,17	0,00	0,000

Qx(min)	Qx(max)	yksikkö
-54,15	65,85	kN

Mx(min)	Mx(max)	yksikkö
-71,82	36,61	kNm



Leikkausvoiman ja taivutusmomentin kuvien tulkinta

Liitteenä olevassa kuvassa, leikkausvoimakuviossa (Q_x) nollakohdat ovat pisteitä, joissa leikkausvoima (Q_x) vaihtaa merkkiään nollan kautta. Toisin sanoen, ne ovat kohtia, joissa leikkausvoimakäyrä leikkaa x-akselin. Nämä kohdat ovat tärkeitä, koska ne osoittavat paikkoja, joissa taivutusmomentin (M_x) arvo on todennäköisesti maksimi tai minimi, mikä on olennaista palkin mitoituksen ja rakenteellisen suunnittelun kannalta.

Kuvassa leikkausvoimakaavion nollakohdat näyttävät olevan suunnilleen 3,29 metrin kohdalla ja 13,34 metrin kohdalla. Nämä ovat tyypillisesti kohtia, joissa kuormitus palkin päällä muuttuu tai päättyy, ja niissä on tärkeää tarkastella palkin momenttikestävyyttä. Leikkausvoiman maksimi- ja minimiarvot ($Q_x \max$ ja $Q_x \min$) ovat suurimmat ylös- ja alaspäin suuntautuvat leikkausvoimat palkissa.

Momenttimentelmän kuvassa suurin positiivinen leikkausvoima $Q_x \max$ on noin 65,85 kN, ja suurin negatiivinen leikkausvoima $Q_x \min$ on noin -54,15 kN.

Positiivinen leikkausvoima tarkoittaa, että voima vaikuttaa palkin vasemmalla puolella olevaan osaan ylöspäin ja oikealla puolella olevaan osaan alaspäin. Negatiivinen leikkausvoima tarkoittaa sitä, että se vaikuttaa vasemmalla puolella olevaan osaan alaspäin ja oikealla puolella olevaan osaan ylöspäin.

Maksimi momentti on suurin positiivinen arvo taivutusmomentissa, joka aiheuttaa palkin taipumisen siten, että palkin alaosa venyy ja yläosa puristuu. Tässä tilassa palkin yläpintaan kohdistuu puristusjäännitys ja alapintaan vetojäännitys.

Rakenteellisessa suunnittelussa tämä on tärkeä kohta, koska se on usein heikoin osa palkkia taivutuksen suhteen.

Minimi momentti on suurin negatiivinen arvo taivutusmomentissa, joka aiheuttaa palkin taipumisen siten, että palkin yläosa venyy ja alaosa puristuu. Negatiivinen momentti osoittaa, että palkki taipuu niin, että sen keskikohta painuu alaspäin, mikä on tyypillistä esimerkiksi yksinkertaisesti tuetulle palkille keskelle kohdistuvan kuorman alla.

Käytännössä palkin mitoituksessa tulee varmistaa, että suurimpien momenttien kohdalla palkin taivutuslujuus ei ylitä teräksen myötörajan. Eurokoodin mukaisesti teräspalkin mitoituksessa otetaan huomioon myös väsymisen, paikallisen lommoutumisen ja pitkäaikaisen käytön aiheuttamat ilmiöt.

Momenttimenetelmän kuvassa näkyvässä maksimi ja minimi momentit on merkitty ja ne ovat arvoiltaan suurimmillaan:

Maksimi positiivinen momentti ($M_x \max$) on noin 36,61 kNm.

Suurin negatiivinen momentti ($M_x \min$) on noin -71,82 kNm.

Leikkausvoiman ja taivutusmomentin kuvien tulkinta

Momenttimenetelmä

x(m)	Qx(kN)	Mx(kNm)	Mx(kNm)*-1
0,00	65,85	-71,82	71,820
3,29	0,00	36,61	-36,606
6,00	-54,15	-36,7	36,670
6,00	21,88	-36,7	36,670
9,00	21,88	28,93	-28,934
9,00	-28,12	28,93	-28,934
11,00	-28,00	27	-27,310
11,00	46,8	27	-27,310
13,34	0,00	27,51	-27,510
15,00	-33,17	0,00	0,000

Qx(min)	Qx(max)	yksikkö
-54,15	65,85	kN

Mx(min)	Mx(max)	yksikkö
-71,82	36,61	kNm

CROOSin-menetelmä

x(m)	Qx(kN)	Mx(kNm)	Mx(kNm)*-1
0,00	64,52	-69,01	69,01
3,23	0,00	35,06	-35,06
6,00	-55,48	-41,9	41,90
6,00	21,81	-41,9	41,90
9,00	21,81	23,54	-23,54
9,00	-28,19	23,54	-23,54
11,00	-28,00	-33	32,83
11,00	48,2	-33	32,83
13,41	0,00	25,27	-25,27
15,00	-31,79	0,00	0,00

Qx(min)	Qx(max)	yksikkö
-55,48	64,52	kN

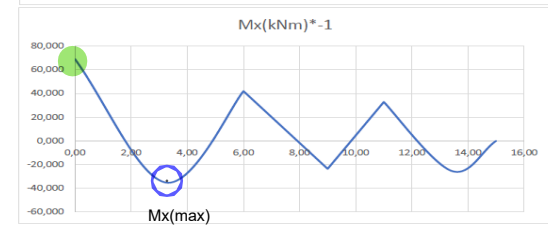
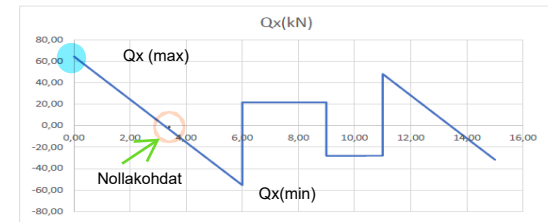
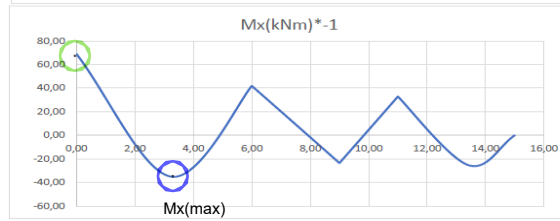
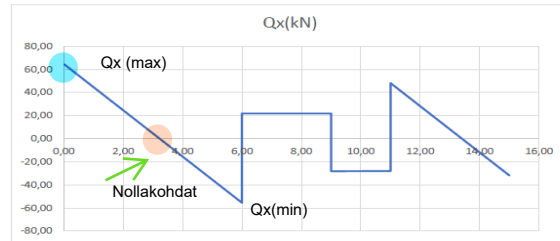
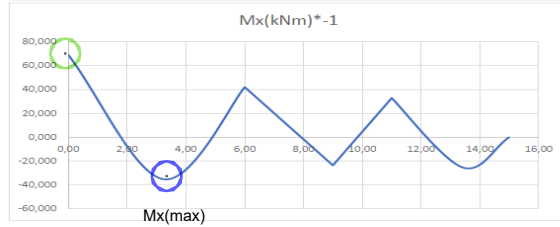
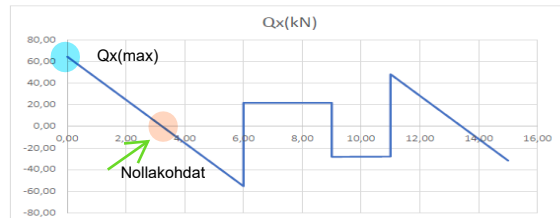
Mx(min)	Mx(max)	yksikkö
-69,01	35,06	kNm

Kani-menetelmä

x(m)	Qx(kN)	Mx(kNm)	Mx(kNm)*-1
0,00	64,53	-69,05	69,054
3,23	0,00	35,04	-35,039
6,00	-55,47	-41,9	41,893
6,00	21,82	-41,9	41,893
9,00	21,82	23,56	-23,558
9,00	-28,18	23,56	-23,558
11,00	-28,00	-33	32,808
11,00	48,2	-33	32,808
13,41	0,00	25,28	-25,278
15,00	-31,80	0,00	0,000

Qx(min)	Qx(max)	yksikkö
-55,47	64,53	kN

Mx(min)	Mx(max)	yksikkö
-69,05	35,04	kNm



Hyperstaattisen teräspalkin mitoitus.

Momenttien ja leikkausvoimien tulostus

Menetelmät	Mxmax(kNm)	Mxmin(kNm)	Qxmax(kN)	Qxmin(kN)
Momenttimenetelmä	36,61	-71,82	65,85	-54,15
CROSSIN menetelmä	35,06	-69,01	64,52	-55,48
Kani-menetelmä	35,04	-69,05	64,53	-55,47
Mitoitettava Mx ja Qx	36,61	-71,82	65,85	-55,48

Sauvan tiedot

Pituus: 15000 mm

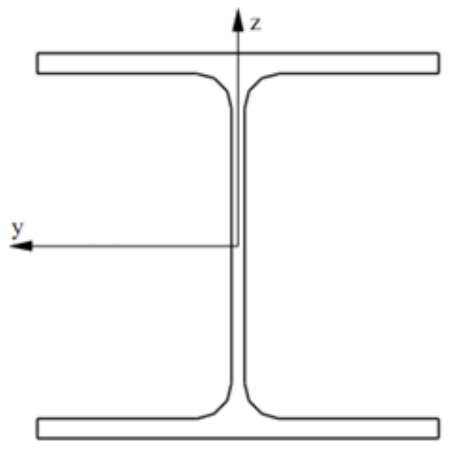
Profiili: HEA 240

Materiaali: S355

Poikkileikkaus

$$I_y := 7763 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_z := 2769 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$



Poikkileikkausluokitus

$$h := 230 \text{ mm}$$

$$b := 240 \text{ mm}$$

$$t_w := 7.5 \text{ mm}$$

$$t_f := 12 \text{ mm}$$

$$r := 21 \text{ mm}$$

Poikkileikkauksen korkeus

Poikkileikkauksen levyes

Uuma

Laippa

sisäpuolen säde

Teräslaadusta riipuvakerroin:

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{235}{355}} = 0.814$$

Puristettulaippa

$$c := \frac{b - t_w - 2 \cdot r}{2} = 95.25 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t_f} = 7.938$$

Kuuluukko laippa PLL 1:teen

$$9 \cdot \varepsilon = 7.323$$

$$\frac{c}{t_w} > 9 \cdot \varepsilon \quad \text{Ei kuulu}$$

Kuuluukko laippa PLL 2:teen

$$10 \cdot \varepsilon = 8.136$$

$$\frac{c}{t_w} < 10 \cdot \varepsilon \quad \text{kyllä kuuluu}$$

Uuman puristettu osa:

$$c := h - 2 t_f - 2 \cdot r = 164 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t_w \cdot \varepsilon} = 26.876$$

Kuuluukko laippa PLL 1:teen

$$38 \cdot \varepsilon = 30.917 \quad \text{kyllä kuuluu}$$

Yhteenveto poikkileikkausluokasta

Puristettu laippa kuuluu luokkaan	2	
Uuman puristettu osa kuuluu luokkaan	1	
Kokoporfiliin PLL	2	EN 1995-1-1:2005

NormaalivoimaPuristus- ja vetovoimakestävyyden laskenta

$\gamma_{M0} := 1$	Osavarmuus luku
$f_y := 355 \text{ MPa}$	Myötölujuus
$N_{Ed} := 0 \text{ kN}$	Ei normaalivoimaa poikkileikkauksessa
$A := 7684 \text{ mm}^2$	Poikkileikkauksen pinta-ala
$N_{c.Rd} := \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 2727.82 \text{ kN}$	EN 1993-1-1 (6.10)

Normaalivoimista aiheutuvien rasitusten käyttöaste

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c.Rd}} = 0 \quad \text{EN 1993-1-1 (6.9)}$$

Leikkauskestävyyden tarkastelu

$A_v := 2518 \text{ mm}^2$	Tehollinen poikkileikkauspinta-ala (plastinen)
$V_{Ed} := 65.85 \text{ kN}$	Leikkausvoima poikkileikkauksessa
$V_{pl.Rd} := \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 516.088 \text{ kN}$	EN 1993-1-1 (6.18)

Plastinen leikkauksen käyttöaste

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl.Rd}} = 12.76\%$$

EN 1993-1-1 (6.17)

Taivutuskestävyys

Poikkileikkausluokka 2

$$M_{Ed} := 71.82 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Taivutusmomentti y-suunta

$$W_{y.pl} := 745 \cdot 10^3 \cdot \text{mm}^3$$

Plastinen taivutusvastus

$$M_{p.l.Rd} := \frac{W_{y.pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 264.475 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

EN 1993-1-1 (6.13)

Taivutuksen käyttöaste

$$\frac{M_{Ed}}{M_{p.l.Rd}} = 27.16\%$$

Kiepahduskestävyys

Mitoitusehto

$$\frac{M_{Ed.max}}{M_{b.Rd}} \leq 1$$

EN 1993-1-1 (6.54)

$$\gamma_{M1} := 1$$

$$k := 1$$

$$k_w := 1$$

osavarmuusluku
effektiivinen pituuskerroin
käyristymä ei estetty

$$C_1 := 1.565$$

ENV 1993-1-1 F.1.1

$$C_2 := 1.267$$

ENV 1993-1-1 F.1.1

$$z_g := \frac{h}{2} = 115 \text{ mm}$$

$$L_{cr} := 15 \text{ m}$$

Sauvan pituus

$$E := 210 \text{ GPa}$$

kimmokerroin

$$G := 80.8 \text{ GPa}$$

Liukkerroin

$$I_y := 7763 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

Jäyhyysmomentti y-suunta

$$I_z := 2769 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

Jäyhyysmomentti z-suunta

$$I_w := 328486 \cdot 10^6 \text{ mm}^6$$

$$I_v := 41.6 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

Kriittinen momentti

$$M_{cr} := C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L_{cr})^2} \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L_{cr})^2 \cdot G \cdot I_v}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g)^2} - C_2 \cdot z_g \right) = 103.923 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\lambda_{LT} := \sqrt{\frac{(W_{y,pl} \cdot f_y)}{M_{cr}}} = 1.595$$

Muunnettu hoikkuus

$$\alpha := 180^\circ$$

Neutraaliakselin kulma

Käyrän valinta:

$$\frac{h}{b} = 0.958$$

Valitaan kiepahduskäyrä b

$$\alpha_{LT} := 0.34$$

Käytetään valssattujen ja vastaavien tarkempaa kiepahdustuksen käytää

$$\lambda_{LT,0} := 0.40$$

6.3.2.3 FI

$$\beta := 0.75$$

6.3.2.3 FI

Ratkaistaan pienennystekijä tarkasti:

$$\phi_{LT} := \frac{1}{2} \left(1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LT} - \lambda_{LT,0}) + \beta \cdot \lambda_{LT}^2 \right) = 1.658 \quad \text{EN 1993-1-1 (6.57)}$$

$$X_{LT} := \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \lambda_{LT}^2}} = 0.389 \quad \text{EN 1993-1-1 (6.57)}$$

$$M_{b,Rd} := X_{LT} \cdot W_{y,pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 102.774 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{EN 1993-1-1 (6.66)}$$

Käyttöaste:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = 69.88\%$$

Leikkausvoiman ja taivutuksen yhteisvaikutukset

Leikkauskestävyys:

$$A = 7684 \text{ mm}^2 \quad h_w := h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r = 164 \text{ mm}$$

$$\eta := 1.2 \quad t_w = 7.5 \text{ mm}$$

Tarvitseeko leikkauslommahdusta tarkistaa?

$$\frac{h_w}{t_w} = 21.867 \quad \frac{72 \cdot \varepsilon}{\eta} = 48.817$$

$$\frac{h_w}{t_w} \leq \frac{72 \cdot \varepsilon}{\eta} \quad \text{Ei tarvitse tarkistaa leikkauslommahdusta}$$

$$V_{pl,Rd} := \frac{A \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 1574.908 \text{ kN}$$

Kestääkö leikkauksen, tarvitseeko yhteisvaikutuksia tarkistaa?

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl.Rd}} = 0.042$$

0.042 < 1 Kestää pelkän leikkauksen

0.042 < 0.5 Yhteisvaikutukset ei tarvitse tarkistaa

Yhteenveto

Leikkauskestävyys K.A = 13%

Taivutuskestävyys K.A = 27%

Kiepahduskestävyys K.A = 70%