



VAASAN AMMATTIKORKEAKOULU
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Toni Isosaari

Pyöreä vs. litteä virtajohdin

Geometrian vaikutus johtimen pintalämpötilaan

Tekniikka
2024

VAASAN AMMATTIKORKEAKOULU
Tietotekniikka

TIIVISTELMÄ

Tekijä	Toni Isosaari
Opinnäytetyön nimi	Pyöreä vs. litteä virtajohdin Geometrian vaikutus johtimen pintalämpötilaan
Vuosi	2024
Kieli	suomi
Sivumäärä	26
Ohjaaja	Seppo Mäkinen

Yleisesti elektroniikassa, sähkötoissa ja elektronisten laitteiden valmistuksessa käytetään pyöreitä johtimia. Pyöreän johdon ominaisuuksiin kuuluu tasainen sähköjohtaminen ja hyvä lämmön johtavuus. Nykyisin on tehty laskentamalleja siitä, pitäisikö pyöreiden johtojen sijaan käyttää litteitä johtoja. Väitteenä on, että litteä kaapeli luovuttaa lämpöä paremmin kuin pyöreä kaapeli ja näin ollen litteä virtajohdin lämpiäisi vähemmän kuin pyöreä johto samoissa olosuhteissa.

Ilmiötä tutkittiin tässä opinnäytetyössä teoreettisesti fysiikan laskukaavojen avulla. Ensin tehdään vertailu, jolla pyritään selvittämään kaapelin geometrian merkittävyys lämpötilan laskemiseen. Toisessa teoreettisessa vertailussa tehdään lämpötilalaskentaa liittyen tilanteeseen, jossa pyöreä johto vaihdetaan litteään johtoon. Tällä vertailulla saadaan selville, kannattaako pyöreä kaapeli vaihtaa litteään kaapeliin. Vertailuissa saadut tulokset näyttäisivät osoittavan, että litteitä kaapeleita kannattaisi käyttää.

VAASAN AMMATTIKORKEAKOULU
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES
Tietotekniikka

ABSTRACT

Author	Toni Isosaari
Title	Round vs. Flat Current-Carrying Conductor The Effect of Geometry on the Surface Temperature of the Cable
Year	2024
Language	Finnish
Pages	26
Name of Supervisor	Seppo Mäkinen

In general, round conductors are used in electronics, in electrical work and in the manufacture of electronic devices. The properties of the round wire include good conduction of electricity and good heat conductivity. Nowadays, there has been discussion and calculation models made whether flat cables should be used instead of round cables. The argument is that a flat cable gives off heat better than a round cable and therefore a flat cable would heat up less than a round cable under the same conditions.

In this thesis, the phenomenon was studied theoretically with the help of physics formulas. First, a comparison was made in order to find out the significance of the cable's geometry for calculating the temperature. In another theoretical comparison, a temperature calculation was made with a situation in mind where a round wire was changed to a flat wire. With this comparison, we can find out whether it is worth changing the round cable to a flat cable.

The results obtained in the comparisons seem to indicate that flat cables should be used.

Keywords	Electric current, electric wire, surface temperature
----------	--

SISÄLLYS

TIIVISTELMÄ

ABSTRACT

KUVA- JA TAULUKKOLUETTELO

KAAVALUETTELO

MUUTTUJALUETTELO

1	JOHDANTO.....	8
2	LÄMMÖN SIIRYMISEN TEORIAA	10
3	LASKENTAMALLIT	13
	3.1 Pyöreän kaapelin laskentamalli	13
	3.2 Litteän kaapelin laskentamalli	16
4	LASKENTAMALLIEN TULOKSET	20
	4.1 Ensimmäisen vertailun tulokset.....	20
	4.2 Toisen vertailun tulokset	21
5	ANALYYSI	23
	5.1 Taulukoiden 1 ja 2 arvojen analysointi	23
	5.2 Taulukoiden 3 ja 4 arvojen analysointi	23
6	LOPPUSANAT	25
	LÄHTEET	26

KUVA- JA TAULUKKOLUETTELO

Kuva 1. Pyöreän kaapelin laskentamallin käyttö Mathcad Prime -ohjelmistossa.	15
Kuva 2. Litteän kaapelin rakenne.....	16
Kuva 3. Litteän kaapelin laskentamallin käyttö Mathcad Prime -ohjelmistossa..	19
Kuva 4. Pyöreän johtimen lämpötilan johtimessa kulkevan sähkövirran funktiona.	24
Taulukko 1. Pyöreän PVC:llä eristetyn kaapelin lämpötila-arvoja.	20
Taulukko 2. Litteän PVC:llä eristetyn kaapelin lämpötila-arvoja.....	20
Taulukko 3. Pyöreän PVC:llä eristetyn kaapelin lämpötila-arvoja.	21
Taulukko 4. Litteän polyimidillä eristetyn kaapelin lämpötila-arvoja.	22

KAAVALUETTELO

(1)	Lämpöenergian tehon laskukaava	10
(2)	Resistanssin kaava	10
(3)	Pyöreän kaapelin lämpöenergian johtumisen kaava	10
(4)	Johdettu pyöreän kaapelin lämpöenergian johtumisen kaava	11
(5)	Litteän kaapelin lämpöenergian johtumisen kaava	11
(6)	Kuljettuvan lämpöenergian tehon kaava	11
(7)	Pyöreän kaapelin lämmönsiirtymiskertoimen kaava	12
(8)	Pyöreän kaapelin lämmönsiirtymiskertoimen kaava	12
(9)	Säteilevän lämpöenergian tehon kaava	12
(10)	Lämmönsiirtymistehon yhtälö	12
(11)	Pyöreän kaapelin eristeen pintalämpötilan ratkaisukaava	13
(12)	Pyöreän kaapelin kuparin lämpötilan laskukaava	14
(13)	Litteän kaapelin eristeen ulkovaipan pinta-alakaava	16
(14)	Litteän kaapelin eristeen lämpötilan ratkaisukaava	17
(15)	Litteän kaapelin kuparin lämpötilan laskukaava	18

MUUTTUJALUETTELO

P	Teho, jolla sähkövirta tuottaa lämpöenergiaa johtimessa
U	Jännite
I	Sähkövirta
ρ	Resistiivisyys
L	Pituus
λ	Eristeen lämmönjohtavuus
A	Kuparikaapelin poikkipinta-ala
T_1	Kuparin pinnan lämpötila
T_2	Eristeen pintalämpötila
r_1	Kuparikaapelin säde
r_2	Kaapelin säde
Φ_j	Teho, jolla lämpöenergia johtuu eristemateriaalikerroksen läpi, lämpimästä pinnasta kylmempään
Φ_k	Teho, jolla lämpöenergia siirtyy aineesta toiseen
Φ_s	Teho, jolla aine säteilee lämpöenergia ympäristöönsä
ε	Emissiivisyys
σ	Stefan-Boltzmannin vakio
h	Lämmönsiirtymiskerroin
A_1	Kuparikaapelin ulkovaipan pinta-ala
A_2	Eristeen ulkovaipan pinta-ala

1 JOHDANTO

Yleisesti virtajohtojen muotona suositaan pyöreää muotoa. Pyöreää muotoa suositaan sen tasaisen sähköjohtamisen, tasaisen lämmön poiston ja helpon valmistamisen vuoksi. Vaihtovirtajohtimissa käytetään yleisesti monisäikeistä johdinta, koska tällöin johtimen pinnan pinta-alan ja tilavuuden suhde saadaan maksimaalisen suureksi. Tämä johtuu siitä, että virranahto (engl. skin effect) ajaa vaihtovirran kulkemaan virtajohtimen pintaa pitkin. Mitä suurempi on vaihtovirran taajuus, sitä lähempänä johtimen ulkopintaa virta kulkee. Suomessa käytetyn 50 Hz vaihtovirran tapauksessa taajuus on niin pieni, että virranahtoilmiö ei juurikaan aja virtaa johtimen pinnalle eli normaali 50 Hz vaihtovirta kulkee lähes samalla tavalla kuin tasavirtakin – siis tasaisesti jakautuneena koko johtimen poikkileikkauspinnan alueelle.

Viime aikoina on käyty keskustelua ja tehty malleja siitä, kannattaisiko kuitenkin pyöreiden johtojen sijaan elektroniikassa ja sähköasennuksissa käyttää litteän muotoisia johtoja [8]. Litteän johdon käyttämisestä on perusteltu sillä, että se luovuttaa lämpöenergiaa ympäristöönsä pyöreää johtoa tehokkaammin. Tästä seuraa ajatus, että litteä virtajohdin lämpiää huomattavasti vähemmän kuin vastaavan poikkipinta-alan omaava pyöreä virtajohdin [9].

Työssä laadittiin kaksi laskentamallia. Yksi litteälle ja toinen pyöreälle kaapelille, joilla lasketaan lämpötilan arvoja, kun johtimessa kulkee tietyn suuruinen sähkövirta. Työssä tehdään kaksi vertailua. Ensimmäisessä vertailussa johdoilla on sama poikkipinta-ala sekä sama eristepaksuus ja -materiaali. Tällä vertailulla selvitetään, vaikuttaako johdon geometria johtimen pintalämpötilaan.

Toisessa laskentavertailussa käytetään realistista poikkipinta-alaa litteälle ja pyöreälle kaapelille. Vertailussa käytetään myös realistista eristemateriaalia ja eriste-kerroksen paksuutta kummallekin johdintyypille. Tällä tavalla pyritään kuvaamaan todellista tilannetta, jossa nykykäyttöinen pyöreä johto vaihdettaisiin litteään

kaapeliin. Pyöreälle johdolle käytetään PVC:tä ja litteälle johdolle polyimidiä. Lämpötiloja vertaamalla voidaan todeta kannattaako vaihtaminen.

Laskentamalleissa litteän kaapelin kupariosuuden paksuutena käytetään 105:ttä mikrometriä. Malleja hyödyntäen lasketaan kaapelien eristepinnan ja kuparipinnan lämpötilat ja verrataan näitä arvoja toisiinsa. Opinnäytetyössä käytetään matemaattista Mathcad Prime -ohjelmistoa tulosten laskemiseen, koska osa laskentakaavoista on niin monimutkaisia, että niitä ei pysty käsin laskemaan.

2 LÄMMÖN SIIRYMISEN TEORIAA

Syy, miksi kaapelit lämpenevät käytössä, on niiden kyky vastustaa sähkövirran kulua. Vastustamisen seurauksena lämpöenergiaa syntyy tietyn suuruisella teholla kaapeliin. Tehon suuruuteen vaikuttaa kaapelin resistanssin suuruus, ja tälle teholle on olemassa laskukaava [1, s.120]

$$P = RI^2 \quad (1)$$

Kaavassa 1 I kuvaa johtimessa kulkevan sähkövirran suuruutta ja R on johtimen resistanssin symboli. Johtimen resistanssi voidaan laskea johdinmateriaalin ominaisresistanssista, ρ , sen pituudesta, L ja johtimen säteestä, r_1 [1, s. 120], kuten kaava 2 havainnollistaa:

$$R = \frac{\rho L}{\pi r_1^2} \quad (2)$$

Kun on saavutettu terminen tasapainotilanne (ts. sähköjohto on saavuttanut va-kiolämpötilan), sähköjohdossa syntyy lämpöenergiaa samalla teholla kuin sitä poistuu johdosta. Laskentamalli rakennetaan siis siten, että merkitään lämpöenergian tuottoteho yhtä suureksi kuin on lämpöenergia poistumisteho.

Kaapelissa tapahtuu kolmenlaista lämpöenergian siirtymistä, jotka aiheuttavat kaapelin jäähtymistä. Nämä kolme tapaa ovat johtuminen, kulkeutuminen ja säteileminen. Näistä kolmesta johtumista tapahtuu kuparin pinnasta eristekerroksen läpi aina eristekerroksen pinnalle asti. Johtumalla tapahtuvan lämmönsiirtymisen teho voidaan laskea pyöreälle kaapelille [2, s. 417], joka on esitetty kaavassa 3:

$$\Phi_j = -\lambda A_1 \frac{dT}{dr} \quad (3)$$

Kaavassa 3 λ on eristemateriaalin lämmönjohtavuus, A_1 on kuparinjohtimen ulkovaipan pinta-ala ja $\frac{dT}{dr}$ on lämpötilagradientti, eli lämpötilan derivaatta radiaalisesti

siirrytyn matkan funktiona. Pyöreän kaapelin geometrian takia kaava 3 pitää muuttaa toisenlaiseen muotoon. Ensiksi sijoitetaan muuttujan A_1 paikalle kaapelin ulkovaipan pinta-alan laskukaava $2\pi rL$ ja erotellaan muuttujat:

$$\begin{aligned}\Phi_j &= -\lambda A_1 \frac{dT}{dr} \\ \Phi_j &= -\lambda 2\pi rL \frac{dT}{dr} \\ \Rightarrow \Phi_j \frac{dr}{r} &= -\lambda 2\pi L dT\end{aligned}$$

Integroidaan molemmat puolet ja tehdään sijoitus:

$$\begin{aligned}\Rightarrow \Phi_j \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} &= -\lambda 2\pi L \int_{T_1}^{T_2} dT \\ \Rightarrow \Phi_j (\ln(r_2) - \ln(r_1)) &= -\lambda 2\pi L (T_2 - T_1) \\ \Rightarrow \Phi_j &= \frac{\lambda 2\pi L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\end{aligned}\quad (4)$$

Kaavassa 4 T_1 on kuparin pintalämpötila, T_2 eristeen pintalämpötila, r_1 kuparijohtimen säde ja r_2 kaapelin säde. [2, s. 417–418]. Litteälle kaapelille käytetään johtumistehon suhteen kaavaa [2, s.410], joka on:

$$\Phi_j = \frac{\lambda A_1 (T_1 - T_2)}{t_e} \quad (5)$$

Kaavassa 5 λ on eristemateriaalin lämmönjohtavuus ja A_1 kuparin ulkovaipan pinta-ala, T_1 kuparin pinnan lämpötila, T_2 eristeen lämpötila ja t_e eristeen paksuus.

Kulkeutumista puolestaan tapahtuu eristeen pinnan ja sitä ympäröivän ilman välillä. Tälle lämpöenergian siirtymisteholle on laskukaava [2, s. 414], joka on:

$$\Phi_k = hA_2(T_2 - T_y) \quad (6)$$

Kaavassa 6 A_2 on eristeen ulkovaipan pinta-ala, T_y ympäristön lämpötila ja h lämmönsiirtymiskerroin. Tämä laskukaava [3] on pyöreään kaapeliin liittyvissä laskuissa seuraavanlainen:

$$h = \frac{2\lambda}{r_2 - r_1} \quad (7)$$

Litteän kaapelin laskuissa lämmönsiirtymiskerroin voidaan laskea lämmönjohtavuudesta ja eristekerroksen paksuudesta [3]:

$$h = \frac{2\lambda}{t_e} \quad (8)$$

Säteilemistä tapahtuu eristekerroksesta ulkopinnasta sen ympäristöön ja ympäristöstä takaisin pintaan, mihin on kaava [2, s. 420]:

$$\Phi_s = \varepsilon\sigma A_2(T_2^4 - T_y^4) \quad (9)$$

Kaavassa 9 ε on säteilevän pinnan emissiivisyys, σ on Stefan-Boltzmannin vakio, A_2 on eristeen ulkovaipan pinta-ala ja T_y ympäristön lämpötila. Laskukaavassa on käytettävä absoluuttisia lämpötiloja eli kelvin-lämpötiloja.

Näistä edellä mainituista tehon kaavoista voidaan muodostaa yhtälö, josta voidaan ratkaista eristeen pinnan lämpötila ja kuparin pinnan lämpötila. Tämä kaava vastaa termistä tasapainotilaa, joka kaapelissa vallitsee, kun lämpöenergian syntymisnopeus (teho) on yhtä suuri kuin lämpöenergian siirtymiseen liittyvät tehon arvot.

$$P = \Phi_j = \Phi_k + \Phi_s \quad (10)$$

3 LASKENTAMALLIT

3.1 Pyöreän kaapelin laskentamalli

Ensiksi käsitellään pyöreän kaapelin laskentamalli. Jotta voidaan selvittää kuparijohtimen pintalämpötila, täytyy ensin laskea eristeen ulkopinnan lämpötila. Aloitetaan ensin sijoittamalla tarvittavat kaavat yhtälöön 10:

$$P = \Phi_j = \Phi_k + \Phi_s$$

Laskukaavaa tarkastelemalla voidaan todeta, että ensin tulee ratkaista eristekerroksen pintalämpötila, minkä jälkeen laskea kuparikaapelin pintalämpötilan. Laskukaavan johtaminen aloitetaan siis käyttämällä yo. laskukaavan ensimmäistä ja viimeistä osaa:

$$\Rightarrow I^2 R = hA_2(T_2 - T_y) + \varepsilon\sigma A_2(T_2^4 - T_y^4)$$

Sijoitetaan resistanssin kaava 2 ja eristeen vaipan kaava $A_2 = 2\pi r_2 L$ yhtälöön.

$$\Rightarrow \frac{I^2 \rho L}{\pi r_1^2} = h 2\pi r_2 L (T_2 - T_y) + \varepsilon\sigma 2\pi r_2 L (T_2^4 - T_y^4)$$

Jaetaan yhtälön molemmat puolet termeillä 2π ja L . Lisäksi sijoitetaan h :n paikalle kaava 7.

$$\Rightarrow \frac{I^2 \rho}{\pi r_1^2 2\pi} = \frac{2\lambda}{r_2 - r_1} r_2 (T_2 - T_y) + \varepsilon\sigma r_2 (T_2^4 - T_y^4) \quad (11)$$

Tästä voidaan ratkaista eristeen pintalämpötila T_2 , jota käytetään kuparisydämen ulkopinnan lämpötilan laskemisessa.

Seuraavaksi johdetaan yhtälö, jolla voidaan laskea kuparin pintalämpötila. Aloitetaan sijoittamalla muuttujien paikalle kaavat. Nyt voidaan todeta, että kun

lämpötila T_2 on saatu selville, voidaan laskea kuparijohtimen ulkopinnan lämpötila käyttämällä laskukaavan 10 ensimmäistä ja toista osaa:

$$P = \Phi_j = \Phi_k + \Phi_s$$

$$\Rightarrow I^2 R = \frac{\lambda 2\pi L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Sijoitetaan resistanssin kaava 2 ja jaetaan molemmilta puolilta 2π :llä ja L :llä, jolloin saadaan:

$$\Rightarrow \frac{I^2 \rho L}{\pi r_1^2} = \frac{\lambda 2\pi L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{I^2 \rho}{\pi r_1^2 2\pi} = \frac{\lambda (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Kerrotaan yhtälön molemmat puolet $\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$:llä ja jaetaan molemmat puolet λ :lla.

$$\Rightarrow \frac{I^2 \rho \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi^2 r_1^2 \lambda} = T_1 - T_2$$

Lopuksi siirretään T_2 yhtälön toiselle puolella.

$$\Rightarrow T_1 = \frac{I^2 \rho \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi^2 r_1^2 \lambda} + T_2 \quad (12)$$

Tästä saadaan laskettua suoraan kuparisydämen pintalämpötila T_1 . Laskuissa PVC:lle käytetään lämmönjohtavuutena $0,16 \frac{W}{m \cdot K}$ ja emissiivisyytenä käytetään arvoa 0,93. [4, s.77; 5]. Alempana on kuvankaappaus tämän laskentamallin käytöstä Mathcad Prime -ohjelmistossa (Kuva 1).

Amperri määrä $I := 25$	Resistiivisyys $\rho := 1.678 \cdot 10^{-8}$	Kuparin pinta-ala $A_1 := 2.5 \cdot 10^{-6}$	Kaapelin säde $r_2 := 1.892 \cdot 10^{-3}$	Eristepinnan emissiivisyys $\varepsilon := 0.93$
Kupari kaapelin säde $r_1 := \sqrt{\frac{A_1}{\pi}} = 8.921 \cdot 10^{-4}$	Ympäristön lämpötila $T_y := 293.15$	Eristeen lämmönjohtavuus $\lambda := 0.16$		
Stefan-Boltzmannin vakio $\sigma := 5.67 \cdot 10^{-8}$	Lämmönsiirtymiskerroin $h := \frac{2 \cdot \lambda}{r_2 - r_1}$			

Eristeenä käytetään PVC:tä
Selvitetään eristekerroksen pinnan lämpötila :

Solver	Constraints	Guess Values	$T_2 := 300$
			$\frac{I^2 \cdot \rho}{\pi \cdot r_1^2 \cdot 2 \cdot \pi} = h \cdot r_2 \cdot (T_2 - T_y) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot r_2 \cdot (T_2^4 - T_y^4)$
			$EristeenPintaLämpötila := \text{find}(T_2) = 294.235$

Lämpötila celssius asteina: $EristeenPintaLämpötila - 273.15 = 21.085 \text{ C}^\circ$

Selvitetään kuparin pinnan lämpötila

$$KuparinPintaLämpötila := \frac{I^2 \cdot \rho \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\pi \cdot r_1^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \lambda} + EristeenPintaLämpötila$$

Lämpötila celssius asteina: $KuparinPintaLämpötila - 273.15 = 24.222 \text{ C}^\circ$

Kuva 1. Pyöreän kaapelin laskentamallin käyttö Mathcad Prime -ohjelmistossa.

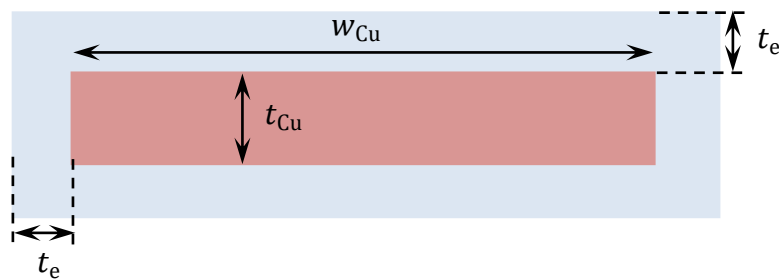
3.2 Litteän kaapelin laskentamalli

Samoin kuin pyöreän kaapelin laskentamallissa, täytyy litteän kaapelin laskentamallissa ensin laskea eristeen pintalämpötila, minkä jälkeen voidaan laskea kuparirajohtimen pintalämpötila. Sijoitetaan ensin yhtälöön 10 muuttujien tilalle kaavat ja jätetään pois Φ_j .

$$P = \Phi_j = \Phi_k + \Phi_s$$

$$I^2 R = hA_2(T_2 - T_y) + \varepsilon\sigma A_2(T_2^4 - T_y^4)$$

Sijoitetaan A_2 :n tilalle eristeen ulkovaipan kaava, joka saadaan selvitettyä alempana olevaa kuvaa 2 hyödyntäen. Kuvassa 2 w_{Cu} tarkoittaa kuparin leveyttä, t_e on eristekerroksen paksuus ja t_{Cu} on kuparin paksuus.



Kuva 2. Litteän kaapelin rakenne

Kuvaa 2 tarkastelemalla saadaan aikaiseksi seuraavanlainen ulkovaipan pinta-ala-kaava:

$$\begin{aligned} A_2 &= (w_{Cu} + 2t_e)L + t_{Cu}L + (w_{Cu} + 2t_e)L + t_{Cu}L \\ &= 2(w_{Cu} + 2t_e)L + 2t_{Cu}L \end{aligned} \quad (13)$$

Sijoitetaan tämä yllä esitettyyn yhtälöön.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{I^2 \rho L}{w_{Cu} t_{Cu}} &= h \cdot \{2(w_{Cu} + 2t_e)L + 2t_{Cu}L\} \cdot (T_2 - T_y) + \varepsilon\sigma \\ &\quad \cdot \{2(w_{Cu} + 2t_e)L + 2t_{Cu}L\} \cdot (T_2^4 - T_y^4) \end{aligned}$$

Jaetaan yhtälön molemmat puolet muuttujalla L ja järjestellään muuttujia uudelleen.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{I^2 \rho}{w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} &= h \cdot \{2(w_{\text{Cu}} + 2t_e) + 2t_{\text{Cu}}\} \cdot (T_2 - T_y) + \varepsilon \sigma \cdot \{2(w_{\text{Cu}} + 2t_e) + 2t_{\text{Cu}}\} \\ &\quad \cdot (T_2^4 - T_y^4) \\ \Rightarrow \frac{I^2 \rho}{w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} &= h \cdot \{2w_{\text{Cu}} + 4t_e + 2t_{\text{Cu}}\} \cdot (T_2 - T_y) + \varepsilon \sigma \cdot \{2w_{\text{Cu}} + 4t_e + 2t_{\text{Cu}}\} \\ &\quad \cdot (T_2^4 - T_y^4) \\ \Rightarrow \frac{I^2 \rho}{w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} &= 2h \cdot \{w_{\text{Cu}} + 2t_e + t_{\text{Cu}}\} \cdot (T_2 - T_y) + 2\varepsilon \sigma \cdot \{w_{\text{Cu}} + 2t_e + t_{\text{Cu}}\} \\ &\quad \cdot (T_2^4 - T_y^4) \\ \Rightarrow \frac{I^2 \rho}{w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} &= 2(w_{\text{Cu}} + 2t_e + t_{\text{Cu}}) \cdot \{h(T_2 - T_y) + \varepsilon \sigma (T_2^4 - T_y^4)\} \quad (14) \end{aligned}$$

Tästä laskukaavasta saadaan selvitettyä eristekerroksen pintalämpötila.

Lopuksi selvitetään kuparikaapelin pintalämpötila. Sijoitetaan kaava 5 yhtälöön 10 ja käytetään yhtälön 10 ensimmäistä ja toista osaa:

$$\begin{aligned} P &= \Phi_j = \Phi_k + \Phi_s \\ \Rightarrow I^2 R &= \frac{\lambda A_1 (T_1 - T_2)}{t_e} \end{aligned}$$

Sijoitetaan muuttujien paikalle oikeat kaavat.

$$\Rightarrow \frac{I^2 \rho L}{w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} = \frac{\lambda (2(w_{\text{Cu}} + 2t_e)L + 2t_{\text{Cu}}L)(T_1 - T_2)}{t_e}$$

Jaetaan yhtälön molemmat puolet muuttujalla L ja järjestellään muuttujia uudelleen.

$$\Rightarrow \frac{I^2 \rho}{w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} = \frac{2\lambda (w_{\text{Cu}} + 2t_e + t_{\text{Cu}})(T_1 - T_2)}{t_e}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{I^2 \rho t_e}{w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} &= 2\lambda(w_{\text{Cu}} + 2t_e + t_{\text{Cu}})(T_1 - T_2) \\
\Rightarrow \frac{I^2 \rho t_e}{2\lambda(w_{\text{Cu}} + 2t_e + t_{\text{Cu}})w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} &= T_1 - T_2 \\
\Rightarrow T_1 &= \frac{I^2 \rho t_e}{2\lambda(w_{\text{Cu}} + 2t_e + t_{\text{Cu}})w_{\text{Cu}} t_{\text{Cu}}} + T_2 \quad (15)
\end{aligned}$$

Kuparijohtimen lämpötila saadaan laskettua suoraan kaavan 15 avulla. Alempana on kuva siitä, kuinka tätä laskentamallia käytetään Mathcad Prime -ohjelmassa (Kuva 3).

Amperri määrä $I := 10$ Resistiivisyys $\rho := 1.678 \cdot 10^{-8}$ Kuparin poikki pinta-ala $A := 2.5 \cdot 10^{-6}$ Eristepinnan emissiivisyys $\varepsilon := 0.93$

Eristeen paksuus: $t_{cu} := 105 \cdot 10^{-6}$ Kuparin leveys: $w_{cu} := \frac{A}{t_{cu}} = 0.024$

Eristeen lämmön johtavuus $\lambda := 0.16$ Ympäristön lämpötila $T_y := 293.15$ Eristeen paksuus $t_e := 0.001$ Stefan-Boltzmannin vakio $\sigma := 5.67 \cdot 10^{-8}$

Lämmönsiirtymiskerroin

$$h := \frac{2 \cdot \lambda}{t_e} \quad +$$

Eristeenä käytetään PVC:tä, selvitetään eristekerroksen pinnan lämpötila :

Guess Values

$$T_2 := 300$$

Constraints

$$\frac{I^2 \cdot \rho}{w_{cu} \cdot t_{cu}} = 2 \cdot (w_{cu} + 2 t_e + t_{cu}) \cdot (h \cdot (T_2 - T_y) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_2^4 - T_y^4))$$

Solver

$$EristeenPintaLämpötila := \text{find}(T_2) = 293.19$$

Lämpötila celsius asteina: $EristeenPintaLämpötila - 273.15 = 20.04 \quad C^\circ$

Selvitetään kuparin pinnan lämpötila

$$KuparinPintaLämpötila := \frac{I^2 \cdot \rho \cdot t_e}{2 \cdot \lambda \cdot (w_{cu} + 2 t_e + t_{cu}) w_{cu} \cdot t_{cu}} + EristeenPintaLämpötila$$

Lämpötila celsius asteina: $KuparinPintaLämpötila - 273.15 = 20.121 \quad C^\circ$

Kuva 3. Litteän kaapelin laskentamallin käyttö Mathcad Prime -ohjelmistossa.

4 LASKENTAMALLIEN TULOKSET

Tässä osiossa esitellään tulokset, jotka on saatu käyttäen opinnäytetyön laskentamalleja.

4.1 Ensimmäisen vertailun tulokset

Alempana olevien taulukoiden 1 ja 2 laskuissa on käytetty samaa kuparijohtimen poikkipinta-alaa ja samaa eristettä. Eristeenä on käytetty PVC:tä ja sen paksuutena on käytetty molemmissa johtimen poikkipinnan geometriassa samaa arvoa, yhtä millimetriä. Johtimessa kulkevan tasavirran suuruutena on laskuissa käytetty kuutta arvoa väliltä 1 A ja 100 A.

Taulukko 1. Pyöreän PVC:llä eristetyn kaapelin lämpötila-arvoja.

Kuparin pinta-ala: 2.5 mm^2	PVC eriste	
Sähkövirta A	Eristeen pintalämpötila $^{\circ}\text{C}$	Kuparin pintalämpö $^{\circ}\text{C}$
1	20,002	20,007
10	20,174	20,676
25	21,085	24,222
50	24,337	36,887
75	29,754	57,99
100	37,329	87,527

Taulukko 2. Litteän PVC:llä eristetyn kaapelin lämpötila-arvoja.

Kuparin pinta-ala: 2.5 mm^2	PVC eriste	Kuparin paksuus: $105 \mu\text{m}$
Sähkövirta A	Eristeen pintalämpötila $^{\circ}\text{C}$	Kuparin pintalämpö $^{\circ}\text{C}$
1	20	20,001
10	20,04	20,121
25	20,249	20,755
50	20,995	23,019
75	22,239	26,792
100	23,98	32,073

4.2 Toisen vertailun tulokset

Taulukoiden 3 ja 4 tulosten saamiseen on käytetty samaa poikkipinta-alaa, mutta tällä kertaa laskuissa on käytetty kummallekin johdintyypille sen ominaista eristemateriaalia ja tämän paksuutta. Pyöreän kaapelin eristeenä on käytetty PVC:tä ja litteän kaapelin eristeenä on käytetty polyimidiä. Eristeen paksuus pyöreässä johdossa on 0,7 millimetriä ja litteällä johdolla se on vain 25 mikrometriä. Johtimessa kulkevan tasavirran suuruutena on käytetty arvoja yhden ja viidenkymmenen ampeerin väliltä. Polyimidin lämmönjohtavuudelle käytetään arvoa $0,12 \frac{W}{m \cdot K}$ ja emissiivisyytenä arvoa 0,9. [6; 7].

Taulukko 3. Pyöreän PVC:llä eristetyn kaapelin lämpötila-arvoja.

Kuparin pinta-ala: 3 mm ²	PVC eriste	
Sähkövirta A	Eristeen pintalämpötila °C	Kuparin pintalämpö °C
1	20,001	20,006
5	20,036	20,139
10	20,143	20,555
20	20,572	22,221
25	20,894	23,47
30	21,287	24,997
35	21,752	26,802
40	22,288	28,884
45	22,896	31,243
50	23,575	33,88

Taulukko 4. Litteän polyimidillä eristetyn kaapelin lämpötila-arvoja.

Kuparin pinta-ala: 3 mm ²	Polyimidieriste	Kuparin paksuus: 105 μm
Sähkövirta A	Eristeen pintalämpötila °C	Kuparin pintalämpö °C
1	20	20
5	20	20,001
10	20,001	20,003
20	20,004	20,012
25	20,006	20,019
30	20,009	20,027
35	20,012	20,037
40	20,016	20,049
45	20,021	20,062
50	20,025	20,076

5 ANALYYSI

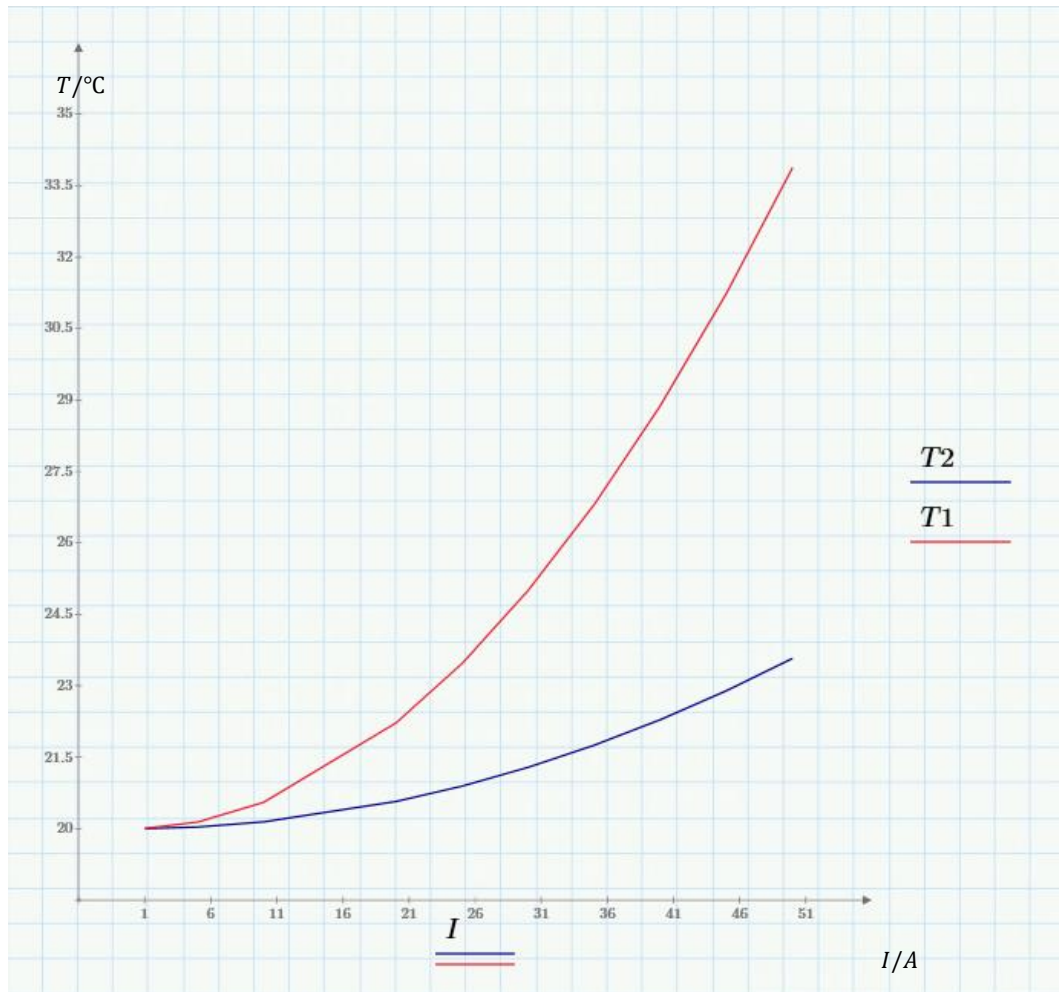
5.1 Taulukoiden 1 ja 2 arvojen analysointi

Vertailemalla taulukoiden 1 ja 2 tuloksia voidaan huomata, että litteä kaapeli teoreettisesti lämpenee vähemmän kuin pyöreä kaapeli. Esimerkiksi kun sähkövirta I on 75 A, pyöreän kaapelin eristeen pintalämpötila on 29,8 °C ja kuparijohtimen lämpötila on 58,0 °C, kun taas tämän saman sähkövirran kohdalla litteän johtimen eristeen lämpötila on 22,2 °C ja kuparijohtimen pinnan lämpötila on 26,8 °C. Tuloksista nähdään, että kummassakin kaapelissa viidenkymmenen ampeerin jälkeen lämpötilat lähtevät merkittävään nousuun. Litteän kaapelin lämpötila ei kuitenkaan nouse yhtä merkittävästi kuin pyöreän kaapelin. Näitä tuloksia tarkastelemalla voidaan todentaa kaapelin muodolla olevan merkittävä vaikutus lämpötilan suuruuteen.

5.2 Taulukoiden 3 ja 4 arvojen analysointi

Vertailemalla taulukoiden 3 ja 4 tuloksia huomataan, että lämpötilaerot ovat vieläkin merkittävämpiä kuin laskuissa, joissa käytettiin samaa eristemateriaalia ja sen paksuutta. Tuloksia tarkastelemalla huomataan, että litteän kaapelin lämpötila ei muutu juuri lainkaan. Esimerkiksi sähkövirran ollessa 1 A molempien kaapelien eristeen ja kuparin lämpötilat ovat identtiset. Sähkövirran määrän ollessa 50 A pyöreän kaapelin eristeen pintalämpötila on noussut noin 4 °C ja kuparin pintalämpötila on noussut noin 14 °C, mutta litteän kaapelin eristeen ja kuparin pintalämpötila ei ole noussut edes asteen kymmenesosaa. Tuloksia tarkastelemalla voidaan päätellä, että muuttamalla eristeen paksuutta ja sen materiaalia voidaan vaikuttaa lisää kaapelin lämpötilan suuruuteen. Laskelmat osoittavat, että on olemassa käytännöllistä hyötyä siitä, että pyöreät kaapelit vaihdettaisiin litteisiin kaapeleihin.

Kuva 4 havainnollistaa pyöreän johtimen lämpötilan nousua virran funktiona. Ku-
vassa T1 esittää kuparikaapelin pintalämpötilaa ja T2 eristeen pintalämpötilaa.



Kuva 4. Pyöreän johtimen lämpötilan johtimessa kulkevan sähkövirran funktiona.

6 LOPPUSANAT

Tämä työ oli omasta mielestäni hyvin mielenkiintoinen, vaikka työ osoittautui haastavaksi. Työstä teki haastavan se, ettei tutkittavasta aiheesta löydy kovin paljo aiempaa tutkimusmateriaalia. Koen myös oman koulutustaustani ja pääai-
neeni tietotekniikan vaikuttavan siihen, että opinnäytetyö, joka pohjautuu vah-
vasti fysiikkaan, oli haastava. Kaikesta huolimatta opinnäytetyön aihe oli todella
mielenkiintoinen ja ajatuksia herättävä.

Saamani tulokset ovat mielestäni kiinnostavat. Tulokset osoittavat, että on hyötyä
käyttää litteitä kaapeleita pyöreiden kaapelien sijaan. Tulokset ovat mielestäni
mielenkiintoisia, koska kaapelin lämpötilaa saadaan laskettua näinkin paljon
muuttamalla sähköjohtimen poikkileikkauspinnan muotoa, eristemateriaalia ja
eristekerroksen paksuutta.

Mielestäni tätä opinnäytetyötä voisi jatkaa tutkimalla lisää muodon ja eristeen vai-
kutusta lämpötilaan. Voitaisiin esimerkiksi tutkia muiden eristemateriaalien vaiku-
tusta johdinmateriaalin ja eristemateriaalin pintalämpötilaan ja selvittää, onko mi-
tään tiettyä kaapelimuotoa, joka olisi kaikista parhain lämmön luovuttamisessa.
Koen, että tämän opinnäytetyön tulokset kannattaa todentaa fyysisillä kokeilla,
sillä tämän opinnäytetyön teoreettiset laskut osoittavat, että olisi järkevää käyttää
litteitä kaapeleita pyöreiden sijaan. Tämän opinnäytetyön pohjalta voisi tehdä oh-
jelman, joka laskee lämpötilan arvoja kullekin kaapelille ja sitten vertailee niitä kes-
kenään. Hyvä jatko olisi mielestäni myös hyödyntää tekoälyä selvittämään, milloin
kannattaa käyttää litteää kaapelia ja milloin ei.

LÄHTEET

1. Mäkelä M, Soininen L, Tuomola S, Öistämö J. 19. painos. Tekniikan kaavasto. Porvoo: Amk-Kustannus Oy; 2019
2. Inkinen P, Tuohinen J. 4.-14. painos. Momentti 1 Insinöörifysiikka. Keuruu: Kustannusosakeyhtiö Otava; 2021
3. Wikipedia. Heat transfer coefficient. [Internet]. [viitattu 30.5.2023]. Saatavilla: https://en.wikipedia.org/wiki/Heat_transfer_coefficient
4. Matemaattisten Aineiden Opettajien Liitto MAOL ry. 1. painos. Maol taulukot. Keuruu: Kustannusosakeyhtiö Otava; 2013
5. Thermoworks [Internet]. [viitattu 30.05.2024]. Saatavilla: <https://www.thermoworks.com/emissivity-table/>
6. 6.777J/2.751J Material Property Database. mit.edu. [Internet]. [viitattu: 30.05.2024], Saatavilla: https://www.mit.edu/~6.777/mat_props/polyimide.htm
7. EMISSIVITY VALUES. design1st.com. [Internet]. [viitattu 30.05.2024]. Saatavilla: https://www.design1st.com/Design-Resource-Library/engineering_data/ThermalEmissivityValues.pdf
8. Flat Cable Market Size Growth| Trends | Future Dynamics | 2031 [Internet]. [viitattu 30.09.2024], Saatavilla: <https://www.linkedin.com/pulse/flat-cable-market-size-growth-trends-future-bmkkf>
9. Flat vs. Round Cables [Internet]. [viitattu 30.09.2024], Saatavilla: <https://aerosusa.com/flat-vs-round-cables/>