



Nivelellisesti tuetun teräspilarin mitoit- tus toisen kertaluvun vaikutukset huo- mioon ottaen

Manu Pirhonen

Opinnäytetyö
Toukokuu 2015
Rakennustekniikka
Talorakennustekniikka

TIIVISTELMÄ

Tampereen ammattikorkeakoulu
Rakennustekniikka
Talonrakennustekniikka

PIRHONEN, MANU:

Nivellisesti tuetun teräspilarin mitoitus toisen kertaluvun vaikutukset huomioon ottaen

Opinnäytetyö 65 sivua, joista liitteitä 33 sivua
Toukokuu 2015

Tässä työssä on käsitelty yksinkertaisen nivelellisesti tuetun ja aksiaalisesti kuormitetun teräspilarin rasituksia ottamalla huomioon toisen kertaluvun geometriset vaikutukset pilarin käyttäytymiseen. Työ on tehty A-Insinöörit Suunnittelu Oy:n toimeksiannosta. Nykyään on olemassa monia kaupallisia FEM –laskentaohjelmia, jotka kykenevät laskemaan toisen kertaluvun vaikutukset monimutkaisissakin rakenteissa kohtuullisen helposti. Nämä ohjelmat ovat kuitenkin yleensä melko työläitä käyttää ja siksi yrityksellä on tilausta yksinkertaiselle ja nopealle tavalle tutkia toisen kertaluvun vaikutukset. Yrityksellä on käytössään Dlubalin numeerinen laskentaohjelma RFEM, joka kykenee tarkistamaan rakenteen ensimmäisen kertaluvun, toisen kertaluvun, kolmannen kertaluvun tai jälkikriittiset vaikutukset. Työssä käydään läpi stabiilisuusteorian osalta tarvittavat perusteet ja tehdään analyttiseen ratkaisuun perustuvat laskentakaavat puristetun pilarin epäkeskiselle kuormitukselle, alkukaarevuudelle sekä tasaiselle viivakuormalle. Analyttisen ratkaisun tuloksia verrataan sekä eurokoodin 1993-1-1 ohjeistuksen mukaiseen yksinkertaistettuun menettelyyn että RFEM –ohjelman numeerisiin tuloksiin. Työn tavoitteena on näiden vertailujen pohjalta lisätä yrityksen käytössä olevaan laskentaohjelmaan ominaisuus, jolla pystytään huomioimaan myös geometriset epälineaarisuudet ja niiden aiheuttamat toisen kertaluokan vaikutukset yksinkertaisessa tapauksessa.

ABSTRACT

Tampereen ammattikorkeakoulu
Tampere University of Applied Sciences
Department of Construction Technology
Building Construction

PIRHONEN, MANU:

Design of pin-ended steel column considering second order effects

Bachelor's thesis 65 pages, appendices 33 pages

May 2015

This thesis analyzes simple axially loaded pin-ended steel column with taking into account second order effects caused by geometric imperfection. The thesis has been done as assignment by the A-Insinööri Suunnittelu Oy. Currently, there are several commercial FEM (Finite Element Analysis) –softwares which are able to calculate second order effects quite easily in complicated structures. These softwares are usually quite complicated to use and thereby the company have a need for simple and fast way to check second order effects in simple cases. The company uses Dlubal's software called RFEM, which is capable of checking the structure according to theory of first order, second order, third order or post-critical considerations. The thesis presents the necessary basics of the theory of stability and examines the formulation of analytical solution for axially loaded column in cases of column with eccentric load, column with initial-out-straightness (curved) and column with distributed load. The analytical solution results are compared to Eurocode SFS-EN 1993-1-1 guidelines of the simplified method and the numerical results provided by RFEM. The aim of the thesis is create additional feature to calculating software, which can consider the geometric non-linearities including the resulting second order effects in a simple case.

Key words: steel column, second-order analysis, eccentric loaded column, initial-out-of-straightness

SISÄLLYS

1	JOHDANTO.....	5
2	STABIILISUUSTEORIA	6
2.1	Stabiilisuuslajit.....	6
2.2	Jousella tuettu sauva	8
2.3	Tasonurjahduksen differentiaaliyhtälö	11
2.4	Nivelellisesti tuetun pilarin yleinen differentiaaliyhtälö	14
3	EPÄTÄYDELLISYYKSIEN VAIKUTUKSET	18
3.1	Pilarin alkukaarevuus.....	19
3.2	Kuorman epäkeskisyys	22
3.3	Tasainen viivakuorma.....	24
3.4	Eri tapausten vertailu	26
4	VERTAILULASKELMAT.....	27
4.1	Steelmember	27
4.2	Rfem.....	28
5	POHDINTA.....	30
	LÄHTEET.....	32
	LIITTEET	33
	Liite 1. Pilarin alkukaarevuus.....	33
	Liite 2. Epäkeskinen kuormitus.....	36
	Liite 3. Tasainen viivakuorma.....	39
	Liite 4. Steelmember laskelmat alkukaarevuus ekvivalentteina voimina	42
	Liite 5. Steelmember epäkeskisyys	48
	Liite 6. Rfem laskelmat alkukaarevuus	53
	Liite 7. Rfem laskelmat ekvivalentit kuormat	58
	Liite 8. Rfem laskelmat epäkeskisyys	62

1 JOHDANTO

Teräsrakenteiden käyttäytymisen ymmärtämiseksi täytyy tuntee stabiilisuusteorian periaatteet. Teräsrakenteet suunnitellaan usein erittäin hoikiksi verrattuna muihin rakennusmateriaaleihin, kuten teräsbetoniin ja puuhun. Tämän seurauksena ne ovat stabiilisen kestävyuden rajoilla. Maailman kaikkiin suunnittelustandardeihin sisältyy säännöksiä, jotka pohjautuvat stabiilisuusteoriaan. (Galambos & Surovek, Structural stability of steel, 2008, Esipuhe).

Eurokoodi SFS-EN 1993-1-1 sallii lineaarisen kimmoteorian mukaisen ensimmäisen kertaluvun tarkastelun useimmissa tapauksissa. Toisen kertaluvun vaikutukset tulee ottaa huomioon, jos ne vaikuttavat merkittävästi rakenteen käyttäytymiseen tai rasituksen suuruuteen. Eurokoodi edellyttää myös, että rakennelaskelmissa otetaan huomioon tarkoituksenmukaisesti rakenteeseen vaikuttavat epätarkkuudet. Näitä epätarkkuuksia ovat poikkeamat ideaalirakenteesta kuten alkujännitykset ja geometriset epätarkkuudet. Geometrisista epätarkkuuksista otetaan huomioon vähintään kehän globaalit alkusivusiirtymät kehän kokonaisanalyysissä. Tarkasteltaessa kehän osana toimivaa pilaria sauvan paikallinen alkuepätarkkuus alkukaarevuuden muodossa otetaan huomioon kehän kokonaisanalyysissä tai vaihtoehtoisesti suoraan sauvan poikkileikkauksen kestävyyttä tarkistettaessa (SFS-EN 1993-1-1 luku 5.2).

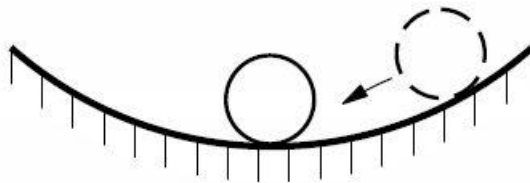
Tässä työssä tutkitaan nivelellisesti tuetun pilarin tapausta. Ensin selvitetään teoreettisen nurjahduskuorman taustat stabiilisuusteorian avulla, jonka jälkeen tutkitaan geometristen epätäydellisyyksien vaikutuksia pilarin kestävyuteen. Epätäydellisyyksistä otetaan huomioon alkukaarevuus, epäkeskeinen kuormitus sekä poikittainen viivakuorma. Materiaalimallina käytetään lineaarisesti kimmoista materiaalimallia ja Euler-Bernoulli palkkiteoriaa, joka tunnetaan mekaniikassa teknisenä taivutusteorianä.

2 STABIILISUUSTEORIA

Stabiilisuusteorialla tutkitaan, milloin tasapainotila tai liiketila on vakaa eli stabiili tai epävakaa eli labiili. Rakennesuunnittelussa erityisesti tutkittavana on hoikkien rakenteiden staattinen stabiilius. (Tuomaala, Stabiilisuusteoria, 2005, 1) Stabiilisuusteoria on erityinen osa-alue mekaniikassa. Se kertoo miksi rakenteet tai sen sauvat tulevat epästabiileiksi ja on tärkeä insinööreille, joiden tehtävä on suunnitella turvallisia rakenteita. Stabiilin kimmoisen rakenteen siirtymät ovat suoraan verrannollisia siihen vaikuttaviin kuormiin ja pieni muutos kuormassa aiheuttaa pienen muutoksen siirtymissä. Perusajatus epästabiiludessa on, että pieni kuorman lisäys aiheuttaa suuret siirtymät. On myös hyvä tiedostaa, että aksiaalisesti kuormitetuissa sauvoissa suuret siirtymät eivät ole samassa suunnassa, kuin siihen vaikuttavat voimat. (Galambos & Surovek 2008, 1)

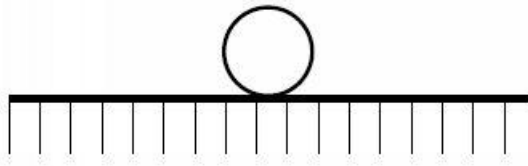
2.1 Stabiilisuuslajit

Stabiililla tarkoitetaan rakennetta, joka pienen häiriön seurauksesta muuttaa muotoaan, mutta häiriön poistuessa se palautuu takaisin perustilaansa. Yleinen esimerkki tästä on pallo kupin pohjalla. (KUVA 1) Kun palloon vaikuttaa voima, se siirtyy kupin reunalle ja voiman poistuessa pallo palaa takaisin kupin pohjalle. (Tuomaala 2008, 2)



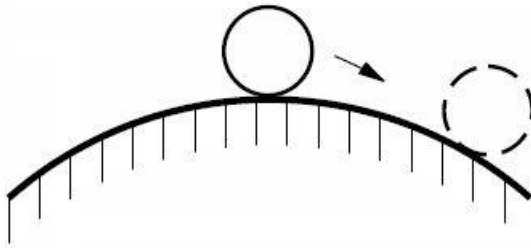
KUVA 1. Stabiili (Tuomaala 2008, 2)

Indifferenttiä tilaa kuvaa hyvin pallo tasaisella alustalla. (KUVA 2) Jos pallo siirtyy voiman vaikutuksesta, pallo ei palaa takaisin alkutilanteeseen voiman poistuessa, vaan jää niille sijoilleen. (Tuomaala 2008, 2)



KUVA 2. Indifferentti (Tuomaala 2008, 2)

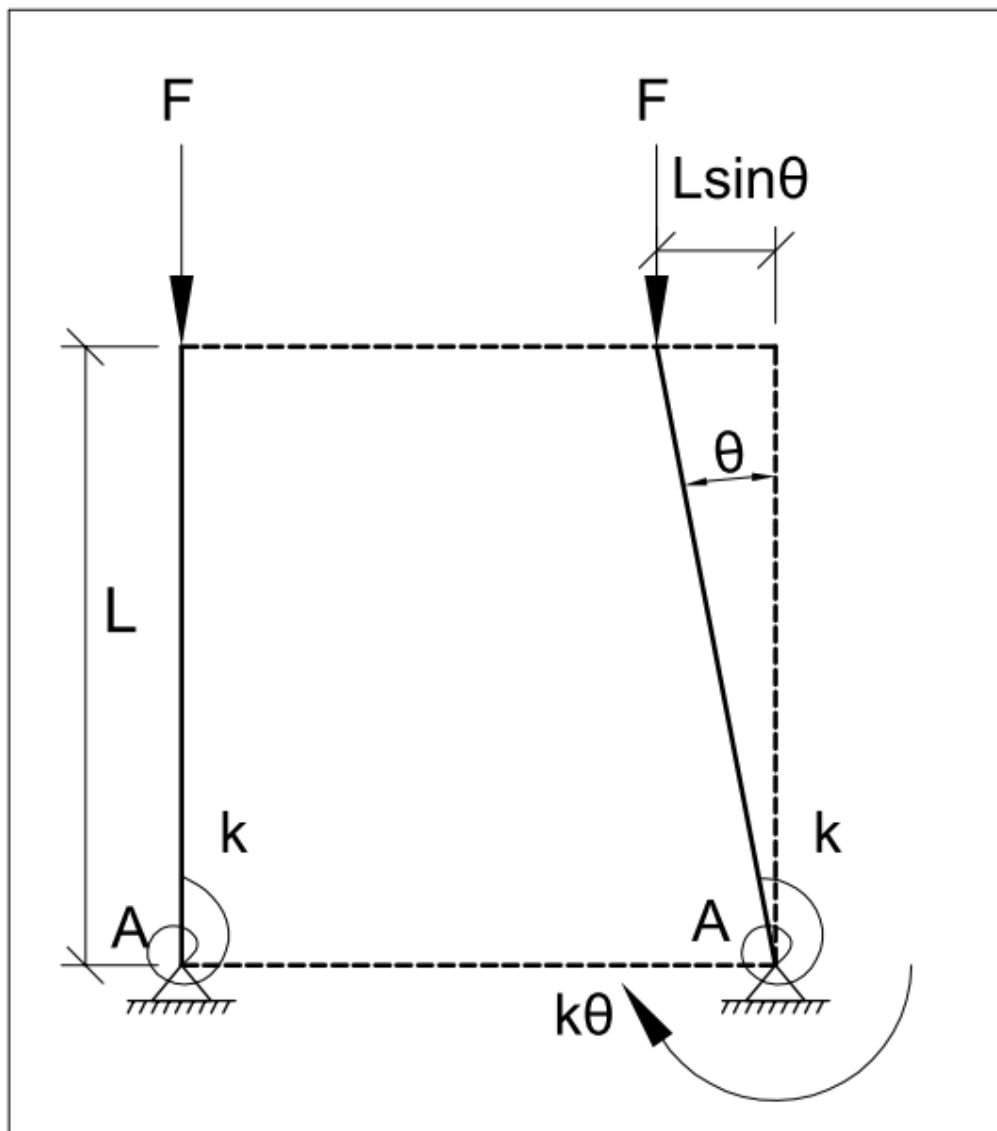
Labiililla tilalla tarkoitetaan tilaa, joka on epävakaata. Tätä kuvaa hyvin tilanne, jossa pallo on korkeimmalla paikalla. (KUVA 3) Pienikin voima aiheuttaa pallon äärettömän siirtymän. (Tuomaala 2008, 2)



KUVA 3. Labiili (Tuomaala 2008, 2)

2.2 Jousella tuettu sauva

Stabiiluden määrittämisen peruskäsitteiden ymmärtämiseksi tutkitaan ensiksi jousella tuetun äärettömän jäykän sauvan käyttäytymistä. Kuvassa (KUVA 4) on esitetty vasemmalla täysin suora äärettömän jäykkä sauva pituudeltaan L . Sauva on tuettu alapäästään jousivakiolla k . Sauvan yläpäähän on lisätty kuorma F , joka vaikuttaa sauvan pituusakselin suuntaisesti. Oikealla on sama sauva pienen alkuhäiriön vaikutuksen alaisena. Siirtyneestä aksiaalisesta voimasta aiheutunutta momenttia vastustaa jousireaktio $k\theta$. Symboli θ edustaa sauvan kulmakiertymää radiaaneissa. (Galambos & Surovek 2008, 4)



KUVA 4. Yksinkertainen jousella tuettu äärettömän jäykkä sauva. (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 4, kuva 1.2)

Ongelman perusratkaisu on etsiä sauvan kriittinen kuorma. Kriittinen kuorma on kuorma, jonka vaikutuksen alaisena sauva siirtyy stabiilista tilasta labiiliin. Kuorman ratkaisemiseksi on tutkittava kuvassa oikealla olevaa siirtynyttä tapausta. Sauvassa on siirtyneessä tilassa pieni kulmakiertymä. Tasapainoyhtälö muodostetaan tästä tilasta. Summaamalla momentit pisteen A ympäri saadaan (Galambos & Surovek 2008, 4)

$$\sum M_A = 0 = FL \sin \theta - k\theta \quad (1)$$

Ratkaisemalla yhtälöstä F saadaan kriittinen kuorma:

$$F_{cr} = \frac{k\theta}{L \sin \theta} \quad (2)$$

Jos otaksumme siirtymien olevan todella pieniä, voimme käyttää hyödyksi pienten siirtymien teoriaa (tunnetaan mekaniikassa myös pienten jännitysten teoriana). Teoria antaa yksinkertaistaa matematiikkaa niin, että pienille kulman θ arvoille voimme käyttää seuraavia yksinkertaistuksia (Galambos & Surovek 2008, 4)

$$\sin \theta = \theta$$

$$\tan \theta = \theta$$

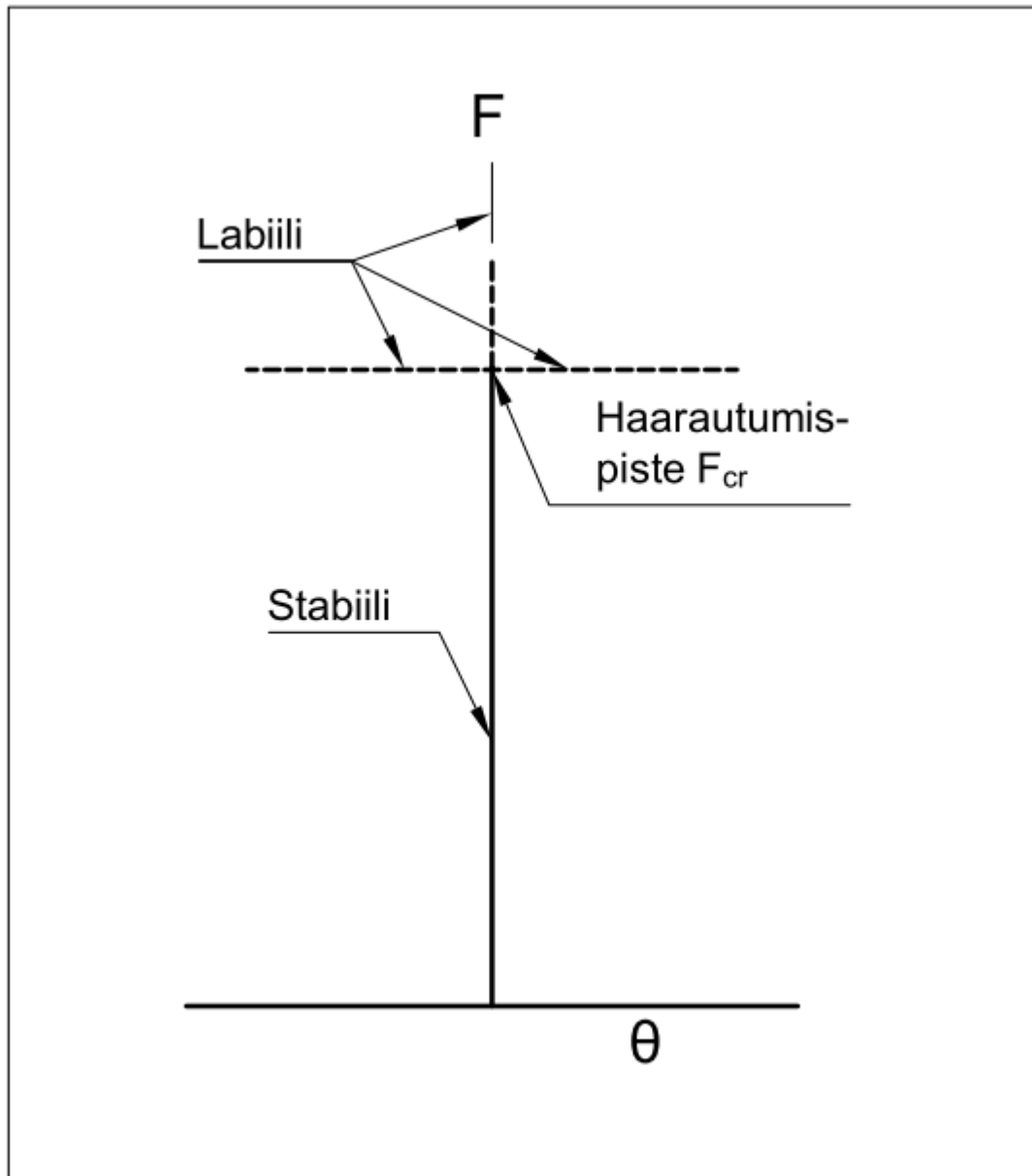
$$\cos \theta = 1$$

Alkuperäisestä yhtälöstä (2) voidaan supistaa $\sin \theta = \theta$ ja määritetään sauvan kriittinen kuorma

$$F_{cr} = \frac{k\theta}{L\theta} = \frac{k}{L} \quad (3)$$

Sauvan tasapainoyhtälö on nyt neutraalissa tilassa. Sauva voi olla joko paikoillaan tai siirtynyt. Pienen alkuhäiriön aiheuttama muutos sauvaan on esitetty kuvassa (KUVA 5) Kuormasuhdetta $FL/k = 1$ on useassa mekaniikan kirjallisuudessa nimitetty myös kriittiseksi kuormaksi, nurjahduskuormaksi tai kuormaksi, jossa tasapainopolku haarautuu. Kuorman ylittäessä haarautumispisteen on tasapainoyhtälöllä 2 polkua, jotka molemmat ovat labiileja. Ylemmän tasapainopolun mukaan kuormitusta lisätään ja sauva pysyy paikoillaan. Tämä tasapainopolku voi esiintyä vain täydellisen suoralla sauvalla, jolla ei ole mitään häiriötekijöitä ja siksi se ei ole realistinen ratkaisu vaan ainoastaan teoreetti-

nen. Alemmassa tasapainopolussa sauva nurjahtaa. Kriittisen kuorman ylittävät kuormat aiheuttavat aina epävakaata käyttäytymistä rakenteissa. (Galambos & Surovek 2008, 4-5)



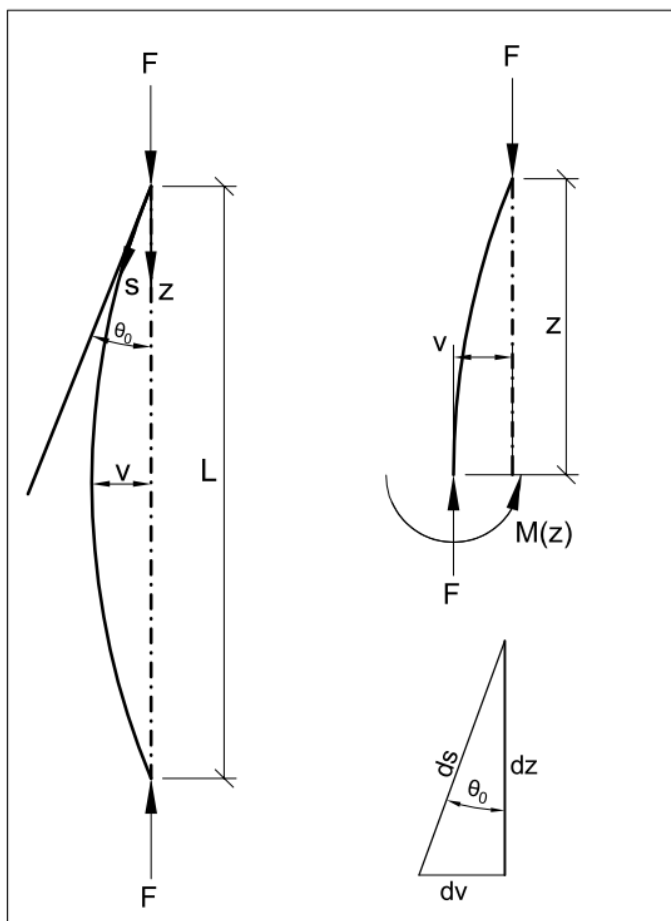
KUVA 5. Yksinkertaisen jousella tuetun äärettömän jäykän sauvan tasapainotila suhteessa kuormitukseen (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 5, kuva 1.3)

2.3 Tasonurjahduksen differentiaaliyhtälö

Pilarien tasonurjahdusta tutkittaessa on yksinkertaisinta aloittaa perustapauksesta derivoimalla Eulerin nurjahdusyhtälö. Nivelellisesti tuetun elastisen poikkileikkaukseltaan neliön muotoisen pilarin pituus on L ja jäyhyysmomentti on I . Pilaria kuormitetaan aksiaalisella puristavalla voimalla F . (KUVA 6). Oletetaan pilarin olevan (Galambos & Surovek 2008, 31)

- täysin suora
- lineaarisesti elastinen
- neliön muotoinen

Ennen kuin nurjahdus tapahtuu pilari pysyy täysin suorana. Taipumapolun haarautuminen tapahtuu teoreettisessa elastisen pilarin nurjahduspisteessä. Tasapainoyhtälö muodostetaan pilarin taipuneesta muodosta. (Galambos & Surovek 2008, 29)



KUVA 6. Elastisen pilarin nurjahtanut muoto ja vapaakappalekuvio (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 29, kuva 2.1)

Taipuma missä tahansa pisteessä z on v ja taipuneen pilarin kaltevuuskulma pisteessä $z = 0$ on θ_0 . Koordinaatti s kulkee pilarin taipuneen muodon mukaan. Taivutusmomentti koordinaatissa z on yhtä kuin (Galambos & Surovek 2008, 31)

$$M(z) = Fv = -EI\phi \quad (4)$$

Tässä yhtälössä Fv on ulkoinen momentti. $-EI\phi = -EI \frac{d\theta}{ds}$ on kaarevuuden $\phi = \frac{d\theta}{ds}$ sekä taivutusjäykkyyden $-EI$ tulo. $\theta = \theta(z)$ on taipuneen pilarin kaltevuuskulma koordinaatissa z . Järjestämällä yhtälön (4) uudestaan ja merkitsemällä $\frac{dv}{ds} = \sin \theta$ saadaan nurjahduksen jälkeisen taipuman differentiaaliyhtälö muodostettua. (Galambos & Surovek 2008, 31)

$$\frac{d^2v}{ds^2} + k^2 \sin \theta = 0 \quad (5)$$

Pienten siirymien teorian mukaan $\sin \theta \approx \theta$, $\frac{dv}{ds} = \theta$ ja $-EI\phi = -EI \frac{d^2v}{ds^2}$ ja hallitseva differentiaaliyhtälö saa muodon

$$EI \frac{d^2v}{ds^2} + Fv = 0 \quad (6)$$

Käyttämällä lyhennysmerkintää,

$$k^2 = \frac{F}{EI} \quad (7)$$

$$v'' + k^2v = 0 \quad (8)$$

Tämän muotoisen homogeenisen differentiaaliyhtälön ratkaisun yritefunktio on muotoa:

$$v = A \sin ks + B \cos ks \quad (9)$$

Pienille taipumille voidaan asettaa $s = z$. Tiedossa on kaksi tarvittavaa reunaehtoa pilareille, jotka perustuvat tukipisteiden siirtymättömyyteen. (Galambos & Surovek 2008, 31)

$$v(0) = 0$$

$$v(L) = 0$$

Ensimmäisestä ehdosta selviää, että $B = 0$, joka jättää yhtälön (9) muotoon $v = A \sin kz$

Sijoittamalla toisen reunaehdon yhtälöön saadaan

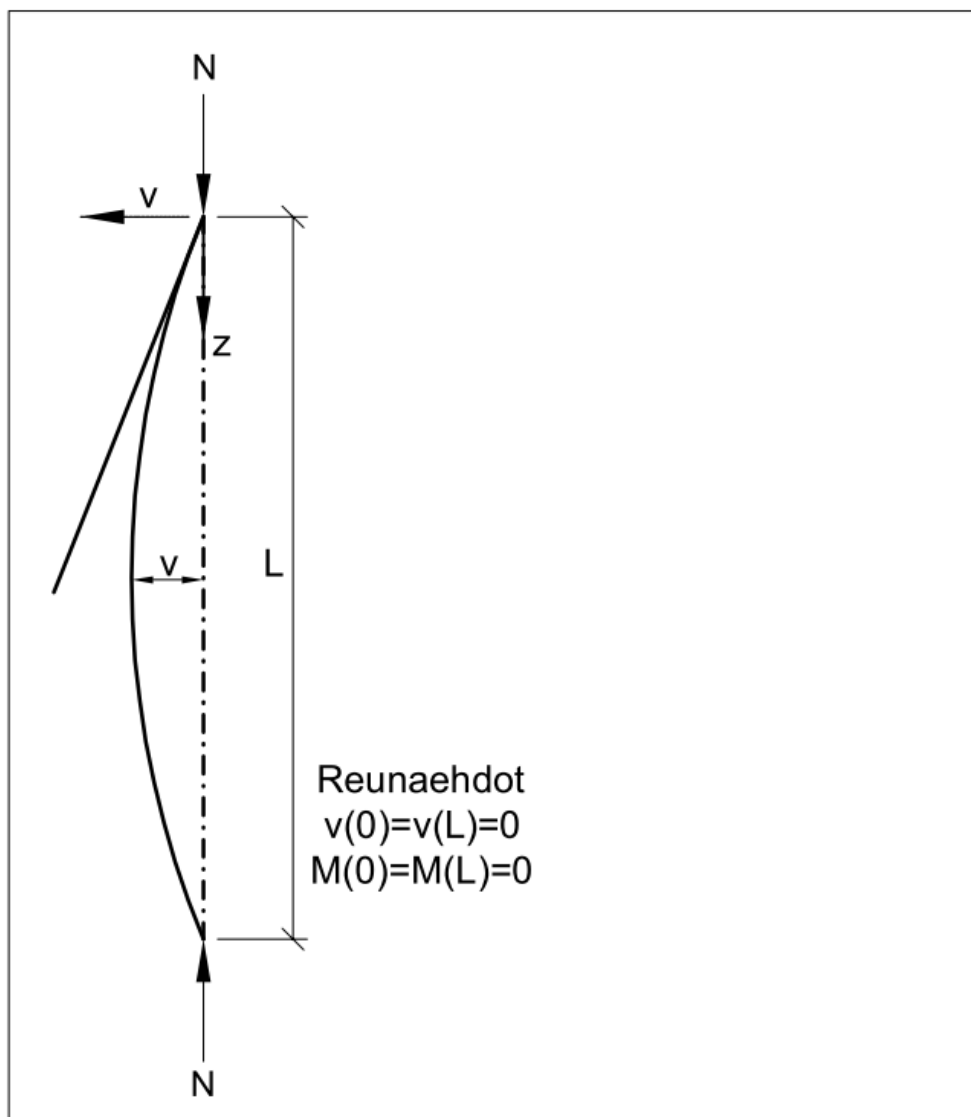
$$A \sin kL = 0$$

Koska $A = 0$ on triviaali ratkaisu, täytyy $\sin kL = 0$ toteutua. Ottamalla ensimmäisen mahdollisen ratkaisun, missä $\sin kL = 0 \rightarrow kL = \pi$ ja sijoittamalla tämän yhtälöön $k^2 = \frac{F}{EI}$, saadaan klassinen Eulerin nurjahdusyhtälö (Galambos & Surovek 2008, 32)

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (10)$$

2.4 Nivelellisesti tuetun pilarin yleinen differentiaaliyhtälö

Edellä esitetystä Eulerin nurjahdusyhtälö derivointiin taipuneen poikkileikkauksen tasapainoyhtälöstä pienten siirtymien teorian mukaan. Yleinen nivelellisesti tuetun pilarin tasonurjahduksen differentiaaliyhtälö derivoidaan seuraavaksi, jota muokkaamalla pystytään muuttamaan reunaehtoja ja epätäydellisyyksiä ottamaan laskennassa huomioon. Tasapainoyhtälö muodostetaan jälleen taipuneesta muodosta. Reunaehdot on esitetty kuvassa (KUVA 7). (Galambos & Surovek 2008, 36)



KUVA 7. Nivelellisesti tuetun pilarin reunaehdot (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 37, kuva 2.4)

Edellisessä lyhyemmässä Eulerin nurjahduskuorman määrittämisessä osoitettiin yhteydet $\phi = -v''$, $M = EI\phi$. Kun reunaehdot on tiedossa, voidaan differentiaaliyhtälö muodostaa uudelleen. Differentiaaliyhtälön ratkaisu esitetään yksityiskohtaisesti (Galambos & Surovek 2008, 37)

$$v'''' + k^2v'' = 0 \quad (11)$$

Taipuma v on yhtä kuin

$$v = C_1e^{r_1} + C_2e^{r_2} + C_3e^{r_3} + C_4e^{r_4}$$

Kertoimet C_i riippuvat neljästä reunaehdosta ja eksponentit r ovat neljännen asteen differentiaaliyhtälön juuria

$$\begin{aligned} r^4 + k^2r^2 &= r^2(r^2 + k^2) = 0 \\ r_1 = r_2 &= 0; r_3 = ik; r_4 = -ik \\ v &= C_1e^0 + C_2ze^0 + C_3e^{ikz} + C_4e^{-ikz} \end{aligned}$$

Kompleksiluku $i = \sqrt{-1}$. Ratkaisun sopivampana muotona voidaan käyttää Eulerin kaavan yhteyttä

$$\begin{aligned} e^{ikz} &= i \sin kz + \cos kz \\ e^{-ikz} &= -i \sin kz + \cos kz \end{aligned}$$

Taipuman differentiaaliyhtälö tulee muotoon

$$v = A + Bz + C \sin kz + D \cos kz \quad (12)$$

Reunaehdoista riippuvat yhtälöt saadaan $A = C_1$; $B = C_2$; $C = C_3i - C_4i$ ja $D = C_3 + C_4$.

Yhtälön (12) toinen derivaatta on

$$v'' = -Ck^2 \sin kz + Dk^2 \cos kz$$

Vaihtamalla reunaehdot osaksi yhtälöön (12) muodostuu samanaikainen neljän yhtälön ryhmä

$$\begin{aligned}v(0) &= 0 = A(1) + B(0) + C(0) + D(1) \\v''(0) &= 0 = A(0) + B(0) + C(0) + D(-k^2) \\v(L) &= 0 = A(1) + B(L) + C(\sin kL) + D(\cos kL) \\v''(L) &= 0 = A(0) + B(0) + C(-k^2 \sin kL) + D(-k^2 \cos kL)\end{aligned}$$

Tästä yhtälöryhmästä voidaan muodostaa matriisi

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1 \\0 & 0 & 0 & -k^2 \\1 & L & \sin kL & \cos kL \\0 & 0 & -k^2 \sin kL & -k^2 \cos kL\end{bmatrix} \begin{bmatrix}A \\B \\C \\D\end{bmatrix} = 0 \quad (13)$$

A, B, C, D määrittävät nurjahtaneen pilarin taipuman, joten ainakin yksi ellei kaikki saavat eri arvon kuin nolla. Determinantin kertoimen tulee olla nolla. Yhtälöt ovat homogeenisia ja samanaikaisia sekä k :n arvo että kriittinen nurjahduskuorma F_{cr} löydetään asettamalla matriisin determinantti nolaksi. Tämän tyyppistä ongelmaa kutsutaan matematiikassa ominaisarvo-ongelmaksi tai karakteristisen arvon ongelmaksi. Determinantti saadaan muotoon (Galambos & Surovek 2008, 38)

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1 \\0 & 0 & 0 & -k^2 \\1 & L & \sin kL & \cos kL \\0 & 0 & -k^2 \sin kL & -k^2 \cos kL\end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

Purkamalla 4x4 determinantti neljäksi 3x3 determinantiksi.

$$\begin{aligned}1 \times \begin{bmatrix}0 & 0 & -k^2 \\L & \sin kL & \cos kL \\0 & -k^2 \sin kL & -k^2 \cos kL\end{bmatrix} - 0 \times \begin{bmatrix}0 & 0 & -k^2 \\1 & \sin kL & \cos kL \\0 & -k^2 \sin kL & -k^2 \cos kL\end{bmatrix} + 0 \\ \times \begin{bmatrix}0 & 0 & -k^2 \\1 & L & \cos kL \\0 & -0 & -k^2 \cos kL\end{bmatrix} - 1 \times \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 \\1 & L & \sin kL \\0 & -0 & -k^2 \sin kL\end{bmatrix} = 0\end{aligned}$$

Ainoastaan ensimmäinen determinantti on eri suuri kuin nolla ja purkamalla se saadaan $Lk^4 \sin kL = 0$. Koska $Lk^4 \neq 0$, kriittisen kuorman ratkaisun on oltava

$$\sin kL = 0 \quad (15)$$

Ratkaisu on karakteristinen yhtälö tai ominaisfunktio. Sillä on ääretön määrä juuria, jotka antavat äärettömän määrän kriittisiä kuormia

$$kL = \sqrt{\frac{FL^2}{EI}} = n\pi \rightarrow F_{cr} = \frac{n\pi^2 EI}{L^2} \quad (10)$$

$$n = 1, 2, 3 \dots$$

Vaihtamalla kL alkuperäisiin samanaikaisiin yhtälöihin (14) saadaan $A=B=D=0$ ja

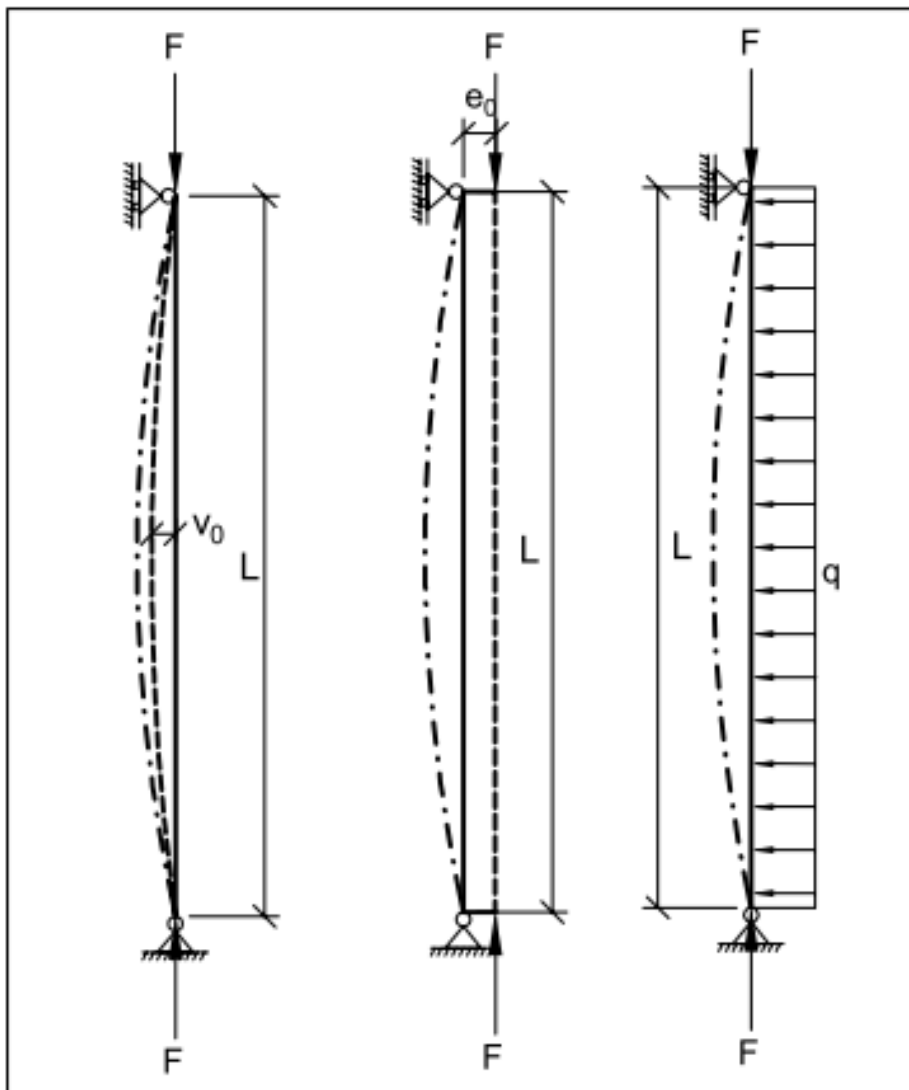
$$v = C \sin kL = \sin \frac{n\pi z}{L} \quad (16)$$

Tästä analyysistä ei voida C :n arvoa määrittää. Se on yksinkertaisesti tuntematon amplitudi sinikäyrän muotoiselle taipumalle. Matemaattinen nimi muodolle on ominaisvektori. Edellä esitetyillä periaatteilla voidaan ratkaista eri reunaehtoien tapauksia ja epätäydellisyyksiä käyttämällä kyseeseen tulevalle tapaukselle sopivia reunaehtoja. (Galambos & Surovek 2008, 38)

3 EPÄTÄYDELLISYYKSIEN VAIKUTUKSET

Jokaisessa todellisessa pilarissa on geometrisia epätäydellisyyksiä, jotka vaikuttavat kestävyteen lähellä teoreettisia kestävyysrajoja. Nämä epätäydellisyydet ovat tavallisesti pieniä, mutta kuitenkin ne ovat olemassa. Käsitellään seuraavaksi kolmea tavallista tapausta (KUVA 8). (Galambos & Surovek 2008, 43)

- Pieni pilarin alkukaarevuus (vasemmalla KUVA 8)
- Pieni kuorman epäkeskisyys (keskellä KUVA8)
- Pieni tasainen viivakuorma (oikealla KUVA8)



KUVA 8. Puristettuun pilariin vaikuttavat epätäydellisyydet: alkukaarevuus, epäkeskinen kuormitus ja pieni viivakuorma (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 44, kuva 2.8)

3.1 Pilarin alkukaarevuus

Alkukaarevuus on valmistustavasta riippuva valmistustoleranssi pilarin suoruudelle. Toleranssit ovat hyvin pieniä eikä niitä erota silmällä. Laskennallisesti tämä alkukaarevuus oletetaan sinikäyrän-muotoon, jonka suurin arvo v_o sijaitsee keskellä pilaria. Oletettu alkukaarevuuden muoto voidaan kirjoittaa muotoon (Galambos & Surovek 2008, 43)

$$v_i = v_o \sin \frac{\pi z}{L} \quad (17)$$

Sisäinen momentti kohdassa z pilarin akselilla on $M_i = EIv''$ ja ulkoinen momentti on $M_e = F(v_i + v_o)$. Muodostamalla näistä differentiaaliyhtälö

$$EIv'' + Fv = -Fv_i \quad (18)$$

Sijoittamalla yhtälön (17) ja merkitsemällä $k^2 = \frac{F}{EI}$ saadaan differentiaaliyhtälö muotoon

$$v'' + k^2v = -k^2v_o \sin \frac{\pi z}{L} \quad (19)$$

Homogeenisen osan yleinen ratkaisu on $v_H = A \sin kz + B \cos kz$. Etsitään yksityisratkaisua yritteellä v_P

$$v_P = C \sin \frac{\pi z}{L} + D \cos \frac{\pi z}{L} \quad (20)$$

Sijoittamalla yrite yhtälöön (19) saadaan

$$-C \frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi z}{L} - D \frac{\pi^2}{L^2} \cos \frac{\pi z}{L} + Ck^2 \sin \frac{\pi z}{L} + Dk^2 \cos \frac{\pi z}{L} = -k^2v_o \sin \frac{\pi z}{L}$$

Etsitään yritteen ratkaisua sijoittamalla reunaehdot $v(0) = 0$ ja $v(L) = 0$, josta saadaan ratkaistua

$$D = 0, C(k^2 - \frac{\pi^2}{L^2}) = -k^2 v_o$$

Sijoittamalla ratkaisut alkuperäiseen yritteeseen sekä muistamalla yhteydet $k^2 = \frac{F}{EI}$ ja

$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ yrite tulee muotoon

$$v_p = -\frac{k^2}{k^2 - \frac{\pi^2}{L^2}} v_o \sin \frac{\pi z}{L} = -\frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{L^2 k^2}} v_o \sin \frac{\pi z}{L} = -\frac{1}{1 - \frac{F_{cr}}{F}} v_o \sin \frac{\pi z}{L}$$

Kertomalla yhtälö puolittain $-\frac{F}{F_{cr}}$

$$v_p = \frac{F/F_{cr}}{-F/F_{cr} + 1} v_o \sin \frac{\pi z}{L}$$

Summaamalla yleinen ratkaisu ja yksityisratkaisu yhteen saadaan taipuman yhtälö muotoon

$$v = v_H + v_p = A \sin kz + B \cos kz + \frac{F/F_{cr}}{1-F/F_{cr}} v_o \sin \frac{\pi z}{L} \quad (22)$$

Sijoittamalla reunaehdot yleiseen ratkaisuun $v(0) = v(L) = 0$

$$v(0) = A = 0$$

$$v(L) = A \sin kL + B \cos kL = 0$$

josta saadaan $A = 0$, $B = 0$ ja yhtälö voidaan supistaa

$$v = \frac{F/F_{cr}}{1-F/F_{cr}} v_o \sin \frac{\pi z}{L} \quad (23)$$

Kokonaistaipuma on alkukaarevuuden (17) ja aksiaalisen voiman aiheuttaman lisätai-
puman summa

$$v_{kokonaistaipuma} = v_i + v = v_o \sin \frac{\pi z}{L} + \frac{F/F_{cr}}{1-F/F_{cr}} v_o \sin \frac{\pi z}{L} = \frac{v_o \sin \frac{\pi z}{L}}{1-F/F_{cr}} \quad (24)$$

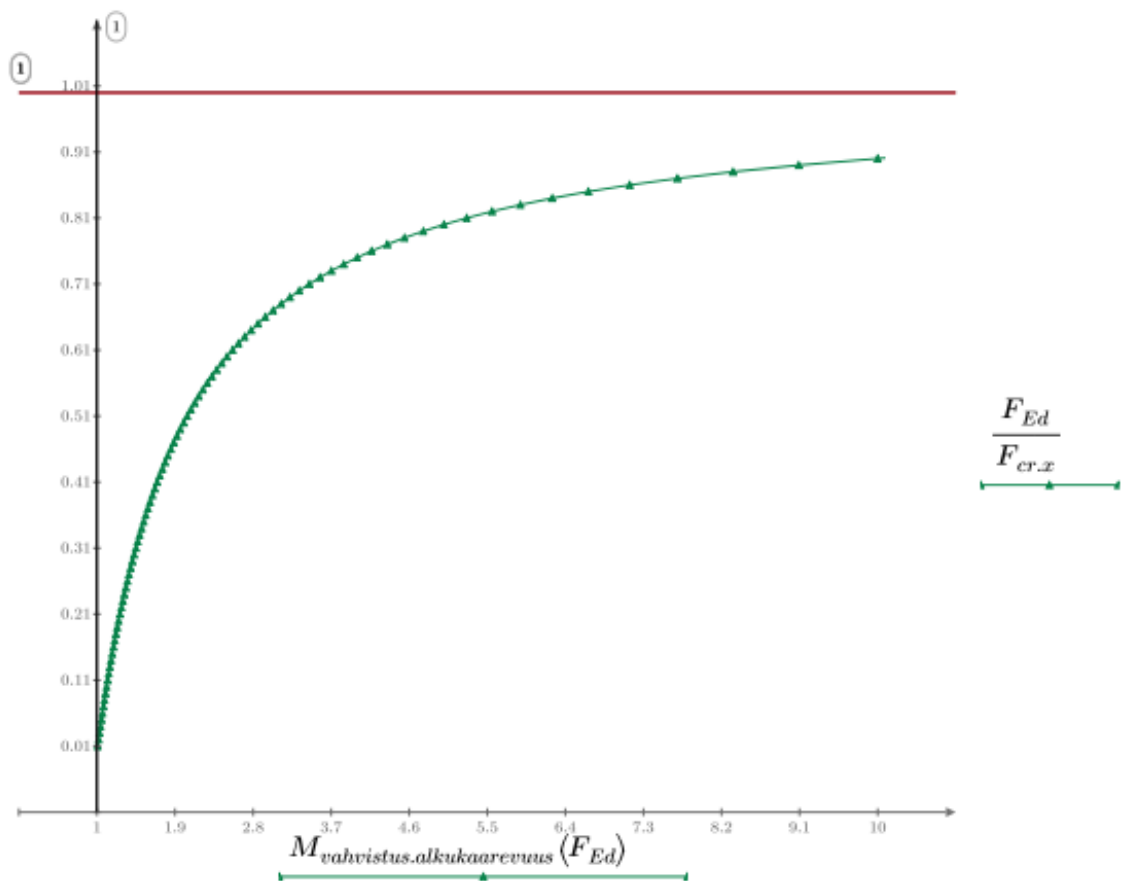
Suurin taipuma esiintyy pilarin keskikohdassa $z = L/2$:

$$v_{\text{kokonaistaipuma}}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{v_0}{\left(1 - \frac{F}{F_{cr}}\right)} \quad (25)$$

Jakamalla kokonaistaipuman lausekkeen kimmoteorian mukaisella ensimmäisen kerta-
luokan taipumalla saadaan vahvistuskerroin, joka määrittää aksiaalisen kuorman aiheut-
taman jäykkyyden pienenemisen (Galambos & Surovek 2008, 44-45)

$$M_{\text{vahvistus,alkukaarevuus}} = \frac{1}{1 - F/F_{cr}} \quad (26)$$

Kuormituksen lähestyessä teoreettista Eulerin nurjahduskuormaa momentinvahvistus-
kerroin lähestyy ääretöntä. Tämä on esitetty kuvassa (KUVA 9) sekä liitteen 1 esimerk-
kivertailu.



KUVA 9. Momentinvahvistuskerroin kuormituksen lähestyessä Eulerin kriittistä nur-
jahduskuormaa (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 50, kuva 2.11)

3.2 Kuorman epäkeskisyys

Differentiaaliyhtälö määritetään ilmaisemalla yhtälönä sisäinen momentti $M_i = EIv''$ ja ulkoinen momentti $M_e = F(e + v)$, jossa e on aksiaalisen kuorman epäkeskisyys ja v on taipuma (Galambos & Surovek 2008, 48)

$$-EIv'' = F(e + v) \quad (27)$$

Merkitsemällä yhteyden $k^2 = \frac{F}{EI}$ saadaan yhtälö muotoon

$$v'' + k^2v = -k^2e \quad (28)$$

Taipuma voidaan ratkaista yleisen ratkaisun kautta $v = A \sin kz + B \cos kz - e$. Reunaehdoilla $v(0) = v(L) = 0$ muodostetaan yhtälöpari

$$v(0) = B - e = 0 \quad (29)$$

$$v(L) = A \sin kL + B \cos kL - e = 0 \quad (30)$$

$$B - e = 0 \rightarrow B = e$$

$$A \sin kL + e \cos kL - e = 0$$

$$A \sin kL = -e \cos kL + e$$

$$A = -\frac{e \cos kL + e}{\sin kL}$$

$$A = e \left(\frac{-\cos kL + 1}{\sin kL} \right) = e \left(\frac{1 - \cos kL}{\sin kL} \right)$$

Sijoittamalla ratkaisut alkuperäiseen yhtälöön saadaan taipuman differentiaaliyhtälö muotoon

$$v = e \left(\frac{1 - \cos kL}{\sin kL} \sin kz + \cos kz - 1 \right) \quad (31)$$

Suurin taipuma löytyy keskeltä pilaria, jolloin $z = L/2$

$$v\left(\frac{L}{2}\right) = e\left(\frac{1-\cos kL}{\sin kL} \sin k\frac{L}{2} + \cos k\frac{L}{2} - 1\right) = e\left(\frac{1-\cos\frac{kL}{2}}{\cos\frac{kL}{2}}\right) \quad (32)$$

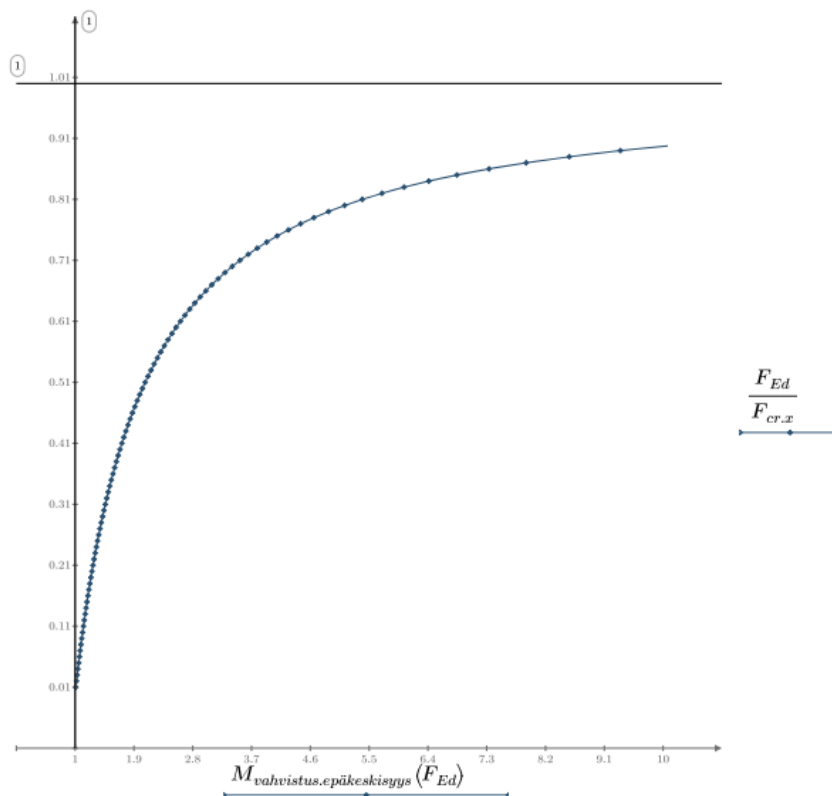
Kun $F = F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$; $k = \frac{\pi}{L}$; $\cos\frac{kL}{2} = \cos\frac{\pi}{2} = 0$; $v\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{e}{0} \rightarrow \infty$ Kuormituksen lähestyessä teoreettista nurjahduskuormaa taipuma kasvaa äärettömän suureksi. Vastaavasti myös momentinvahvistuskerroin kasvaa äärettömän suureksi.

Keskikohdan taipuma kimmoteorian mukaisessa ensimmäisen kertaluokan mitoituksessa on

$$v_1\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{ML}{8EI} = \frac{FeL^2}{8EI} = \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{F}{F_{cr}}\right) e \quad (33)$$

Jakamalla todellisen taipuman lausekkeen kimmoteorian mukaisella ensimmäisen kertaluokan taipumalla saadaan vahvistuskerroin, joka määrittää aksiaalisen kuorman aiheuttaman jäykkyyden pienenemisen ja momentin kasvun: (Galambos & Surovek 2008, 48-49)

$$M_{\text{vahvistus,epäkeskisyy}} = \frac{8}{\pi^2(F/F_{cr})} \left[\frac{1-\cos\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{F}{F_{cr}}}}{\cos\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{F}{F_{cr}}}} \right] \quad (34)$$



KUVA 10. Momentinvahvistuskerroin kuormituksen lähestyessä Eulerin kriittistä nurjahduskuormaa (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 50, kuva 2.11)

3.3 Tasainen viivakuorma

Viivakuorma ei oikeastaan ole epätäydellisyys. Poikittainen kuorma pilarilla aiheuttaa taipumaa taivutuksen kautta ja on siksi samanlainen kuin edeltävät tapaukset. Differentiaaliyhtälö tälle tapaukselle on (Galambos & Surovek 2008, 49)

$$v'''' + k^2 v'' = \frac{q}{EI} \quad (35)$$

$$v = A + Bz + C \sin kz + D \cos kz + \frac{qz^2}{2F}$$

$$v'' = -k^2 C \sin kz - k^2 D \cos kz + \frac{q}{F}$$

Taipuma saadaan yleisen ratkaisun kautta reunaehdoilla $v(0) = v(L) = v''(0) = v''(L) = 0$, josta muodostetaan neljän yhtälön ryhmä

$$v(0) = 0 = A + D$$

$$v''(0) = 0 = -k^2 D + \frac{q}{F}$$

$$v(L) = 0 = A + BL + C \sin kL + D \cos kL + \frac{qL^2}{2F} \quad (36)$$

$$v''(L) = 0 = -k^2 C \sin kL - k^2 D \cos kL + \frac{q}{F}$$

Yhtälöryhmästä ratkaisemalla saadaan $A = -\frac{q}{k^2 F}$, $B = -\frac{qL}{2F}$, $C = \frac{q}{F} \left(\frac{\cos kL}{-k^2 \sin kL} + \frac{1}{k^2 \sin kL} \right)$ ja $D = \frac{q}{k^2 F}$. Sijoittamalla vakiot alkuperäiseen yleiseen ratkaisuun

$$v = -\frac{q}{k^2 F} - \frac{qL}{2F} z + \frac{q}{F} \left(\frac{\cos kL}{-k^2 \sin kL} + \frac{1}{k^2 \sin kL} \right) \sin kz + \frac{q}{k^2 F} \cos kz + \frac{q}{F} \frac{z^2}{2}$$

$$v = \frac{q}{k^2 F} \left[-1 - \frac{Lk^2}{2} z + \left(\frac{\cos kL}{-\sin kL} + \frac{1}{\sin kL} \right) \sin kz + \cos kz + \frac{(kz)^2}{2} \right]$$

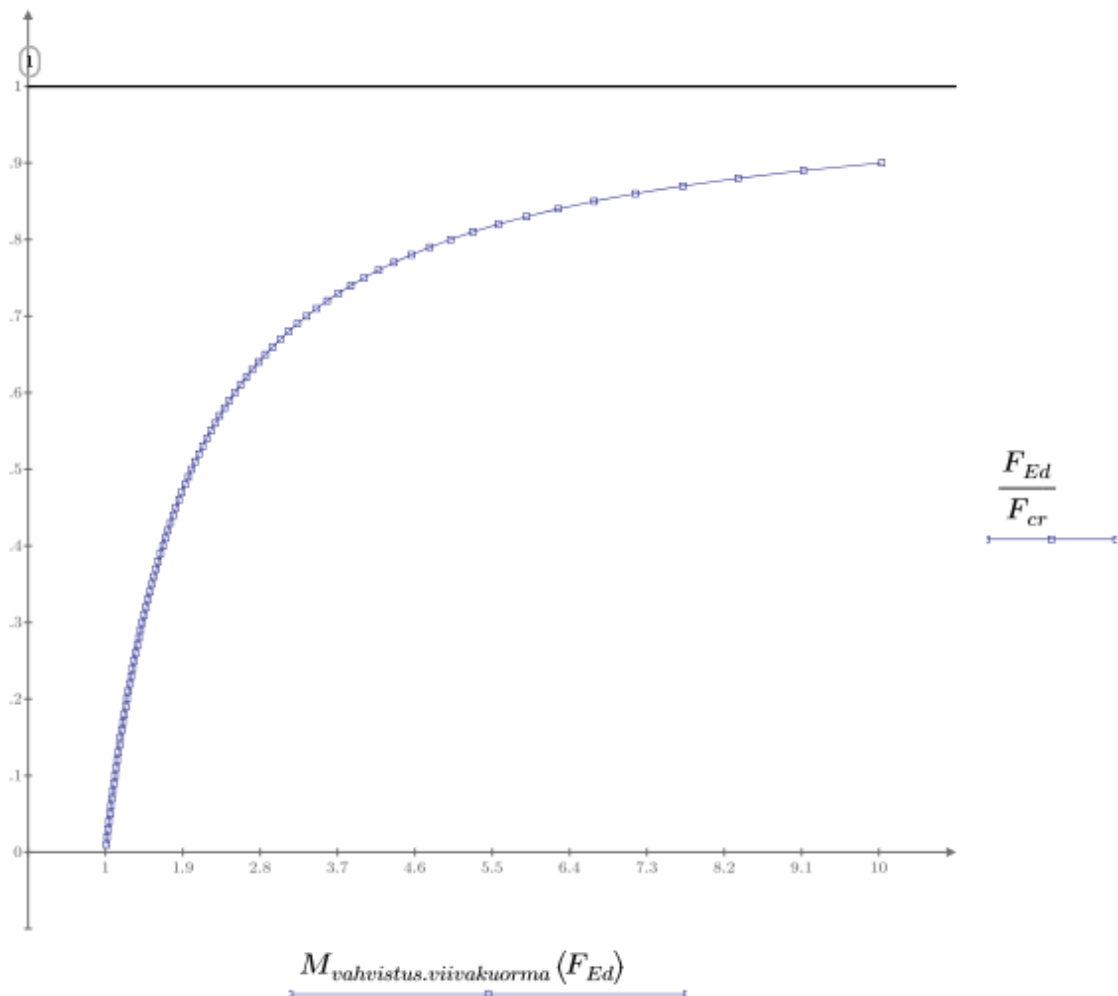
$$v\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{q}{Fk^2} \left(\frac{1}{\cos \frac{kL}{2}} - \frac{(kL)^2}{8} - 1 \right) \quad (37)$$

Kimmenteorian mukainen ensimmäisen kertaluvun mukainen taipuma tasaiselle kuormalle on (38). Jälleen jakamalla todellinen taipuma kimmenteorian mukaisella taipumalla saadaan vahvistuskerroin tasaisen viivakuorman tapaukselle (38) (Galambos & Surovek 2008, 49)

$$v_1\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{5qL}{384EI} \quad (38)$$

$$M_{\text{vahvistus.viivakuorma}} = \frac{384}{5k^4L^4} \left(\frac{1}{\cos\frac{kL}{2}} - \frac{(kL)^2}{8} - 1 \right) \quad (39)$$

Kuormituksen lähestyessä teoreettista Eulerin nurjahduskuormaa momentinvahvistuskerroin lähestyy ääretöntä. Tämä on esitetty kuvassa (KUVA 11) sekä liitteen 3 vetailulaskelmassa.

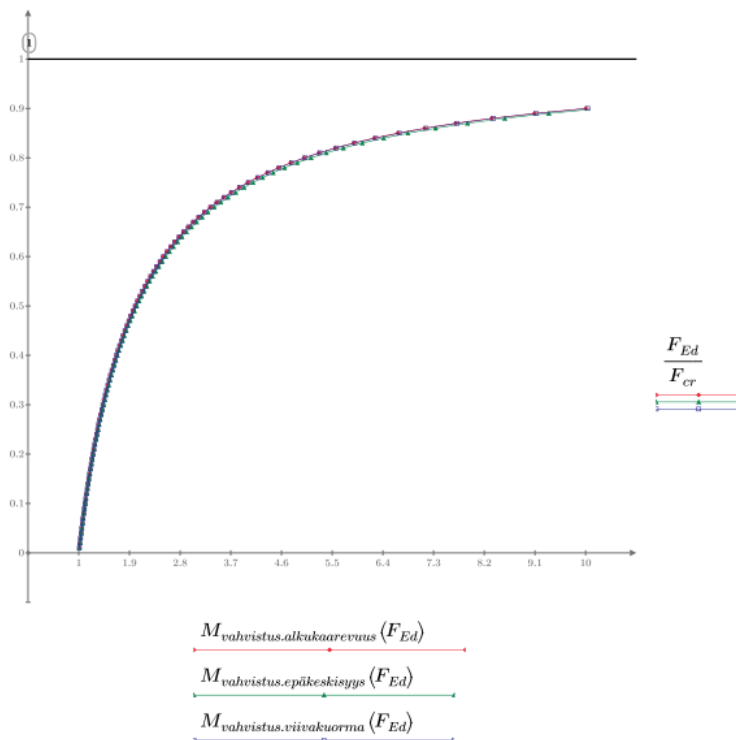


KUVA 11. Momentinvahvistuskerroin kuormituksen lähestyessä Eulerin kriittistä nurjahduskuormaa (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 50, kuva 2.11)

3.4 Eri tapausten vertailu

Tekemällä kuvaajat vahvistuskertoimista ja sijoittamalla ne samaan koordinaatistoon (KUVA 12) huomataan niiden olevan lähestulkoon toistensa päällä. Näin ollen yksinkertaista $\frac{1}{1-\frac{F}{F_{cr}}}$ vahvistuskerrointa onkin perusteltua käyttää kaikkiin tapauksiin. Tätä tosiasiaa on käytetty hyväksi useita vuosia ympäri maailmaa eri mitoitusstandardeissa. (Galambos & Surovek 2008,49-50)

Eurokoodissa SFS-EN 1993-1-1 luvussa 5.2 ohjeistetaan käyttämään kimmoteorian mukaisessa analyysissä momentinvahvistuskerrointa, kun $\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} < 10$, missä F_{Ed} vastaa mitoituskuormaa ja F_{cr} on kimmoteoriaan pohjautuva ja kimmoiseen alkujäykkyyteen perustuva kriittinen kuorma, jonka alaisena rakenteen kokonaisstabiilius menetetään. Nivelellisesti tuetulle ideaaliselle tapaukselle tämä kuorma on teoreettinen Eulerin nurjahduskuorma $F_{cr} = \frac{n\pi^2 EI}{L^2}$. $\alpha_{cr} \geq 3$ tulee kuitenkin toteutua. Jos ehto ei toteudu, on suoritettava tarkemman menetelmän mukaiset toisen kertaluokan tarkastelut. (SFS-EN 1993-1-1 luku 5.2)



KUVA 12. Momentinvahvistusten vertailu (muokattu lähteestä Galambos & Surovek 2008, sivu 50, kuva 2.11)

4 VERTAILULASKELMAT

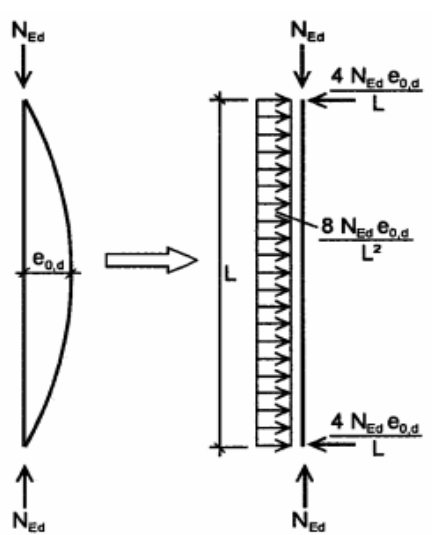
Kaikissa vertailulaskelmissa käytetään seuraavia lähtöarvoja. HEA120 profiilia, joka on pituudeltaan 5 metriä. Pilari tuetaan heikompaan suuntaan puolesta välistä ja mitoituskuormituksena käytetään 165kN, jonka teoreettinen $\alpha_{cr} = 3,0239557$ on vahveempaa suuntaa vastaan.

4.1 Steelmember

Vertailulaskelmat suoritetaan kaikille tapauksille niin hyvin kuin Steelmember niihin soveltuu. Steelmember pystyy mitoittamaan ensimmäisen kertaluokan mukaan sauvoja useilla eri profiilien poikkileikkausarvoilla erittäin hyvin ja tehokkaasti. Toisen kertaluokan vaikutuksia se ei huomioi eikä varoita, kun ne olisi huomioitava.

Ensimmäisessä laskentakokonaisuudessa lasketaan alkukaarevuuden mukaan kolme tapausta. Ensimmäisessä tapauksessa alkukaarevuus jätetään huomiotta. Toisessa alkukaarevuus huomioidaan ekvivalentteina voimina SFS-EN 1993-1-1 mukaan (KUVA 13) ja kolmannessa ekvivalentteja voimia suurennetaan momentinvahvistuskertoimella. Laskelmat on esitetty liitteessä 4. Viivakuormalle vastaavaa laskelmaa ei suoriteta, koska kyseinen tapaus vastaa ekvivalenttien voimien menetelmää ensimmäisessä tapauksessa.

Alkuepäätarkkuudet alkukaarevuuden muodossa

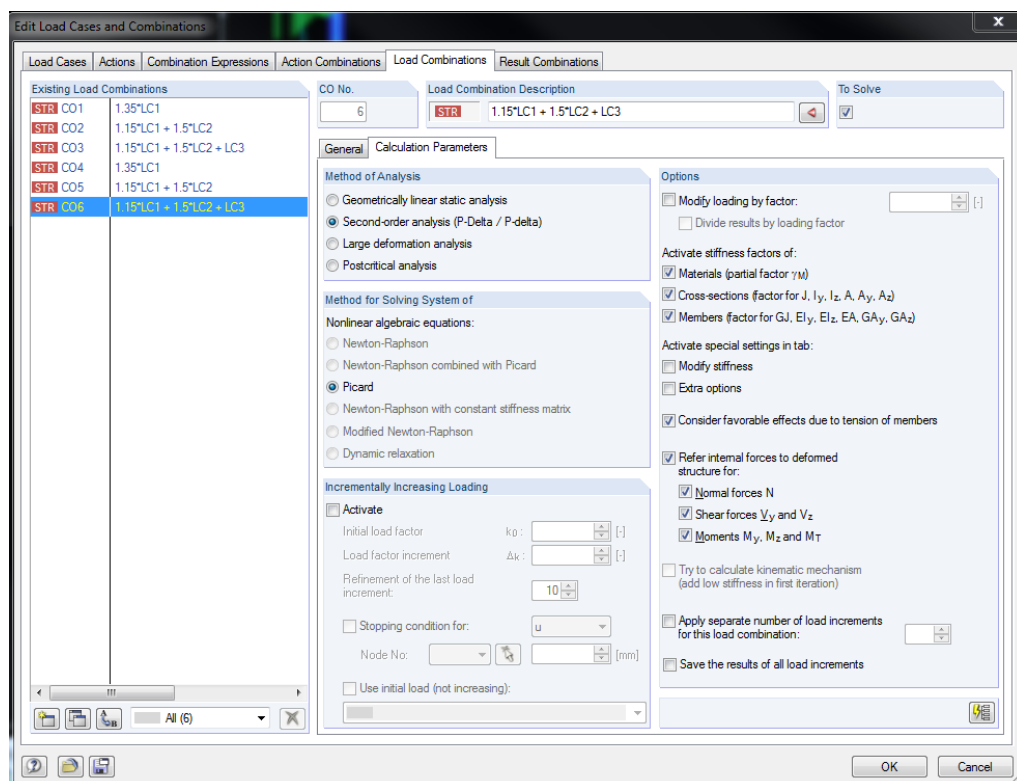


KUVA 13. Alkukaarevuus ekvivalenttina voimana (SFS-EN 1993-1-1 kuva 5.4)

Toisessa laskentakokonaisuudessa lasketaan epäkeskisyydelle kolme tapausta. Ensimmäinen lasketaan ensimmäisen kertaluokan teorian mukaan ja toisessa lisätään fiktiivinen vaakakuorma, joka vastaa ensimmäisen kertaluokan taipumasta aiheutuvaa lisäepäkeskisyyden arvoa. Kolmannessa tapauksessa momenttia suurennetaan yksinkertaistuksen momentinvahvistuskertoimella. Laskelmat on esitetty liitteessä 5.

4.2 Rfem

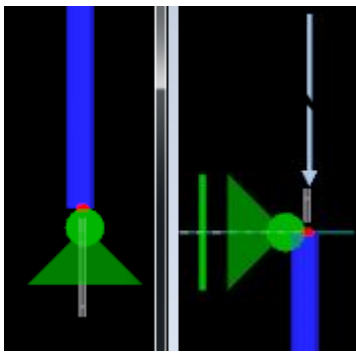
Vertailulaskelmat suoritettiin samoille tapauksille kuin edellä Steelmember laski. Alkukaarevuuden arvo syötettiin suoraan taipuneena muotona. Kuormitusyhdistelmät (CO1-CO3) laskettiin geometrisesti lineaarisen analyysin mukaan ja kuormitusyhdistelmät (CO4-CO6) laskettiin suoraan toisen kertaluokan tarkasteluina ilman vahvistuskertoimia kuvan (KUVA 14) mukaisilla parametreilla. Kuormitustapauksista LC1 sisältää pilarin oman painon, LC2 sisältää pistekuormana syötetyn hyötykuorman ja LC3 sisältää alkukaarevuuden muodossa olevan alkutaipuman. Laskennan tulokset on esitetty liitteessä 6.



KUVA 14. Toisen kertaluokan laskentaparametrit ja kuormitusyhdistelmät(Rfem)

Toisessa tapauksessa käytetään SFS-EN1993-1-1 mukaisia ekvivalentteja voimia ja suoritetaan tarkastelut ensimmäisen kertaluokan ja toisen kertaluokan mukaan. Tämä vastaa samalla pienen viivakuorman tapausta, jota työssä on käsitelty. (liite 7)

Kolmannessa tapauksessa pilaria kuormitetaan symmetrisesti epäkeskisesti käyttämällä täysin jäykkää epäkeskisyyden mittaista sauvaa aksiaalisen linjan ja kuormalinjan välissä. Yläpäässä kuorma on sijoitettu 20mm päähän sauvan keskiakselista ja alapäässä tuki on sijoitettu 20mm päähän keskiakselista. (KUVA 15 ja liite 8)



KUVA15. Epäkeskinen kuorma (Rfem)

5 POHDINTA

Opinnäytetyön tavoitteena oli perehtyä toisen kertaluokan vaikutuksiin ja tämän pohjalta saada aikaan laskentakaavat analyttiseen ratkaisuun perustuen nivelellisesti tuetulle aksiaalisesti kuormitetulle elastiselle pilarille. Rajoituksena käytettiin pienten siirtymien teoriaa sekä teknistä taivutusteoriaa ja näiden tulosten pohjalta huomattiin, että tulokset ovat lähes identtiset eurokoodin SFS EN 1993-1-1 antaman yksinkertaisen momentinvahvistuksen kanssa kuten liitteiden vertailulaskelmissa todetaan. Erot analyttisiin kaavoihin ovat näissä tapauksissa hyvin pieniä. Laskelmat ja oletukset myös osoittavat ettei teoreettista nurjahduskuormaa voida saavuttaa epätäydellisyyksien vuoksi. Toisen kertaluokan geometriset epätäydellisyydet ovat vääjäämättömiä ja aiheuttavat ideaalissa pilarissa momenttia sekä taipumaa kaikissa tapauksissa pilarista riippumatta. Kuormituksen lähestyessä teoreettisesta pilarin nurjahduskestävyyttä kasvaa momentinvahvistus kohti ääretöntä ja pilari nurjahtaa taivutuksen ja puristuksen yhteisestä vaikutuksesta.

Tapaus oli myös siinä mielessä idealisoitu äärimmilleen, että nivelellisesti tuetulle pilarille ei saa aikaan toisen kertaluokan vaikutuksia sivusiirtyvässä tapauksessa, koska molemmat tuet on sidottu paikoilleen vaakasuunnassa. Näin ollen sivusiirtyvyydestä johtuvat toisen kertaluokan vaikutukset jäi tässä työssä käsittelemättä. Pilarit toimivat tavallisesti osana jotain isompaa kokonaisuutta ja tästä syystä pilarin liitokset ovat jotain muuta kuin idealisoituja nivelliitoksia ja sivusiirtyvyyden aiheuttamat toisen kertaluokan vaikutukset voivat olla hyvinkin merkittäviä. Näin ollen todellista pilaria ei tässä esityillä analyttisillä kaavoilla pysty tarkasti mitoittamaan, vaan suositellaan voimasuureiden laskemista jollain ohjelmalla, jolla saadaan koko kehän nurjahdusmuoto ja siirtymät vaikuttavien voimien seurauksena määritettyä. Käsineläskennän tueksi ja tarkistuslaskelmissa suuruusluokan arvioimiseksi momentinvahvistuskerrointa voi käyttää Eurokoodin SFS-EN 1993-1-1 ohjeistuksen mukaan.

Tutkimalla esimerkiksi katon jäykistyssidettä, joka ottaa pääsääntöisesti vastaan puristavia tai vetäviä voimia ja on nivelellisesti tuettu, voidaan staattiset voimasuureet mitoitaa toisen kertaluvun mukaan näillä kaavoilla. Jäykistyssiteisiin on eurokoodin SFS EN 1993-1-1 mukaan huomioitava alkukaarevuuden epätarkkuustekijä ja erittäin hoikat siteet voivat taipua jo omasta painostaan, joten toisen kertaluvun vaikutukset voivat olla merkittäviä suuren puristavan voiman vaikuttaessa.

Toisen kertaluvun vaikutukset huomioidaan tavallisesti FEM –laskentaohjelmilla, jotka osaavat tehokkaasti laskea isompia kokonaisuuksia. Kuitenkin suunnittelijan tulisi osata käsinkin laskemalla arvioida ohjelman antamia tuloksia. Tähän tarkoitukseen analyyttiset kaavat sekä eurokoodin SFS EN 1993-1-1 antama yksinkertaistus sopivat. Monimutkaisissa rakenteissa on usein turvaututtava FEM-laskentaohjelmien käyttöön ja tärkeämpää suunnittelijalle on osata FEM-mallista tulkita toisen kertaluvun vaikutuksia kuin yrittää analyyttisin hyvin monimutkaisin kaavoin yrittää ratkoa ongelmaa.

Opinnäytetyön tuloksena saatiin johdettua epäkeskeisesti kuormitetulle pilarille, alkukaarevuudelle ja pienelle tasaiselle viivakuormalle momentinvahvistuskertoimet, joilla voidaan huomioida pienten taipumien, teknisen taivutusteorian ja lineaarisen materiaalin rajoissa toisen kertaluvun vaikutuksia nivelellisesti tuetulle sauvalle. Kaavat pätevät vain, kun aksiaalinen puristus on dominoiva ja sauva voidaan ajatella toimivan ideaalisten niveltukien varassa.

LÄHTEET

Galambos, Theodore – Surovek, Andrea. Structural stability of steel. Concepts and applications for structural engineers, John Wiley & Sons, Inc. New Jersey 2008.

SFS-EN 1993-1-1. Eurocode 3. Teräsrakenteiden suunnittelu.
Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt.
Suomen Standardisoimisliitto SFS ry. Helsinki 2006

Tuomaala, M. Rakenteiden stabiilisuusteoria, luentomoniste. Tampere 2005,
Tampereen teknillinen yliopisto. Julkaisematon opintomateriaali

LIITTEET

Liite 1. Pilarin alkukaarevuus

1(3)

Alkukaarevuuden analyttisen momentinvahvistuskertoimen ja Eurokoodin yksinkertaistuksen vertailu, kun $\alpha_{cr}=3$:

Profiili: HEA120

$$E := 210000 \frac{N}{mm^2} \quad I_x := 6060000 \text{ mm}^4 \quad I_y := 2310000 \text{ mm}^4 \quad L_c := 5000 \text{ mm}$$

$$F_{Ed} := 165 \text{ kN} \quad v_0 := 20 \text{ mm}$$

Eulerin nurjahduskuorma on keskeisesti kuormitetun täysin suoran pilarin teoreettinen kestävyys nurjahdusta vastaan. Oletetaan pilarin olevan heikompaan suuntaan nurjahduksen suhteen tuettu.

$$\text{x-suuntaan } F_{cr,x} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{L_c^2} = 502.40234243 \text{ kN}$$

Alkukaarevuus aiheuttaa pilariin momenttia ja sitä kautta lisää taipumaa ennen teoreettisen nurjahduskuorman saavuttamista ja näin ollen heikentää pilarin kestävyttä. Eurokoodin nurjahduskäyrät sisältävät alkukaarevuuden aiheuttaman heikennyksen, joten tämän tyyppinen toisen kertaluvun vaikutus ei vaikuta käyristä luettuun nurjahduskestävyyteen. Sen sijaan pilarin kriittisen poikkileikkauksen aksiaalisen puristuksen ja taivutuksen yhteisvaikutusyhtälöön tämä vaikuttaa, koska momentti on suurempi ja vaikutus on otettava huomioon.

Eurokoodin kerroin pilarille:

Eurokoodin mukaan, kun $10 > \alpha_{cr} \geq 3$ yksinkertaisen vahvistuskertoimen käyttö olisi sallittua.

$$\text{x-suuntaan } \alpha_{cr} := \frac{F_{cr,x}}{F_{Ed}} = 3.04486268 \quad \rightarrow \text{Toisen kertaluvun vaikutukset huomioitava}$$

Tarkastellaan tässä kuitenkin analyttisen differentiaaliyhtälön mukaista momentinvahvitusta ja verrataan sitä yksinkertaistukseen.

Analyttinen momentinvahvistuskerroin saadaan jakamalla toisen kertaluokan teorialla laskettu taipuma ensimmäisen kertaluokan teorialla lasketulla taipumalla:

$$M_{vahvistus,cr,x} := \frac{v_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot L_c}{2}\right)}{1 - \frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}} \cdot \frac{1}{v_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot L_c}{2}\right)}$$

$$M_{vahvistus,cr,x} = 1.48903$$

Yhtälö voidaan sieventää muotoon:

$$M_{vahvistus,cr,x} := \frac{1}{1 - \frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}}$$

Eurokoodin yksinkertaistuksen vastaava kerroin on sama:

$$\frac{1}{1 - \frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}} = 1.48903039$$

Eroa analyttisen momentinvahvituksen ja Eurokoodin EC3 yksinkertaistuksen ei ole, koska kaavat ovat samat. Vaikka menetelmä on EC3 mukaan sallittu, tulisi näin tiukoille puristetun sauvan tapauksessa tutkia myös toimiiko tuet puhtaasti nivelenä ja erityisesti koko rakennuksen sivusiirtävyyden vaikutukset kuormituksiin.

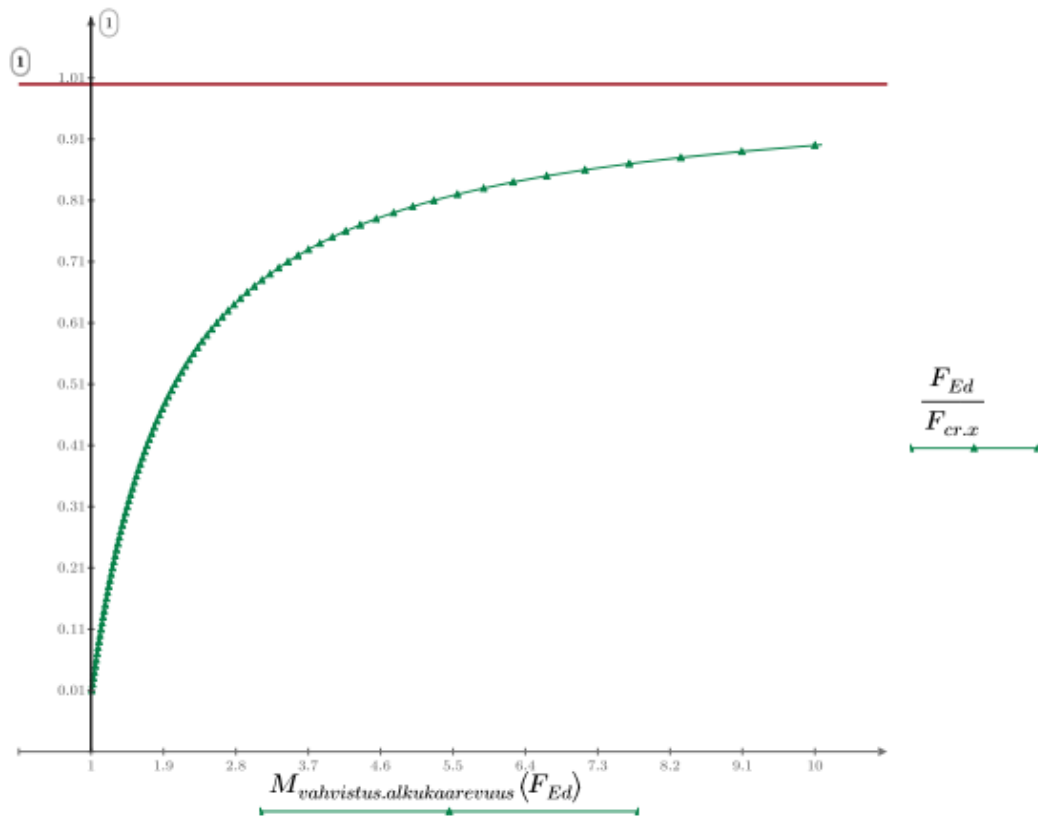
Liite 1. Pilarin alkukaarevuus

3(3)

Alapuolinen kuvaaja kertoo kuinka momenttia vahvistava kerroin kasvaa kuormasuhteen lähestyessä teoreettista Eulerin nurjahduskestävyyttä:

$$F_{Ed} := 0.01 \cdot F_{cr,x}, 0.02 \cdot F_{cr,x} \dots F_{cr,x}$$

$$M_{\text{vahvistus.alkukaarevuus}}(F_{Ed}) := \frac{v_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot \frac{L_c}{2}}{L_c}\right)}{1 - \frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}}$$



Liite 2. Epäkeskinen kuormitus

1(3)

Epäkeskeisen kuorman analyttisen momentinvahvistuskertoimen ja Eurokoodin yksinkertaistuksen vertailu, kun $\alpha_{cr}=3$:

Profiili: HEA120

$$E := 210000 \frac{N}{mm^2} \quad I_x := 6060000 \text{ mm}^4 \quad I_y := 2310000 \text{ mm}^4 \quad L_e := 5000 \text{ mm}$$

$$F_{Ed} := 165 \text{ kN} \quad e_0 := 50 \text{ mm}$$

Eulerin nurjahduskuorma on keskeisesti kuormitetun täysin suoran pilarin teoreettinen kestävyys nurjahdusta vastaan. Oletetaan pilarin olevan heikompaan suuntaan nurjahduksen suhteen tuettu.

$$\text{x-suuntaan } F_{cr,x} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{L_e^2} = 502.40234 \text{ kN}$$

Kuorman epäkeskisyys aiheuttaa pilariin momenttia ja taipumaa ennen teoreettisen nurjahduskuorman saavuttamista ja näin ollen heikentää pilarin kestävyttä. Toisen kertaluvun momentti aiheutuu taipuneeseen muotoon edelleen vaikuttavasta normaalivoimasta, joka kasvattaa momenttia. Tämän tyyppinen toisen kertaluvun vaikutus ei vaikuta EC3 nurjahduskäyristä luettuun nurjahduskestävyyteen. Sen sijaan pilarin kriittisen poikkileikkauksen aksiaalisen puristuksen ja taivutuksen yhteisvaikutusyhtälöön tämä vaikuttaa, koska momentti on suurempi ja vaikutus on otettava huomioon.

Eurokoodin kerroin pilarille:

Eurokoodin mukaan, kun $10 > \alpha_{cr} \geq 3$ yksinkertaisen vahvistuskertoimen käyttö olisi sallittua.

$$\text{x-suuntaan } \alpha_{cr} := \frac{F_{cr,x}}{F_{Ed}} = 3.04486 \quad \rightarrow \text{Toisen kertaluvun vaikutukset huomioitava}$$

Tarkastellaan tässä kuitenkin analyttisen differentiaaliyhtälön mukaista momentinvahvitusta ja verrataan sitä yksinkertaistukseen.

Analyttinen momentinvahvistuskerroin saadaan jakamalla toisen kertaluokan teorialla laskettu taipuma ensimmäisen kertaluokan teorialla lasketulla taipumalla:

$$k_x := \sqrt{\frac{F_{Ed}}{E \cdot I_x}}$$

$$M_{vahvistus.epäkeskisyyss} := \frac{e_0 \cdot \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{k_x \cdot L_c}{2}\right)} - 1 \right)}{\frac{\pi^2}{8} \cdot \left(\frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}\right) \cdot e_0}$$

Yhtälö voidaan sieventää muotoon:

$$M_{vahvistus.epäkeskisyyss} := \frac{8}{\pi^2 \cdot \left(\frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}\right)} \cdot \frac{\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}}\right)\right)}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}}\right)\right)} \quad M_{vahvistus.epäkeskisyyss} = 1.50335$$

Eurokoodin yksinkertaistuksen vastaava kerroin:

$$\frac{1}{1 - \frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}} = 1.48903 \quad \text{Ero näiden välillä} \quad \frac{1.50335}{1.48903} - 1 = 0.9617\%$$

Ero analyttisen momentinvahvistuksen ja Eurokoodin EC3 yksinkertaistuksen välillä on alle 1%, kun $\alpha_{cr} = 3$. Pelkästään epäkeskisyydestä aiheutuva momentinsuurennus ei poikkea käytännössä analyttisestä ratkaisusta ja yksinkertaistuksen käyttö on Eurokoodin EC3 mukaan tilanteessa sallittu. Vaikka menetelmä on EC3 mukaan sallittu, tulisi näin tiukoille puristetun sauvan tapauksessa tutkia myös toimiiko tuet puhtaasti nivelenä ja erityisesti koko rakennuksen sivusiirtävyyden vaikutukset kuormituksiin.

Liite 2. Epäkeskinen kuormitus

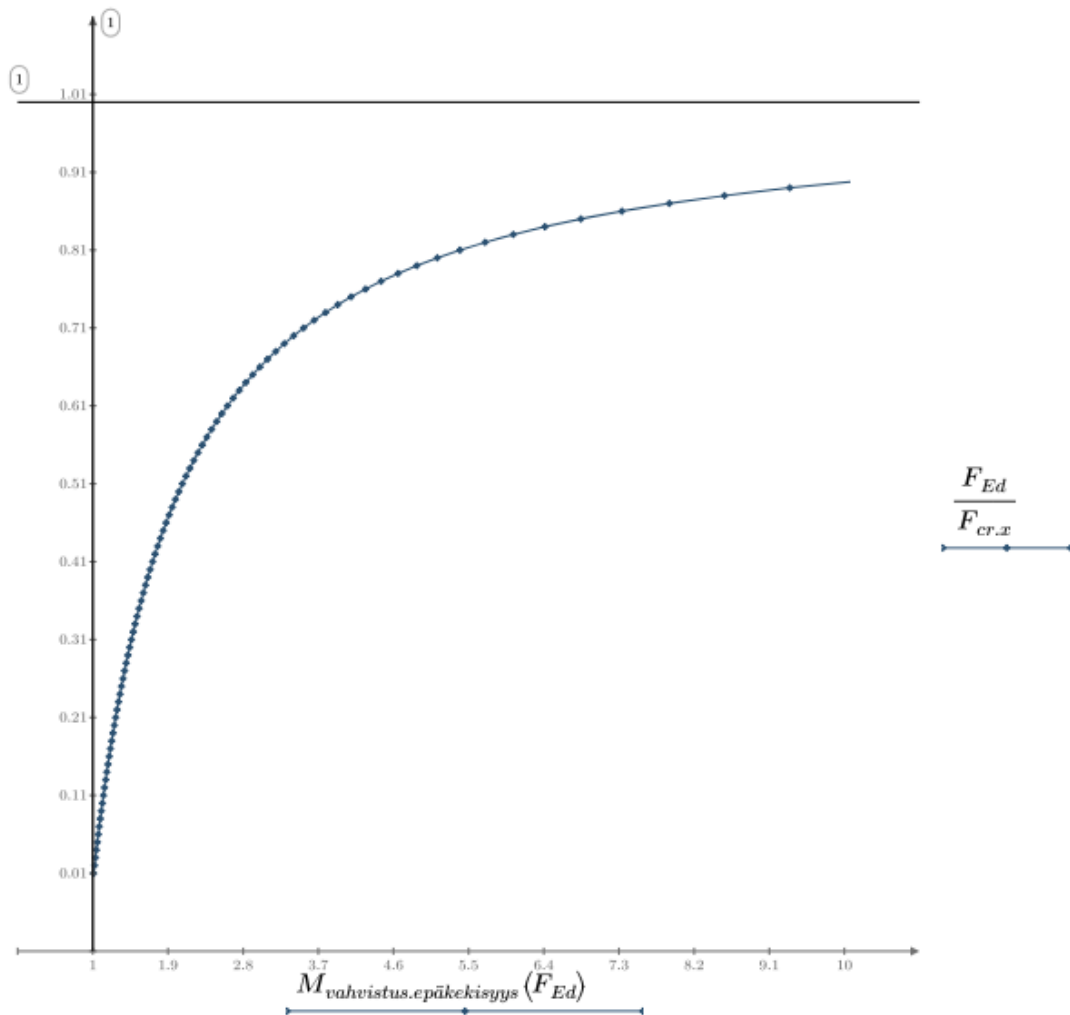
3(3)

Alapuolinen kuvaaja kertoo kuinka momenttia vahvistava kerroin kasvaa kuormasuhteen lähestyessä teoreettista Eulerin nurjahduskestävyyttä:

$$F_{cr,x} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{L_c^2} \quad k(F_{Ed}) := \sqrt{\frac{F_{Ed}}{E \cdot I_x}}$$

$$F_{Ed} := 0.01 \cdot F_{cr,x}, 0.02 \cdot F_{cr,x}, \dots, F_{cr,x}$$

$$M_{vahvistus.epäkeskisyyys}(F_{Ed}) := \frac{8}{\pi^2 \cdot \left(\frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}\right)} \cdot \left(\frac{1 - \cos\left(\frac{k(F_{Ed}) \cdot L_c}{2}\right)}{\cos\left(\frac{k(F_{Ed}) \cdot L_c}{2}\right)} \right)$$



Liite 3. Tasainen viivakuorma

1(3)

Tasaisen pienen viivakuorman analyttisen momentinvahvistuskertoimen ja Eurokoodin yksinkertaistuksen vertailu, kun $\alpha_{cr}=3$:

Profilii: HEA120

$$E := 210000 \frac{N}{mm^2} \quad I_x := 6060000 \text{ mm}^4 \quad I_y := 2310000 \text{ mm}^4 \quad L_c := 5000 \text{ mm}$$

$$F_{Ed} := 165 \text{ kN} \quad q := 0.5 \frac{kN}{m}$$

Eulerin nurjahduskuorma on keskeisesti kuormitetun täysin suoran pilarin teoreettinen kestävyys nurjahdusta vastaan. Oletetaan pilarin olevan heikompaan suuntaan nurjahduksen suhteen tuettu.

$$\text{x-suuntaan } F_{cr,x} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_x}{L_c^2} = 502.40234 \text{ kN}$$

Viivakuorma aiheuttaa pilariin momenttia ja taipumaa ennen teoreettisen nurjahduskuorman saavuttamista ja näin ollen heikentää pilarin kestävyttä. Toisen kertaluvun momentti aiheutuu taipuneeseen muotoon edelleen vaikuttavasta normaalivoimasta, joka kasvattaa momenttia. Tämän tyyppinen toisen kertaluvun vaikutus ei vaikuta EC3 nurjahduskäyristä luettuun nurjahduskestävyyteen. Sen sijaan pilarin kriittisen poikkileikkauksen aksiaalisen puristuksen ja taivutuksen yhteisvaikutusyhtälöön tämä vaikuttaa, koska momentti on suurempi ja vaikutus on otettava huomioon.

Eurokoodin kertoimet pilarille:

Eurokoodin mukaan, kun $10 > \alpha_{cr} \geq 3$ yksinkertaisen vahvistuskertoimen käyttö olisi sallittua.

$$\text{x-suuntaan } \frac{F_{cr,x}}{F_{Ed}} = 3.04486 \quad \rightarrow \text{Toisen kertaluvun vaikutukset huomioitava}$$

Tarkastellaan tässä kuitenkin analyttisen differentiaaliyhtälön mukaista momentinvahvistusta ja verrataan sitä yksinkertaistukseen.

Liite 3. Tasainen viivakuorma

2(3)

Analyttinen momentinvahvistuskerroin saadaan jakamalla toisen kertaluokan teorialla laskettu taipuma ensimmäisen kertaluokan teorialla lasketulla taipumalla:

$$k_x := \sqrt{\frac{F_{Ed}}{E \cdot I_x}}$$

$$M_{vahvistus.viivakuorma.x} := \frac{\frac{q}{F_{Ed} \cdot k_x^2} \cdot \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{k_x \cdot L_c}{2}\right)} - \frac{(k_x \cdot L_c)^2}{8} - 1 \right)}{\frac{5 \cdot q \cdot L_c^4}{E \cdot I_x}}$$

Lauseke voidaan sieventää muotoon:

$$M_{vahvistus.viivakuorma.x} := \frac{384}{5 \cdot k_x^4 \cdot L_c^4} \cdot \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{k_x \cdot L_c}{2}\right)} - \frac{(k_x \cdot L_c)^2}{8} - 1 \right)$$

$$M_{vahvistus.viivakuorma.x} = 1.49076$$

Eurokoodin yksinkertaistuksen vastaava kerroin x-suuntaan:

$$\frac{1}{1 - \frac{F_{Ed}}{F_{cr.x}}} = 1.48903 \quad \text{Ero näiden välillä} \quad \frac{1.49076}{1.48903} - 1 = 0.11618\%$$

Ero analyttisen momentinvahvistuksen ja Eurokoodin EC3 yksinkertaistuksen välillä on n. 0,1%, kun $\alpha_{cr} = 3$. Pelkästään viivakuormasta aiheutuva momentinsuurennus ei poikkea käytännössä analyttisestä ratkaisusta ja yksinkertaistuksen käyttö on Eurokoodin EC3 mukaan tilanteessa sallittu. Vaikka menetelmä on EC3 mukaan sallittu, tulisi näin tiukoille puristetun sauvan tapauksessa tutkia myös toimiiko tuet puhtaasti nivelenä ja erityisesti koko rakennuksen sivusiirtävyyden vaikutukset kuormituksiin.

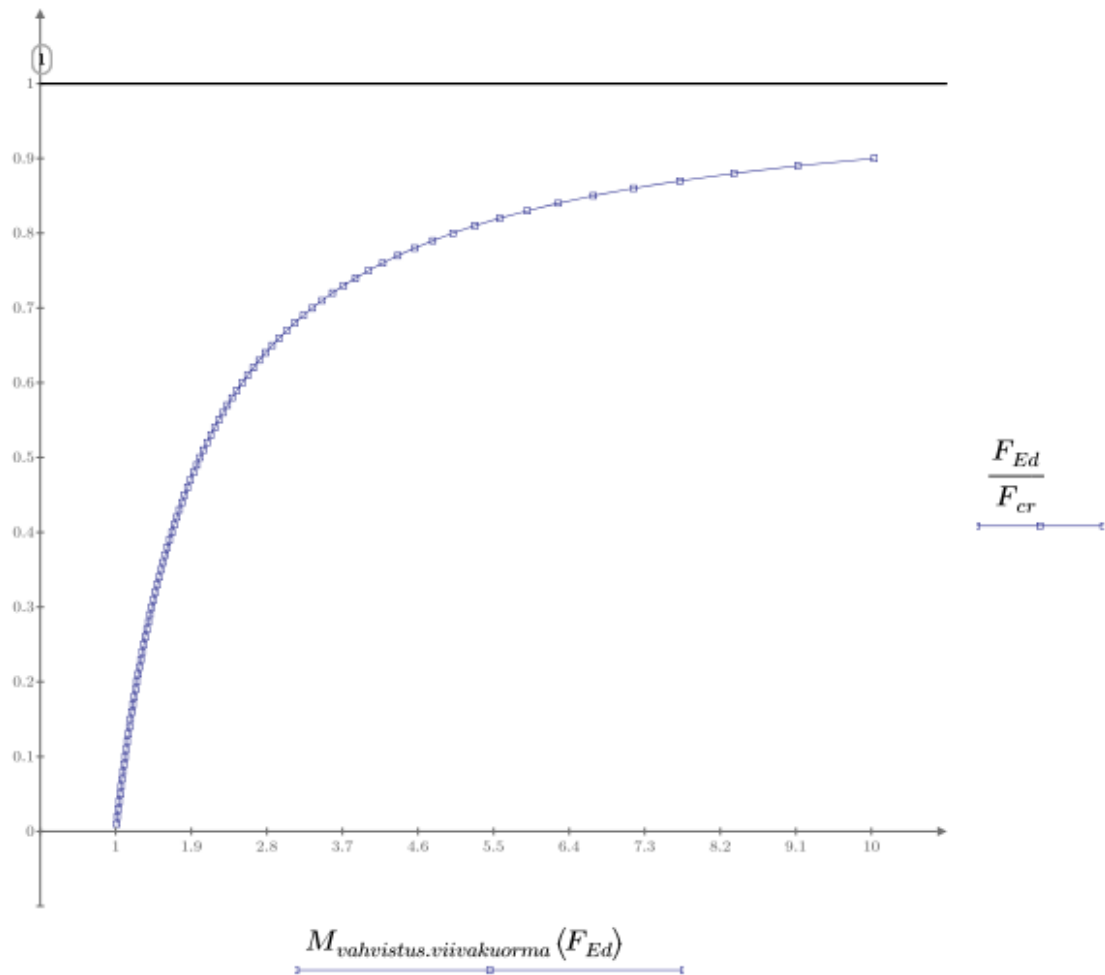
Liite 3. Tasainen viivakuorma

3(3)

Alapuolinen kuvaaja kertoo kuinka momenttia vahvistava kerroin kasvaa kuormasuhteen lähestyessä teoreettista Eulerin nurjahduskestävyyttä:

$$F_{Ed} := 0.01 \cdot F_{cr,x}; 0.02 \cdot F_{cr,x} \dots F_{cr,x} \quad k(F_{Ed}) := \sqrt{\frac{F_{Ed}}{E \cdot I_x}}$$

$$M_{vahvistus.viivakuorma}(F_{Ed}) := \frac{8}{\pi^2 \cdot \left(\frac{F_{Ed}}{F_{cr,x}}\right)} \cdot \left(\frac{1 - \cos\left(\frac{k(F_{Ed}) \cdot L_c}{2}\right)}{\cos\left(\frac{k(F_{Ed}) \cdot L_c}{2}\right)} \right)$$



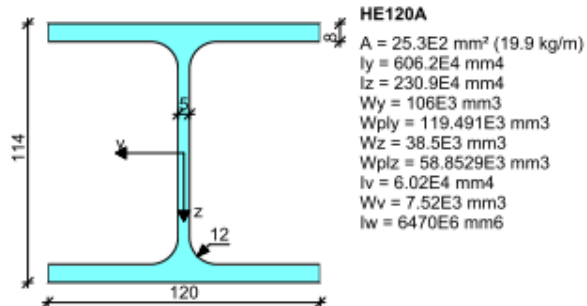
Liite 4. Steelmembers laskelmat alkukaarevuus ekvivalentteina voimina

1(6)

Käytetty NA: Suomi*

HEA 120 5m lineaarinen

Ensimmäisen kertaluvun mukaan lasketut voimasuureet



Teräksen myötöraja 355 N/mm², käytetty 355 N/mm²
 Teräksen kimmokerroin 210000 N/mm², Poissonin luku 0.3

Kuormien osavarmuuskertoimet

GammaG,inf = 0.90, GammaG,sup = 1.15, GammaG,sup (dead only) = 1.35, GammaQ,inf = 0.00, GammaQ,sup = 1.50, PsiVec = 0.80

Materiaalin osavarmuuskertoimet

GammaM0 = 1.00, GammaM1 = 1.00, GammaM2 = 1.25

Uumaa ei jäykistetty

Nurjahduspituus z-akselin suuntaan 5000 mm ja y-akselin suuntaan 2500 mm. Kiepahdustukien väli 2500 mm.

Staattinen systeemi ja kuormat [kN, kNm, kN/m, mm]

Jänneväli: 5000 mm

Omapaino - Normaali: Pysyvä normaalivoima -1 kN, epak. = 0 mm

Muuttuva normaalivoima -110 kN, epak. = 0 mm

Voimasuureet (ominaisarvot)

	Pysyvä	Muuttuva	Kokonais
Momentti [kNm]	0.00	0.00	0.00
Leikkausvoima [kN]	0.00	0.00	0.00
Vasen tukireaktio [kN]	0.00	0.00	0.00
Oikea tukireaktio [kN]	-0.00	-0.00	-0.00

Mitoituskriteerit:

EuroCode 3, SFS-EN 1993-1-1, Poikkileikkausluokka 3:

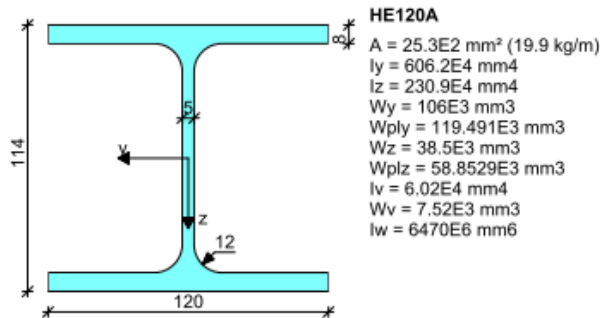
			100 %
Puristus [kN]	$\frac{166.2}{898.1} = 18.5 \%$	<div style="width: 18.5%; background-color: green; height: 10px;"></div>	
Nurjahdus[kN] (y)	$\frac{166.2}{367.8} = 45.2 \%$	<div style="width: 45.2%; background-color: green; height: 10px;"></div>	
Nurjahdus [kN] (z)	$\frac{166.2}{443.1} = 37.5 \%$	<div style="width: 37.5%; background-color: green; height: 10px;"></div>	

Liite 4. Steelmember laskelmat alkukaarevuus ekvivalentteina voimina

2(6)

Käytetty NA: Suomi

Ekvivalentit alkukaarevuuden kuormat L/250

Teräksen myötöraja 355 N/mm², käytetty 355 N/mm²Teräksen kimmokerroin 210000 N/mm², Poissonin luku 0.3**Kuormien osavarmuuskertoimet**

GammaG,inf = 0.90, GammaG,sup = 1.15, GammaG,sup (dead only) = 1.35, GammaQ,inf = 0.00, GammaQ,sup = 1.50, PsiVec = 0.80

Materiaalin osavarmuuskertoimet

GammaM0 = 1.00, GammaM1 = 1.00, GammaM2 = 1.25

Uumaa ei jäykistetty

Nurjahduspituus z-akselin suuntaan 5000 mm ja y-akselin suuntaan 2500 mm. Kiepahdustukien väli 2500 mm.

Staattinen systeemi ja kuormat [kN, kNm, kN/m, mm]

Jänneväli: 5000 mm

Omapaino - Normaali: Pysyvä normaalivoima -1 kN, epak. = 0 mm

Muuttuva normaalivoima -110 kN, epak. = 0 mm

8*Ned*e0d/L² (ekvivalentti alkukaarevuuden kuorma): Muuttuva viivakuorma 0.88 kN/m

4*Ned*e0d/L (ekvivalentti alkukaarevuuden kuorma): Muuttuva pistekuorma -1.76 kN, pos = 0 mm

4*Ned*e0d/L (ekvivalentti alkukaarevuuden kuorma): Muuttuva pistekuorma -1.76 kN, pos = 5000 mm

Voimasuureet (ominaisarvot)

	Pysyvä	Muuttuva	Kokonais
Momentti [kNm]	0.00	2.75	2.75
Leikkausvoima [kN]	0.00	-2.20	-2.20
Vasen tukireaktio [kN]	0.00	0.44	0.44
Oikea tukireaktio [kN]	-0.00	0.44	0.44

Mitoituskriteerit:

EuroCode 3, SFS-EN 1993-1-1, Poikkileikkausluokka 3:

			100 %
Taivutus [kNm](y)	$\frac{4.1}{37.6}$	= 11.0 %	
Leikkaus [kN](z)	$\frac{3.3}{172.6}$	= 1.9 %	
Uuma pistekuormalle [kN], 1-5 6.1 (a)	$\frac{2.6}{256.3}$	= 1.0 %	
Uuma tukireaktiolle [kN], 1-5 6.1 (c)	$\frac{3.3}{158.3}$	= 2.1 %	
Puristus [kN]	$\frac{166.2}{898.1}$	= 18.5 %	
Taivutus ja normaalivoima	$\frac{0.3}{1.0}$	= 29.5 %	
Nurjahdus[kN] (y)	$\frac{166.2}{367.8}$	= 45.2 %	
Nurjahdus [kN] (z)	$\frac{166.2}{443.1}$	= 37.5 %	
Kiepahdus [kNm]	$\frac{4.1}{29.1}$	= 14.2 %	
Taivutus ja puristus	$\frac{0.6}{1.0}$	= 63.2 %	
Taipuma [mm] (muuttuvat kuormat)	$\frac{L/889 = 5.6}{L/400 = 12.5}$	= 45.0 %	
Taipuma [mm] (kokonais)	$\frac{L/889 = 5.6}{L/400 = 12.5}$	= 45.0 %	

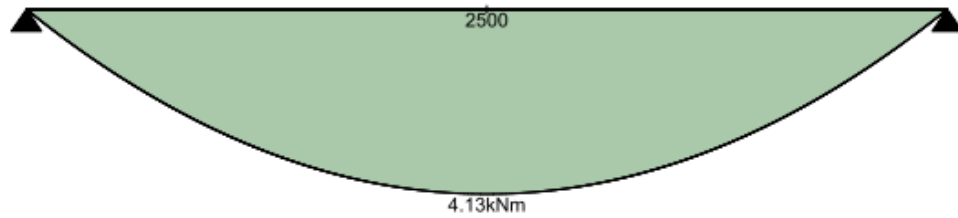
Liite 4. Steelmembri laskelmat alkukaarevuus ekvivalentteina voimina

3(6)

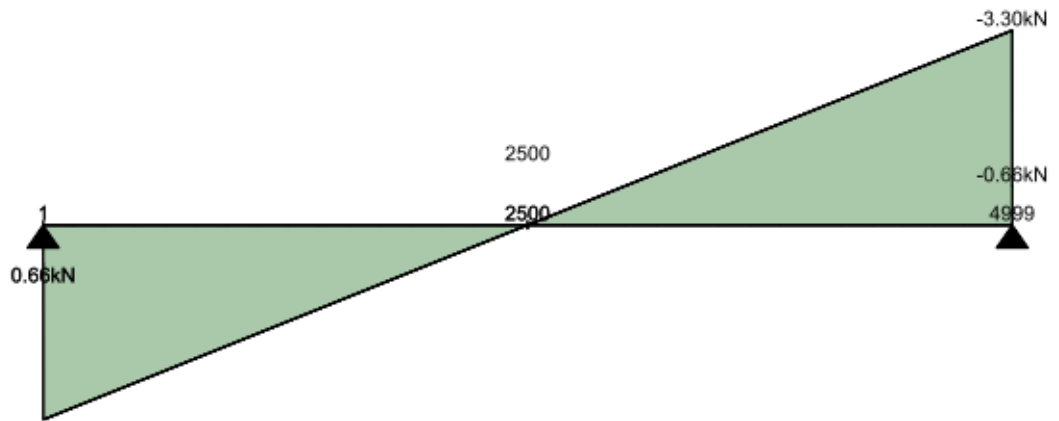
Käytetty NA: Suomi

Ekvivalentit alkukaarevuuden kuormat L/250

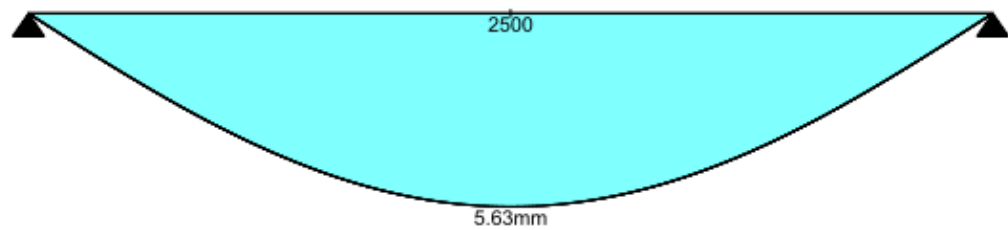
Laskentamomentti [kNm]



Laskentaleikkausvoima [kN]



Taipuma [mm]



Liite 4. Steelmember laskelmat alkukaarevuus ekvivalentteina voimina

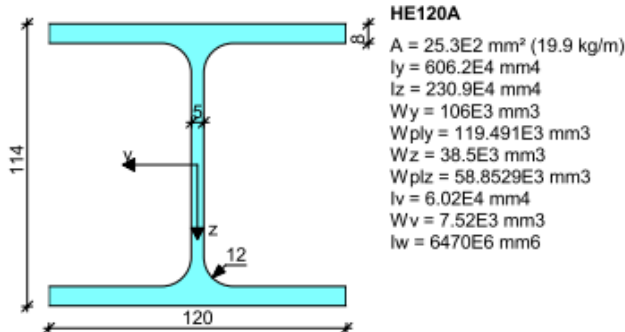
4(6)

Käytetty NA: Suomi

Ekvivalentit alkukaarevuuden kuormat suurennuskerroin

Kriittinen kuormakerroin 3,0239557

Vaakakuormia suurennettu momentinvahvistuskertoimella 1,494

Teräksen myötöraja 355 N/mm², käytetty 355 N/mm²Teräksen kimmokerroin 210000 N/mm², Poissonin luku 0.3

Kuormien osavarmuuskertoimet

GammaG,inf = 0.90, GammaG,sup = 1.15, GammaG,sup (dead only) = 1.35, GammaQ,inf = 0.00, GammaQ,sup = 1.50, PsiVec = 0.80

Materiaalin osavarmuuskertoimet

GammaMO = 1.00, GammaM1 = 1.00, GammaM2 = 1.25

Uumaa ei jäykistetty

Nurjahduspituus z-akselin suuntaan 5000 mm ja y-akselin suuntaan 2500 mm. Kiepahdustukien väli 2500 mm.

Staattinen systeemi ja kuormat [kN, kNm, kN/m, mm]

Jänneväli: 5000 mm

Omapaino - Normaali: Pysyvä normaalivoima -1 kN, epak. = 0 mm

Muuttuva normaalivoima -110 kN, epak. = 0 mm

8*Ned*e0d/L² (ekvivalentti alkukaarevuuden kuorma suurennuskerroin): Muuttuva viivakuorma 1.315 kN/m

4*Ned*e0d/L (ekvivalentti alkukaarevuuden kuorma suurennuskerroin): Muuttuva pistekuorma -2.629 kN, pos = 0 mm

4*Ned*e0d/L (ekvivalentti alkukaarevuuden kuorma suurennuskerroin): Muuttuva pistekuorma -2.629 kN, pos = 5000 mm

Voimasuureet (ominaisarvot)

	Pysyvä	Muuttuva	Kokonais
Momentti [kNm]	0.00	4.11	4.11
Leikkausvoima [kN]	0.00	-3.29	-3.29
Vasen tukireaktio [kN]	0.00	0.66	0.66
Oikea tukireaktio [kN]	-0.00	0.66	0.66

A-Insinöörit Oy

Terässaavan mitoitusohjelma (Eurocode 3 SFS-EN 1993-1-1)

SteelMember v.3.92 (20.1.2014)

Sivu 2
20.05.2015 22:51

Mitoituskriteerit:

EuroCode 3, SFS-EN 1993-1-1, Poikkileikkausluokka 3:

Taivutus [kNm](y)	$\frac{6.2}{37.6}$	= 16.4 %		100 %
Leikkaus [kN](z)	$\frac{4.9}{172.6}$	= 2.9 %		
Uuma pistekuormalle [kN], 1-5 6.1 (a)	$\frac{3.9}{256.3}$	= 1.5 %		
Uuma tukireaktiolle [kN], 1-5 6.1 (c)	$\frac{4.9}{158.3}$	= 3.1 %		
Puristus [kN]	$\frac{166.2}{898.1}$	= 18.5 %		
Taivutus ja normaalivoima	$\frac{0.3}{1.0}$	= 34.9 %		
Nurjahdus[kN] (y)	$\frac{166.2}{367.8}$	= 45.2 %		
Nurjahdus [kN] (z)	$\frac{166.2}{443.1}$	= 37.5 %		
Kiepahdus [kNm]	$\frac{6.2}{29.1}$	= 21.2 %		
Taivutus ja puristus	$\frac{0.7}{1.0}$	= 72.1 %		
Taipuma [mm] (muuttuvat kuormat)	$\frac{L/595 = 8.4}{L/400 = 12.5}$	= 67.3 %		
Taipuma [mm] (kokonais)	$\frac{L/595 = 8.4}{L/400 = 12.5}$	= 67.3 %		

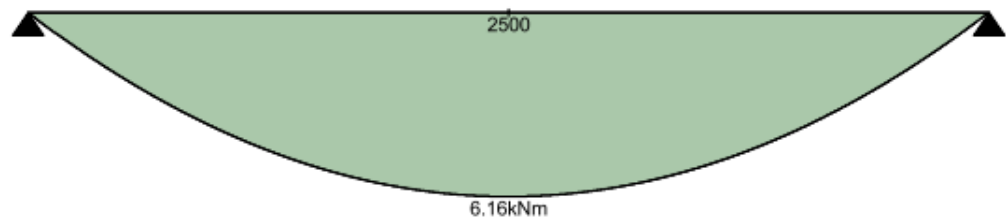
Liite 4. Steelmember laskelmat alkukaarevuus ekvivalentteina voimina

5(6)

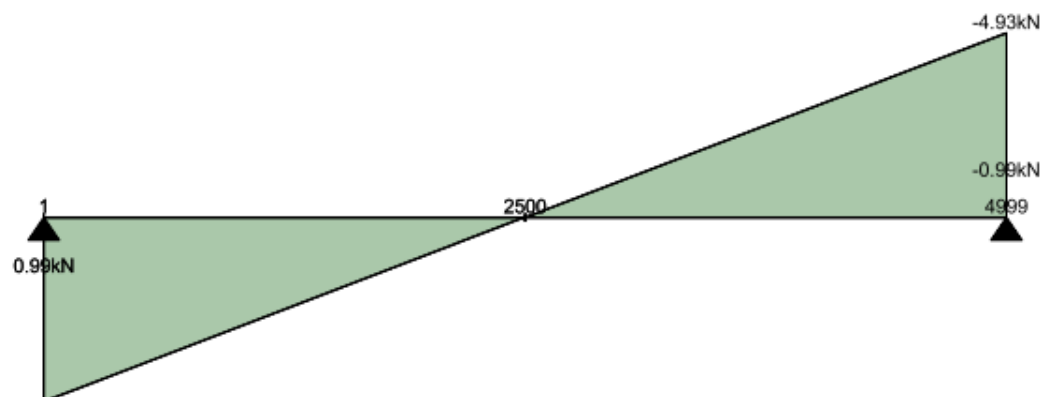
Käytetty NA: Suomi

Ekvivalentit alkukaarevuuden kuormat suurennuskerroin
 Kriittinen kuormakerroin 3,0239557
 Vaakakuormia suurennettu momentinvahvistuskertoimella 1,494

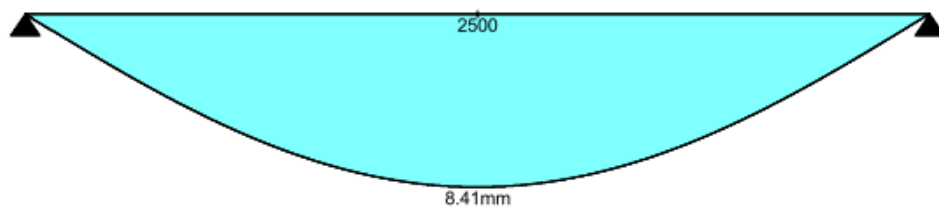
Laskentamomentti [kNm]



Laskentaleikkausvoima [kN]



Taipuma [mm]



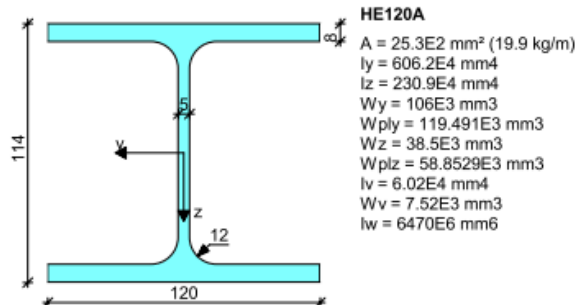
Liite 4. Steelformat laskelmat alkukaarevuus ekvivalentteina voimina 6(6)

Käyttöasteet nousivat oletetusti kaikissa muissa tarkasteluissa paitsi puristuksen ja nurjahduksen osalta, koska niissä vetailuarvona käytetään ainoastaan normaalivoimaa. Mitoittavaksi murtorajatilan tarkasteluksi tulee taivutuksen ja puristuksen yhteisvaikutus. Ilman ekvivalentteja vaakakuormia kyseistä tarkistusta (SFS-EN 1993-1-1 kaava 6.61 ja 6.62) ei tehdä, koska ei ole momenttiakaan. Kasvattamalla ekvivalentteja kuormia käyttöaste nousi tässä tapauksessa 63,2% -> 72,1%. Steelformat laskee sauvan ekvivalentin pilarin menetelmällä.

Liite 5. Steelmember epäkeskisyyks

1(5)

Käytetty NA: Suomi*

lineaarinen
20mm Epäkeskinen kuormaTeräksen myötöraja 355 N/mm², käytetty 355 N/mm²
Teräksen kimmokerroin 210000 N/mm², Poissonin luku 0,3**Kuormien osavarmuuskertoimet**

GammaG,inf = 0.90, GammaG,sup = 1.15, GammaG,sup (dead only) = 1.35, GammaQ,inf = 0.00, GammaQ,sup = 1.50, PsiVec = 0.80

Materiaalin osavarmuuskertoimet

GammaM0 = 1.00, GammaM1 = 1.00, GammaM2 = 1.25

Uumaa ei jäykistetty

Nurjahduspituus z-akselin suuntaan 5000 mm ja y-akselin suuntaan 2500 mm. Kiepahdustukien väli 2500 mm.

Staatinen systeemi ja kuormat [kN, kNm, kN/m, mm]

Jänneväli: 5000 mm

Omapaino - Normaali: Pysyvä normaalivoima -1 kN, epak. = 0 mm

Muuttuva normaalivoima -110 kN, epak. = 20 mm

Voimasuuret (ominaisarvot)

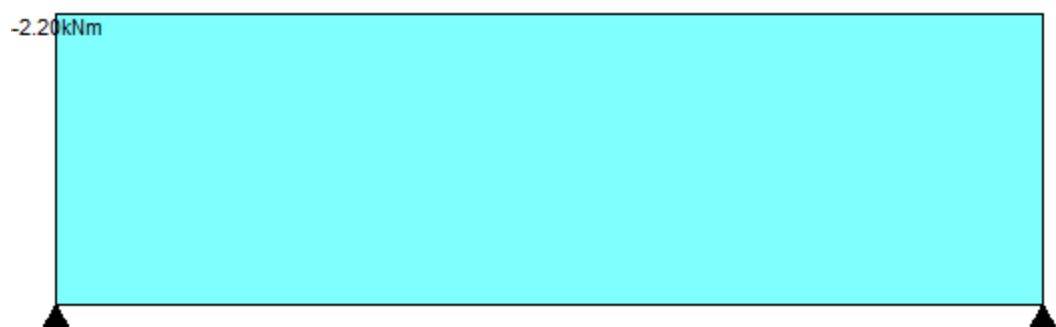
	Pysyvä	Muuttuva	Kokonais
Momentti [kNm]	0.00	-2.20	-2.20
Leikkausvoima [kN]	0.00	0.00	0.00
Vasen tukireaktio [kN]	0.00	0.00	0.00
Oikea tukireaktio [kN]	-0.00	-0.00	-0.00

Mitoituskriteerit:

EuroCode 3, SFS-EN 1993-1-1, Poikkileikkausluokka 3:

			100 %
Taivutus [kNm](y)	$\frac{3.3}{37.6} = 8.8 \%$		
Puristus [kN]	$\frac{166.2}{898.1} = 18.5 \%$		
Taivutus ja normaalivoima	$\frac{0.3}{1.0} = 27.3 \%$		
Nurjahdus[kN] (y)	$\frac{166.2}{367.8} = 45.2 \%$		
Nurjahdus [kN] (z)	$\frac{166.2}{443.1} = 37.5 \%$		
Kiepahdus [kNm]	$\frac{3.3}{29.1} = 11.3 \%$		
Taivutus ja puristus	$\frac{0.6}{1.0} = 59.6 \%$		

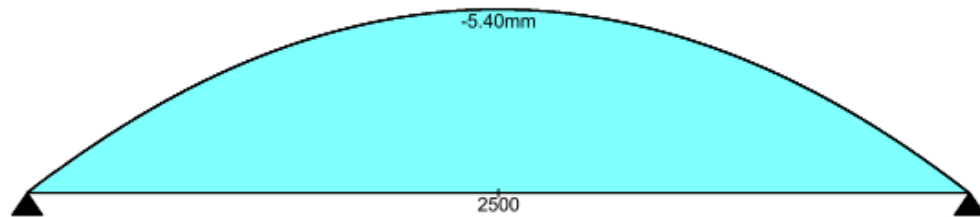
Momentti ominaiskuormista mitoitus momentit kerrottava 1,5 max. momentti 3,3kNm



Liite 5. Steelmember epäkeskisyyss

2(5)

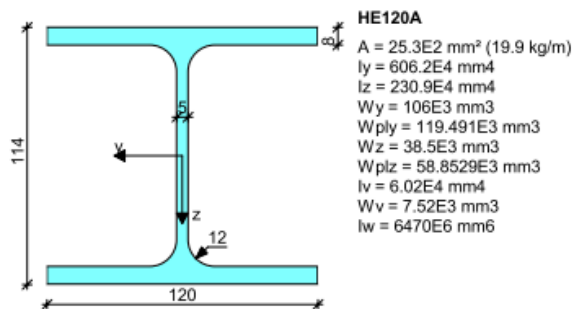
Taipuma [mm]



Käytetty NA: Suomi*

Epäkeskisyyss+ lisäepäkeskisyyttä

20mm Epäkeskinen kuorma+taipumasta 5,4 mm aiheutuvaa lisäepäkeskisyyttä vastaava viivakuorma 0.5631kN/m



Teräksen myötöraja 355 N/mm², käytetty 355 N/mm²
 Teräksen kimmokerroin 210000 N/mm², Poissonin luku 0.3

Kuormien osavarmuuskertoimet

GammaG,inf = 0.90, GammaG,sup = 1.15, GammaG,sup (dead only) = 1.35, GammaQ,inf = 0.00, GammaQ,sup = 1.50, PsiVec = 0.80

Materiaalin osavarmuuskertoimet

GammaM0 = 1.00, GammaM1 = 1.00, GammaM2 = 1.25

Uumaa ei jäykistetty

Nurjahduspituus z-akselin suuntaan 5000 mm ja y-akselin suuntaan 2500 mm. Kiepahdustukien väli 2500 mm.

Staattinen systeemi ja kuormat [kN, kNm, kN/m, mm]

Jänneväli: 5000 mm

Omapaino - Normaali: Pysyvä normaalivoima -1 kN, epak. = 0 mm

Muuttuva normaalivoima -110 kN, epak. = 20 mm

Taipumaa 5,4mm vastaava viivakuorma: Muuttuva viivakuorma -0.5631 kN/m

Voimasuureet (ominaisarvot)

	Pysyvä	Muuttuva	Kokonais
Momentti [kNm]	0.00	-3.96	-3.96
Leikkausvoima [kN]	0.00	-1.41	-1.41
Vasen tukireaktio [kN]	0.00	-1.41	-1.41
Oikea tukireaktio [kN]	-0.00	-1.41	-1.41

Mitoituskriteerit:

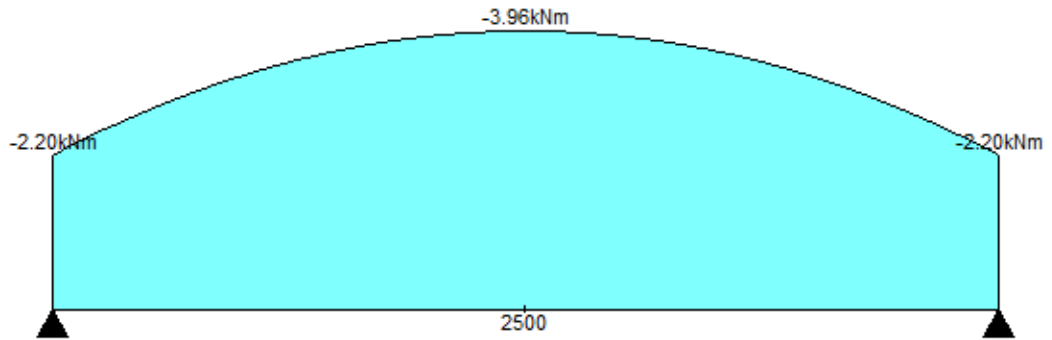
EuroCode 3, SFS-EN 1993-1-1, Poikkileikkausluokka 3:

			100 %
Taivutus [kNm](y)	$\frac{5.9}{37.6} = 15.8\%$		
Leikkaus [kN](z)	$\frac{2.1}{172.6} = 1.2\%$		
Uuma tukireaktiolle [kN], 1-5 6.1 (c)	$\frac{2.1}{158.3} = 1.3\%$		
Puristus [kN]	$\frac{166.2}{898.1} = 18.5\%$		
Taivutus ja normaalivoima	$\frac{0.3}{1.0} = 34.3\%$		
Nurjahdus[kN] (y)	$\frac{166.2}{367.8} = 45.2\%$		
Nurjahdus [kN] (z)	$\frac{166.2}{443.1} = 37.5\%$		
Kiepahdus [kNm]	$\frac{5.9}{29.1} = 20.4\%$		
Taivutus ja puristus	$\frac{0.7}{1.0} = 71.1\%$		

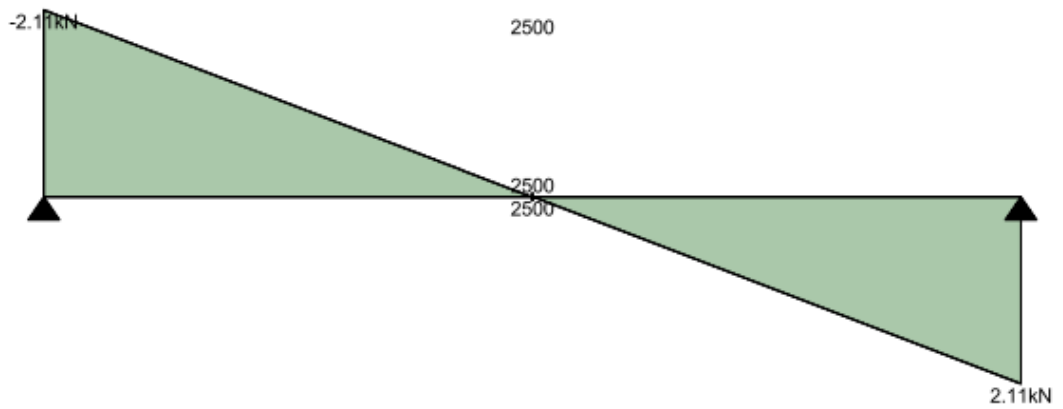
Liite 5. Steelmember epäkeskisyys

3(5)

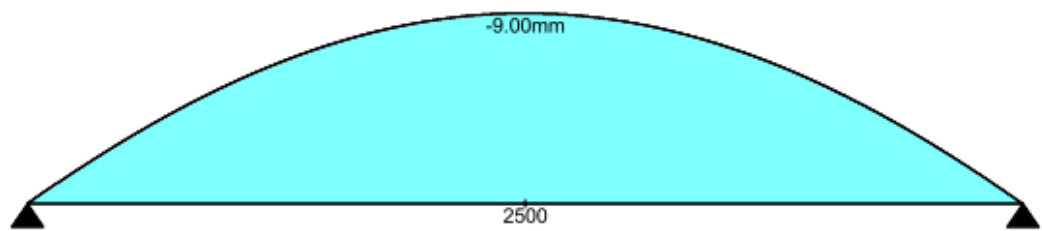
Momenti ominaiskuormista kerrottava 1,5, jotta saadaan murtorajatilan momentti 5,91kNm



Laskentaleikkausvoima [kN]



Taipuma [mm]

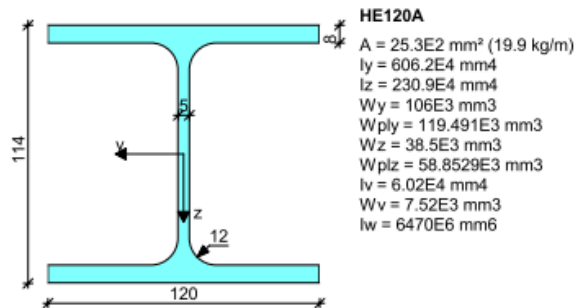


Liite 5. Steelmember epäkeskisyyys

4(5)

Käytetty NA: Suomi*

Epäkeskinen kuormitus+momenttia vahvistettu
 20mm Epäkeskinen kuorma*momentinvahvistuskerroin 1.494=
 epäkeskisyyys 30mm



Teräksen myötöraja 355 N/mm², käytetty 355 N/mm²
 Teräksen kimmokerroin 210000 N/mm², Poissonin luku 0.3

Kuormien osavarmuuskertoimet

GammaG,inf = 0.90, GammaG,sup = 1.15, GammaG,sup (dead only) = 1.35, GammaQ,inf = 0.00, GammaQ,sup = 1.50, PsiVec = 0.80

Materiaalin osavarmuuskertoimet

GammaM0 = 1.00, GammaM1 = 1.00, GammaM2 = 1.25

Uumaa ei jäykistetty

Nurjahduspituus z-akselin suuntaan 5000 mm ja y-akselin suuntaan 2500 mm. Kiepahdustukien väli 2500 mm.

Staattinen systeemi ja kuormat [kN, kNm, kN/m, mm]

Jänneväli: 5000 mm

Omapaino - Normaali: Pysyvä normaalivoima -1 kN, epak. = 0 mm

Muuttuva normaalivoima -110 kN, epak. = 30 mm

Voimasuureet (ominaisarvot)

	Pysyvä	Muuttuva	Kokonais
Momentti [kNm]	0.00	-3.30	-3.30
Leikkausvoima [kN]	0.00	0.00	0.00
Vasen tukireaktio [kN]	0.00	0.00	0.00
Oikea tukireaktio [kN]	-0.00	-0.00	-0.00

Mitoituskriteerit:

EuroCode 3, SFS-EN 1993-1-1, Poikkileikkausluokka 3:

			100 %
Taiutus [kNm](y)	$\frac{5.0}{37.6} = 13.2 \%$	<div style="width: 13.2%;"></div>	
Puristus [kN]	$\frac{166.2}{898.1} = 18.5 \%$	<div style="width: 18.5%;"></div>	
Taiutus ja normaalivoima	$\frac{0.3}{1.0} = 31.7 \%$	<div style="width: 31.7%;"></div>	
Nurjahdus[kN] (y)	$\frac{166.2}{367.8} = 45.2 \%$	<div style="width: 45.2%;"></div>	
Nurjahdus [kN] (z)	$\frac{166.2}{443.1} = 37.5 \%$	<div style="width: 37.5%;"></div>	
Kiepahdus [kNm]	$\frac{5.0}{29.1} = 17.0 \%$	<div style="width: 17.0%;"></div>	
Taiutus ja puristus	$\frac{0.7}{1.0} = 66.8 \%$	<div style="width: 66.8%;"></div>	

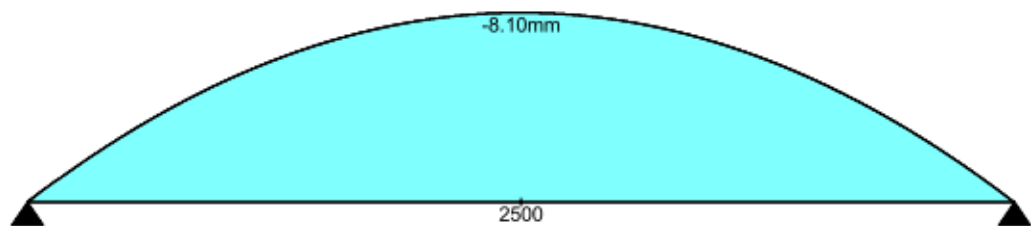
Liite 5. Steelmembers epäkeskisyys

5(5)

Momentti ominaiskuormista kerrottava 1,5, jotta saadaan murtorajatilan momentti 4,95kNm



Taipuma [mm]

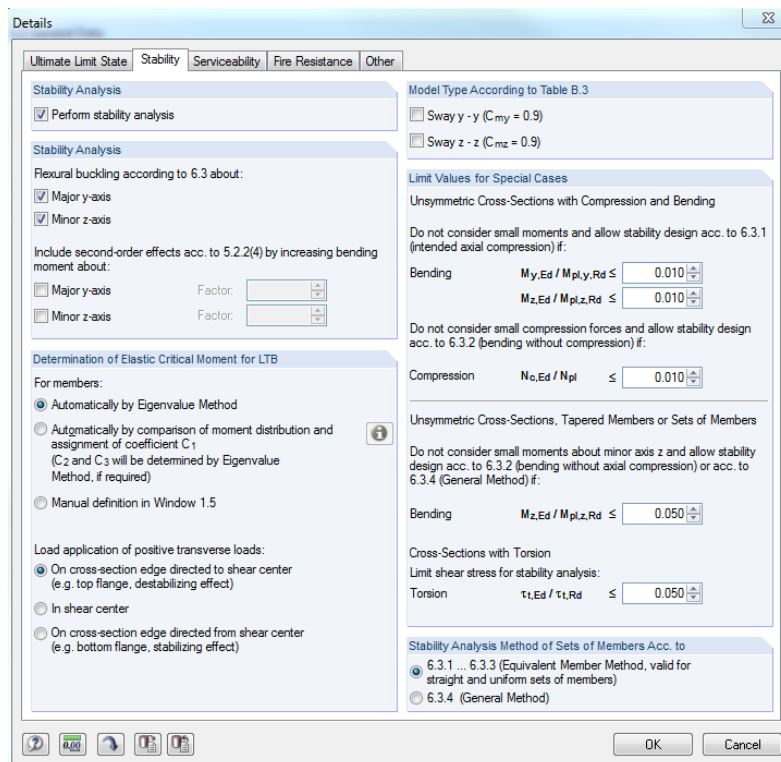


Momentinvahvistuskertoimen käyttö on hiukan haastavampaa epäkeskiselle kuormalla. Ensimmäisen kertaluokan mukainen momentti epäkeskisestä kuormasta on vakio koko pilarin matkalta ja momenttia suurentamalla momentinvahvistukertoimella muoto pysyy samana. Näin ollen se yli arvioi päätyjen momenttia ja jää kriittisessä poikkileikkauksessa pienemmäksi. Fiktiivisellä taipumaa vastaavalla lisäkuormalla päästään lähimmäksi todellista toisen kertaluokan käyttäytymistä, mutta sekin yliarvioi vaikutuksia hiukan. Taivutuksen ja puristuksen käyttöaste on mitoittava. Momentti kasvaa fiktiivisen kuorman myötä 59,6% -> 71,1%. Steelmembers laskee sauvan ekvivalentin pilarin menetelmällä.

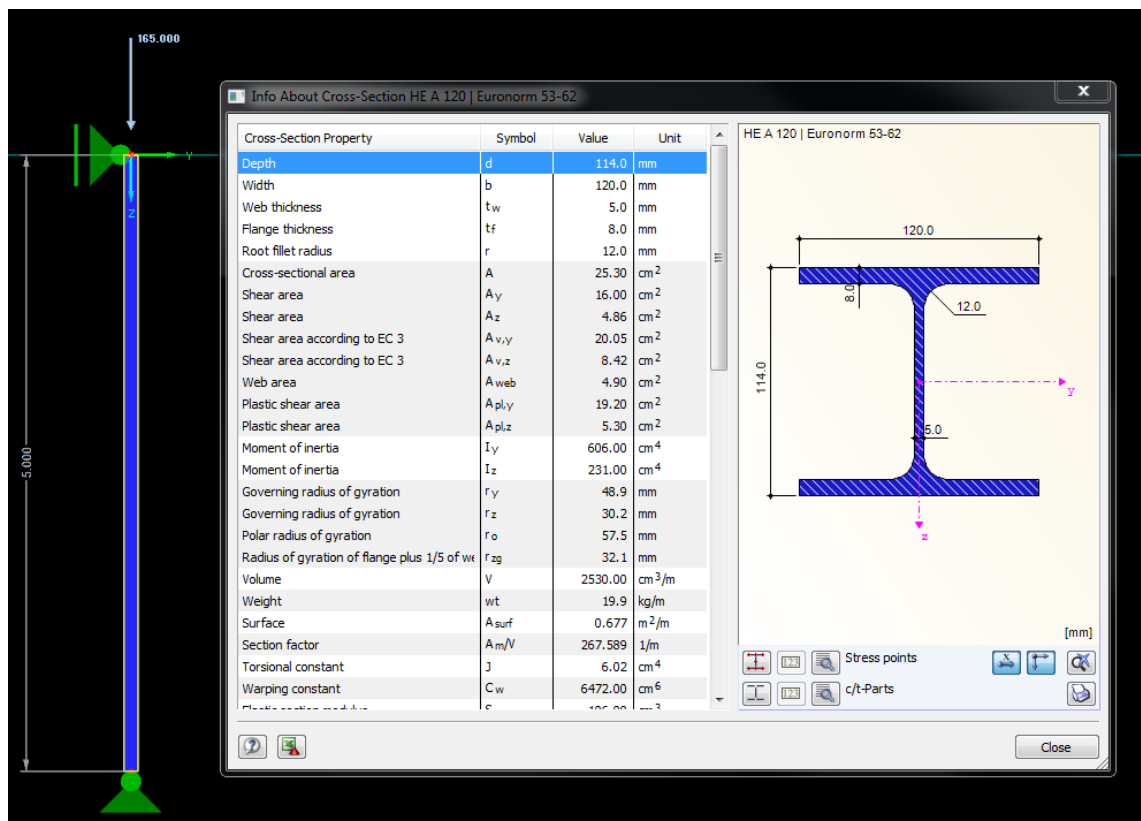
Liite 6. Rfem laskelmat alkukaarevuus

1(5)

Laskenta suoritetaan ekvivalentin pilarin menetelmällä



Kuormituksena normaalivoima 1,5x110kN ja oma paino



Liite 6. Rfem laskelmat alkukaarevuus

2(5)

RF-STEEL EC3 - [HEA120|Alkukaarevuus]

File Edit Settings Help

CA1 - Design of steel members

2.2 Design by Cross-Section

Input Data

Section No.	A Member No.	B Location x [m]	C Load- ing	D Design Ratio	E	F
2	HE A 120 Euronorm 53-62					Design According to Formula
	3	5,000	CO5	0.18	≤ 1	102) Cross-section check - Compression acc. to 6.2.4
	3	5,000	CO5	0.45	≤ 1	302) Stability analysis - Flexural buckling about y-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2
	3	5,000	CO5	0.37	≤ 1	312) Stability analysis - Flexural buckling about z-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2
	3	5,000	CO5	0.26	≤ 1	322) Stability analysis - Torsional buckling acc. to 6.3.1.4 and 6.3.1.2
	3	0,000	CO2	0.00	≤ 1	400) Serviceability - Negligible deformations

Max: 0.45 ≤ 1

Details - Member 3 - x: 5.000 m - COS

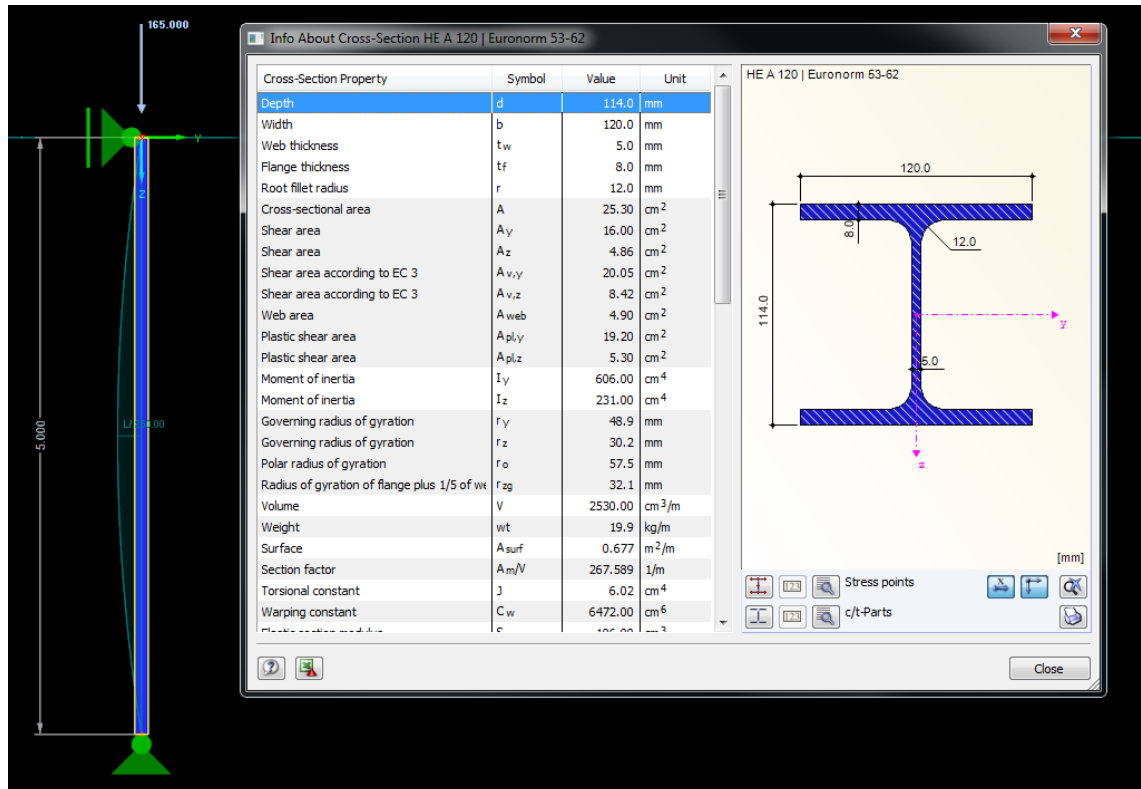
- Material Properties - Steel S 355 | EN 1993-1-1:2005-05
- Cross-Section Properties - HE A 120 | Euronorm 53-62
- Design Internal Forces
- Cross-Section Classification - Class 1
- Design Ratio

Modulus of Elasticity	E	21000.00	kN/cm ²		
Moment of Inertia	I _y	606.00	cm ⁴		
Effective Member Length	L _{cr,y}	5.000	m		
Elastic Flexural Buckling Force	N _{cr,y}	502.40	kN		
Cross-Sectional Area	A	25.30	cm ²		
Yield Strength	f _y	35.50	kN/cm ²		3.2.1
Slenderness	λ _y	1.337		> 0.2	6.3.1.2(4)
Axial Force (Compression)	N _{Ed}	166.14	kN		
Criterion N _{Ed} / N _{cr,y}	ηN _{cr}	0.331		> 0.04	6.3.1.2(4)
Buckling Curve	BC _y				Tab. 6.2
Imperfection Factor	α _y	0.340			Tab. 6.1
Auxiliary Factor	Φ _y	1.587			6.3.1.2(1)
Reduction Factor	χ _y	0.409			Eq. (6.49)
Partial Factor	γ _{M1}	1.000			6.1
Flexural Buckling Resistance	N _{b,y,Rd}	367.74	kN		Eq. (6.47)
Design Ratio	η	0.45		≤ 1	(6.46)

2 - HE A 120 | Euronorm 53-62

Mitoitus antaa täysin samat tulokset kuin Steelmember, mutta laskee myös vääntönurjahduskestävyyden. Mitoittavaksi tekijäksi tulee nurjahdus.

Alkukaarevuus L/250. Laskenta suoritetaan ensimmäisen kertaluokan mukaan.



2.4 Design by Member

Member No.	A Location x [m]	B Load- ing	C Design Ratio	D	E Design According to Formula
	5.000	RC1	0.00	≤ 1	100) Negligible internal forces
	5.000	RC1	0.18	≤ 1	102) Cross-section check - Compression acc. to 6.2.4
	0.000	RC1	0.03	≤ 1	122) Cross-section check - Shear force in z-axis acc. to 6.2.6(4) - Class 3 or 4
	0.000	RC1	0.00	≤ 1	126) Cross-section check - Shear buckling acc. to 6.2.6(6)
	2.500	RC1	0.27	≤ 1	182) Cross-section check - Bending, shear and axial force acc. to 6.2.9.2 - Class 3
	5.000	RC1	0.45	≤ 1	302) Stability analysis - Flexural buckling about y-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2
	5.000	RC1	0.37	≤ 1	312) Stability analysis - Flexural buckling about z-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2
	5.000	RC1	0.26	≤ 1	322) Stability analysis - Torsional buckling acc. to 6.3.1.4 and 6.3.1.2
	4.500	RC1	0.61	≤ 1	364) Stability analysis - Bending and compression acc. to 6.3.3, Method 2
	0.000	CO5	0.00	≤ 1	400) Serviceability - Negligible deformations

Max: 0.61 ≤ 1

Details - Member 3 - x: 4.500 m - RC1

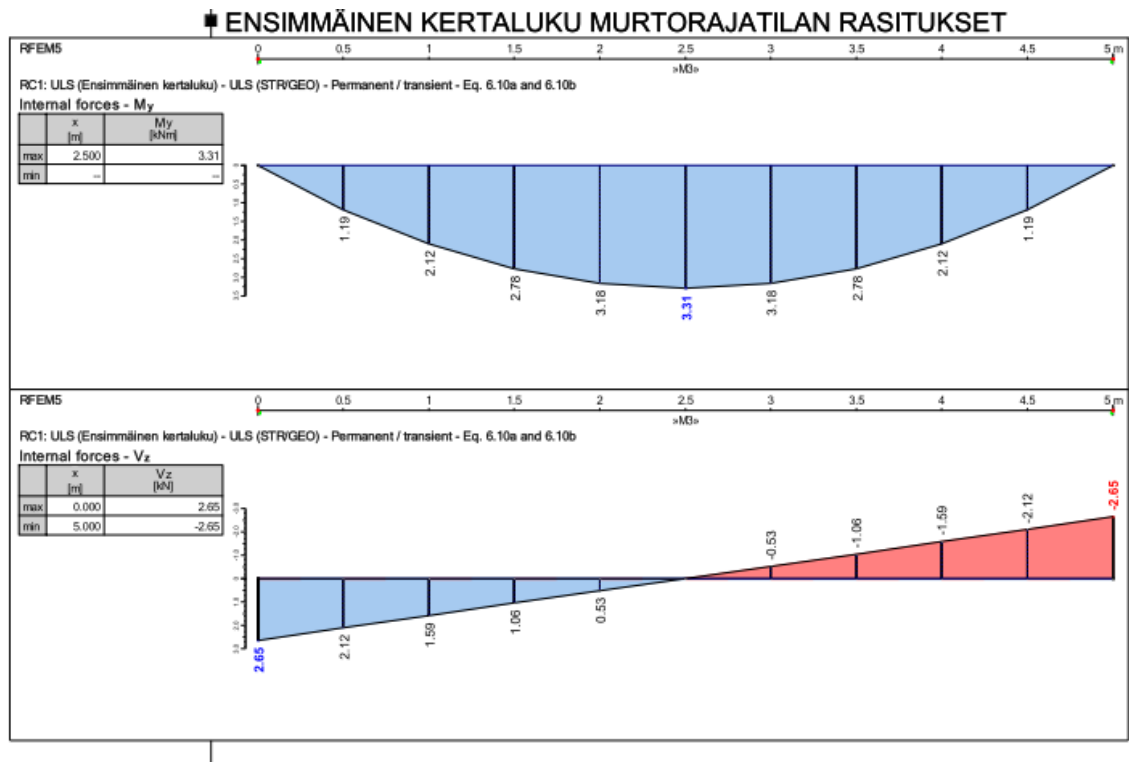
Load Type	Load z	Sing. Load	Tab. B.3
Moment Factor	C _{mLT}	0.900	Tab. B.3
Component Type	Component	Torsion. We	
Interaction Factor	k _{yy}	1.144	Tab. B.2
Interaction Factor	k _{yz}	0.735	Tab. B.2
Interaction Factor	k _{zy}	0.971	Tab. B.2
Interaction Factor	k _{zz}	0.735	Tab. B.2
Axial Force (Compression)	N _{Ed}	166.03 kN	
Governing Cross-Sectional Area	A _i	25.30 cm ²	Tab. 6.7
Compression Resistance	N _{Rk}	898.15 kN	Tab. 6.7
Partial Factor	γ _{M1}	1.000	6.1
Design Component for N	η _{Ny}	0.45	≤ 1 (6.61)
Design Component for N	η _{Nz}	0.37	≤ 1 (6.62)
Moment	M _{y,Ed}	3.31 kNm	
Section Modulus	W _y	106.00 cm ³	
Moment Resistance	M _{y,Rk}	37.63 kNm	Tab. 6.7
Moment Component	η _{My}	0.14	Eq. (6.61)
Section Modulus	W _z	38.50 cm ³	
Moment Resistance	M _{z,Rk}	13.67 kNm	Tab. 6.7
Moment Component	η _{Mz}	0.00	Eq. (6.61)
Design 1	η ₁	0.61	≤ 1 (6.61)
Design 2	η ₂	0.51	≤ 1 (6.62)

2 - HE A 120 | Euronorm 53-62

Steelmemberiin ekvivalentteina kuormina syötetyt arvot antoivat hiukan suuremman käyttöasteen kuin Rfem:n suoraan syötetty alkukaarevuuden muoto.

Liite 6. Rfem laskelmat alkukaarevuus

4(5)



Rfem ei laske alkukaarevuutta käyttörajatilan yhdistelmiin, joten taipumaa ei tule ensimmäisen kertaluokan mukaan.

Alkukaarevuus $L/250$. Toisen kertaluokan laskenta

2.2 Design by Cross-Section

Section No.	A Member No.	B Location x [m]	C Loading	D Design Ratio	E	F
	3	5.000	RC2	0.00	≤ 1	100) Negligible internal forces
	3	5.000	RC2	0.18	≤ 1	102) Cross-section check - Compression acc. to 6.2.4
	3	5.000	RC2	0.04	≤ 1	122) Cross-section check - Shear force in z-axis acc. to 6.2.6(4) - Class 3 or 4
	3	0.000	RC2	0.00	≤ 1	126) Cross-section check - Shear buckling acc. to 6.2.6(6)
	3	2.500	RC2	0.32	≤ 1	182) Cross-section check - Bending, shear and axial force acc. to 6.2.9.2 - Class 3
	3	5.000	RC2	0.45	≤ 1	302) Stability analysis - Flexural buckling about y-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2
	3	5.000	RC2	0.37	≤ 1	312) Stability analysis - Flexural buckling about z-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2
	3	5.000	RC2	0.26	≤ 1	322) Stability analysis - Torsional buckling acc. to 6.3.1.4 and 6.3.1.2
	3	4.500	RC2	0.69	≤ 1	364) Stability analysis - Bending and compression acc. to 6.3.3, Method 2
	3	0.000	RC1	0.00	≤ 1	400) Serviceability - Negligible deformations

Max: 0.69 ≤ 1

Details - Member 3 - x: 4.500 m - RC2

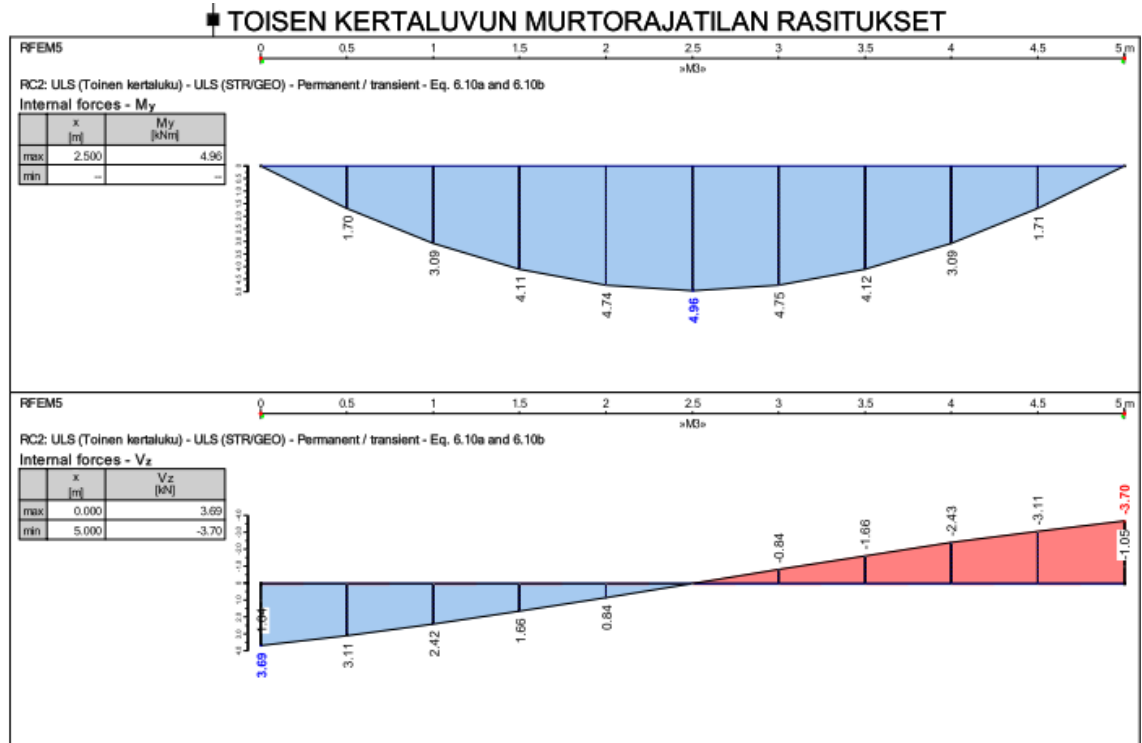
Property	Value	Unit	Reference
Load z	0.900		Tab. B.3
Moment Factor	0.900		Tab. B.3
Component Torsion	1.144		Tab. B.2
Interaction Factor k_{yy}	0.735		Tab. B.2
Interaction Factor k_{yz}	0.971		Tab. B.2
Interaction Factor k_{zz}	0.735		Tab. B.2
Axial Force (Compression)	166.01	kN	
Governing Cross-Sectional Area	25.30	cm ²	Tab. 6.7
Compression Resistance	898.15	kN	Tab. 6.7
Partial Factor γ_{M1}	1.000		6.1
Design Component for N η_{Ny}	0.45	≤ 1	(6.61)
Design Component for N η_{Nz}	0.37	≤ 1	(6.62)
Moment	4.96	kNm	
Section Modulus	106.00	cm ³	
Moment Resistance	37.63	kNm	Tab. 6.7
Moment Component η_{My}	0.21		Eq. (6.61)
Section Modulus	38.50	cm ³	
Moment Resistance	13.67	kNm	Tab. 6.7
Moment Component η_{Mz}	0.00		Eq. (6.61)
Design 1 η_1	0.69	≤ 1	(6.61)
Design 2 η_2	0.57	≤ 1	(6.62)

2 - HE A 120 | Euronorm 63-62

[mm]

Liite 6. Rfem laskelmat alkukaarevuus

5(5)



Mitoituskuormat ovat lähes identtiset Steelmemberin arvoihin.

Liite 7. Rfem laskelmat ekvivalentit kuormat

1(4)

Ensimmäisen kertaluvun mukaaan

Cross-Section Property	Symbol	Value	Unit
Depth	d	114.0	mm
Width	b	120.0	mm
Web thickness	t _w	5.0	mm
Flange thickness	t _f	8.0	mm
Root fillet radius	r	12.0	mm
Cross-sectional area	A	25.30	cm ²
Shear area	A _y	16.00	cm ²
Shear area	A _z	4.86	cm ²
Shear area according to EC 3	A _{v,y}	20.05	cm ²
Shear area according to EC 3	A _{v,z}	8.42	cm ²
Web area	A _{web}	4.90	cm ²
Plastic shear area	A _{pl,y}	19.20	cm ²
Plastic shear area	A _{pl,z}	5.30	cm ²
Moment of inertia	I _y	606.00	cm ⁴
Moment of inertia	I _z	231.00	cm ⁴
Governing radius of gyration	r _y	48.9	mm
Governing radius of gyration	r _z	30.2	mm
Polar radius of gyration	r _o	57.5	mm
Radius of gyration of flange plus 1/5 of wt	r _{zg}	32.1	mm
Volume	V	2530.00	cm ³ /m
Weight	w _t	19.9	kg/m
Surface	A _{surf}	0.677	m ² /m
Section factor	A _m /V	267.589	1/m
Torsional constant	J	6.02	cm ⁴
Warping constant	C _w	6472.00	cm ⁶

2.2 Design by Cross-Section

Section No.	Member No.	Location x [m]	Load-ing	Design Ratio	E	F
	1	5.000	RC1	0.18 ≤ 1	102) Cross-section check - Compression acc. to 6.2.4	
	1	0.000	RC1	0.03 ≤ 1	122) Cross-section check - Shear force in z-axis acc. to 6.2.6(4) - Class 3 or 4	
	1	0.000	RC1	0.00 ≤ 1	126) Cross-section check - Shear buckling acc. to 6.2.6(6)	
	1	2.500	RC1	0.29 ≤ 1	182) Cross-section check - Bending, shear and axial force acc. to 6.2.9.2 - Class 3	
	1	5.000	RC1	0.45 ≤ 1	302) Stability analysis - Flexural buckling about y-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2	
	1	5.000	RC1	0.37 ≤ 1	312) Stability analysis - Flexural buckling about z-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2	
	1	5.000	RC1	0.26 ≤ 1	322) Stability analysis - Torsional buckling acc. to 6.3.1.4 and 6.3.1.2	
	1	4.500	RC1	0.66 ≤ 1	364) Stability analysis - Bending and compression acc. to 6.3.3, Method 2	
	1	0.000	RC3	0.00 ≤ 1	400) Serviceability - Negligible deformations	
	1	2.500	RC3	0.45 ≤ 1	401) Serviceability - Combination of actions 'Characteristic' - z-direction	

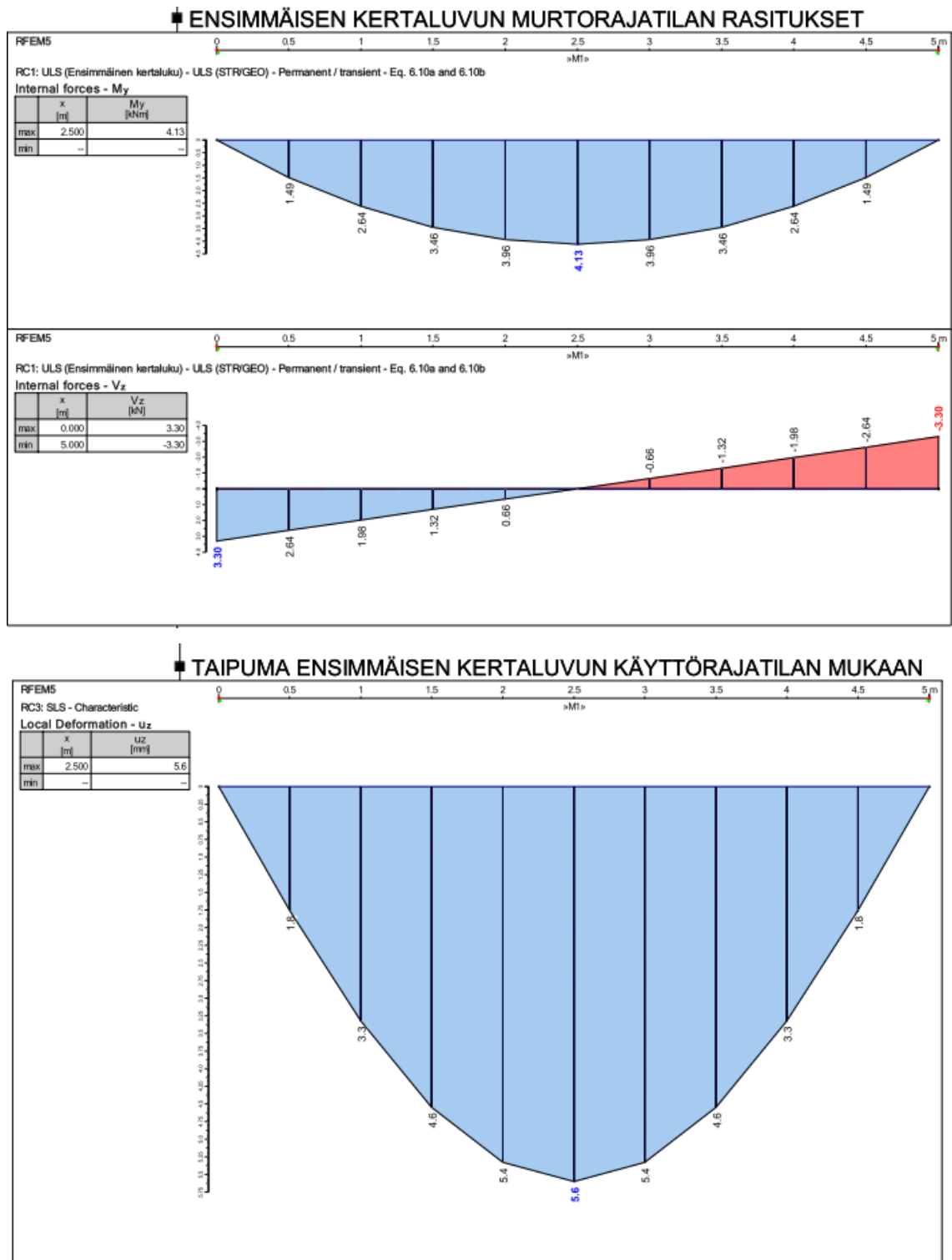
Max: 0.66 ≤ 1

Details - Member 1 - x: 5.000 m - RC1

- Material Properties - Steel S 355 | EN 1993-1-1:2005-05
- Cross-Section Properties - HE A 120 | Euronorm 53-62
- Design Internal Forces
- Cross-Section Classification - Class 1

Design Ratio	Value	Limit	Formula
Compression Force	N _{c,Ed}	166.14 kN	
Cross-Sectional Area	A	25.30 cm ²	
Yield Strength	f _y	35.50 kN/cm ²	3.2.1
Partial Factor	γ _{M0}	1.000	6.1
Axial Force Resistance	N _{c,Rd}	898.15 kN	Eq. (6.10)
Design Ratio	η	0.18	≤ 1 (6.9)

Suurin käyttöaste 66% (Steelmember vastaava 63,2%)



Voimasuurekuvaajat vastaavat Steelmemberin vastaavia.

Liite 6. Rfem laskelmat ekvivalentit voimat

3(4)

Toisen kertaluvun laskenta

2.2 Design by Cross-Section

Section No.	Member No.	Location x [m]	Load-ing	Design Ratio	E	F
	1	5.000	RC2	0.18	≤ 1	102) Cross-section check - Compression acc. to 6.2.4
	1	5.000	RC2	0.04	≤ 1	122) Cross-section check - Shear force in z-axis acc. to 6.2.6(4) - Class 3 or 4
	1	0.000	RC2	0.00	≤ 1	126) Cross-section check - Shear buckling acc. to 6.2.6(6)
	1	2.500	RC2	0.35	≤ 1	182) Cross-section check - Bending, shear and axial force acc. to 6.2.9.2 - Class 3
	1	5.000	RC2	0.45	≤ 1	302) Stability analysis - Flexural buckling about y-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2
	1	5.000	RC2	0.37	≤ 1	312) Stability analysis - Flexural buckling about z-axis acc. to 6.3.1.1 and 6.3.1.2
	1	5.000	RC2	0.26	≤ 1	322) Stability analysis - Torsional buckling acc. to 6.3.1.4 and 6.3.1.2
	1	4.500	RC2	0.76	≤ 1	364) Stability analysis - Bending and compression acc. to 6.3.3, Method 2
	1	0.000	RC3	0.00	≤ 1	400) Serviceability - Negligible deformations
	1	2.500	RC3	0.57	≤ 1	401) Serviceability - Combination of actions 'Characteristic' - z-direction

Max: 0.76 ≤ 1

Details - Member 1 - x: 5.000 m - RC2

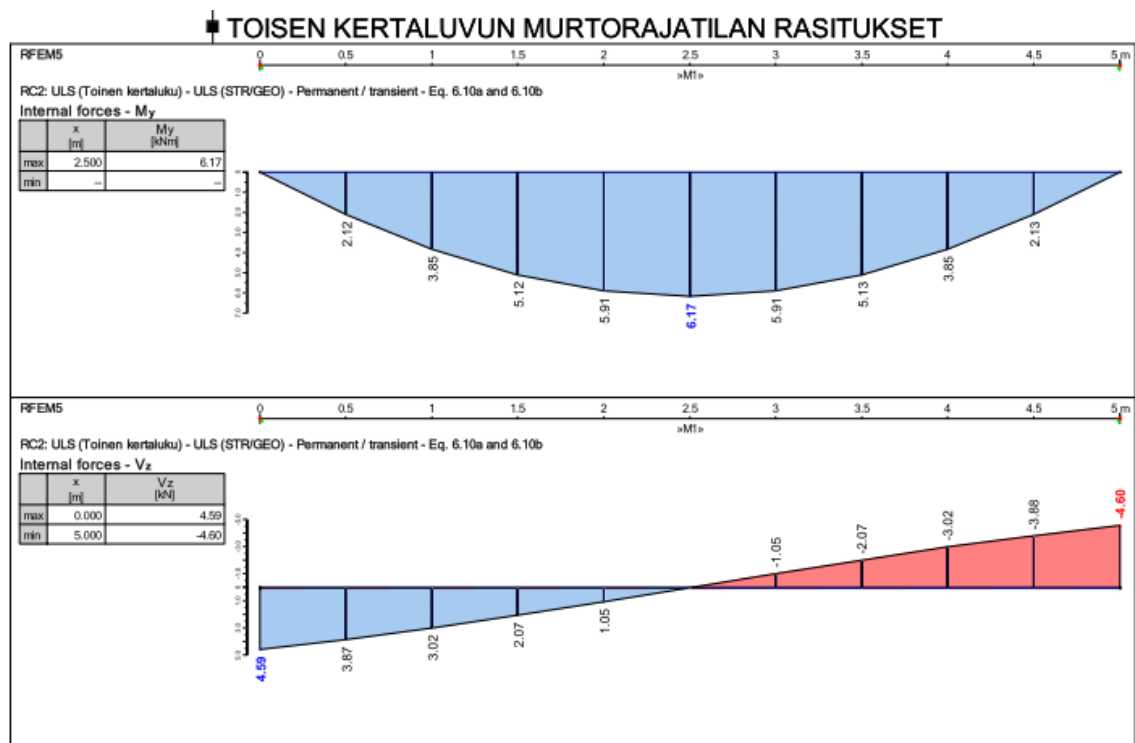
- Material Properties - Steel S 355 | EN 1993-1-1:2005-05
- Cross-Section Properties - HE A 120 | Euronorm 53-62
- Design Internal Forces
- Cross-Section Classification - Class 1
- Design Ratio

	N _{c,Ed}	166.11	kN		
Compression Force	A	25.30	cm ²		
Cross-Sectional Area	f _y	35.50	kN/cm ²		3.2.1
Yield Strength	γ _{M0}	1.000			6.1
Partial Factor	N _{c,Rd}	898.15	kN		Eq. (6.10)
Axial Force Resistance	η	0.18		≤ 1	(6.9)
Design Ratio					

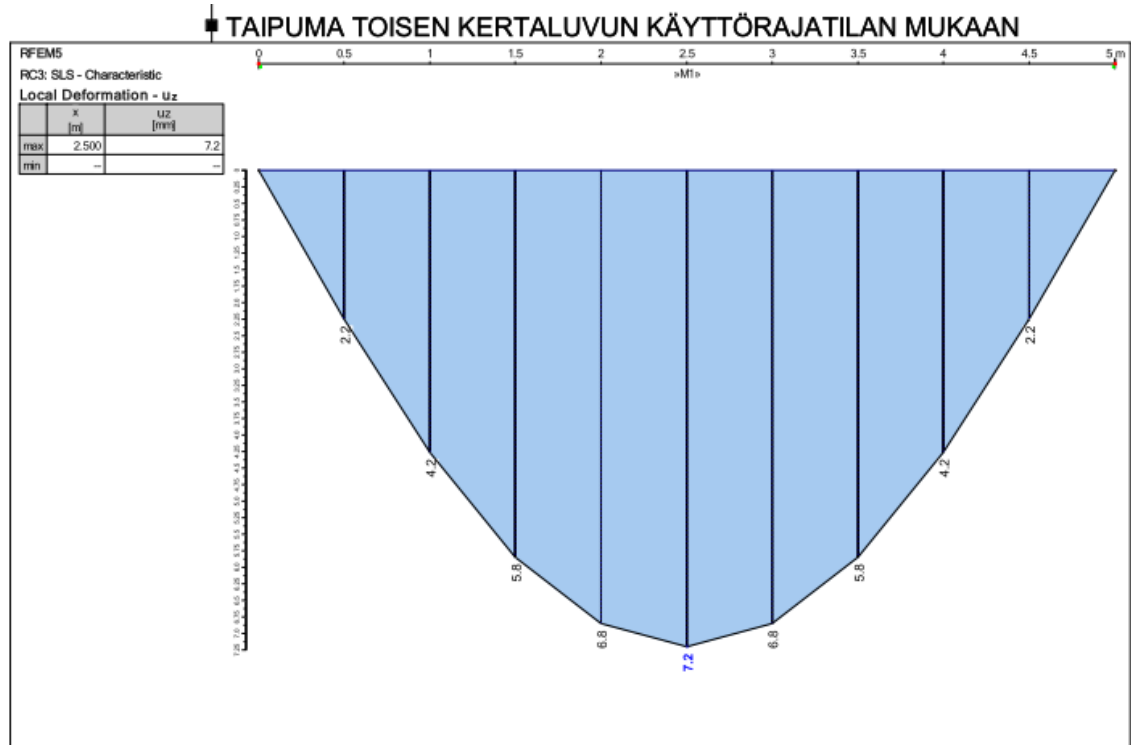
2 - HE A 120 | Euronorm 53-62

[mm]

Suurin käyttöaste 76% (Steelmember vastaava 72,1%)



Maksimimomenti on sama kuin momentinvahvistusmenetelmällä. Steelmember antaa leikkaukselle hieman isomman arvon.

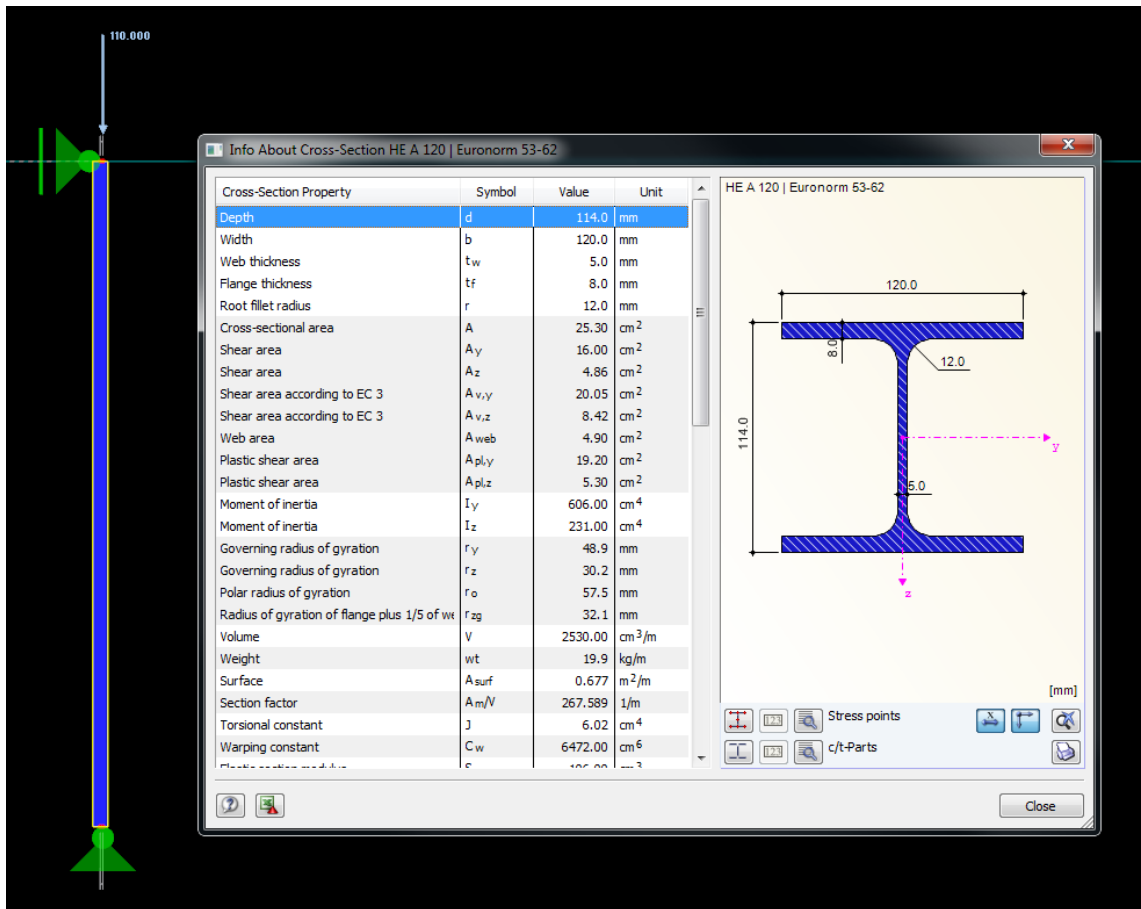


Steelmember taipuman arvo momentinvahvistuksella on 8,4mm.

Liite 8. Rfem laskelmat epäkeskisyyks

1(4)

Ensimmäisen kertaluvun mukaan



2.2 Design by Cross-Section

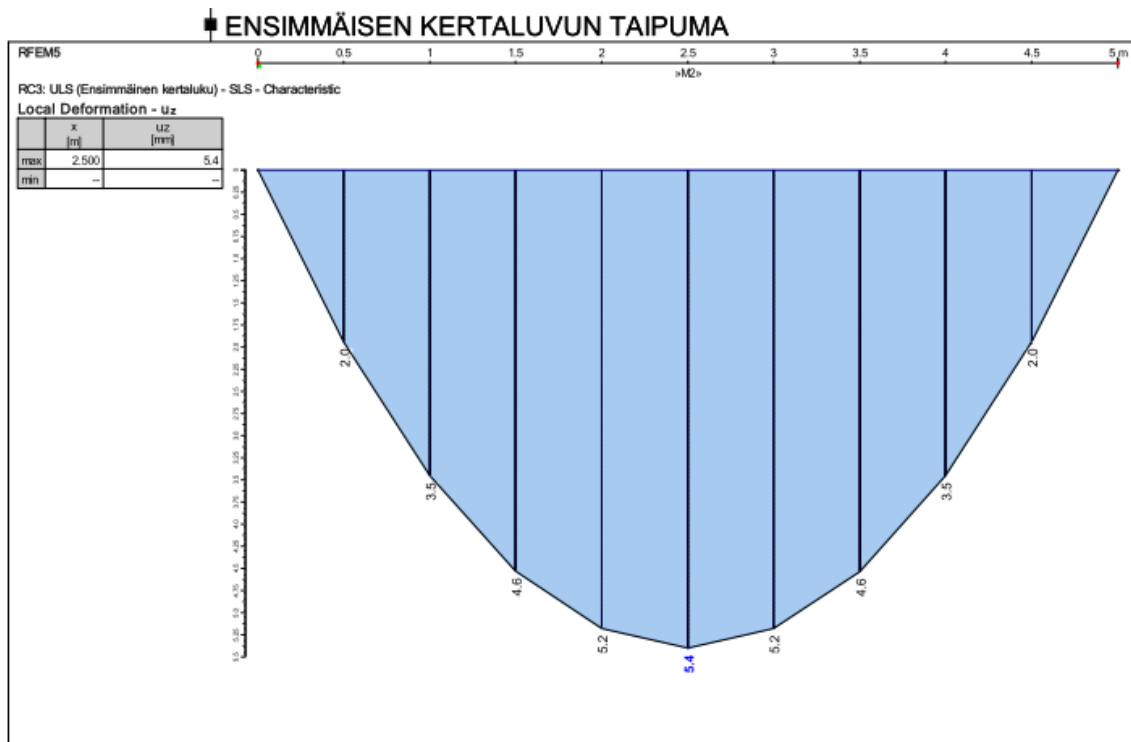
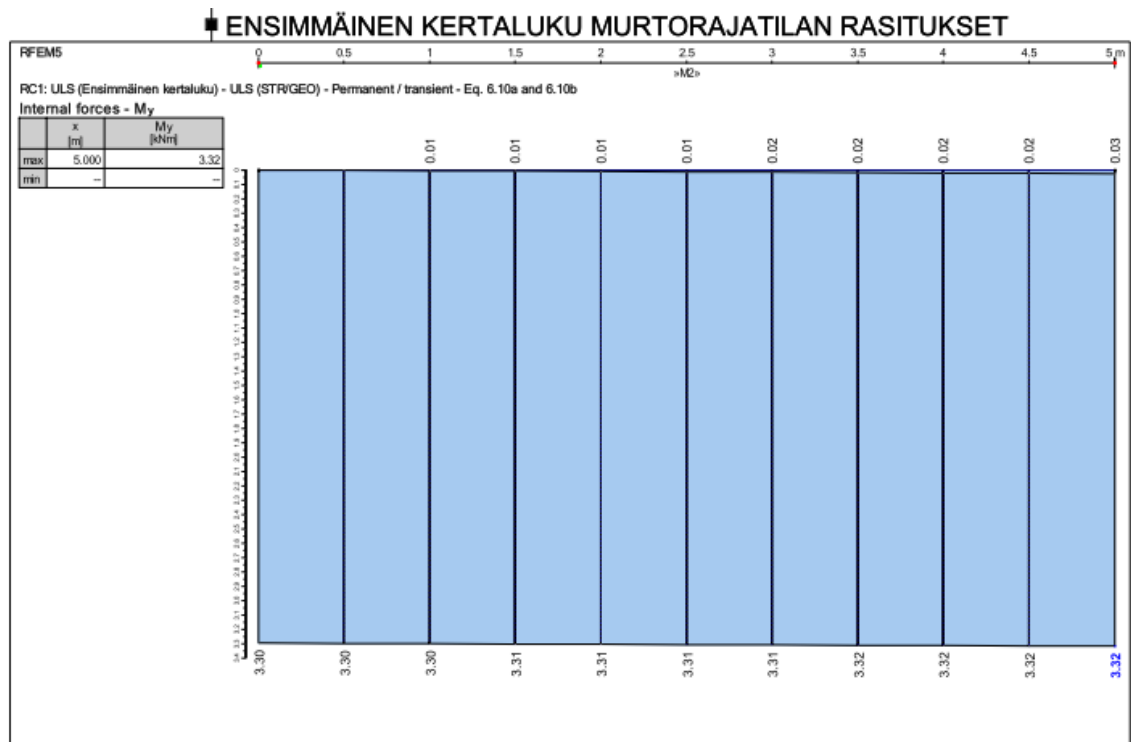
Section No.	Member No.	Location x [m]	Design Ratio	Design	F
2	HE A 120 Euronorm 53-62				Design According to Formula
	2	5.000	RC1	0.00 ≤ 1	100) Negligible internal forces
	2	5.000	RC1	0.18 ≤ 1	102) Cross-section check - Compression acc. to 6.2.4
	2	5.000	RC1	0.27 ≤ 1	182) Cross-section check - Bending, shear and axial force acc. to 6.2.9.2 - Class 3
	2	5.000	RC1	0.58 ≤ 1	364) Stability analysis - Bending and compression acc. to 6.3.3, Method 2
	2	0.000	RC3	0.00 ≤ 1	400) Serviceability - Negligible deformations
	2	2.500	RC3	0.22 ≤ 1	401) Serviceability - Combination of actions 'Characteristic' - z-direction

Max: 0.58 ≤ 1

Details - Member 2 - x: 5.000 m - RC1

Property	Value	Reference
Moment Factor	ψ _{y,LT}	0.997 (Tab. B.3)
Moment Factor	C _{m,LT}	0.999 (Tab. B.3)
Component Type	Component	Torsion, We
Interaction Factor	k _{yy}	1.268 (Tab. B.2)
Interaction Factor	k _{yz}	0.735 (Tab. B.2)
Interaction Factor	k _{zy}	0.975 (Tab. B.2)
Interaction Factor	k _{zz}	0.735 (Tab. B.2)
Axial Force (Compression)	N _{Ed}	166.14 kN
Governing Cross-Sectional Area	A _i	25.30 cm ² (Tab. 6.7)
Compression Resistance	N _{Rk}	898.15 kN (Tab. 6.7)
Partial Factor	γ _{M1}	1.000 (6.1)
Design Component for N	η _{Ny}	0.45 ≤ 1 (6.61)
Design Component for N	η _{Nz}	0.37 ≤ 1 (6.62)
Moment	M _{y,Ed}	3.32 kNm
Section Modulus	W _y	106.00 cm ³
Moment Resistance	M _{y,Rk}	37.63 kNm (Tab. 6.7)
Moment Component	η _{My}	0.10 (Eq. (6.61))
Section Modulus	W _z	38.50 cm ³
Moment Resistance	M _{z,Rk}	13.67 kNm (Tab. 6.7)
Moment Component	η _{Mz}	0.00 (Eq. (6.61))
Design 1	η ₁	0.58 ≤ 1 (6.61)
Design 2	η ₂	0.47 ≤ 1 (6.62)

2 - HE A 120 | Euronorm 53-62



Täysin samat kuin Steelmember antaa.

Liite 8. Rfem laskelmat epäkeskisyyss

3(4)

Toinen kertaluku

2.2 Design by Cross-Section

Section No.	Member No.	Location x [m]	Load-ing	Design Ratio	E	F
Design According to Formula						
2	HE A 120	Euronorm 53-62				
	2	5.000	RC2	0.00	≤ 1	100) Negligible internal forces
	2	5.000	RC2	0.18	≤ 1	102) Cross-section check - Compression acc. to 6.2.4
	2	5.000	RC2	0.01	≤ 1	122) Cross-section check - Shear force in z-axis acc. to 6.2.6(4) - Class 3 or 4
	2	0.000	RC2	0.00	≤ 1	126) Cross-section check - Shear buckling acc. to 6.2.6(6)
	2	2.500	RC2	0.33	≤ 1	182) Cross-section check - Bending, shear and axial force acc. to 6.2.9.2 - Class 3
	2	5.000	RC2	0.65	≤ 1	364) Stability analysis - Bending and compression acc. to 6.3.3, Method 2
	2	0.000	RC4	0.00	≤ 1	400) Serviceability - Negligible deformations
	2	2.500	RC4	0.28	≤ 1	401) Serviceability - Combination of actions 'Characteristic' - z-direction

Max: 0.65 ≤ 1

Details - Member 2 - x: 5.000 m - RC2

Load Type	Load z	Unif. Dist. L _i	Tab. B.3
Moment Factor	C _{mLT}	0.920	Tab. B.3
Component Type	Component	Torsion, W _e	
Interaction Factor	k _{yy}	1.247	Tab. B.2
Interaction Factor	k _{yz}	0.735	Tab. B.2
Interaction Factor	k _{zy}	0.972	Tab. B.2
Interaction Factor	k _{zz}	0.735	Tab. B.2
Axial Force (Compression)	N _{Ed}	166.14 kN	
Governing Cross-Sectional Area	A _i	25.30 cm ²	Tab. 6.7
Compression Resistance	N _{Rk}	898.15 kN	Tab. 6.7
Partial Factor	γ _{M1}	1.000	6.1
Design Component for N	η ₁ N _y	0.45	≤ 1 (6.61)
Design Component for N	η ₁ N _z	0.37	≤ 1 (6.62)
Moment	M _{y,Ed}	5.29 kNm	
Section Modulus	W _y	106.00 cm ³	
Moment Resistance	M _{y,Rk}	37.63 kNm	Tab. 6.7
Moment Component	η ₁ M _y	0.16	Eq. (6.61)
Section Modulus	W _z	38.50 cm ³	
Moment Resistance	M _{z,Rk}	13.67 kNm	Tab. 6.7
Moment Component	η ₁ M _z	0.00	Eq. (6.61)
Design 1	η ₁	0.65	≤ 1 (6.61)
Design 2	η ₁₂	0.53	≤ 1 (6.62)

Suurin käyttöaste toisen kertaluvun mukaan 65%. Vastaavat Steelmemberillä lasketut arvot ovat 66,8% momentinvahvistuskertoimella ja fiktiivisellä kuormalla 71,1%

