

Riskitön korko osana amerikkalaisten osakeoptioiden arvostusta alhaisen korkotason aikana

Julius Harju



Tekijä Julius Harju	
Koulutusohjelma Liiketalouden koulutusohjelma	
Opinnäytetyön nimi Riskitön korko osana amerikkalaisten osakeoptioiden arvostusta alhaisen korkotason aikana	Sivu- ja liitesivumäärä 49 + 24
<p>Tässä tutkielmassa tarkastellaan amerikkalaisten osakeoptioiden arvostuksessa käytettävää riskitöntä korkoa osana teoreettista arvostusmallia, alhaisen markkinakoron vallitessa. Tutkielmassa havainnoidaan toteutuneiden markkina-arvostusten eroja teoreettisella arvostusmallilla saatuihin arvostuksiin. Tutkielman tavoitteena on vertailla vallitsevia näemyksiä riskittömän koron estimoinnista, sekä arvioida eri markkinakorkojen estimaattikelpoisuutta osana amerikkalaisten osakeoptioiden arvostusmallin implementointia. Tutkielmassa havainnoidaan myös arvostuksiin vaikuttavia markkinoiden muutoksia pidemmällä aikavälillä, sekä otetaan kantaa negatiivisten markkinakorkojen vaikutukseen osakeoptioiden arvostuksessa.</p> <p>Tutkielma on luonteeltaan kvantitatiivinen tutkimus, jossa pääosassa on toteutuneiden markkina-arvostusten mallintaminen teoreettisen arvostusmallin avulla, verraten toteutuneita markkina-arvostuksia, teoreettisen arvostusmallin avulla saatuihin arvostuksiin eri markkinakoroilla estimoituna. Tutkielman aineisto koostuu Canadian Derivatives Exchange vuosien 2013-2018 aikana listatuista amerikkalaisista osakeoptioista. Osakeoptioiden arvostusten erojen analysoinnissa hyödynnettiin tilastollisia testejä, kuten Kruskal-Wallis -testiä sekä Mann-Whitney U -testiä.</p> <p>Tutkielman empiirisessä osassa tehtyjen testien pohjalta todettiin, että päivittäin noteeratavat yli yön korot toimivat tarkasteluperiodilla erityisen hyvin estimaattina riskittömästä korosta, havaiten kuitenkin eroja arvostusten tarkkuudessa eri vuosien välillä. Johdannaisinstrumentit ovat luonteeltaan kompleksisia instrumentteja, joiden arvostus sisältää myös subjektiivisia elementtejä, täten tutkittavaa niissä riittää vielä paljon. Tutkielman tuloksia tulee kuitenkin verrata myöhemmin eri korkotasoilla saatuihin tuloksiin, arvostuksen osatekijöiden estimoinnin ollessa kuitenkin markkinatilanne kohtaista.</p>	
Asiasanat Johdannaisinstrumentti, Osakeoptio, Korko, Arvostusmalli	

Sisällys

1	Johdanto	1
1.1	Tutkimusongelma.....	2
1.2	Tutkielman rajaukset.....	3
1.3	Keskeiset käsitteet	5
2	Amerikkalaiset osakeoptiot.....	6
2.1	Osakeoption preemio ja tuotto	7
2.2	Osakeoption arvoon vaikuttavat tekijät.....	8
2.2.1	Historiallinen- ja implisiittinen volatilitteetti	10
2.3	Korko	11
2.3.1	Korkorakenneteoriat ja korkopariteetti	12
2.3.2	Riskitön korko	13
2.4	Binomipuumalli.....	15
3	Korkotekijän estimointi ja empiiriset kokeet	19
3.1	Aineiston esittely ja rajaukset	19
3.2	Arvostusmallin kalibrointi.....	24
3.3	Käytetyt menetelmät	25
3.4	Estimaatit kolmen kuukauden juoksuajalla	28
3.5	Estimaatit kuuden kuukauden juoksuajalla.....	31
3.6	Estimaattien muutokset tarkasteluperiodilla	35
3.7	Empiiristen kokeiden yhteenveto.....	38
3.8	Tutkielman reliabiliteetti ja validiteetti	39
4	Empiiristen kokeiden tulokset ja tulkinnat	43
4.1	Tulosten esittely	43
4.2	Johtopäätökset.....	46
4.3	Jatkotutkimus	47
4.4	Tutkielman prosessin arviointi	48
	Lähteet	50
	Liitteet.....	53
	Liite 1. Empiirisen aineiston arvostuksessa hyödynnetty Python -ohjelma.....	53
	Liite 2. Esimerkki analysoidusta datasta	55
	Liite 3. Kolmen kuukauden juoksuajan otosten normaalijakautuneisuus.....	56
	Liite 4. Kuuden kuukauden juoksuajan otosten normaalijakautuneisuus	62
	Liite 5. Kruskall-Wallis -testin tulokset kolmen kuukauden juoksuajan optioille	68
	Liite 6. Moodin mediaanitestin tulokset kolmen kuukauden juoksuajan optioille.....	70
	Liite 7. Kruskall-Wallis -testin tulokset kuuden kuukauden juoksuajan optioille	72
	Liite 8. Moodin mediaanitestin tulokset kuuden kuukauden juoksuajan optioille	73
	Liite 9. Mann-Whitney U -testin tulokset CORRA -markkinakorona vertailussa	75

Liite 10. Moodin mediaanitestin tulokset CORRA -markkinakoron vertailussa	76
---	----

1 Johdanto

Viime vuosikymmenen aikana tapahtuneet muutokset rahoitusmarkkinoiden luonteessa, sekä etenkin ennalta arvaamattomat muutokset markkinakoroissa ovat herättäneet kysymyksiä rahoitusinstrumenttien arvostamisen perustana käytettyjen mallien oikeanmukaisesta implementoinnista reaali maailmaan. Alhaiset- ja joissain tapauksissa jopa negatiiviset markkinakorot ovat johtaneet tilanteeseen, jossa instrumenttien arvostusmenetelmien osatekijöinä käytetyt estimaatit joudutaan uudelleen analysoimaan, niiden käyttökelpoisuuden osalta. Muutokset ovat johtaneet muun muassa johdannaisten arvostusperiaatteiden kyseenalaistamiseen ja aiemmin vähemmän merkityksellisinä pidettyjen osatekijöiden ja niiden estimaatteina pidettyjen muuttujien uudelleen arviointiin.

Monien johdannaisinstrumenttien arvostaminen perustuu yleisesti ottaen 70-luvulla kehitettyyn analyttiseen Black–Scholes -malliin. Black–Scholes -mallin lisäksi on kehitetty useita eri tyyliä laskennallisia malleja, jotka mahdollistavat luonteeltaan hyvinkin monimutkaisten johdannaisinstrumenttien arvostamisen, kuten tässä tutkielmassa hyödynnetty binomipuumalli. Näissä arvostusmenetelmissä korkotekijää on yleisesti pidetty varsin pienenä tekijänä, mutta muuttuneen markkinatilanteen takia tämän osatekijän tarkastelu muodostaa varsin mielenkiintoisen näkökulman siitä, miten ajan kulumisen ja siitä vaadittava lisäpremio muodostuu. Miten siis ajan kulumisen, suhteessa siitä saatavaan premioon muodostuu ja miten näihin kysymyksiin tulisi suhtautua johdannaisinstrumenttien arvostuksessa.

Tutkielmassa tarkastellaan yksityiskohtaisesti amerikkalaisten osakeoptioiden arvostuksessa käytettyä riskitöntä korkoa ja sen estimointia, sekä pyritään tarkastelemaan muutoksia, joita tämän arvostuksessa käytettävän osatekijän estimoinnissa voidaan havaita vuosien varrella. Tutkielman päätelmissä otetaan kantaa myös negatiivisten markkinakorojen vaikutukseen osakeoptioiden arvostuksessa.

Tämän tutkielman aihe valikoitui kiinnostuksesta johdannaisinstrumenttien arvostamisperiaatteisiin, sekä mielenkiinnosta viime vuosien ainutlaatuisten markkinaolosuhteiden vaikutuksiin rahoitusinstrumenttien arvostamisessa.

1.1 Tutkimusongelma

Tämän tutkielman tavoitteena on analysoida ja kuvata riskittömän koron eli korkotekijän estimointia amerikkalaisten osakeoptioiden arvostamisessa, sekä empiirisesti verrata teoreettisen mallin arvostusta, todellisuudessa toteutuneisiin markkina-arvostuksiin. Tutkielmassa analysoidaan myös käytettävien korkoestimaattien erilaisuuden takia havaittavia muutoksia optioiden arvostuksissa vuosien 2013-2018 välillä, sekä otetaan kantaa mahdollisten negatiivisten markkinakorkojen vaikutuksiin riskittömän koron estimoinnissa. Tutkielma on luonteeltaan kvantitatiivinen tutkimus, joka pitää sisällään sarjan empiirisiä kokeita, joissa havainnoitujen osakeoptioiden markkina-arvostuksia mallinnetaan eri markkinakorkojen avulla.

Empiiristen kokeiden tavoitteena on havainnoida ja haastaa koron estimoinnista vallitsevia näkemyksiä ja teorioita niiden luonnollisessa ympäristössä, pyrkien tilastollisia testejä hyödyntäen mittaamaan saatujen tulosten tilastollista merkitsevyyttä, sekä vastaamaan kysymykseen, miten riskittömään korkoon tulisi osakeoptioiden arvostuksessa suhtautua. Kysymyksenä on myös se, että voidaanko jonkin tietyn markkinakoron havaita arvostavan osakeoptioiden markkina-arvoja muita markkinakorkoja tarkemmin.

Tutkielman empiirisissä kokeissa, edellä mainittuihin kysymyksiin pyritään saamaan vastauksia tarkastelemalla osakeoptioiden arvostuksia eri juoksuajan omaaville optioille, tarkasteltaessa niitä eri ajankohtina ja eri näkökulmista. Tarkastelun kohteeksi valittiin osakeoptioita, joiden juoksuaikaa oli jäljellä noin kolme- ja kuusi kuukautta.

Tutkielman pääongelma on seuraava: Miten riskitöntä korkoa tulisi nykyisessä markkinatilanteessa estimoida amerikkalaisten osakeoptioiden arvostukseen?

Tutkielman alaongelmat:

1. Mitä estimaattia riskittömästä korosta tulisi teoriassa käyttää?
2. Voidaanko tietyn markkinakoron katsoa empiirisesti olevan muita markkinakorkoja parempi estimaatti riskittömästä korosta?
3. Voidaanko parhaaksi havaitun korkoestimaatin katsoa toimineen yhtä tehokkaasti tarkasteluperiodin eri ajankohtina?

Tutkielma koostuu sen pääongelman lisäksi kolmesta alaongelmasta, joihin tutkielmassa pyritään löytämään vastauksia. Alaongelmien teoreettisen viitekehyksen yhteyttä saatuihin tuloksiin kuvataan peittomatriisilla, joka esitetään kokonaisuudessaan taulukossa yksi.

Taulukko 1. Tutkielman alaongelmien peittomatriisi

Alaongelma	Teoreettinen viitekehys	Tulokset
Mitä estimaattia riskittömästä korosta tulisi teoriassa käyttää?	luvut: 2.2 ja 2.3.2	luvut: 3.6 ja 4.1
Voidaanko tietyn markkinakorona katsoa empiirisesti olevan muita markkinakorkoja parempi estimaatti riskittömästä korosta?	luvut: 2.2 ja 2.3	luvut: 3.3, 3.4, 3.6 ja 4.1
Voidaanko parhaaksi havaitun korkoestimaatin katsoa toimineen yhtä tehokkaasti tarkasteluperiodin eri ajan-kohtina?	luvut: 2.2 ja 2.3	luvut: 3.5, 3.6 ja 4.1

1.2 Tutkielman rajaukset

Johdannaisinstrumentit ovat varsin laaja ja monimutkainen kokonaisuus eri tyyppisiä rahoitusinstrumentteja, joiden kaikkien tarkastelu ei luonnollisestikaan ole tämän, eikä yhdenkään yksittäisen tutkielman tarkoitus tai päämäärä. Tämä tutkielma pyrkii tarkastelemaan korkotekijää optioiden arvostuksen yksittäisenä osatekijänä, mikä edellyttää, että tarkasteltavat johdannaisinstrumentit ovat luonteeltaan mahdollisimman yksinkertaisia, jotta arvostuksessa käytettävä osatekijä pystytään riittävällä tasolla eristämään muista arvostukseen vaikuttavista tekijöistä. Tarkasteltavan osatekijän eristäminen muista arvostukseen vaikuttavista tekijöistä on ensisijainen vaatimus tilastollisesti edustavien tuloksien saamiseksi.

Tarkasteltaviksi johdannaisinstrumenteiksi valittiin amerikkalaiset osakeoptiot, jotka ovat verrattain yksinkertaisia muihin johdannaisinstrumentteihin verrattuna, ja joissa korkotekijä ei kuitenkaan itsessään ole merkittävin arvostukseen vaikuttava osatekijä tai itse option kohde-etuus. Amerikkalaiset osakeoptiot ovat soveltuvia tarkastelukohteita myös johtuen suuresta määrästä aikaisempaa tutkimusta, jota niiden arvostuksesta on tehty. Näiden

johdannaisinstrumenttien arvostusmenetelmien voitiin myös tulkita olevan riittävän vakiintuneita tilastollisesti edustavan empiirisen tarkastelun saavuttamiseksi, teoreettisen viitekehyksen ollessa hyvinkin vahva.

Tutkielmassa ei sen ajallisen pituuden johdosta ollut mahdollista tarkastella kaikkia amerikkalaisia osakeoptioita, joten rajauksia jouduttiin tekemään muun muassa optioiden markkinapaikan, hintanoteerauksien ja juoksuajan osalta. Tutkielma rajattiinkin koskemaan valittua joukkoa Canadian Derivatives Exchangessa listattuja amerikkalaisia osakeoptioita, joiden kohde-etuutena ovat yhtiöt eivät maksaneet tarkasteluperiodilla lainkaan osinkoa. Tarkasteluperiodiksi määriteltiin vuosien 2013 ja 2018 välinen aika, minkä katsottiin olevan ajalliselta pituudeltaan riittävä mahdollisten historiallisten erojen havainnointia varten.

Tarkastelua jouduttiin rajaamaan myös osakeoptioiden arvostuksen osatekijänä käytettävän riskittömän koron estimaattien osalta, koska tutkielmassa ei sen luonteen ja ajallisen pituuden johdosta ollut mahdollista tarkastella kaikkia noteerattuja markkinakorkoja, joita osakeoptioiden arvostuksen osatekijänä olisi voitu käyttää. Markkinakorot, joita tutkielmassa käytettiin korkoestimaatteina, valittiin aikaisemman tutkimuksen ja markkinanäkemysten perusteella koskemaan neljää eri markkinakorkoa. Korkoestimaattien ja osakeoptioiden tarkemmat rajaukset kuvataan kokonaisuudessaan aineiston esittelyn yhteydessä luvussa kolme.

Tutkielmassa päädyttiin tarkastelemaan ainoastaan osakeoptioita, johtuen pääosin faktasta, että muiden johdannaisinstrumenttien tai jopa muiden rahoitusinstrumenttien ottaminen mukaan tarkasteluun olisi heikentänyt yksittäisen instrumentin tarkasteluun käytettävää panosta. Täten tutkielman luonteen myötä katsottiin tarkoituksenmukaiseksi keskittyä yksittäiseen johdannaisinstrumenttiin ja sen arvostamiseen vaikuttaviin tekijöihin.

Työn empiirisessä osuudessa tarkasteltiin valittuja osakeoptioita teknisesti niiden arvostuksen näkökulmasta, jolloin markkinakorkojen teoria, sekä niihin vaikuttava makrotaloudellinen analyysi jouduttiin jättämään varsin pinnalliseksi. Tämän tietoisien päätöksen myötä, markkinakorkojen alhaisuuden ja mahdollisen negatiivisuuden tarkastelu ja selittäminen jätettiin pois tutkielman pääasiallisesta tavoitteesta.

Tutkielman analyyseissä ei myöskään pyritty syvemmin kuvaamaan tai tarkastelemaan markkinoiden näkemystä ja perusteluja tarkasteluun valittujen osakeoptioiden arvostukseen käytettävien osatekijöiden estimoinnista, vaan tutkielmassa pyrittiin havainnollista-

maan ja analysoimaan aikaisemman tieteellisen tutkimuksen tekemää pohdintaa ja tuloksia osakeoptioiden markkina-arvostusten mallintamisesta. Näiden rajausten myötävaikutuksesta jätettiin pois myös kyselytutkimuksen kaltainen havainnointi, tiedostaen kyselytutkimuksen kaltaisen tutkimuksen mahdollisesti heikon kyvyn pystyä kokonaisuudessaan vastaamaan tälle tutkielmalle asetettuihin kysymyksiin.

1.3 Keskeiset käsitteet

Tässä alaluvussa kuvataan tutkielman kannalta olennaisimmat käsitteet, jotka ovat

- Arvostusmalli
- Johdannaisinstrumentti
- Osakeoptio
- Riskitön korko

Arvostusmallilla tarkoitetaan tässä tutkielmassa tarkasteltavien rahoitusinstrumenttien arvostukseen käytettävää laskentamenetelmää, jonka avulla instrumentin teoreettinen arvo voidaan määritellä. Tutkielmassa teoreettisena arvostusmallina hyödynnetään binomipuumallia.

Johdannaisinstrumentti on instrumentti, jonka arvo pohjautuu jonkin toisen instrumentin arvoon. Johdannaisinstrumentteja ovat muun muassa futuurit, termiinit, swapit, sekä optiot.

Osakeoptio on johdannaisinstrumentti, joka antaa haltijalleen mahdollisuuden option tyyppin mukaan, joko ostaa tai myydä ennalta määritetyn yhtiön osakkeita tiettyyn hintaan. Osakeoption arvo perustuu ennalta määritetyn osakkeen arvonkehitykseen. Osakeoption arvo voi käytännössä perustua minkä tahansa osakkeen markkina-arvoon, kuten esimerkiksi Nokian tai Nordean.

Riskitön korko on johdannaisinstrumenttien arvostuksen osatekijä. Sillä tarkoitetaan sijoituksesta saatavaa tuottoa, missä riskiä alkuperäisen sijoitetun pääoman menettämisestä ei ole.

2 Amerikkalaiset osakeoptiot

Amerikkalaiset osakeoptiot ovat Coxin, Rossin ja Rubinsteinin (1979, 229) mukaan rahoitusinstrumentteja, jotka oikeuttavat haltijansa joko ostamaan tai myymään ennalta määrätyn määrän tietyn kohde-etuus yhtiön osakkeita, ennalta sovittuun hintaan, tiettyinä ajanhetkenä tai sitä ennen. Tätä tapahtumaa kutsutaan yleisesti option toteuttamiseksi. Hintaa, jolla option haltija on oikeutettu myymään tai ostamaan tietyn yhtiön osakkeita, kutsutaan toteutushinnaksi. Aikaväliä, jona option haltija on oikeutettu toteuttamaan optionsa, kutsutaan juoksuajaksi, jossa viimeistä päivää, jolloin optio voidaan toteuttaa, kutsutaan päättymispäiväksi. (Opi Optiot 2014, 15.)

Osakeoptioiden kaupankäyntiin liittyy olennaisesti option kohde-etuusvakio, jolla tarkoitetaan osakeoption kohde-etuutena olevien osakkeiden määrän. Kohde-etuusvakio voi periaatteessa olla mikä tahansa, mutta esimerkiksi pohjoismaisella johdannaismarkkinalla vakioksi on määritetty 100 kappaletta. Täten yksi optio oikeuttaa joko myymään tai ostamaan 100 kappaletta option kohde-etuutena olevia osakkeita. (Opi Optiot 2014, 15.)

Optiot voivat olla luonteeltaan joko amerikkalaisia tai eurooppalaisia, ne eroavat toisistaan niiden toteutustavassa. Eurooppalaiset osakeoptiot voidaan toteuttaa ainoastaan option päättymispäivänä, toisin kuin amerikkalaiset osakeoptiot, jotka voidaan toteuttaa milloin tahansa option juoksuajana. (Hull 2012, 7-8.) Option kohde-etuuden fyysinen kotimaa ei kuitenkaan vaikuta option tyyppiin, sillä amerikkalaisen yhtiön osakkeen ostamiseen tai myymiseen oikeuttava optio voi ominaisuudeltaan olla yhtä hyvin eurooppalainen tai amerikkalainen. (Hull 2012, 7.)

Osakeoptiot jaotellaan osto- ja myyntioptioihin, joista osto-optio antaa haltijalleen mahdollisuuden ostaa kohde-etuus yhtiön osakkeita ennalta määritellyin ehdoin, kun taas myyntioptio antaa haltijalleen mahdollisuuden myydä kohde-etuus yhtiön osakkeita ennalta määritellyin ehdoin (Cox, Ross, Rubinstein 1979, 229). Optioissa ominaista on sen myyjän vastuu toteuttaa kauppa, mikäli option haltija, eli ostaja niin haluaa (Hull 2012, 8). On huomattava, että osto- ja myyntioptioista puhuttaessa, eri positioita on yhteensä neljä, jotka ovat listattuna alla:

- Osto-option ostaja (Long Call)
- Osto-option myyjä (Short Call)
- Myyntioption ostaja (Long Put)
- Myyntioption myyjä (Short Put)

Osakeoptioiden arvostamiseen liittyviä osatekijöitä ja arvostusmenetelmiä on tutkittu historian saatossa huomattavan paljon, mistä esimerkkeinä muun muassa Samuelson (1965),

Baumol, Malkiel ja Quandt (1966), sekä Chen (1970). Ennen Fischer Blackin ja Myron Scholesin tekemää läpimurtoa vuonna 1972, optioiden arvostusmallit olivat lähinnä matemaattisiin kaavoihin perustuvia laskentamalleja, jotka eivät kuitenkaan pystyneet täydellisesti arvostamaan ja mallintamaan haluttuja johdannaisinstrumentteja, vaan niiden soveltaminen edellytti yhden tai useamman satunnaismuuttujan käyttöä osana mallia, minkä johdosta mallit olivat osittain epätarkkoja. (Black & Scholes 1972, 637–638).

Hyvinkin analyttisen ja toteutukseltaan haastavan Black–Scholes -mallin lisäksi optioiden arvostamisessa voidaan hyödyntää myöhemmin kehitettyjä numeerisia arvostusmalleja, kuten Coxin, Rossin ja Rubinsteinin (1979) esittelemä malli, joka tarjosi verraten yksinkertaisen mallin useiden erilaisten johdannaisinstrumenttien arvostamiseen, mikä käytännöllisen toteutuksensa lisäksi, tarjosi myös mahdollisuuden varsin kompleksisten johdannais-ten arvostamiseen. Tätä numeerista menetelmää kutsutaan binomipuumalliksi, jonka implementointia käsitellään tarkemmin alaluvussa 2.4.

Binomipuumallin pohjalta on myös kehitetty monia alkuperäistä ajatusta tehostavia laskentamalleja, kuten Broadien ja Detemplen (1996) esittelemä BBSR-malli. Tämän lisäksi binomipuumallin pohjalta on kehitetty myös Figlewskin ja Gaon (1999) toimesta Adaptive Mesh -malli, jossa alkuperäistä menetelmää sovelletaan laskennallisesti tehokkaampaan lähestymistapaan. Eri mallien toimivuutta ja estimointikelpoisuutta ovat tutkineet muun muassa Shamsul (1992), joka käsitteli myös Monte-Carlo menetelmää osana optioiden arvostusta.

2.1 Osakeoption preemio ja tuotto

Option hintaa, jonka option haltija, eli ostaja joutuu optiosta maksamaan, kutsutaan preemioksi (Hull 2012, 806). Preemio kuvastaa siis option ostajan maksamaa korvausta, jolla hän hankkii itselleen mahdollisuuden optiosta riippuen joko ostaa tai myydä ennalta sovitun kohde-etuus yhtiön osakkeita tiettyyn hintaan. Maksettavan preemion teoreettinen määrä voidaan laskea käyttämällä eri arvostusmalleja, kuten esimerkiksi binomipuumallia (Cox, Ross, Rubinstein 1979, 229–239).

Option toteuttamisesta saatava tuotto voidaan laskea option toteutushinnan ja kohde-etuuden arvon pohjalta. Option toteuttamisesta saatava tuotto voidaan havainnollistaa yksinkertaistetun eurooppalaisen osakeoption avulla, missä tuotto voidaan laskea kuvion yksi mukaisesti. Optioiden arvon ollessa negatiivinen, ei optioita lähtökohtaisesti koskaan toteuteta, näin ollen esimerkiksi ostetun osto-option tuotto on aina vähintään nolla, ottamatta huomioon optiosta maksettavaa preemiota. (Hull 2012, 194–199.)

On hyvä huomata, että option tuottoa laskettaessa ei oteta huomioon optiosta maksettavaa preemiota, toteutuksesta koituvia transaktiokuluja tai muita kuluja, mitkä vaikuttavat luonnollisesti todellisuudessa optiosta saatavaan tuottoon (Hull 2012, 218). Kuviossa yksi, muuttuja S_t kuvaa kohde-etuuden arvoa toteutushetkellä ja muuttuja K option toteutushintaa.

Osto-option ostajan tuotto = $\max(S_t - K, 0)$

Osto-option myyjän tuotto = $\min(K - S_t, 0)$

Myyntioption ostajan tuotto = $\max(K - S_t, 0)$

Myyntioption myyjän tuotto = $\min(S_t - K, 0)$

Kuvio 1. Eurooppalaisen osto- ja myyntioption tuottokaavat (Hull, 2012, 198)

Osakeoption tuottoasemia kuvataan kuviossa yksi, jossa on kuvattuna osto- ja myyntioption tuottoasemia kaikille eri osapuolille. Oleellista tuottoasemissa on huomata, että option myyjien mahdollinen tappion määrä on teoriassa rajoittamaton. (Hull 2012, 194–199.)

Tarkasteltaessa amerikkalaisia osakeoptioita, tulee arvostukseen vaikuttavana tekijänä esitellä niin sanottu aikaisen toteutuksen periaate, jossa amerikkalainen osakeoptio voi tietyssä tilanteessa olla järkevää toteuttaa ennen sen päättymispäivää. Tällainen tilanne saattaa koitua tilanteesta, jossa osakeoption kohde-etuus yhtiö maksaa osinkoa option juoksuajalla. Tällaisessa tilanteessa optio on kuitenkin järkevää toteuttaa ainoastaan juuri ennen osingon irtoamista. Voidaankin laskennallisesti osoittaa, ettei amerikkalaista osakeoptiota ole järkevää toteuttaa milloinkaan muulloin ennen option päättymispäivää. (Hull 2012, 229–230.)

2.2 Osakeoption arvoon vaikuttavat tekijät

Osakeoption arvoasemien taustalla on joukko osatekijöitä, jotka vaikuttavat option arvoasemien arvostamiseen. Jokaisella tekijällä on lähtökohtaisesti joko option arvoa nostava tai laskeva vaikutus, vaikkakin tiettyjen tekijöiden vaikutus option arvoon ei ole aivan yksiselitteinen. (Hull 2012, 214.) Ennen näiden tekijöiden tarkempaa käsittelyä tulee huomata, että option teoreettinen arvo jakautuu kahteen eri arvoon, perusarvoon ja aika-arvoon (Hull 2012, 201).

Perusarvolla tarkoitetaan arvoa, joka koostuu option toteutushinnan ja kohde-etuuden arvon välisestä erosta. Osto-option perusarvo määräytyy option kohde-etuuden arvosta, josta vähennetään option toteutushinta. Myyntioption perusarvo määräytyy taas option toteutushinnasta, josta vähennetään option kohde-etuuden arvo. Option aika-arvolla tarkoitetaan arvoa, joka koostuu option hinnasta, joka ylittää option laskennallisen perusarvon. Aika-arvo koituu option jäljellä olevasta juoksuajasta. On otettava huomioon, että verrattaessa eurooppalaista- ja amerikkalaista osakeoptiota, amerikkalaisen osakeoptio tulee aina olla arvoltaan vähintään eurooppalaisen osakeoption arvoinen, toteutushinnan ja päättymispäivän ollessa samat. (Hull 2012, 201.)

Option arvoon vaikuttavat osatekijät ovat:

- kohde-etuuden arvo
- toteutushinta
- aika päättymispäivään
- volatilitteetti
- riskitön korko
- kohde-etuuden maksamat osingot

Osakeoptioissa keskeisin arvoon vaikuttava osatekijä on kohde-etuus yhtiön osakkeen arvonkehitys. Kohde-etuuden arvolla tarkoitetaan osakeoptioiden tapauksessa kohde-etuus yhtiön osakkeen arvonkehitystä, mutta yleisesti optioiden kohde-etuutena voi toimia myös esimerkiksi jonkin tietyn indeksin kurssi. Kohde-etuudella on nostava vaikutus osto-option arvoon, sillä kohde-etuuden arvon noustessa option haltijan option toteuttamisesta saama tuotto kasvaa. Kohde-etuuden arvon nousemisella on taas negatiivinen vaikutus myyntioption arvoon, sillä kohde-etuuden arvon noustessa myyntioption haltijan option toteuttamisesta saama tuotto laskee. (Hull 2012, 214–215.)

Osakeoption toteutushinta vaikuttaa instrumenttien arvoon päinvastaisella tavalla, sillä toteutushinnan kasvaessa osto-option arvo laskee ja myyntioption taas nousee. Tämä johtuu toteutushinnan vaikutuksesta optioiden perusarvoon. (Hull 2012, 214–215.)

Option jäljellä olevan juoksuajan pituuden pidentymisellä on nostava vaikutus sekä osto-optioiden, että myyntioptioiden arvoon. Tämä johtuu optioiden aika-arvon vaikutuksesta, sillä optioiden aika-arvo kasvaa option jäljellä olevan juoksuajan mukaan. Voidaan myös ajatella, että pidemmän juoksuajan omaavalla optiolla on enemmän ajallista horisonttia toteuttaa option oikeuttama kauppa, kuin lyhyemmän juoksuajan omaavalla optiolla. Täten voidaan todeta, että pidemmän juoksuajan omaavan option tulee olla vähintään saman arvoinen kuin sitä lyhyemmän juoksuajan omaavan option. (Hull 2012, 214–215.)

2.2.1 Historiallinen- ja implisiittinen volatilitteetti

Volatilitteetti kuvaa epävarmuutta kohde-etuuden arvonmuutoksista. Volatilitteetin kasvaessa todennäköisyydet kohde-etuuden arvon positiiviselle ja negatiiviselle arvonkehitykselle ovat suuremmat, näin ollen esimerkiksi osakkeella on korkeampi todennäköisyys pärjätä hyvin tai huonosti. (Hull 2012, 215–216.)

Osto- ja myyntioptioiden arvo kasvaa volatilitteetin kasvaessa. Tämä johtuu option antamasta suojasta, missä option ostajan riski rajoittuu optiosta maksettavaan preemioon, eli option arvoon. Volatilitteetin tuoma riski option myyjälle kompensoituu näin ollen optiosta maksettavassa preemiossa. Täten molemmat sekä osto- että myyntioptio hyötyvät volatilitteetin kasvusta. (Hull 2012, 215–216.)

Volatilitteettia voidaan mitata kahdesta eri näkökulmasta, joista ensimmäinen on historiallinen volatilitteetti. Historiallinen volatilitteetti mitataan optioiden kohde-etuuksien toteutuneista hintamuutoksista, mitä kuvataan keskihajonnalla. Historiallista volatilitteettia voidaan mitata käytännössä kuinka pitkältä aikaväliltä tahansa, jolloin mittaus yleisesti ottaen johtaa tarkempaan lopputulokseen. Hullin (2012, 305) mukaan pitkä mittausperiodi saattaa kuitenkin johtaa tilanteeseen, jossa kauan aikaa sitten tapahtuneet hintamuutokset eivät enää toimi hyvänä estimaattina tulevaa volatilitteettia ajatellen. Kompromissi ratkaisuna 90-180 päivän historiallista volatilitteettia voidaan pitää sopivana optioiden hinnoittelun pohjana. (Hull 2012, 305.)

Osakeoption kohde-etuutena olevan osakkeen historiallinen volatilitteetti voidaan laskea kuvion kaksi mukaisesti, missä $n + 1$ on osakkeen päivittäisten havaintojen lukumäärä, t on periodin pituus vuosissa, S_i on osakkeen arvon päivittäinen havainto, missä $i = 0, 1, \dots, n$. (Hull 2012, 305.)

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \text{ for } i = 1, 2, \dots, n$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i\right)^2}$$

$$\sigma_{\text{Historiallinen}} = s * \sqrt{t}$$

Kuvio 2. Historiallisen volatilitteetin laskentamenetelmä (Hull 2012, 305)

Implisiittinen volatiliteetti eroaa historiallisesta volatiliteetista merkittävästi, sillä se kuvaa volatiliteettia, joka on laskettu optioiden markkinahintojen perusteella. Se antaa näkemyksen markkinoiden odottamasta tulevasta volatiliteetista, eli se kuvastaa markkinoiden epävarmuutta optioiden kohde-etuutena olevien instrumenttien tulevasta hinnankehityksestä. (Opi Optiot 2014, 36.)

Implisiittisen volatiliteetin kehitystä kuvaamaan on muodostettu indeksejä, kuten Chicago Board Options Exchangin kehittämä VIX-indeksi, jonka tarkoituksena on kuvata markkinoiden 30 päivän odotettua volatiliteettia. VIX-indeksi perustuu laskennallisesti SPX -indeksioptioiden painotettuihin arvostuksiin useille eri toteutushinnan omaaville optioille. (Chicago Board Options Exchange 2014, 2.)

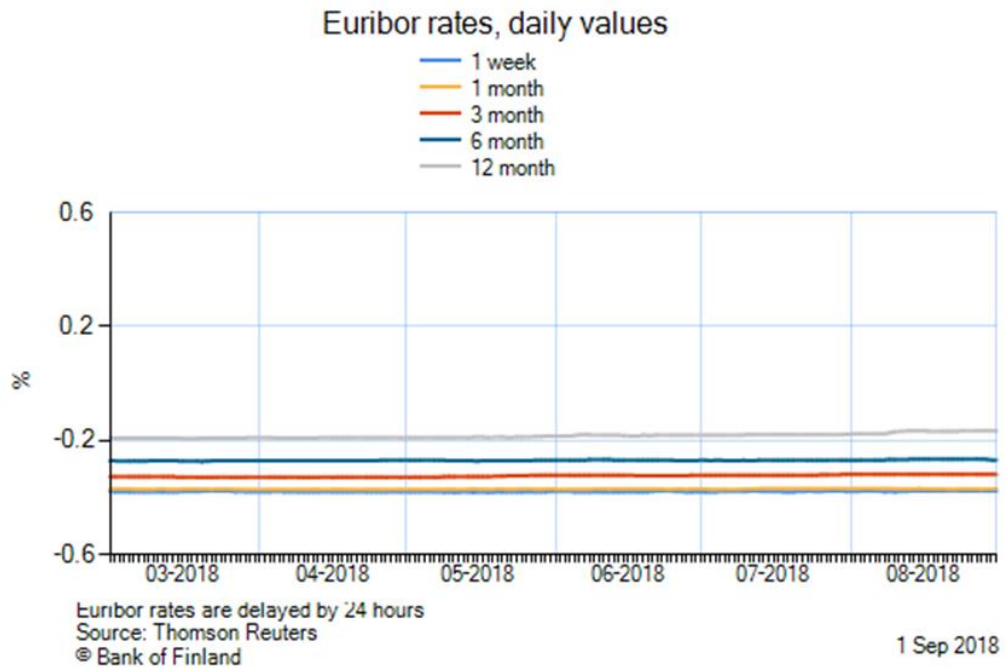
2.3 Korko

Koron voidaan sanoa olevan hinta, jonka esimerkiksi sijoittaja joutuu maksamaan tietyksi ajaksi käyttöön saamastaan vieraasta pääomasta. Se on siis korvausta lainatusta rahasta, minkä sijoittaja joutuu maksamaan esimerkiksi velaksi ottamastaan sijoituslainasta. (Tuhkanen 2006, 9.) Koron voidaan katsoa olevan olennainen osa rahoitusinstrumenttien arvostamista, sillä korko määrittelee muun muassa sijoituksien aika-arvon.

Sijoittamisessa, lainaamisessa ja velaksi otossa on koron osalta kyse rahan aika-arvosta, eli siis siitä, minkä arvoisia tulevaisuudessa saadut tai maksettavat rahavirrat ovat nykyhetkenä (Tuhkanen 2006, 18-19). Laskentamenetelmää, jolla tulevaisuudessa saatavat rahavirrat voidaan muuttaa laskennallisesti nykyhetken arvoon, kutsutaan diskonttaamiseksi. Osana diskonttausmenetelmää käytetään estimaattia tulevaisuudessa mahdollisesti vallitsevasta korkotasosta.

Markkinoiden korkotasojen muutoksia kuvaavat hyvin niin sanotut rahamarkkinakorot, eli esimerkiksi korot, joilla pankit antavat toisilleen lainaa, joista esimerkkeinä muun muassa Euribor (Euro Interbank Offered Rate) ja Libor (London Interbank Offered Rate). Euribor kuvastaa ensiluokkaisen pankin toiselle pankille antamaa euromääräistä talletuskorkoa, Libor kuvastaa samaa Lontoon pankkien puntamääräisille talletuksille. (Tuhkanen 2006, 37–46.)

Nykyinen markkinatilanne on johtanut tilanteeseen, jossa muun muassa kolmen- ja kuuden kuukauden Euribor -korkonoteeraus on negatiivinen. Eri mittaisia Euribor -korkonoteerauksia kuvataan viimeisen puolen vuoden ajalta kuviossa kolme.



Kuvio 3. Euribor-noteeraukset (Suomen Pankki 2018)

2.3.1 Korkorakenneteoriat ja korkopariteetti

Korkojen teoreettista rakennetta on pyritty kuvaamaan korkorakenneteorioilla, jotka voidaan jakaa odotusteoriaan, likviditeettiteoriaan ja segmenttiteoriaan. Näiden teorioiden avulla pyritään kuvaamaan ja selittämään korkojen käyttäytymistä. (Tuhkanen 2006, 68–69.)

Odotusteorian mukaan termiinikorot selittävät ja kuvaavat markkinoiden näkemystä siitä, mihin suuntaan korkojen odotetaan tulevaisuudessa kehittyvän. Käytännössä tämä tarkoittaa siis sitä, että termiinikorkojen korkokäyrän ollessa noususuuntainen, odotetaan lyhyiden korkojen nousevan ja taas termiinikorkojen korkokäyrän ollessa laskeva, lyhyiden korkojen odotetaan tulevaisuudessa laskevan. Laskemalla termiinikorkoja, voidaan niiden pohjalta määrittellä, kuinka paljon ja mihin suuntaan korkojen oletetaan tulevaisuudessa kehittyvän. (Tuhkanen 2006, 68–69.)

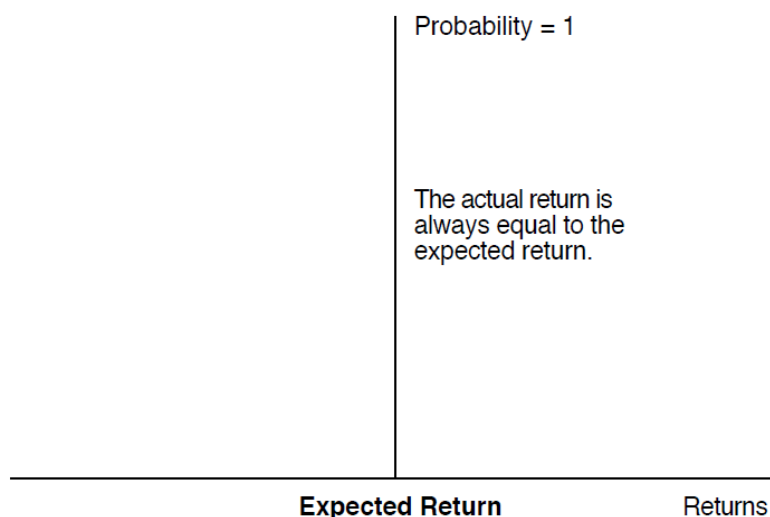
Likviditeettiteoria sen sijaan olettaa, että tulevaisuuden epävarmuuden takia sijoittajat vaativat enemmän tuottoa pidemmän aikavälin sijoituksille kuin lyhyen aikavälin sijoituksille. Tämä johtuu pidemmän juoksuajan tuomasta riskistä ja epävarmuudesta tulevaan markkinakehitykseen. Lyhyiden korkojen ja pitkien korkojen eroa voidaankin kutsua likviditeettiriskin perusteella vaadituksi lisäpremioksi. (Tuhkanen 2006, 68–69.)

Segmenttiteorian mukaan korot riippuvat myös eri toimijoiden vaikutuksista markkinoiden toimintaan. Tämä perustuu ajatukseen, jonka mukaan rahamarkkinat ovat kyllästettyjä tietyn tyyppisten toimijoiden, kuten pankkien ja muiden lyhytaikaisten lainanantajien toimesta. Teorian mukaan taas pääomamarkkinoilla toimii pitkistä sijoituksista kiinnostuneita toimijoita, kuten eläke- ja vakuutusyhtiöt, joiden sijoitustarpeet eroavat suuresti muista toimijoista. Tämän perusteella segmenttiteoria olettaa, että rahamarkkinat ja pääomamarkkinat sisältävät eri tyyliä toimijoita, joiden tarpeet eroavat toisistaan, minkä takia myös korot ovat osittain toimijoiden preferensseistä riippuvaisia. (Tuhkanen 2006, 68–69.)

Korkopariteettiteorian mukaan korkotasot eri maiden välillä ovat muodostuneet niin, ettei varojen siirtäminen maasta toiseen tuota lisätuottoa (Daniels & Van Hoose 2014, 94–95). Korkopariteetin mukaan kotimaan ja vieraan maan korkojen erotus tulisi vastata odotettua preemiota (Daniels & Van Hoose 2014, 95–96). Teorian pitäessä suomalaisen sijoittajan ei siis olisi mahdollista saada parempaa tuottoa amerikkalaisesta valtiolainasta kuin suomalaisesta valtiolainasta, jotka ovat riskiltään ja ominaisuuksiltaan muuten samankaltaiset.

2.3.2 Riskitön korko

Riskitön sijoitus on luonteeltaan sijoitus, johon ei sisälly riskiä alkuperäisen sijoitetun pääoman menettämisestä. Riskittömän sijoituksen odotettu tuotto vastaa näin ollen sijoituksen todellista toteutunutta tuottoa. (Damodaran 2008, 3–4.) Riskittömän sijoituksen toteutunutta tuottoa suhteessa odotettuun tuottoon kuvataan kuviossa neljä.



Kuvio 4. Riskittömän sijoituksen tuotto suhteessa odotettuun tuottoon (Damodaran 2008)

Johdannaisinstrumenttien arvostusmenetelmissä riskitön sijoitus näkyy riskittömän koron muodossa, joka on siis korko, joka voidaan ansaita sijoituksesta, ilman riskiä (Hull 2012, 217–218). Blackin (1975, 41) mukaan, koron vaikutus optioiden arvoon on verrattain pieni, varsinkin, mikäli option juoksuaika on lyhyt. Korkoprosentin kasvaessa option nykyarvo laskee diskonttauksen takia, joten riskittömän koron vaikutus pitkäaikaisempaan sijoitukseen on luonnollisesti suurempi.

Riskittömän koron estimoinnista on käyty paljon keskustelua ja kysymykset ovat nousseet esille varsinkin finanssikriisin jälkeen, jolloin monet johdannaisten arvostajat kyseenalaistivat aiemmin riskittömästä korosta käytetyt estimaatit (Hull 2012, 77.) Blackin (1975, 41) mukaan, estimaattina riskittömästä korosta voidaan käyttää esimerkiksi sijoitustodistusten tai yritystodistusten korkoja, jotka monesti noteerataan eri juoksuajoille, ollen varsin luonnollinen valinta riskittömän koron estimointiin. Aiemmin LIBOR -korkoa pidettiin erityisen hyvänä estimaattina riskittömästä korosta, mutta monet instrumenttien arvostajat ovat kuitenkin päätyneet käyttämään OIS-korkoja, eli yli yön indeksoituja swap -korkoja, jotka Hull ja White väittävät paremmiksi estimaateiksi riskittömästä korosta. (Hull & White, 2013.)

Yritysrahoituksessa estimaattina riskittömästä korosta voidaan käyttää esimerkiksi 20-vuotisen valtion liikkeeseenlaskeman velkakirjan korkoa (Damodaran 2008, 29). Kuitenkin Blackin (1975, 41) mukaan, korkonoteerauksen tulisi juoksuajaltaan olla saman mittainen kuin arvostettava instrumentti, eli kolmen kuukauden osakeoptiossa käytettävä korko tulisi olla esimerkiksi kolmen kuukauden laadukkaan yritystodistuksen korko.

Myös monet yritysrahoitusta analysoivat tahot, kuten Ernst & Young (2014, 1–12) ovat havainneet, että aiemmin yleisesti arvostusmalleissa riskittömänä korkona käytettyjen eurooppalaisten valtioiden liikkeeseenlaskemien joukkovelkakirjojen yieldit, eivät toimi oikein riskittömän koron estimaattina, ilman tietynlaista korjaustekijää. Tämä johtuu heidän mukaansa riskittömän koron viime aikoina kasvaneesta volatilitteetista. (Ernst & Young 2014, 1–12.)

Arvostusmalleissa käytettävän korkotekijän ovat kiteyttäneet hyvin Hull ja White (2013, 15–16) jotka tulivat johtopäätökseen, ettei täydellistä estimaattia riskittömästä korosta kuitenkaan ole saatavilla, vaan käytännössä optioiden arvostajan on tyydyttävä parhaimpaan mahdolliseen estimaattiin koron tasosta. Tämä osoittaa osaltaan riskittömään korkoon ja sen estimointiin liittyvää epävarmuutta alhaisen korkotason vallitessa.

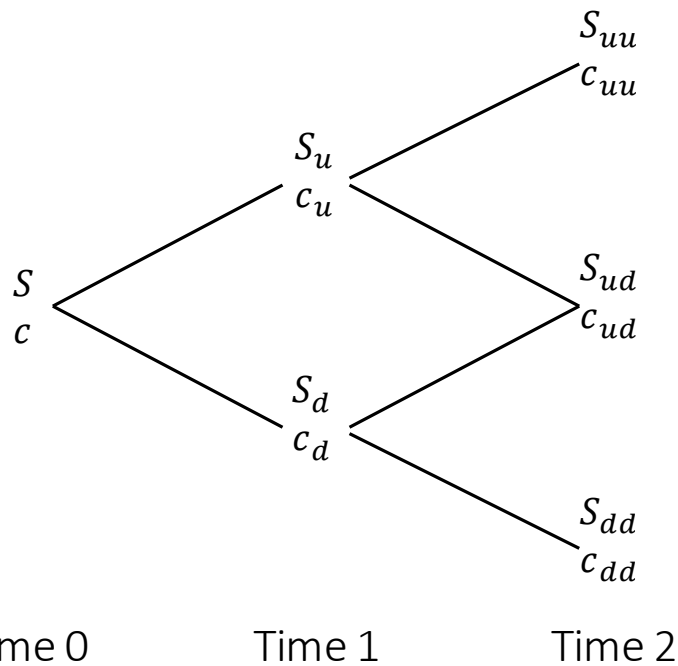
Vaikkakaan riskittömällä korolla ei itsessään ole toteutushinnan kaltaista vaikutusta osakeoptioiden arvostukseen, Brooks ja Chancen (2014, 97) mukaan korkotekijän virheellinen valinta arvostuksessa saattaa aiheuttaa arvaamattomia ongelmia muun muassa volatilitteettipintojen muodostumisessa. Volatilitteettipintojen muodostumista ovat empiirisesti tutkineet muun muassa Daglish, Hull, ja Suo (2006), sekä niiden mallintamista ja estimointia muun muassa Ahoniemi (2009).

On oleellista myös huomioida, että optioiden arvostajat voivat olla keskenään samaa mieltä kaikista muista option arvoon vaikuttavista tekijöistä, mutta kuitenkin eri mieltä korkotekijän valinnasta. Riskittömän koron estimointi onkin näin ollen osittain optioiden arvostajan näkemyksestä kiinni, ja aiheutuvat ongelmat voivatkin olla merkittäviä (Brooks & Chance 2014, 97–98.)

2.4 Binomipuumalli

Cox-, Ross- ja Rubinstein esittelivät binomipuumallin Journal of Financial Economicsin julkaisussa vuonna 1979. Mallin tarkoituksena oli tarjota toteutukseltaan laskennallisesti yksinkertainen ja tehokas arvostusmalli, jolla optioiden arvostaminen onnistuisi laskennallisissa menetelmin, aiempien mallien analyttisen lähestymistavan sijaan. Aikaisemmin teoreettisen arvostuksen pohjana pidetty Black–Scholes on matemaattisesti varsin vaativa, eikä sovellu tiettyjen eksoottisten ja kompleksisten optioiden arvostukseen (Cox, Ross, Rubinstein 1979, 229–230.) Black–Scholes -malli ei myöskään osaltaan sovellu amerikkalaisten osakeoptioiden arvostukseen (Hull 2012, 323–324, 356).

Binomipuumalli tarjoaa laskennallisesti varsin yksinkertaisen laskentamenetelmän amerikkalaisten osakeoptioiden ja myös muiden rahoitusinstrumenttien arvostamiseen. Mallin etuina aikaisemmin kehitettyihin malleihin on muun muassa se, että se pystyy ottamaan huomioon option kohde-etuus yhtiön maksamat osingot. (Hull 2012, 323–330.) Mallille ominaista on sen puumainen rakenne, jota kuvataan kuviossa viisi, mikä koostuu kahdesta askeleesta.



Kuvio 5. Binomipuumalli (Brooks & Chance 2014, 104)

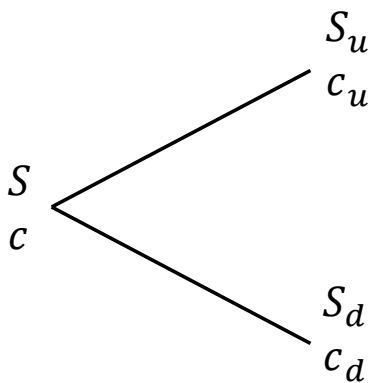
Binomipuumallin toiminta perustuu kuviossa viisi kuvattuun puumaiseen rakenteeseen, jossa jokainen haara kuviossa kuvastaa alla olevan kohde-etuuden hinnan muutosta tietyn ajan suhteen. Jokaista yksittäistä haaraa kuviossa kutsutaan suomalaisessa kirjallisuudessa myös binomihilaksi. Käytännössä binomipuun toimintaperiaate on seuraavanlainen, binomipuu rakentuu vasemmalta oikealle, missä kuvion ajanhetki nolla, kuvastaa nykyhetkeä option juoksuajalla ja ajanhetki kaksi option päättymispäivää. (Hull 2012, 427–429.)

Binomipuussa hinnoittelu aloitetaan ajanhetkestä nolla, missä määritellään kohde-etuuden markkinahinta tällä hetkellä, jonka jälkeen markkinahinnan muutosta ajassa aletaan laskea tietyin muutoksin kohti binomipuun oikeaa laitaa. Jokaisen askeleen muutos voidaan laskea tarkemmin, käyttäen myöhemmin esiteltäviä laskentamalleja. Ajattelu perustuu lähtökohtaisesti siihen, että kohde-etuuden hinnalla on tietty todennäköisyys, jolla se joko laskee tai nousee tietyn prosentuaalisen osuuden tietyn ajan sisällä. Tämä todennäköisyys ei kuitenkaan ole millään tavalla sidonnainen alla olevan kohde-etuuden todelliseen arvonkehitykseen. (Hull 2012, 427–429.)

Binomihilojen hinnanmuutosten laskennan jälkeen, voidaan optiota alkaa arvostamaan päättymispäivästä kohti nykyhetkeä. Arvostaminen tapahtuu käytännössä diskonttaamalla option arvo nykyhetkeen kuvioissa seitsemän ja kahdeksan kuvattujen kaavojen perusteella. Binomipuu tarjoaa yksinkertaisen laskennallisen arvostusmallin, joka perustuu

alla olevan kohde-etuuden hinnan muutosten vaikutukseen. Mallin hienoutena on myös se, ettei alla olevan kohde-etuuden todellisella arvonmuutoksella ole vaikutusta option arvonlaskentaan, jokaisen binomihilan arvonmuutoksen todennäköisyys voidaan tiettyjen määreiden avulla asettaa myös 50 prosentiksi, eli kohde-etuuden hinnalla voi mallissa olla sama todennäköisyys nousta ja laskea. (Hull 2012, 427–429.)

Binomipuumallin menetelmää voidaan laskennan osalta kuvata hyvin yksinkertaisen yhden askeleen binomipuulla, jollainen on kuvattuna kuviossa kuusi. Kuvatussa binomipuussa S kuvaa alla olevan kohde-etuuden markkinahintaa ajan hetkellä $T + 0$, eli nykyhetkenä. c taas kuvastaa osaltaan option arvoa hetkellä $T + 0$, eli option arvoa, joka mallilla on tarkoitus laskea. S_u ja c_u , sekä S_d ja c_d kuvaavat mahdollisia option kohde-etuuden- ja option itsensä arvoja päättymispäivänä. (Hull 2012, 427–429.)



Kuvio 6. Binomipuumallin rakenne (Brooks & Chance 2014, 104)

Laskentaa varten tarvitaan option arvoon vaikuttavat muuttujat, jotka ovat riskitön korko r , aika maturiteettiin T ja alla olevan kohde-etuuden hinnanmuutoksen todennäköisyys p . Muuttuja p kuvastaa todennäköisyyttä, jolla alla olevan kohde-etuuden hinta muuttuu periodilla joko ylös tai alas. Laskennassa muuttuja Δt kuvaa yhden askeleen ajallista pituutta vuosissa. Todennäköisyys p voidaan laskea kuvion seitsemän mukaisella kaavalla. (Hull 2012, 427–429.)

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

Kuvio 7. Binomimallin todennäköisyyden p kaava (Hull 2012, 427–429)

Kuvion seitsemän kaavassa u ja d kuvaavat alla olevan kohde-etuuden hinnan muutosta. Muutoksen voidaan päättää olevan esimerkiksi 10%, joten u saa arvo 1,1 ja d arvon 0,9.

Täten kuvion kuusi muuttujat S_u ja S_d voidaan laskea suoraan kertomalla S , muutostekijöillä 1,1 ja 0,9, jolloin saadaan tässä tapauksessa alla olevan kohde-etuuden mahdolliset arvot option päättymispäivänä. Option arvot maturiteetissa, c_u ja c_d , saadaan näin ollen osto-option tapauksessa vähentämällä alla olevan kohde-etuuden markkina-arvosta option toteutushinta. (Hull 2012, 427–429.)

Kuviossa seitsemän tekijä $e^{r\Delta t}$, kuvaa ajan ja riskittömän koron vaikutusta. Tekijä e on jatkuva-aikaisessa koronlaskennassa käytettävä Neperin luku. Edellä esitettyjen vaiheiden jälkeen muuttuja p voidaan sijoittaa kuviossa kahdeksan esitettyyn kaavaan, jonka avulla pystytään laskemaan option arvo nykyhetkellä, eli arvo c . Kuviossa kahdeksan esitetty kaava perustuu diskonttausmenetelmään, jossa option mahdolliset arvot päättymispäivänä diskontataan nykyhetkeen kaavan kahdeksan mukaisesti. (Hull 2012, 261.)

$$c = e^{-r\Delta t}[pc_u + (1 - p)c_d]$$

Kuvio 8. Binomihilojen diskonttauskaava (Hull 2012, 261)

Näiden menetelmien avulla voitaisiin laskea binomipuumallin antama osakeoption teoreettinen arvo myös, mikäli binomihilojen määrä olisi suurempi, niin kuin todellisuudessa käytävissä sovelluksissa yleensä on. Mikäli binomihilojen määrää kasvatetaan loputtomasti, niin mallin antama teoreettinen arvostus vastaisi käytännössä Black–Scholes -mallin antamaa arvoa. (Cox, Ross, Rubinstein 1979, 247–248.)

Käytännössä binomipuumallin implementointi todelliseen arvostukseen vaatii erilaista lähestymistapaa, sillä mallin käyttäminen ilman kehittynyttä laskentatekniikkaa ei ole mitenkään realistista. Laskentatehon parantamiseksi tutkielman empiiristä osiota varten on implementoitu Python -ohjelmointikielellä toteutettu ohjelma, jolla tarkasteltavien osakeoptioiden teoreettinen arvostus mahdollistuu tehokkaasti.

Python -ohjelmointikielellä toteutettu ohjelma perustuu alun perin Vaihekosken (2016) esittelemään Visual Basic for Applications -ohjelmointikielellä toteutettuun binomipuumallin laskentamenetelmään, sekä Sanjivin ja Grangerin (2010) kirjoitukseen Python -ohjelmoinnin hyödyntämisestä optioiden arvostuksessa. Tutkielman empiirisessä osassa hyödynnetty Python -ohjelma löytyy kokonaisuudessaan liitteestä yksi.

3 Korkotekijän estimointi ja empiiriset kokeet

Tässä luvussa esitellään tutkielman empiiriseen osuuteen kuuluva aineisto, siihen tehdyt rajaukset, menetelmät, käytettävät korkoestimaatit, sekä arvostusmalliin liittyvä kalibrointi, jota tarvitaan arvostusmallin hyödyntämiseen empiiristen kokeiden toteutuksen onnistumiseksi. Alaluvuissa 3.4-3.6 käsitellään tutkielmassa toteutetut empiiriset kokeet, minkä jälkeen alaluku 3.7 kiteyttää empiiristen kokeiden toteutuksen. Alaluvussa 3.8 tarkastellaan tutkielman validiteettia ja reliabiliteettia.

3.1 Aineiston esittely ja rajaukset

Tutkielman aineisto koostui kokonaisuudessaan, ennen myöhemmin esiteltyjä rajoituksia, yhteensä 670 255 päivittäisestä hintanoteerauksesta 02.01.2013–29.06.2018 väliseltä ajalta, jolta optioiden markkina-arvostukset kerättiin Canadian Derivatives Exchangen nettipalvelua hyödyntäen. Esimerkki Excel-muotoon generoidusta markkinadatasta kuvataan liitteessä kaksi, mihin liitteessä yksi kuvattua Python-ohjelmaa voitiin käyttää optioiden teoreettisen arvostuksen laskemiseksi.

Osakeoptioiden arvostusta varten kerättiin myös jokaisen kohde-etuus yhtiön osakkeen hintanoteeraukset tarkasteluperiodilta, hyödyntäen Yahoo Finance -verkkopalvelua, josta myös yhtiöiden yhtiötapahtumia voitiin tarkastella. Osakkeiden hintanoteerausten osalta tulee huomioida, että kyseiset osakkeet saattavat olla listattuna monissa eri pörssissä ja eri valuutoilla, joten kohde-etuus yhtiöiden optioiden tarkastelussa tulee varmistua oikeasta markkinapaikasta. Tutkielmassa tarkasteltujen optioiden kohde-etuudet ovat listattuna Toronton pörssissä. Optioiden markkina-arvostusten ja kohde-etuus yhtiöiden arvostusten lisäksi kerättiin myös markkinakorkojen noteeraukset tarkasteluperiodille, hyödyntäen Bank of Canadian -verkkopalvelua.

Tutkielman tavoitteen saavuttamiseksi sekä virhetulkintojen välttämiseksi, tarkasteltavien osakeoptioiden kohde-etuuksina toimivat yhtiöt valittiin satunnaisesti sellaisten yhtiöiden joukosta, jotka eivät maksaneet tarkasteluperiodilla lainkaan osinkoa. Tarkasteluun valikoituneiden optioiden kohde-etuudet kuvataan yksityiskohtaisesti taulukossa kaksi. Yhtiöiden osakkeiden markkina-arvostukset ovat löydettävissä helposti taulukossa esitettyjen yhtiökohtaisten tunnusten avulla.

Taulukko 2. Tarkasteluun valittujen osakeoptioiden kohde-etuudet ja niiden tunnisteet

Tunnus:	Nimi:
AC	Air Canada
ATA	Automation Tooling Systems Inc.
CNL	Continental Gold Inc.
BB	BlackBerry Limited
CIB-A	CGI Group Inc.

Tutkielma rajattiin koskemaan kohde-etuus yhtiöitä, jotka eivät maksaneet tarkastelupe-riodilla lainkaan korkoa, johtuen osinkojen vaikutuksesta osakeoptioiden teoreettiseen ar-rostukseen. Osinkojen vaikutus pidemmällä aikajänteellä hämärtää koron todellisen vai- kutuksen, sillä kuten kuviossa yhdeksän havainnollistetaan, osakkeen maksama osinko vaikuttaa binomipuumallissa korkotekijään. Täten riskitöntä korkoa ei olisi mahdollista täy- sin eristää muista vaikuttavista tekijöistä.

Hullin (2012, 437–440) mukaan, monesti pidemmän juoksuajan omaavissa osakeopti- oissa, kohde-etuuden maksamista osingoista käytetään laskennallista estimaattia, jota kutsutaan englanninkielisessä kirjallisuudessa termillä ”Dividend yield”, jota kuvataan kuvi- ossa yhdeksän muuttujalla q . Se on käytännössä estimaatti kohde-etuuden tulevista osin- goista, tarkasteltaessa maksettuja osinkoja vuositasolla.

$$pS_0u + (1 - p)S_0d = S_0e^{(r-q)\Delta t}$$

$$p = \frac{e^{(r-q)\Delta t} - d}{u - d}$$

Kuvio 9. Osingon vaikutus binomipuumallin muuttujiin (Hull 2012, 269)

Luonnollisestikaan tutkielman koko aineistoa ei voitu analysoida valituilla menetelmillä, jo- ten aineistoa jouduttiin rajaamaan myös sen laajuuden vuoksi, sekä joidenkin optioiden analyysikelpoisuuteen vaikuttavien tekijöiden vuoksi. Nämä tekijät ovat kuvattuna kokonai- suudessaan taulukossa kolme.

Taulukko 3. Tutkielman aineiston tarkemmat rajaukset

Rajaus	Arvo
Optioiden juoksuaika (vuotta)	$0,45 \leq T \leq 0,55$ $0,20 \leq T \leq 0,30$
Implisiittinen volatilitteetti	$\sigma_{imp} < 90\%$
Optioiden markkina-arvot	$S_{mid} > 1,00 \text{ CAD}$ $S_{bid} > 0 \text{ CAD}$ $S_{ask} > 0 \text{ CAD}$
Teoreettisen- ja markkina-arvon ero (Estimate_Difference)	$-15\% \leq Estimate_{Difference} \leq +15\%$

Tehdyt rajaukset vaativat luonnollisestikin perusteluja niiden asettamiseksi. Tutkielmassa tarkasteltavien optioiden juoksuaikoiksi valittiin noin kolme- ja kuusi kuukautta, tämä antoi mahdollisuuden vertailla arvostuksia eri markkinakorkojen pituuteen nähden. Voidaan myös todeta, että kolmea kuukautta lyhyempien juoksuaikojen tarkastelu ei ollut tarkoituksen mukaista, koron vähäisen vaikutuksen takia. Myöskään kuutta kuukautta pidemmät juoksuaajat eivät ole erityisen mielekkäitä, johtuen epävarmuudesta, joka kasvaa option juoksuajan pidentyessä.

Implisiittisen volatilitteetin kohotessa yli 90 prosentin, ei sen voida enää katsoa kuvastavan erityisen hyvin kohde-etuuden arvon todellista kehitystä, eivätkä tämän suuruiset volatilitteetit myöskään toimi halutusti teoreettisessa arvostusmallissa. Täten implisiittisen volatilitteetin suuruutta tarkasteltavissa optioissa päätettiin rajoittaa. Implisiittistä volatilitteettia käytettiin myös teoreettisen arvostusmallin kalibroinnissa, johon palataan alaluvussa 3.2. Suurimmat implisiittiset volatilitteetit, joita aineiston muodostamisen yhteydessä havaittiin, olivat yli 500 prosenttia, on kuitenkin eri tyyppisen tutkimuksen päämäärä havainnoida ja analysoida näin korkeita lukemia.

Tutkielmassa päädyttiin havainnoimaan optioiden toteutuneita markkina-arvostuksia, niiden osto- ja myyntikurssin keskiarvolla, jota kutsumme keskihinnaksi "mid price". Keskihinnan laskentamenetelmä esitetään kuviossa kymmenen. Aineiston muodostamisen yhteydessä huomattiin, että alhaisten markkina-arvostusten yhteydessä esiintyi paljon likviditeetin puutetta ja näin ollen havainnot, joiden osto- tai myyntikurssi oli nolla, rajattiin pois tarkastelusta. On tärkeää huomata, että tarkasteltaessa Kanadassa noteerattuja instrumentteja, niiden perusvaluutta on Kanadan dollari, lyhenteeltään CAD.

$$\text{Keskihinta "mid price"} = \frac{\text{myynti} + \text{osto}}{2}$$

Kuvio 10. Keskihinnan laskentamenetelmä

Aineiston optioiden markkina-arvojen teoreettisen mallintamisen yhteydessä havaittiin, että monet teoreettisella mallilla saadut arvostukset erosivat toteutuneesta arvostuksesta merkittävästi. Suuret erot teoreettisen- ja markkina-arvon välillä eivät ole hyvä asia tilastollisten testien kannalta, joten havaintoja, joiden teoreettinen arvostus erosi huomattavasti toteutuneesta arvostuksesta päätettiin rajata pois tarkastelusta.

Monet tilastolliset testit perustuvat keskiarvon testaukseen ja suuret erot arvostuksissa aiheuttavat ongelmia testien toteutuksen yhteydessä. Täten, ± 15 prosentin yli menevien arvostuserojen poistaminen tarkasteltavasta aineistosta katsottiin järkeväksi, koska näiden rajojen ulkopuolella arvostuserot kasvoivat räjähdysmäisesti. Suurin yksittäinen arvostusero teoreettisen- ja markkina-arvon välillä oli yli 5000 prosenttia. Tämän katsottiin johtuvan osin heikosta likviditeetistä, sekä mahdollisesta virheestä option arvostuksesta laskettavassa implisiittisessä volatilitteetissa.

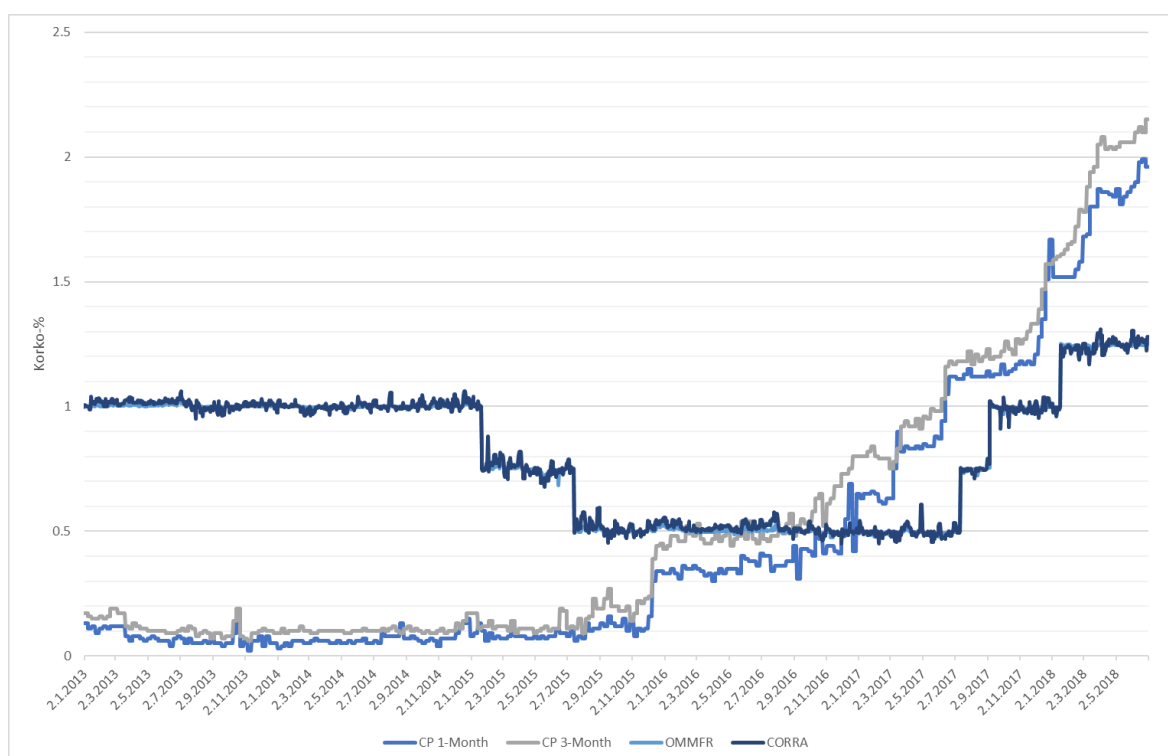
Tarkasteltavia markkinakorkoja, joiden avulla optioiden markkina-arvostuksia mallinnettiin, jouduttiin myös rajaamaan, sillä kaikkia mahdollisia käytettävissä olevia korkoestimaatteja ei tutkielman ajallisen pituuden puitteissa pystytty ottamaan huomioon. Korkoestimaateiksi valittiin yhteensä neljä eri markkinakorkoa, jotka valittiin aikaisemman tutkimuksen ja markkinakäytännön perusteella.

Blackin (1975, 41) mukaan, korkoestimaatteina tulisi käyttää sijoitus- tai yritystodistusten korkoja, joten tarkasteluun valittiin yhden kuukauden yritystodistuksen korko "CP 1-month" ja kolmen kuukauden yritystodistuksen korko "CP 3-month". Hull ja White (2013, 15-16) esittivät parhaiksi korkoestimaateiksi yli yön korkoja, joten tarkasteluun valittiin myös yli yön rahamarkkinakorko "OMMFR" sekä yli yön repokorko "CORRA". Käytettävien markkinakorkojen nimet ja niistä käytettävät lyhenteet kuvataan kokonaisuudessaan taulukossa neljä.

Taulukko 4. Käytettävät markkinakorot

Käytetty nimi	Alkuperäinen englannin kielinen nimi	Lyhenne
Yhden kuukauden yritystodistuksen korko	Commercial Paper 1-Month (Adjusted)	CP 1-month
Kolmen kuukauden yritystodistuksen korko	Commercial Paper 3-Month (Adjusted)	CP 3-month
Yli yön rahoituskorko	Overnight Money Market Financing Rate	OMMFR
Yli yön repokorko	Canadian Overnight Repo Rate Average	CORRA

On kuitenkin huomioitava, että yhden- ja kolmen kuukauden yritystodistusten korot noteerataan viikoittain, joten tarkastelussa päiville, joille ei löytynyt noteerausta, käytettiin aikaisempaa viimeisintä noteerausta. Markkinakorkojen kehitystä tarkasteluperiodilla kuvataan kuviossa 11.



Kuvio 11. Markkinakorkojen kehitys tarkasteluperiodilla

Kuvion 11 perusteella voidaan markkinakorkojen välillä todeta olevan huomattavia eroja, vaikkakin CORRA- ja OMMFR -korot ovat tarkasteluperiodilla kehittyneet varsin saman suuntaisesti, on kuitenkin kiinnostavaa tarkastella näiden kahden yli yön markkinakoron

vaikutuksia optioiden arvostukseen ja mahdollisiin arvostuseroihin. Pienet erot markkina-koroissa eivät myöskään erityisen hyvin kuvastu kuviossa 11, sen mittakaavan takia. Em-piirisessä osiossa tullaan myös tarkastelemaan, millaisia eroja voidaan havaita, vuosien 2014 ja 2018 välillä. Kuvio 11 havainnollistaa hyvin koroissa tapahtuneita muutoksia vii-meisen neljän vuoden aikana ja onkin olennaista tarkastella näiden muutosten vaikutuksia optioiden arvostuksiin.

Edellä esitettyjen rajausten perusteella aineistosta suodatettiin pois SPSS-tilasto-ohjel-maa hyväksikäyttäen kaikki havainnot, jotka eivät täyttäneet edellä mainittuja kriteereitä. Tarkastelukelpoisesta aineistosta valittiin tarkasteltavia otoksia käyttäen satunnaisotantaa, hyödyntäen SPSS-tilasto-ohjelmaa. Otokset valittiin kuhunkin tarkasteluun erikseen. Yksit-täisen otoksen kooksi määritettiin noin 5-10 prosenttia tarkastelukelpoisen aineiston koosta, ottaen huomioon markkina-arvostusten määrälliset erot tarkasteluperiodin eri vai-heissa.

3.2 Arvostusmallin kalibrointi

Implementoitaessa johdannaisinstrumenttien arvostusmalleja, tulee analyyseissä käytettä-vän mallin osatekijät valita huolellisesti ja tarkoitukseen sopivasti. Useassa arvostusmal-lissa, kuten myös binomipuumallissa, on muutamia eri osatekijöitä, jotka voidaan valita eri menetelmien perusteella, riippuen usein myös arvostajan näkemyksestä, kuten esimer-kiksi siitä, mitä markkinakorkoa riskittömästä korosta tulisi käyttää tai mikä sen arvon tulisi hänen mielestään olla.

Optioiden arvostamisessa hyvin merkittävässä roolissa on volatiliteetti, josta on myös tehty paljon aikaisempaa tutkimusta, kuten esimerkiksi siitä, kuinka se tulisi kulloinkin esti-moida ja mitä menetelmää hyväksikäyttäen. Tässä tutkielmassa tarkastellaan pääasialli-esti riskitöntä korkoa, joten jätämme volatiliteetin estimoinnin ja empiirisen mallintamisen muiden tutkijoiden tehtäväksi.

Volatiliteettia voidaan estimoida monilla eri menetelmillä, mutta tässä tutkielmassa päädyttiin käyttämään markkinoilla optioiden arvostuksista valmiiksi laskettua implisiittistä volatili-teettia, joka ilmoitettiin jokaisen option arvostuksen yhteydessä. Jotta tutkielmassa pystyt-tiin tarkastelemaan vain koron vaikutusta, volatiliteetti päätettiin ottaa annettuna, implisiitti-sen volatiliteetin muodossa. Näin pystyttiin varmistumaan, ettei volatiliteetin laskenta it-sessään aiheuta ongelmia koron tarkasteluun.

Tutkielman analyyseissä hyödynnettiin binomipuumallia, jonka hyödyntämiseksi, sen im-plementoinnissa täytyy tehdä valinta siitä, kuinka monella askeleella mallilla lasketaan.

Kuten alaluvussa 2.4 käsiteltiin, mikäli askeleiden määrä kasvatetaan äärettömään, niin mallin arvostus vastaa käytännössä Black–Scholes -mallin arvostusta. Tämän tutkielman analyyseissä hyödynnettiin binomipuumallia, jossa askelten määräksi asetettiin 100, jonka katsottiin tarjoavan riittävän tarkka teoreettinen arvostus. Askelten määrää pidettiin vakiona kaikissa tutkielman analyyseissä.

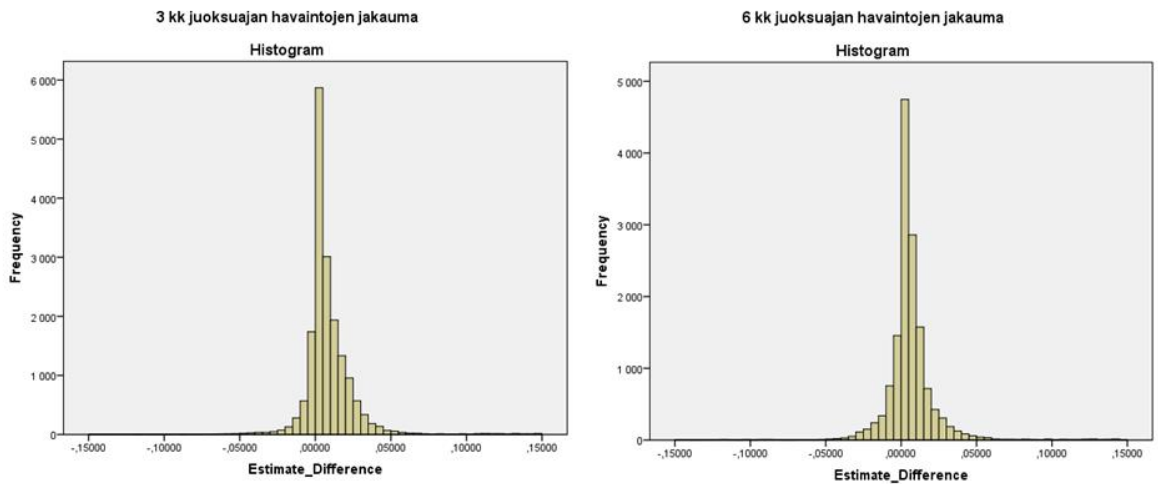
3.3 Käytetyt menetelmät

Tutkielmassa tarkasteluun valikoituneiden otosten havaintojen teoreettisesti saadun arvostuksen eroa todelliseen toteutuneeseen markkina-arvostukseen, tarkasteltiin hyväksikäyttäen tilastollisia menetelmiä, joiden avulla pystyttiin varmistamaan saatujen tuloksien tilastollisesta merkitsevyydestä. Täten pystyttiin poissulkemaan myös mahdollinen otantavirhe, joka saattaa aiheutua otosten valinnan sattumanvaraisuudesta.

Käytettyjen tilastollisten menetelmien pohjalta pyrittiin toteamaan, että voidaanko jonkin tietyn markkinakoron havaita olevan tarkempi estimaatti, verrattaessa optioiden teoreettisia arvostuksia niiden toteutuneisiin markkina-arvostuksiin. Tätä varten tarkasteltujen otosten havaintojen teoreettisten arvostusten ja markkina-arvostusten erot laskettiin, missä eroa mitattiin prosentuaalisena erona näiden arvostusten välillä. Tätä eroa kuvataan tilastollisissa testeissä nimellä Estimate_Difference, joka esiintyy usein tutkielman liitteinä olevissa testituloksissa.

Ennen tilastollisten testien valintaa, tarkastelukelpoisen aineiston normaalijakautuneisuutta testattiin, valittavien testimenetelmien oikeellisuuden varmistamiseksi. Tarkasteltavien otosten normaalijakautuneisuus testattiin käyttäen Kolmogorov-Smirnov- ja Shapiro-Wilk -testejä, joiden pohjalta voitiin tehdä johtopäätöksiä otosten normaalijakautuneisuudesta. Tämän pohjalta pystyttiin valitsemaan oikeat testimenetelmät sen mukaan, tuleeko tarkasteltavien otosten olla normaalijakautuneita.

Normaalijakautuneisuus testattiin erikseen kolmen- ja kuuden kuukauden juoksuajan omaavien optioiden arvostuksille, joita alalukujen 3.4 ja 3.5 analyyseissä käytettiin. Testaamisen toteuttamiseksi, tarkasteltavasta aineistosta valittiin satunnaisotantaa käyttäen otokset, joiden havainnot käsiteltiin eri markkinakoroilla. Tämän jälkeen otosten havainnot yhdistettiin optioiden juoksuajojen perusteella.



Kuvio 12. Kolmen- ja kuuden kuukauden havaintojen jakaumat

Kuviossa 12 kuvataan kolmen- ja kuuden kuukauden juoksuajan omaavien optioiden kaikkien havaintojen yhdistettyä jakaumien muotoa. Kuvioista voidaan todeta, että tarkasteltavien ryhmien jakaumat ovat hyvinkin huipukkaat. Tämän osoittavat myös taulukossa viisi esitetyt kurtosis luvut, jotka ovat kummallakin ryhmällä yli 20. Tutkielman kannalta tämä on luonnollisesti toivottavaa, sillä mitä enemmän havainnot keskittyvät nollan prosentin ympärille, sen paremmin voidaan teoreettisen mallin katsoa mallintavan todellisia toteutuneita markkina-arvostuksia. Taulukossa viisi kuvataan tarkemmin kummankin juoksuajan havaintojen tunnuslukuja.

Taulukko 5. Kolmen- ja kuuden kuukauden juoksuajojen tunnuslukuja

3 kk juoksuajan havaintojen tunnusluvut			6 kk juoksuajan havaintojen tunnusluvut		
Estimate_Difference			Estimate_Difference		
N	Valid	17798	N	Valid	14620
	Missing	0		Missing	0
Mean		,0082837736	Mean		,0057786882
Median		,0049611789	Median		,0041708412
Std. Deviation		,0181744855	Std. Deviation		,0187899836
Skewness		1,660	Skewness		,839
Std. Error of Skewness		,018	Std. Error of Skewness		,020
Kurtosis		20,506	Kurtosis		21,159
Std. Error of Kurtosis		,037	Std. Error of Kurtosis		,041
Percentiles	10	-,002936734	Percentiles	10	-,007039882
	25	,0010764163		25	,0004830073
	50	,0049611789		50	,0041708412
	75	,0133729975		75	,0102177673

Taulukossa viisi esitetty N-luvut kertovat eri juoksuaikojen kokonaishavaintojen määrän, mikä kolmen kuukauden juoksuajan omaavilla optioilla oli 17798 ja kuuden kuukauden juoksuajan omaavilla optioilla 14620. Taulukossa esitetty kertymäluvut, taulukossa ”percentiles”, kuvaavat havaintojen jakautumista, mistä voidaan todeta, että erot teoreettisen ja markkina-arvon välillä ovat prosentuaalisesti mitattuna hyvinkin pieniä. Kolmen kuukauden juoksuajalla 65 prosenttia havaintojen arvostuseroista oli -0,29%-1,33% välillä, ja taas kuuden kuukauden juoksuajan havainnoissa -0,70%-1,02% välillä. Valtaosa eroista teoreettisen arvon ja markkina-arvon välillä oli hyvinkin pieniä, mikä korostaa jakaumien huijaukkuutta.

Havaintojen jakaumat ja tunnusluvut esitetään otoksittain eriteltynä liitteessä kolme ja neljä. Liitteissä esitetään myös kokonaisuudessaan tulokset Kolmogorov-Smirnov- ja Shapiro-Wilk -testien osalta, joista voidaan kaikkien otosten osalta todeta, että otosten jakaumat eivät noudata normaalijakaumaa. Normaalijakautuneisuuden testauksen tuloksien perusteella, kaikkien tutkielmassa analysoitujen arvostusten testaukseen päätettiin käyttää menetelmiä, jotka eivät edellytä otosten normaalijakautuneisuutta.

Käytettäviksi menetelmiksi valittiin yksisuuntaisen varianssianalyysin sijasta Kruskal-Wallis -testi sekä Moodin mediaanitesti. Kruskal-Wallis -testi on menetelmä, jota voidaan hyödyntää monen riippumattoman otoksen vertailuun, missä otosten normaalijakautuneisuutta ei vaadita, mutta otosten jakaumien tulee kuitenkin olla samankaltaiset. Kruskal-Wallis -testin nollahypoteesina pidetään tilannetta, että vertailtavien ryhmien jakaumat ovat samanlaiset. (Taanila 2016, 26–29.)

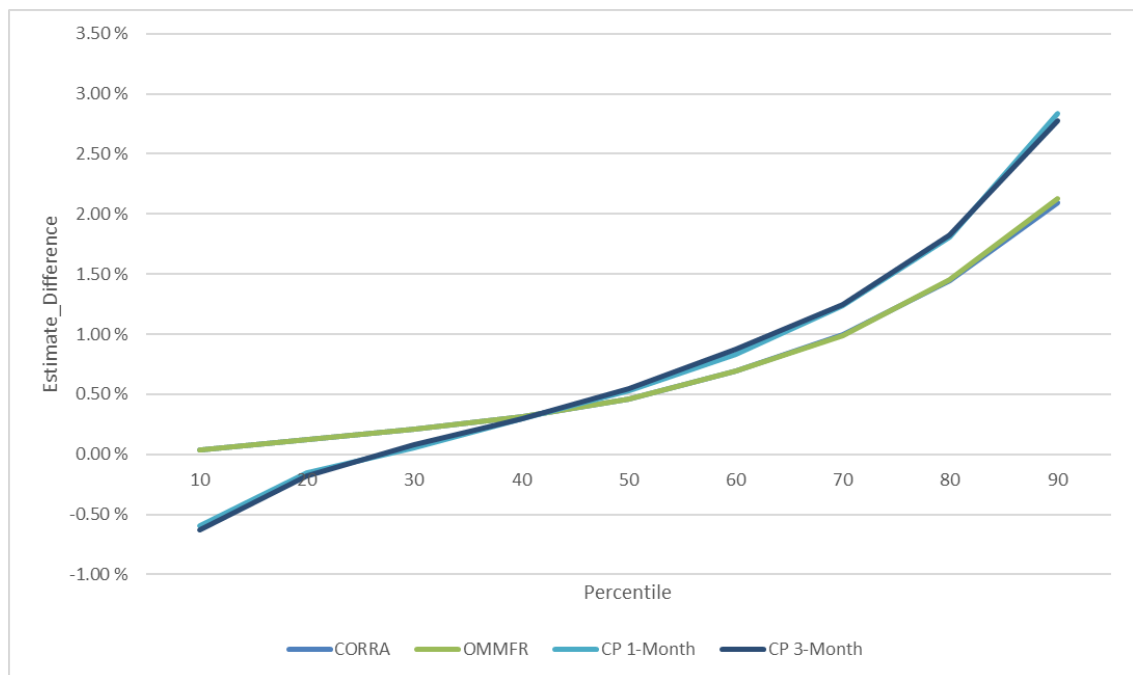
Moodin mediaanitestillä voidaan testata tarkasteltavien ryhmien mediaanien saman suuruutta. Testin nollahypoteesina pidetään tilannetta, jossa otosten mediaanit ovat yhtä suuret (Mattson 1965, 1023). Moodin mediaanitesti valittiin tarkasteluun tuomaan laajempaa näkökulmaa tarkasteltavista otoksista, sillä paljon nollasta poikkeavat havainnot vaikuttavat keskiarvoon merkittävästi.

Tutkielman empiiristen kokeiden viimeisessä vaiheessa havainnoitiin myös yksittäisten vuosien välillä havaittavia arvostuseroja, tarkimmaksi valitun markkinakoron arvostuksien osalta. Yksittäisten vuosien väliseen tilastolliseen testaukseen valittiin Mann-Whitney U -testi, joka soveltuu normaalijakaumaa noudattamattomien ryhmien jakaumien testaukseen. (Taanila 2016, 18–19).

3.4 Estimaatit kolmen kuukauden juoksuajalla

Empiiristen kokeiden ensimmäisessä osassa tarkasteltiin markkinakorkojen estimaattikehitystä kolmen kuukauden juoksuajan omaavien optioiden osalta. Näiden kokeiden osalta, yritystodistusten korkojen odotettiin toimivan hyvin arvostusten estimoinnissa, otettaessa huomioon Blackin (1975, 41) näkemys, korkoestimaatin juoksuajan pituudesta suhteessa option juoksuajaan. Toisaalta lyhyemmällä juoksuajalla myös yli yön rahamarkkinakorkojen voisi ajatella kuvaavan paremmin riskitöntä korkoa kuin pidemmällä juoksuajalla, johtuen alhaisemmasta aikaan liittyvästä epävarmuudesta.

Kolmen kuukauden juoksuajan optioita lähestyttiin ensimmäiseksi tarkastelemalla kaikkien otosten keskiarvoja sekä kertymälukuja. CORRA ja OMMFR -markkinakorkojen havainnot omasivat alhaisemmat keskiarvot kuin yrityskoroilla estimoidut havainnot. Kaikkien otosten keskiarvot olivat kuitenkin erittäin lähellä toisiaan, ollen noin 0,8 prosentin luokkaa.



Kuvio 13. Kolmen kuukauden juoksuajan otosten havaintojen kertymäluvut

Kuviossa 13 havainnollistetaan otosten havaintojen vaihteluväliä, jossa x-akselilla on kertymäluku ja y-akselilla teoreettisen arvostuksen ja markkina-arvostuksen prosentuaalinen ero, Estimate_Difference. Kuvion perusteella voidaan todeta, että CORRA- ja OMMFR -korkojen havaintojen erot ovat maltillisemmat ja mielenkiintoista on myös huomata, kuinka ne käyttäytyvät kertymäprosenttien 10 ja 40 välillä. CORRA- ja OMMFR -korkojen osalta 90 prosentissa tapauksista, optio on teoreettisesti arvostettu markkina-arvoa arvokkaamaksi, kun taas yritystodistusten koroilla estimoituna noin 30 prosentissa tapauksista, option teoreettinen arvostus alitti markkina-arvostuksen.

Otosten välisten arvostuserojen tilastollista merkitsevyyttä testattiin Kruskall-Wallis -testin avulla. Kruskall-Wallis -testin avulla voitiin todeta tarkemmin otosten keskiarvojen välisien erojen tilastollinen merkitsevyys. Kruskall-Wallis -testin tulokset esitetään kokonaisuudessaan liitteessä viisi.

Tarkasteltaessa kolmen kuukauden juoksuajan omaavien optioiden otoksia Kruskall-Wallis -testin avulla, saatiin varsin mielenkiintoisia tuloksia, sillä testin tulokseksi saatiin arvo, jonka mukaan testin nollihypoteesi tulisi hylätä, mutta merkitsevää eroa yhdenkään tarkasteltavan otoksen välillä ei pystytty havaitsemaan. Tämän perusteella voidaan siis sanoa, että ainakin joidenkin otosten välillä on tilastollisesti merkitseviä eroja, mutta yhdenkään yksittäisen korkoestimaatin ei voida sanoa erottuvan edukseen. Kruskall-Wallis -testin tulosten vertailu eri tarkasteluryhmien välillä kuvataan taulukossa kuusi.

Taulukko 6. Kruskall-Wallis -testin tuloksien vertailu ryhmittäin

Sample1-Sample2	Test Statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj. Sig.
CP-1 month-CP-3 month	50,072	109,424	,458	,647	1,000
CP-1 month-CORRA	234,093	109,190	2,144	,032	,192
CP-1 month-OMMFR	255,742	108,630	2,354	,019	,111
CP-3 month-CORRA	184,021	109,246	1,684	,092	,553
CP-3 month-OMMFR	205,669	108,687	1,892	,058	,351
CORRA-OMMFR	-21,648	108,451	-,200	,842	1,000

Each row tests the null hypothesis that the Sample 1 and Sample 2 distributions are the same. Asymptotic significances (2-sided tests) are displayed. The significance level is ,05. Significance values have been adjusted by the Bonferroni correction for multiple tests.

Kruskall-Wallis -testin tuloksista voidaan huomata, että merkitsevyyks luvut ennen Bonferroni korjausta ovat merkitseviä, mutta tämän perusteella emme kuitenkaan pysty tekemään riittävän tarkkoja päätelmiä ryhmien välisien erojen tilastollisesta merkitsevyydestä.

Ottaen kuitenkin huomioon Kruskall-Wallis -testin kokonaistuloksen, jonka mukaan nollihypoteesi tulisi hylätä, on houkuttelevaa väittää, että CORRA- ja OMMFR -korot toimivat jossain määrin paremmin korkoestimaatteina. Tätä tukee myös tulkinta kertymäluvuista, jotka esiteltiin aiemmin.

Otoksille tehtiin myös Moodin mediaanitesti, eri markkinakoroilla tehtyjen havaintojen mediaanien testaamiseksi. Testin tulokset löytyvät kokonaisuudessaan liitteestä kuusi. Mediaanitestin tulosten vertailu ryhmittäin kuvataan taulukossa seitsemän.

Taulukko 7. Moodin mediaanitestin tulosten vertailu ryhmittäin

Sample1-Sample2	Test Statistic	Sig.	Adj.Sig.
OMMFR-CORRA	,001	,975	1,000
OMMFR-CP-1 month	10,328	,001	,008
OMMFR-CP-3 month	15,066	,000	,001
CORRA-CP-1 month	9,171	,002	,015
CORRA-CP-3 month	14,811	,000	,001
CP-1 month-CP-3 month	,572	,450	1,000

Each row tests the null hypothesis that the Sample 1 and Sample 2 distributions are the same. Asymptotic significances (2-sided tests) are displayed. The significance level is ,05. Significance values have been adjusted by the Bonferroni correction for multiple tests.

Mediaanitestin tuloksien perusteella ryhmien välillä on tilastollisesti merkitseviä eroja. Taulukon seitsemän perusteella voimme todeta, että verrattaessa CORRA- ja OMMFR -korkojen havaintoja yritystodistuksien koroilla saatuihin havaintoihin, eroja voidaan havaita. Merkitsevimmät erot löytyvät mediaanitestin perusteella CORRA- ja OMMFR -korkojen ja kolmen kuukauden yritystodistuksen koron väliltä, missä mediaanitestin p-arvo oli hyvinkin pieni, ollen 0,001.

Syytä mediaanitestin tuloksien eroavaisuuteen Kruskal-Wallis -testiin nähden ei voida täysin varmasti todeta, mutta suurten arvostuserojen vaikutus keskiarvon laskentaan on kuitenkin hyvin olennaisessa osassa tarkastelua. Syynä suuriin arvostuseroihin uskotaan olevan osittain markkinoiden näkemyksen vaikutus optioiden arvostukseen. Luonnollisestikaan emme voi täysin olettaa teoreettisen mallin pystyvän mallintamaan markkinoiden osakeoption kohde-etuuteen kohdistamia odotuksia.

On hyvinkin mahdollista, että kohde-etuus yhtiön yhtiötapahtumien vaikutus markkinanäkemykseen, on aiheuttanut optioihin teoreettisesti epävalidin arvostuksen. Ei voida myöskään täysin pois sulkea hetkittäisen heikon likviditeetin tai vaihdannan vaikutusta option arvostukseen, mutta se ei kuitenkaan selitä täysin epäloogisia arvostuksia.

Kokonaisuudessaan aineiston havaintojen arvostuksia mallinnettaessa teoreettisella arvostusmallilla, esiin nousi huomattava määrä havaintoja, joissa option teoreettinen arvostus oli merkittävästi korkeampi kuin markkinoiden toteutunut arvostus, kuten eräessä tapauksessa markkina-arvostuksen ollessa CAD 0,01, arvostusmallin antaessa optiolle arvoksi CAD 3,16. Tämä herättää luonnollisestikin kysymyksen, että miten tämän kaltaiset erot ovat mahdollisia, osa syynä tällaisiin eroihin nähdään bid-ask arvostusten spreadi, eli

likviditeetin alhaisuus, jonka aiheuttamaa haittaa pyrittiin minimoimaan jo tutkielman rajauksien avulla.

3.5 Estimaatit kuuden kuukauden juoksuajalla

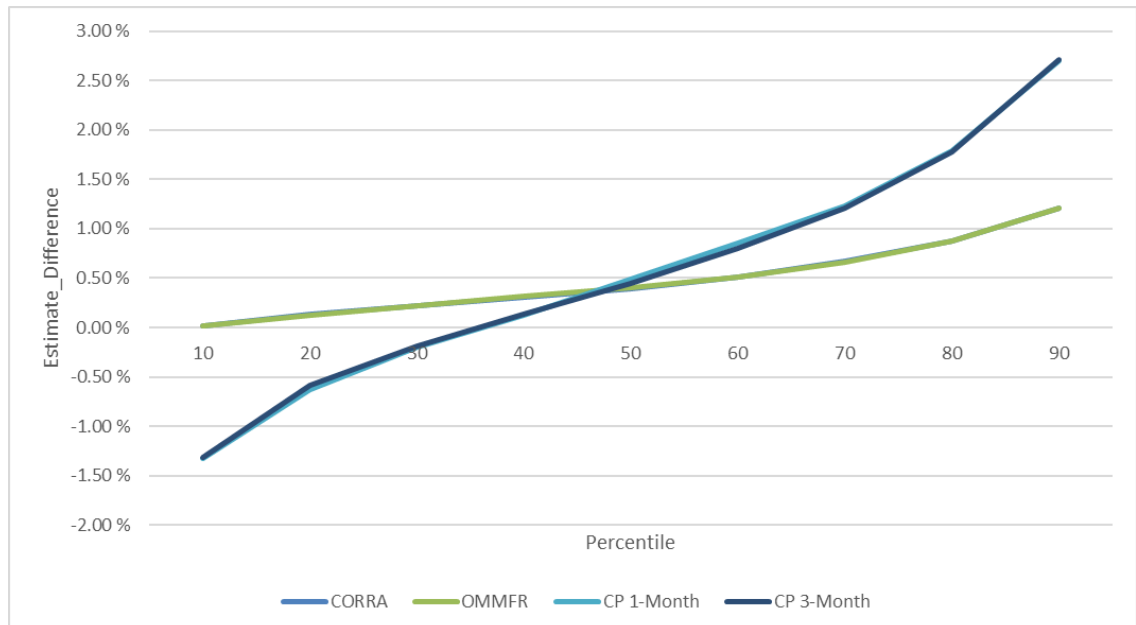
Tutkielman empiirisen osuuden toisessa osassa tarkasteltiin markkinakorkojen estimaattikelpoisuutta pidemmän juoksuajan optioille, tässä tapauksessa optioille, joissa juoksuajaa oli jäljellä noin kuusi kuukautta. Pidemmän juoksuajan omaavien optioiden tarkastelu tarjosi mahdollisuuden haastaa markkinakorkojen estimaattikelpoisuus itseään pidemmillä juoksuajoilla.

Käytettyjen estimaattien joukossa ei tutkielmassa ollut yhtään kolmea kuukautta pidempää markkinakorkoa, minkä takia yhdenkään option juoksuajaa ei siis vastannut markkinakoron pituutta. Tämän tarkastelun pohjalta pystyttiin tekemään johtopäätöksiä markkinakorkojen estimaattikelpoisuudesta itseään pidemmälle juoksuajalle. Tämän kaltainen estimointi ei Blackin (1975, 41) mukaan ole ideaalia, johtuen tarkasteltavien optioiden ja markkinakorkojen juoksuajan erosta, mutta antaa mahdollisuuden haastaa näkemys yli yön korkojen yleiskelpoisuudesta optioiden arvostuksen korkoestimaattina.

Yleisesti katsottuna yksittäisen option estimaattina käytettävän korkotekijän juoksuajan tulisi ajalliselta pituudeltaan vastata option juoksuajaa, mutta realistisesti katsottuna on kuitenkin ongelmallista vaatia tätä käytännössä. Käytännössä ongelmaksi muodostuu kuitenkin markkinakorkojen rajallinen pituus, eikä kaikkia korkoja ole edes noteerattu kaikille juoksuajoille.

Tarkasteltaessa likimain kuuden kuukauden juoksuajan omaavien optioiden arvostamista, oletetaan, ettei optioita arvostettaessa ole havaittavissa merkitseviä eroja eri markkinakorkojen estimaattikelpoisuudessa. Markkinakorkojen pituuksien ollessa epätäydelliset optioiden juoksuajaa nähden, ei havaittavaa eroa uskota löytyvän, mutta yli yön korkojen uskotaan kuitenkin olevan vähintään yhtä hyviä estimaatteja riskittömästä korosta.

Kuten kolmen kuukauden juoksuajan omaavissa optioissa, jokaiselle markkinakorolle valittiin satunnaisotannalla joukko otoksia, jotka arvostettiin käyttäen eri markkinakorkoa ja joiden markkina-arvon ja teoreettisen arvon eroa mitattiin. Tarkastelussa olennaisessa osassa oli havaintojen arvostusten prosentuaalisen eron mittaaminen, mitä kuvataan kuviossa 14, jossa on kuvattuna eri markkinakorkojen havaintojen kertyminen.



Kuvio 14. Kuuden kuukauden juoksuajan otosten havaintojen kertymäluvut

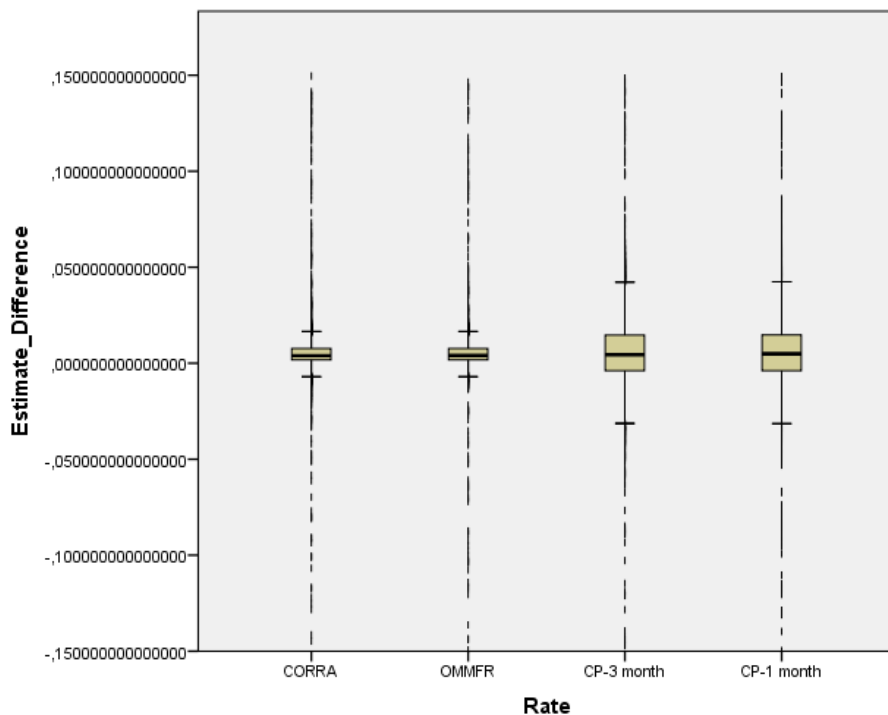
Kuviosta 14 voidaan havaita, että kuten kolmen kuukauden juoksuajan omaavissa optioissa, myös tässä tapauksessa CORRA- ja OMMFR -markkinakorkojen havaintojen prosentuaalinen kertymä oli huomattavasti yritystodistusten korkoja maltillisempi. Erityisen huomioitavaa on yritystodistusten havaintojen kertymä, jossa 20 prosenttia kaikista havainnoista on -0,5 prosentin alapuolella. Toisin kuin kolmen kuukauden juoksuajan optioissa, tällä juoksuajalla havaintojen erot yrityskorkojen osalta ovat suuremmat kuin lyhyemmällä juoksuajalla.

Tulkitsemalla kuviota 14, yritystodistusten korkojen havaintojen pohjalta voidaan todeta, että juoksuajan kasvaessa yhden- ja kolmen kuukauden yritystodistusten korkojen arvostusten tarkkuus heikkeni. Tässä tapauksessa yritystodistusten koroilla arvostettuna optioiden markkina-arvojen ja teoreettisten arvojen erojen hajonta kasvoi näissä otoksissa. Kertymälukujen pohjalta tehtiin havainto, että vaikkakin yritystodistusten korkojen tulisi tutkijan näkemyksen mukaan kuvata arvostuksia paremmin juoksuajan pidentyessä, eivät näiden otosten havainnot kuitenkaan tue tätä näkemystä, vaan yli yön korot vaikuttavat olevan aivan yhtä valideja estimaatteja.

Edellä mainittua havaintoa tukee myös CORRA- ja OMMFR -markkinakorkojen havaintojen kertymä, jossa 80 prosentissa havainnoista teoreettinen arvostus on likimain yhden prosentin päässä toteutuneesta markkina-arvostuksesta. Tämän perusteella ainakin näiden otosten perusteella CORRA- ja OMMFR -markkinakorot ovat kertymälukujen valossa olleet varsin valideja estimaatteja.

Otosten erojen tilastollista merkittävyyttä testattiin ensiksi hyödyntäen Kruskal-Wallis -testiä, jossa nollahypoteesina oli tarkasteltavien ryhmien jakaumien samankaltaisuus. Kruskal-Wallis -testin tulokset löytyvät kokonaisuudessaan liitteestä seitsemän. Kruskal-Wallis -testin tuloksena nollahypoteesi jäi voimaan, mikä tarkoittaa sitä, ettei tarkasteltavien ryhmien jakaumissa ole tilastollisesti merkitseviä eroja. Tämä käy ilmi hyvinkin selkeästi testin p-arvon ollessa 0,820. Merkitsevän eron rajan ollessa 0,05, voidaan testin tuloksen katsoa olevan selkeä.

Kruskal-Wallis -testin tulokset herättävät kuitenkin kysymyksiä, ottaen huomioon, että aikaisemmin esiteltyjen kertymälukujen valossa yli yön korkojen havainnot erottuivat yritystodistusten havainnoista selkeästi edukseen. Havaintojen pohjalta on varsin mielenkiintoista todeta, ettei tilastollisesti merkitsevää eroa ryhmien välillä kuitenkaan jakaumien osalta voida havaita, vaikkakin eroja voidaan jossain määrin tulkita olevan otosten tunnuslukujen valossa katsottuna.



Kuvio 15. Otosten havaintojen Box-Plot -kaaviot

Tulkintaa otosten todellisista eroista havainnollistetaan paremmin kuvion 15 avulla, josta nähdään eri markkinakorkojen havaintojen kertyminen. Kuten kuviosta voidaan huomata, yli yön markkinakorkojen otosten suurin osa havainnoista oli yritystodistusten koroilla arvostettuja havaintoja pienemmällä alueella. Täten yli yön korkojen havaintojen hajonta oli huomattavasti pienempi.

Kuuden kuukauden juoksuajan omaavien osakeoptioiden tarkastelussa hyödynnettiin myös Moodin mediaanitestistä, jossa nollahypoteesina pidetään tarkasteltavien ryhmien mediaanien saman suuruutta. Moodin mediaanitestin tulokset löytyvät kokonaisuudessaan liitteestä kahdeksan.

Taulukko 8. Moodin mediaanitestin tulosten vertailu ryhmittäin

Sample1-Sample2	Test Statistic	Sig.	Adj.Sig.
CORRA-OMMFR	,530	,466	1,000
CORRA-CP-3 month	2,918	,088	,525
CORRA-CP-1 month	14,351	,000	,001
OMMFR-CP-3 month	2,201	,138	,828
OMMFR-CP-1 month	11,186	,001	,005
CP-3 month-CP-1 month	1,763	,184	1,000

Each row tests the null hypothesis that the Sample 1 and Sample 2 distributions are the same. Asymptotic significances (2-sided tests) are displayed. The significance level is ,05. Significance values have been adjusted by the Bonferroni correction for multiple tests.

Moodin mediaanitestin tuloksena nollahypoteesi kumotaan, p-arvon ollessa alle 0,05. Tämä tarkoittaa, että tarkasteltavien ryhmien väliltä löytyi tilastollisesti merkitseviä eroavaisuuksia. Taulukossa kahdeksan kuvataan kuuden kuukauden juoksuajan optioille tehdyn Moodin mediaanitestin pohjalta saatuja tuloksia. Mediaanitestin tuloksena kahden eri ryhmän väliltä löytyi tilastollisesti merkitseviä eroavaisuuksia.

Merkitsevin ero mediaanitestin tulosten osalta löytyi CORRA:n ja yhden kuukauden yritystodistuksen koron otosten havaintojen väliltä, missä p-arvo oli 0,01, jota voidaan pitää erityisen merkitsevänä. Testin tulokset tukevat aikaisemmin esiteltyjen kertymälukujen valossa tehtyä havaintoa markkinakorkojen havaintojen eroavaisuuksista.

Mediaanitestin tulosten valossa on mielenkiintoista huomata, että toisin kuin kolmen kuukauden juoksuajan optioiden tarkastelussa, tilastollisia eroavaisuuksia löytyi yhden kuukauden yritystodistuksen koron ja yli yön korkojen väliltä, mutta ei kolmen kuukauden yritystodistuksen koron väliltä. Tämän huomion katsotaan olevan linjassa aikaisemmin tehtyyn ennakkokäsitykseen, jonka mukaan optioissa merkitseviä eroja löytyy markkinakorkojen väliltä vähemmän, kun juoksu-aikaa entisestään kasvatetaan.

Huomioitavaa testien valossa on myös se, ettei eroavaisuuksia yli yön korkojen keskinäisessä vertailussa tai yritystodistusten keskinäisessä vertailussa voitu havaita. Testien valossa voidaan tulkita, että tarkasteltavien otosten osalta ei ole ollut juurikaan merkitystä sillä, että käytetäänkö tarkasteltavien optioiden arvostuksessa esimerkiksi OMMFR -korkoa vai CORRA -korkoa.

Tehtyjen testien valossa eroa yritystodistusten korkojen- ja yli yön korkojen keskinäisessä suhteessa ei voida havaita. Eroja saadaan aikaan käytännössä vain muuttamalla koko käytettävän markkinakoron luonnetta, eli miten/mistä korko teknisesti muodostuu. Moodin mediaanitestin osoittaakin, että käytettäessä luonteeltaan erilaista markkinakorkoa arvostusperustana, eroavaisuuksia löydetään, mutta erot esimerkiksi CORRA- ja OMMFR -markkinakorkojen välillä ovat tilastollisesti mitattuna olemattomat.

3.6 Estimaattien muutokset tarkasteluperiodilla

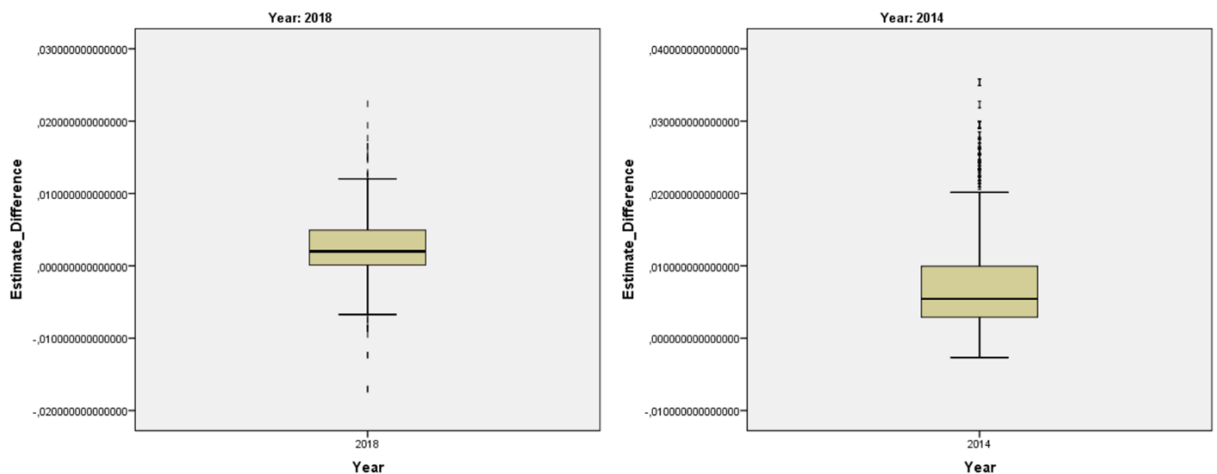
Kuten luvuissa 3.3 ja 3.4 tilastollisten testien avulla havaittiin, eroavaisuuksia tarkasteltavien markkinakorkojen välillä koko tarkasteluperiodin aikana pystyttiin havaitsemaan. Osana tutkielman tavoitetta on pyrkiä selvittämään, voidaanko parhaimmaksi korkoestimaatiksi havaitun markkinakoron sanoa toimineen yhtä hyvin myös yksittäisinä tarkastelu vuosina.

Vuositason toimivuutta lähdettiin tarkastelemaan yksittäisen markkinakoron näkökulmasta, minkä katsottiin yleisesti toimineen parhaiten estimaattina, kolmen- ja kuuden kuukauden juoksuaikojen optioille. Aiemmin tehtyjen tilastollisten testien valossa markkinakoroksi valikoitui CORRA -markkinakorko, jonka katsottiin toimineen yleisesti parhaiten muihin markkinakorkoihin nähden. Ennen tarkastelua tulkittiin myös, että johtuen CORRA- ja OMMFR -korkojen vähäisistä keskinäisistä eroista, voitaisiin tarkasteluun valita kumpi tahansa näistä markkinakoroista, ilman suurta vaikutusta testien lopputuloksiin.

Tarkastelun toteuttamiseksi valittiin kaksi satunnaisotosta kahdelta eri ajanjaksolta, joiden sisältämät optiot arvostettiin käyttäen CORRA -markkinakorkoa. Tämän jälkeen pystyttiin Mann-Whitney U -testiä, sekä Moodin mediaanitestiä hyväksikäyttäen tunnistamaan, mikäli näissä otoksissa oli tilastollisesti merkitseviä eroja. Tarkasteluun valittu ensimmäinen otos sisälsi optioiden arvostuksia vuoden 2014 ajalta, toiseen otokseen valittiin optioiden arvostuksia kuluvalta vuodelta 2018. Otosten tarkasteluun käytettävien tilastollisten testien osalta noudatettiin samoja kriteerejä ja vaatimuksia, kuin aikaisemmissakin tilastollisissa testeissä.

Odotusarvona tehtäville testeille pidettiin sitä, että testit säilyttävät nollahypoteesinsa, eli että Mann-Whitney U -testissä jakaumat ovat samankaltaiset, ja että Moodin mediaanitestissä ryhmien mediaanit ovat samansuuruiset. Mikäli nollahypoteesit säilyisivät, voitaisiin tehdä selkeä johtopäätös siitä, ettei vuosien välillä ole ollut syytä olettaa olleen merkittäviä eroja, ja että CORRA -markkinakorko on toiminut yhtä hyvin korkoestimaattina molempina vuosina.

Tarkasteltavat otokset sisälsivät yhteensä 1000 päivittäistä noteerausta, jakautuen niin, että vuoden 2014 otos sisälsi 597 havaintoa ja vuoden 2018 otos 403 havaintoa. Tarkasteltaessa otoksia niiden tunnuslukujen valossa havaittiin, että otokset ovat luonteeltaan hyvinkin erilaiset, sillä vuoden 2018 havaintojen arvostuserojen keskiarvo oli 0,24 prosenttia, vuoden 2014 keskiarvon ollessa 0,73 prosenttia. Mediaanien ollessa 0,20 prosenttia vuonna 2018 ja 0,54 prosenttia vuonna 2014. Kuviossa 16 kuvataan ryhmien jakaumia Box-Plot kaaviolla.



Kuvio 16. Otosten havaintojen Box-Plot -kaaviot

Kuviosta 16 voidaan havaita, että otosten välillä on selkeitä eroja, todeten että vuoden 2014 otoksen havaintojen markkina-arvon ja teoreettisen arvon välillä on suurempia eroja kuin vuoden 2018 otoksen havainnoissa. Tätä näkemystä tukevat myös otosten kertymäluvut, joiden pohjalta vuoden 2014 otoksessa puolet havaintojen arvostuseroista on 0,289%-0,997% välillä, kun taas vuoden 2018 otoksessa välillä 0,01%-0,495%.

Otosten jakaumien eroja tarkasteltiin ensimmäiseksi Mann-Whitney U -testin avulla, joka mahdollistaa kahden riippumattoman otoksen tarkastelun. Mann-Whitney U -testin kokonaistulokset löytyvät liitteestä yhdeksän. Mann-Whitney U -testin perusteella nollahypoteesi tulee hylätä, p-arvon ollessa tasan 0,00. Tämä tarkoittaa, että tarkasteltavien otoksien jakaumat eivät ole samankaltaiset.

Mann-Whitney U -testin tulos tukee kuvion 16 perusteella tehtyä tulkintaa otosten erilaisuudesta, ja näin ollen vahvistaa käsitystä siitä, että korkoestimaatin hyödyntäminen arvostuksessa saattaa vaihdella merkittävästi eri tarkasteluperiodien välillä. Tulkintoja tukemaan tehtiin vielä Moodin mediaanitesti, jonka tulokset löytyvät kokonaisuudessaan liitteestä kymmenen.

Moodin mediaanitestin p-arvoksi saatiin tasan 0,00. Tämä tarkoittaa siis sitä, että tarkasteltavien ryhmien mediaanit olivat tilastollisen testauksen jälkeen eri suuruiset. Tämä vahvistaa entisestään näkemystä, joka tehtiin tulkitsemalla otosten jakaumia ja Mann-Whitney U -testiä. Voidaan siis todeta, että optioiden teoreettisen arvostuksen tarkkuus CORRA -markkinakorolla, erosi eri tarkasteluperiodin ajankohtina merkittävästi.

Kokonaisuudessaan tarkasteltaessa muutoksia vuosien välillä, kysymykseen tulee kuitenkin lopulta se, että mitkä kaikki tekijät ovat muuttuneet näiden tarkasteluajankohtien välillä, sillä tarkasteltaessa kuviota 11, voidaan markkinatilanteen katsoa muuttuneen merkittävästi näiden kahden tarkasteluajankohdan välillä. Voidaan myös kysyä, onko CORRA -markkinakoron käyttäminen ylipäätänsä ollut markkina-arvostuksen kannalta oikea valinta näiden kahden eri tarkasteluhetken vallitessa, sillä arvostusmallissa käytettävän koron valinta on kuitenkin markkinatilanteesta ja arvostajan subjektiivisesta näkemyksestä riippuvainen.

Tarkasteltaessa markkinamuutoksien vaikutusta optioiden arvostukseen, on oleellista huomioida, että CORRA -markkinakorko on tarkasteluajankohtina ollut lähes samalla tasolla, toisin kuin esimerkiksi yhden kuukauden yritystodistusten korko, joka on noussut tarkasteluajankohtien välillä jopa 1,5 prosenttia. Täten tulisi myös huomioida tämän muutoksen vaikutus arvostukseen, sillä tämän pohjalta voidaan esittää kysymys, miksi yritystodistuksen korko on noussut ajankohtien välillä, kun taas yli yön korko on pysynyt lähes samalla tasolla.

Kokonaisuudessaan tilastolliset testit osoittivat korkotekijän estimoinnin hyvinkin tilanne riippuvaiseksi. On kuitenkin mielenkiintoista kysyä, että olisiko muilla markkinakoroilla saavutettu sen parempia tuloksia. Voimme joka tapauksessa tehdä johtopäätöksen, että kummankin otoksen tapauksessa, havaitut erot markkina-arvostuksen ja teoreettisen arvostuksen välillä olivat hyvinkin pieniä. Kummankin otoksen tapauksessa suurin osa teoreettisesti mallinnetuista arvostuksista erosi toteutuneesta markkina-arvostuksesta alle yhden prosentin verran, joten kokonaisuudessaan arvostusmalli ja CORRA -markkinakorko toimivat arvostuksessa hyvin.

3.7 Empiiristen kokeiden yhteenveto

Tutkielman empiirisessä osassa tarkasteltiin eri markkinakorkojen hyödyntämistä luonteeltaan amerikkalaisten osakeoptioiden arvostuksessa, käyttäen muun muassa Kruskall-Wallis -testiä, Moodin mediaanitestä, sekä Mann-Whitney U -testiä, selvittämään eri otoksien välillä vallitsevien erojen tilastollista merkitsevyyttä, pyrkien vastaamaan tutkielmalle asetettuihin kysymyksiin.

Empiiristen kokeiden toteutuksen yhteydessä havaittiin merkittäviä arvostusten mallintamista vaikeuttavia ja tulosten tulkintaa vaikeuttavia seikkoja, kuten tutkielman aineistolle tehtävät merkittävät rajaukset, jotka aiheutuivat osittain optioiden kompleksisesta luonteesta, sekä markkina- ja teoreettisten arvostusten suurista eroista. Kokeissa korostui optioiden arvostuksen moninaisuus, jota pyrittiin rajaamaan aineiston valinnan yhteydessä, sekä muilla kriteereillä, joita havainnoille asetettiin. Kriittisesti tarkasteltuna voitaisiin myös perustella, että kokeiden kohteena olevaa aineistoa rajattiin liikaa, jolloin puhdas lähestymistapa aineiston valinnassa saatetaan menettää.

Optioiden arvostuksessa vaikuttavat hyvinkin monet eri osatekijät ja näiden tekijöiden eristäminen tarkastelua varten aiheutti merkittävän haasteen aineiston valinnalle. Kokeissa käytetty aineisto onnistuttiinkin rajaamaan riittävän tarkasti, jotta riskitön korko saatiin eristettyä muiden vaikuttavien tekijöiden joukosta. Tähän vaikutti erityisesti muun muassa optioiden kohde-etuksien osingottomuus, joka muuten aiheuttaisi kokeet estävän ongelman, sillä varsinkin pidemmän juoksuajan omaavien optioiden tapauksessa myös osinkojen kehitys tulisi estimoida.

Osinkojen lisäksi kokeiden teknisen toteutuksen mahdollistivat, optioiden arvostusten perusteella ilmoitetut implisiittiset volatilitetit, jotka puuttuessaan olisivat aiheuttaneet kokeet estävän ongelman, sillä volatilitetin estimointi on yksi suurimmista optioiden arvostukseen vaikuttavista tekijöistä, joka sekin on osittain yksittäisen arvostajan subjektiivisen näkemyksen alainen osatekijä.

Kuten muutamien tilastollisten testien toteutuksen yhteydessä havaittiin, eivät tehdyt testit aina antaneet suoraa vastausta asetettuihin kysymyksiin, joista esimerkkinä Kruskall-Wallis -testi kolmen kuukauden juoksuajan omaaville optioille, jossa testi itsessään hylkäsi nollahypoteesin, mutta Bonferroni -korjaus johti tilanteeseen, missä tilastollisesti merkitsevää eroa ryhmien välillä ei pystytty toteamaan.

Tilastollisissa testeissä nousi esiin myös tilanteita, jossa samalle otosjoukolle tehdyt tilastolliset testit antoivat toisistaan eroavia tuloksia, kuten esimerkiksi Kruskal-Wallis -testin ja Moodin mediaanitestin osalta havaittiin. Osassa tapauksissa voitaisiin myös pohtia, olisiko enemmän kvalitatiivinen lähestymistapa johtanut erilaiseen tulkintaan riskittömästä korosta.

Suurella osalla empiiristen kokeiden toteutusta olivat myös Python -ohjelmointikielellä ohjelmoidut binomipuumallin laskentapohjat, joiden avulla teoreettiset arvostukset tarkastelussa olleille optioille laskettiin. Pythonilla erikseen ohjelmoidut laskentamallit antoivat mahdollisuuden aineistojen tehokkaaseen hallintaan ja laskentaan, joka ei muuten olisi ollut mahdollista. Ohjelmat mahdollistivat myös koeasetelmien tehokkaan muuttamisen, vaikkakin itse ohjelmiin ja niiden rakentamiseen jouduttiin käyttämään hyvinkin paljon aikaa.

Yhtenä tutkielman kokeiden onnistumisen haasteina pidettiin aluksi ongelmaa, joka olisi saattanut syntyä, mikäli markkinakorkojen vaikutus optioiden arvostukseen olisi ollut liian pieni erojen havaitsemiseksi. Tätä ongelmaa ei kuitenkaan ollut, sillä markkinakorot erosivat toisistaan hyvinkin paljon.

Kokonaisuudessaan empiirisiä kokeita voidaan luonnehtia varsin hyvin onnistuneiksi, sillä kokeilla saavutettiin niille asetetut tavoitteet, ottaen kuitenkin huomioon, että optioiden arvostuksesta puhuttaessa, riskittömän koron vaikutusta arvostuksen osatekijänä pidetään monesti merkitykseltään vähäisenä.

3.8 Tutkielman reliabiliteetti ja validiteetti

Tutkimuksen empiirisen osuuden tuloksien tarkastelua ennen, tarkastellaan tehdyn tutkimuksen reliabiliteettia ja validiteettia. Reliabiliteetin arvioinnilla tarkoitetaan tutkielmassa ilmiöiden tarkasteluun käytettyjen mittareiden luotettavuuden ja toistettavuuden tarkastelua (Tilastokeskus 2018a). Validiteetilla taas tarkoitetaan tutkimuksessa käytettävän mittausmenetelmän kykyä mitata tutkittavaa ilmiötä, jota alkuaan oli tarkoitus mitata (Tilastokeskus 2018).

Tämän tutkielman reliabiliteetin katsotaan olevan hyvällä tasolla, sillä tutkielmassa mitataan käytännössä teoreettisen mallin arvostuksen eroa todelliseen toteutuneeseen markkina-arvostukseen. Täten eroja mitataan näiden kahden arvostuksen välisenä prosentuaalisena erona. Havaintojen arvostusten erojen mittaus on teknisesti hyvinkin yksinkertainen toimenpide, eikä riskiä mittauksen virheellisyydestä juurikaan ole.

Yhtenä reliabiliteettia mahdollisesti heikentävänä tekijänä voitaisiin pitää, käytettävän teoreettisen mallin virheellistä implementointia. Tutkielman tapauksessa, käytettävän mallin parametrien laatimiseen on käytetty aikaisemman tutkimuksen tekemiä tulkintoja, ja tutkielman otosten analysoinnissa käytettävän arvostusmallin toiminta varmennettiin koestamalla, ennen tilastollisia testejä varten ajettavaa aineiston mallintamista. Täten riskit käytettävän arvostusmallin virheellisen soveltamisen osalta on pyritty minimoimaan usean testiaineiston avulla.

Tarkasteltavan aineiston mallintamiseen käytettävän binomipuumallin toiminta on hyvinkin vakaata, eikä muutosta eri arvostuskertojen välillä ole. Tämä johtuu siitä, että malli antaa aina saman arvostuksen, mikäli mallin parametreja, arvostusten välillä ei erikseen muuteta.

Tarkasteltaessa tutkielman validiteettia voidaan se Hiltusen (2009) mukaan jakaa useampaan pienempään kokonaisuuteen, jotka ovat listattuna alla:

- Looginen validiteetti
- Sisäinen validiteetti
- Ulkoinen validiteetti
- Sisältövaliditeetti
- Käsitevaliditeetti
- Ennustevaliditeetti
- Korrelatiivinen validiteetti
- Konvergenssivaliditeetti
- Erotteluvaliditeetti
- Rakennevaliditeetti
- Kontekstivaliditeetti

Loogisella validiteetilla kuvataan tutkijan omaa näkemystä tutkimuksen oikeellisuudesta, mitä ei kuitenkaan tässä tutkielmassa analysoida. Sisäisellä validiteetilla vastataan kysymykseen, että aiheutuvatko kokeiden pohjalta havainnoissa havaitut erot niistä tarkasteluun vaikuttavista tekijöistä, joiden tarkastelua tehtäessä oletettiin havaintoihin vaikuttavan. Tämän tutkielman yhtenä merkittävistä haasteista oli tarkasteltavan muuttujan eristäminen arvostukseen muuten vaikuttavista tekijöistä. (Hiltunen 2009)

Tutkielmassa tarkasteltavien optioiden arvostukseen vaikuttavat tekijät, pyrittiin riskitöntä korkoa lukuun ottamatta muodostamaan mahdollisimman staattisiksi, mutta optioiden arvostuksen ollessa kyseessä, emme voi kuitenkaan koskaan täysin pois sulkea muiden muuttujien vaikutusta. Sisäisen validiteetin osalta, tarkasteltavat arvostukset olivat staattisia, eikä mittauksen ajankohdalla ollut vaikutusta tuloksiin, koska arvostuksessa käytettiin

historiallisia markkina-arvoja. Vaikutuksia tämän osalta olisi voinut esiintyä, mikäli tarkastelua olisi toteutettu päivänsisäisten markkina-arvojen osalta, jolloin arvostushetkellä olisi saattanut olla vaikutusta saatuihin tuloksiin.

Sisäisen validiteetin osalta ei myöskään ollut mahdollista, että tarkasteltavat kohteet olisivat lainkaan muuttuneet tarkastelujen aikana, sillä tutkielman aineisto oli luonteeltaan hyvinkin staattinen. Käytetyn arvostusmallin epätarkkuuksiin ei myöskään voida ottaa kantaa, sillä arvostusmallin ei itsessään voitu havaita olleen epätarkka, ja käytetty malli kalibroitiin aikaisempien tutkimustulosten- ja menetelmien pohjalta. Kokonaisuudessaan tutkielman sisäisen validiteetin katsotaan olleen hyvällä tasolla, tutkielman luonteeseen nähden.

Tutkielman ulkoisen validiteetin arviointi on merkittävästi aiempia haastavampaa. Ulkoisella validiteetilla tarkoitetaan Hiltusen (2009) mukaan, kvantitatiivisessa tutkimuksessa saatujen tutkimustulosten yleistettävyyttä. Haasteellisinta optioiden tarkastelussa on niiden markkinan laajuus, sillä on liki mahdotonta laajentaa tarkastelua koskemaan kaikkia mahdollisia markkinapaikkoja ja optioita. Tämän tutkielman tarkoituksena oli pyrkiä analysoimaan ja tarkastelemaan riskittömän koron estimointia, eikä sen tarkoituksena ollut etsiä yhtä oikeaa vastausta, sillä jo aikaisemman tutkimuksen perusteella pystymme toteamaan, ettei yhtä oikeaa vastausta ole.

Ulkoisen validiteetin osalta voidaan todeta, että saadut tulokset itsessään täydentävät aikaisempien tutkimusten saamia tuloksia, mutta emme kuitenkaan tämän tutkielman puitteissa voi sanoa, että kaikkien osakeoptioiden arvostuksessa tulisi käyttää tiettyä markkinakorkoa. Otettaessa huomioon koron estimointiin liittyvä arvostusmenetelmän soveltajan subjektiivisuus, sekä markkinan- ja markkinatilanteen mahdolliset muutokset, uskotaan tutkielman ulkoisen validiteetin olleen hyvällä tasolla tutkielman luonteeseen nähden.

Sisältövaliditeetilla tarkoitetaan tutkielmassa käytettävän aineiston kykyä vastata sille asetettuihin ulkoisiin kriteereihin. Käsitevaliditeetti kuvastaa tutkielman teoreettisen lähestymistavan oikeellisuutta, eli tutkielman käsitteiden oikeellisuutta ja ilmiöiden oikeanlaista kuvaamista. (Hiltunen 2009.) Sisältövaliditeetin osalta, tutkielman aineiston valintamenetelmien ja laajuuden perusteella tutkielman sisältövaliditeetti oli yleisesti ottaen hyvällä tasolla. Tutkielman teoriapohja perustuu aikaisempaan tieteelliseen tutkimukseen ja tutkielman empiiriset kokeet oli laadittu perustumaan teoreettisen arvostuksen ja markkina-arvostuksen välille, missä tieteellisen tutkimuksen pohjalta laadittua mallinnusta verrataan

todelliseen markkinaperusteiseen arvostukseen. Tämän perusteella tutkielman käsitevaliditeettia voidaan pitää hyvänä, sillä tutkielmassa tehdyt kokeet perustuvat aikaisemman tutkimuksen saamiin tuloksiin riskittömän koron hyödyntämisestä.

Ennustevaliditeetilla tarkoitetaan Hiltusen (2009) mukaan valituilla tutkimusmenetelmillä ja mittareilla aikaan saatujen tuloksien ennuste-arvoa. Tämän tutkielman osalta saatuja tuloksia voidaan soveltaa käytännössä heti markkina-arvostusten mallintamiseen. Tutkielman empiirisissä kokeissa saadut tulokset ovat testattavissa todellisessa ympäristössään heti. Tutkielmalla ei voida katsoa olevan suurta ennuste-arvoa.

Korrelatiivinen validiteetti tarkoittaa tutkimuksen tulosten ja aikaisemmin saatujen tutkimustulosten välistä korrelaatiota (Hiltunen 2009). Tutkielmassa saadut tulokset ovat hyvin linjassa muun muassa Hullin ja Whiten (2013) näkemyksen kanssa. Voidaan sanoa, että tutkielmassa saatujen tuloksien ja aikaisemmin muissa tutkimuksissa saatujen tuloksien välillä on korrelaatiota.

Konvergenssi-, erottelu-, rakenne- ja kontekstivaliditeetin katsotaan olevan tutkielmassa hyvällä tasolla. Kokonaisuudessaan tutkielman validiteetti ja reliabiliteetti katsotaan olevan tutkielman aineistoon ja luonteeseen nähden hyvällä tasolla.

4 Empiiristen kokeiden tulokset ja tulkinnat

Tässä luvussa tarkastellaan syvemmin empiirisissä kokeissa saatuja tuloksia ja esitetään niiden pohjalta tehtyjä johtopäätöksiä, sekä esitetään mahdollisia ehdotuksia jatkotutkimusten kohteiksi. Alaluvussa 4.4 analysoidaan myös tutkielman tekemiseen liittyvää prosessia.

4.1 Tulosten esittely

Tutkielman empiirisessä osassa tarkasteltiin eri markkinakorkojen hyödyntämistä amerikkalaisten osakeoptioiden riskittömän koron estimaattina. Kuten jo aiemmin tämän tutkielman empiirisen osan esittelyssä todettiin, vaikuttavia tekijöitä osakeoptioiden arvostamisessa on useita ja näiden osatekijöiden eristäminen tutkimuksen edellyttämään muotoon, voi monessa tilanteessa olla hyvinkin haastavaa.

Otettaessa huomioon optioiden volatilitteetti, kohde-etuuden osingot ja subjektiivisen näkökulman omaava riskitön korko, tulemme ennemmin tai myöhemmin tulkintaan, että optioiden todellisen toteutuneen arvostuksen pohjana on vahvasti markkinatoimijoiden näkemys, näiden osatekijöiden estimoinnista. Hyväksyttäessä teoreettisen viitekehyksen rajallinen mahdollisuus mallintaa markkinoiden todellista näkemystä, optioiden osatekijöiden arvostuksesta, pystytään kyseisten johdannaisinstrumenttien todellista arvostusta tarkastella teoreettisen mallinnuksen avulla.

Hyväksyttäessä tutkielman empiirisen osan alussa esitellyt tutkielman rajauksiin- ja osatekijöiden yleistämiseen liittyvät haasteet, on tarkasteltavien optioiden arvostusta mallintamalla saatu havainnollistettua riskittömän koron osuutta, osakeoptioiden arvostamisessa. Empiirisen aineiston ja sille tehtyjen tilastollisten testien avulla saatujen tulosten yleistäminen koskemaan kaikkien optioiden arvostamista, ei missään nimessä ole oikeutettua, tutkielman aineiston ollessa varsin pieni verrattuna optioiden markkinakaupankäyntiin ympäri maailmaa. Tutkielman tuloksien perusteella voidaan kuitenkin vähintäänkin tukea aikaisempaa arvostukseen liittyvää tutkimusta ja niiden tuloksia.

Tutkielmassa tehtyjen empiiristen kokeiden tuloksien perusteella, pystytään tukemaan Hullin ja Whiten (2013) näkemystä yli yön korkojen hyödyntämisestä johdannaisinstrumenttien arvostuksessa. Tulosten valossa pystyimme havaitsemaan paremmuutta CORRA -markkinakoron kelpoisuudessa arvostuksen pohjana. Tarkasteltavan aineiston ja aikaisemman tutkimuksen pohjalta, tutkielmassa tultiin jo päätelmään, että perinteisissä

yrittäjärahoituksen arvostusmalleissa käytettävien korkotekijöiden, kuten pitkäaikaisten valtion liikkeeseenlaskemien velkakirjojen korkojen, ei voida katsoa olevan erityisen hyviä estimaatteja, johdannaisinstrumenttien arvostamisessa käytettävästä riskittömästä korosta.

Tutkielman havaintojen perusteella tarkempiin arvostuksiin päästiin käyttämällä mahdollisimman lyhyttä korkoa, eli käytännössä yli yön korkoa. Tämä nousi esiin tilanteessa, jossa kolmen kuukauden juoksuajan omaaville optioille, kolmen kuukauden mittainen yritystodistuksen korko, ei pystynyt tarjoamaan yhtä tarkkoja estimaatteja markkina-arvostuksista, kuin yli yön korot.

Tutkielman empiiristen kokeiden tuloksista voitiin tulkita myös, että optioiden juoksuajan kasvaessa markkinoiden epävarmuus tulevaan kasvoi, jolloin erot eri markkinakoroilla estimoiduissa optioiden arvostuksissa pienenivät. Täten optioiden juoksuajan kasvaessa pystyttiin havaitsemaan, ettei eri markkinakorkojen havaintojen välillä ollut enää niin suuria keskinäisiä eroja, kuin lyhyemmällä juoksuajoilla.

Yksi tutkielman merkittävimmistä ja samalla hyvinkin luonnollinen havainto oli se, että korkoestimaatin valitsemisessa suurimpana vaikuttavana tekijänä oli koron luonne, eli oliko korko yli yön- vai esimerkiksi kolmen kuukauden yritystodistuksen noteeraus. Erot eri yli yön korkojen välillä olivat prosentuaalisesti pieniä, eikä näin ollen ollut väliä, valittiinko arvostuksen pohjaksi CORRA vai OMMFR -markkinakorko.

Tuloksien osalta huomioitavaa on myös se, että aineistolle tehtyjen empiiristen kokeiden perusteella CORRA -markkinakorko, toimi muita tarkempaan korkoestimaattina. Vuosien välillä tehtyjen empiiristen kokeiden valossa pystyimme kuitenkin havaitsemaan suuriakin eroja teoreettisten arvostusten ja markkina-arvostusten välillä.

Markkinakorkojen historiallisista kuvaajista pystyttiin havaitsemaan, että markkinakorot olivat muuttuneet tarkasteluperiodilla huomattavan paljon. Markkinakorkojen muutoksista tuloksien valossa pystyttiin havaitsemaan, että merkittävät erot yli yön- ja yritystodistusten korkojen välillä aiheuttivat hajontaa estimoiduissa arvostuksissa. Tutkielmassa ei rajoitusten puitteissa kuitenkaan pyritty selvittämään merkittäviä eroja yksittäisten markkinakorkojen noteerausten välillä, mutta erojen markkinakorkojen välillä ollessa suuria, voitiin vaikutuksia arvostuksiin havaita.

Mallinnettaessa osakeoptioiden markkina-arvostuksia, selkeänä havaintona nousi esiin teoreettisen mallin yliarvostus, eli teoreettisesti saatu option arvo valituilla parametreilla

suurimmassa osassa tapauksista, ylitti markkinoiden toteutuneen arvostuksen. Täten varovaisena tulkintana voitaisiin pitää sitä, että mikäli optioiden arvostusta olisi haluttu tarkentaa keinotekoisesti, olisi korkotekijän arvoa pitänyt nostaa. Teknisesti markkinakoron olisi siis pitänyt olla korkeampi, jotta arvostuksien ero teoreettisen mallin ja toteutuneen markkina-arvon välillä olisi ollut pienempi. Toisaalta voimme argumentoida, että mikäli teoreettisessa mallinnuksessa käytettävän riskittömän koron, olisi pitänyt yleisesti olla korkeampi kuin käytetty markkinakorko, ei korkotekijää olisi enää voitu käytännössä pitää riskittömän koron mukaisena.

Tutkielmassa käytettiin tarkasteltavien osakeoptioiden volatiliteetin estimaattina markkina-arvosta laskettua implisiittistä volatiliteettia, jotta tämä osatekijä pystyttiin asettamaan niin staattiseksi kuin mahdollista, arvostusmallin käyttämistä varten. Hyödynnettäessä osakeoptioiden implisiittistä volatiliteettia, voitiin riskittömän koron osuus kokonaisuudessa katsoa olevan riittävän eristetty analyysiä varten. Toisaalta on mahdollista, että tarkempia ja samalla parempia arvostuksia olisi saavutettu, mikäli teoreettisen mallin volatiliteetti olisi estimoitu eri menetelmää käyttäen.

Tutkielmassa arvostettujen optioiden voitiin havaita olevan teoreettisesti arvostettuna ylihintaisia markkina-arvoonsa nähden, minkä osaltaan voidaan havaita johtuvan korkean implisiittisen volatiliteetin vaikutuksesta option arvoon. Arvostuksien pohjalta voitiin kuitenkin tulkita, että käytettävät estimaatit riskittömän koron osalta olivat oikean suuruiset, sillä mikäli teoreettisten arvostusten olisi havaittu olevan merkittävästi markkina-arvostuksia alhaisempia, olisi riskittömän koron estimaattia voitu epäillä arvoltaan liian suureksi, jolloin markkinakoron todellista kelpoisuutta olisi voitu epäillä. Tutkielman aineiston pohjalta tulkittiin, että markkinatoimijat näkivät riskittömän koron yleisesti korkeammalla tasolla, kuin tutkielman teoreettisessa arvostuksessa käytetyt markkinakorot olivat.

Tutkielma olisi voinut olla luonteeltaan erilainen, mikäli negatiivisia markkinakorkoja olisi tarkasteluperiodilla havaittu. Varsin kevytluontoisen kvalitatiivisen tarkastelun perusteella, negatiivisten markkinakorkojen vaikutus osakeoptioiden arvostukseen on varsin pieni. Voidaan myös osittain sivuuttaa negatiivisen markkinakoron käyttäminen osakeoptioiden arvostuksessa, käytettyjen arvostusmenetelmien soveltumattomuuden takia, mikä johtuu negatiivisen diskonttokoron vaikutuksesta binomipuumallin laskentamenetelmään.

Tutkielma myös osaltaan väittää, ettei negatiivisen diskonttokoron käyttämiselle ole tarvetta, sillä tarkasteltaessa riskittömän koron luonnetta, vaihtoehtona on, kuten myös Damodaran (2016) esittää, pitää pääoma käteisenä. Toisin sanoen, riskittömänä sijoitusstrategiana on siis pitää pääoma likvidinä rahana, ottamatta kuitenkaan huomioon mahdollisia

kuluja, joita rahan pitämisestä saattaa koitua. Täten sijoituksen odotettu tuotto ennen kuluja, on tässä tapauksessa nolla. Tätä näkemystä tukee myös Hullin (2012, 218) näkemys, jonka mukaan koron ollessa negatiivinen, on likvidi käteinen estimaatti riskittömästä korosta.

4.2 Johtopäätökset

Tässä tutkielmassa tarkasteltujen amerikkalaisten osakeoptioiden analyysin perusteella saadut tulokset osaltaan vahvistavat aikaisemman tutkimuksen tekemiä johtopäätöksiä, riskittömän koron estimoinnista optioiden arvostuksessa. Tutkielma pyrki osaltaan vertailemaan Hullin ja Whiten (2013) sekä Blackin (1975) näkemyksiä riskittömän koron käytöstä osakeoptioiden arvostuksessa.

Tehdyt havainnot ja analyysit vahvistivat Hullin ja Whiten (2013) näkemystä yli yön korkojen hyödyntämisestä yleisesti johdannaisten arvostamisessa, pystyen analysoidun aineiston perusteella toteamaan yli yön korkojen olleen yleisesti todella hyviä estimaatteja riskittömästä korosta.

Tutkielma kuitenkin yhtyy Hullin ja Whiten (2013) erinomaiseen toteamukseen, jonka mukaan ei ole olemassa teoreettisesti täydellistä estimaattia, jota riskittömästä korosta voitaisiin käyttää, vaan arvostuksessa joudutaan hyödyntämään parasta mahdollista arviota riskittömästä korosta. Tutkielmassa tehtyjen havaintojen perusteella osakeoptioiden arvostuksen muut osatekijät aiheuttavat myös haasteen riskittömän koron estimointiin ja niiden vaikutukset hämärtävät korkotekijän asemaa arvostuksen osalta, kuten esimerkiksi pidemmälle aikavälille estimoitavien osinkojen määrä.

Analyysien ja pohdintojen pohjalta saavutettiin kuitenkin johtopäätös, että yli yön korkojen käyttäminen amerikkalaisten osakeoptioiden arvostuksen korkoestimaattina on erittäin hyvin perusteltua. Havaintona esille nousi myös mahdolliset suuret erot yksittäisten markkinakorkojen välillä ja tutkielma tuli osaltaan johtopäätökseen, että tilanteissa, joissa eri markkinakorkojen väliset erot ovat suuria, tulisi näiden korkojen erot selvittää ja mahdollisesti laskennallisesti arvioida, jolloin käytettävässä korkoestimaatissa otettaisiin huomioon erot markkinakorkojen välillä.

Kokonaisuudessaan tutkielmassa tultiin johtopäätökseen, että riskittömän koron estimointi on markkinatilanteesta riippuvaista ja sen tuleekin perustua holistiseen näkemykseen markkinoiden tilasta. Parhaassa mahdollisessa tilanteessa, käytettävä estimaatti perustuukin moneen eri markkinakorkoon.

4.3 Jatkotutkimus

Tässä tutkielmassa tarkasteltavaa kokonaisuutta jouduttiin ajankäytöllisistä- ja aineistollisista syistä rajaamaan, joten siinä ei luonnollisestikaan pystytty kattamaan kaikkia osaluokkia, joita tutkija itse olisi halunnut tarkastella. Täten tarkastelemme tässä alaluvussa mahdollisia jatkotutkimusehdotuksia, joita tämän tutkielman tekemisen yhteydessä ja tulosten pohjalta nousi esiin.

Tarkasteltaessa osakeoptioiden arvostusta holistisesta näkökulmasta, olisi jatkotutkimuksen kannalta mielekästä tarkastella erikseen mahdollisten muiden riskittömään korkoon vaikuttavien tekijöiden luonnetta. Tässä tutkielmassa rajasimme pois kohde-etuus yhtiöt, jotka maksoivat tarkasteluperiodilla osinkoa. Täten olisi mielenkiintoista tarkastella yleisen korkotason vaikutuksia osinkojen nykyarvoon ja tätä kautta optioiden arvostukseen vaikuttavaan riskittömään korkoon.

Kuten tämän tutkielman teoriaosassa tuotiin esiin, virheellisen riskittömän koron käyttäminen saattaa aiheuttaa haasteita osakeoptioiden markkina-arvostuksesta laskettavan impliittisen volatilitteen ja niin sanotun volatilitteettipinnan muodostumiseen. Aikaisempi tutkimus on tarkastellut volatilitteettipintoja omana kokonaisuutenaan ja pystynyt saavuttamaan käytännön kannalta olennaisia havaintoja, kuten Brooks ja Chance (2014, 97–98) kirjoituksessaan havainnollistavat. Volatilitteettipintojen rakenteen tarkastelu, todellisten toteutuneiden markkina-arvostusten ja riskittömän koron välillä voisi tuoda uutta näkökulmaa riskittömän koron estimointiin.

Yhtenä havaintona, jonka myös Brooks & Chance (2014, 97–98) toivat esiin, on arvostamiseen käytettävän korkotekijän ja volatilitteettipintojen muutos, kun yleinen korkotaso nousee ajan myötä. Tämän tutkielman perusteella ehdotetaankin, että samanlaista analyysiä suoritettaisiin vertailevasti, kun yleinen korkotaso nousee. Täten estimaattina käytettävää markkinakorkoa voidaan verrata tilanteeseen, joka vallitsi alhaisen korkotason aikana. Täten voitaisiin vertailla yleisen korkotason vaikutusta korkotekijän estimointiin.

Tulee myös ottaa huomioon, että yleisen korkotason noustessa, myös kiinnostus riskitöntä korkoa kohtaan arvostajien keskuudessa todennäköisesti nousee, mikä johtuu koron vaikutuksesta nykyarvoa laskevana tekijänä. Tarkastelu saattaa johtaa aivan uuteen näemykseen riskittömän koron estimoinnista.

4.4 Tutkielman prosessin arviointi

Tämän työn tekeminen oli varsin haasteellinen kokemus, sillä johdannaisinstrumentit eivät luonteensa johdosta ole yksinkertaisimpia tutkittavia rahoitusinstrumentteja. Työn tavoitteet ja sen luonne kuitenkin haastoivat aivan uudella tavalla ja pidän työtä varsin opettavaisena kokemuksena, jossa pääsin syventymään johdannaisinstrumenttien arvostamiseen ja eri tyyppisiin tilastollisiin menetelmiin, sekä tutkimuksen tekemiseen.

Varsin haastavana, mutta samalla hyvin opettavaisena piirteenä työssä pidän instrumenttien analysoinnin vaatimaa kausaalisten syiden selittämistä. Työ vaati myös huomattavaa perehtymistä aikaisemmin kirjoitettuihin tutkimuksiin ja tieteellisiin julkaisuihin. Mielestäni oli kuitenkin erityisen mielenkiintoista päästä syventymään aikaisempaan tieteelliseen tutkimukseen, jota aiheeseen liittyen on kirjoitettu.

Pidän työn laajuutta varsin sopivana, vaikkakin aikaisempien tieteellisten tutkimusten pohjalta olisin mielelläni kirjoittanut laajemminkin aiheeseen liittyen. Otettaessa kuitenkin huomioon työn tekemiseen käytetty aika ja siltä odotetut tulokset, laajempi tarkastelu ei olisi kuitenkaan ollut tarkoituksen mukaista.

Haastavimpana osuutena työssä oli sen aineiston kerääminen ja muokkaaminen analysoitavaan muotoon, mihin jouduin käyttämään merkittävän osan työhön käytetystä ajasta. Markkinadata on yleensä varsin epäkäytännöllisessä muodossa ja vaatii merkittävästi esikäsittelyä analysointia varten. Markkinoilla tarjolla olevan datan ja aineiston määrä on myös todella suuri, mikä aiheutti ongelman aineiston valinnan osalta, sillä tutkielman tavoitteiden osalta olisi ollut mielenkiintoista tutkia montaa eri markkinaa ja maantieteellistä aluetta erikseen. Tämä ei kuitenkaan työhön käytettävän ajan ja laajuuden osalta ollut mahdollista.

Työn edetessä huomasin, että sen suunnitteluun ja valmisteluun olisi voitu käyttää merkittävästi enemmän aikaa. Työ antoi kuitenkin hyvää näkökulmaa siitä, kuinka tärkeää huolellinen suunnittelu ja valmistelu on työn prosessin kannalta. Uskon kuitenkin, että kykyni valmistella ja toteuttaa tämän kaltaisia töitä kehittyi työn edetessä merkittävästi ja jatkossa pystynkin toteuttamaan laadukkaita raportteja ja töitä, tässä työssä oppimieni asioiden ja menetelmien pohjalta.

Pidän tätä työtä kokonaisuudessaan varsin haastavana kokemuksena tieteellisen tutkimuksen maailmaan ja uskon, että työn aikana kohtaamani haasteet olivat samanlaisia

kuin kenellä tahansa muulla tutkijalla. Uskonkin, että tämän työn kautta pystyin samaistumaan haasteisiin ja ongelmakysymyksiin, joita tutkimuksia enemmän tekevät henkilöt kohtaavat. Tutkielma haastoi minut katsomaan asioita kriittisesti ja analysoimaan asioita uusista näkökulmista, mistä varmasti on hyötyä myös jatkon kannalta.

Lähteet

Ahoniemi, K. 2009. Modeling and Forecasting Implied Volatility. Helsinki School of Economics.

Black, F. & Scholes, M. 1972. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 3, s. 637–654.

Black, F. 1975. Fact and Fantasy in the Use of Options. *Financial Analysts Journal*, 31, 4, s. 36–41, 61–72.

Broadie, M. & Detemple, J. 1996. American Option Valuation: New Bounds, Approximations, and a Comparison of Existing Methods. *The Review of Financial Studies*, 9, 4, s. 1211–1250.

Brooks, R. & Chance, D. 2014. Some Subtle Relationship and Results in Option Pricing. *Journal of Applied Finance*, 24, 1, s. 94–110.

Baumol, W., Malkiel, B. & Quandt, R. 1966. The Valuation of Convertible Securities. *The Quarterly Journal of Economics*, 80, 48–59.

Chicago Board Options Exchange 2014. The CBOE Volatility Index – VIX.

Chen, A. 1970. A Model of Warrant Pricing in a Dynamic Market. *Journal of Finance*, 25.

Cox, J., Ross, S. & Rubinstein, M. 1979. Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7, 3, s. 229–263.

Daglish, T., Hull, J. & Suo, W. 2006. Volatility surfaces: theory, rules of thumb, and empirical evidence. *Quantitative Finance*, 7, 5, s. 507–524.

Damodaran, A. 2008. What is the Riskfree Rate? A Search for the Basic Building Block. Stern School of Business, New York University.

Damodaran, A. 2016. Negative Interest Rates: Impossible, Irrational or Just Unusual? Luettavissa: <http://people.stern.nyu.edu/adamodar/pdfiles/blog/NegativeIntRates.pdf>. Luettu: 02.09.2018.

- Daniels, J. & Van Hoose, D. 2014. International Monetary and Financial Economics. Pearson.
- Figlewski, S. & Gao, B. 1999. The adaptive mesh model: a new approach to efficient option pricing. *Journal of Financial Economics*, 53, 3, s. 313–351.
- Hiltunen, L. 2009. Validiteetti ja reliabiliteetti. Jyväskylän Yliopisto. Luettavissa: http://www.mit.jyu.fi/ope/kurssit/Graduryhma/PDFt/validius_ja_reliabiliteetti.pdf. Luettu: 02.09.2018.
- Hull, J. & White, A. 2013. LIBOR vs. OIS: The Derivatives Discounting Dilemma. *Journal of Investment Management*, 11, 3, s.14–27.
- Hull, J. 2012. *Options, Futures, and Other Derivatives*, 8th ed. Prentice Hall.
- Mattson, D 1965. A Generalization Of The Median Test. *Educational and Psychological Measurement*, 25, 4.
- Nasdaq OMX 2014. Opi Optiot. Nasdaq OMX. Helsinki.
- Samuelson, P. 1965. Rational Theory of Warrant Pricing. *Indus. Management Rev*, 6, s.13–31.
- Sanjiv, D. & Granger, B. 2010. Implementing Option Pricing Models Using Python and Cython. *Journal of Investment Management*, 8, 4, s.1–12.
- Shamsul, A. 1992. An Examination of Estimation and Specification Error Biases in Estimates of Option Prices Generated by Black–Scholes and Cox–Ross Models. *Journal of Economics and Finance*.
- Suomen Pankki 2018. Tilastot. Korot. Kuviot. Luettavissa: <https://www.suomenpankki.fi/fi/Tilastot/korot/kuviot/>. Luettu: 24.09.2018.
- Taanila, A 2016. Tilastollinen päättely. Luettavissa: <http://myy.haaga-helia.fi/~taaak/p/paattely.pdf>. Luettu: 25.09.2018.
- Tilastokeskus 2018a. Käsitteet. Reliabiliteetti. Luettavissa: <https://www.stat.fi/meta/kas/reliabiliteetti.html>. Luettu: 02.09.2018.

Tilastokeskus 2018b. Käsitteet. Validiteetti. Luettavissa: <https://www.stat.fi/meta/kas/validiteetti.html>. Luettu: 02.09.2018.

Tuhkanen, J. 2006. Korkokäsikirja. Edita.

Vaihekoski, M. 2016. Rahoitusalan sovellukset ja Excel. Talentum.

Liitteet

Liite 1. Empiirisen aineiston arvostuksessa hyödynnetty Python -ohjelma

```
import numpy as num
import math
import csv

global s,k,r,t,v
counter = 0
path1 = r"C:\Sample_Data"

def option_price(s,k,r,t,v,n,cp):

    am = True
    ov = num.zeros((n+1,n+1))
    sv = num.zeros((n+1,n+1))
    step_t = t/n
    u = math.exp(v* (math.sqrt(step_t)))
    d = math.exp(-v* (math.sqrt(step_t)))
    a = math.exp(r* step_t)
    pb = (a-d)/(u-d)

    sv[0,0] = s

    for i in range(1, n+1):
        sv[i, 0] = sv[i-1, 0] * u
        #print(sv[i,0])
        for j in range(1, i+1):
            sv[i, j] = sv[i-1, j-1] * d
            #print(sv[i,j])

    for j in range(n+1):
        ov[n, j] = max(0, cp*(sv[n, j]-k))
    for i in range(n-1,-1,-1):
        for j in range(i+1):
            ov[i, j] = (pb * ov[i+1, j] + (1-pb) * ov[i+1, j+1]) / a
            if am:
                ov[i, j] = max(ov[i, j], cp * (sv[i, j] - k))

    return ov[0,0]

with open(path1 + r"data_2.csv", "r") as f:
    reader = csv.reader(f, delimiter=",")

    for row in reader:
        try:
            counter += 1
            osake = float(row[12])
            strike = float(row[2])
            volatilitteetti = float(row[10])
            Askeleet_n = 100

            if row[4] == str(0):
                call_put = 1
                cp_type = "Call"
            else:
                call_put = -1
                cp_type = "Put"

            t_maturiteetti = float(row[11])
```

```
print( str(counter)
      + str(",")+ str(option_price(osake, strike, float(row[16]), t_maturiteetti, volatiliteetti, Askeleet_n, call_put))
      + str(",")+ str(option_price(osake, strike, float(row[17]), t_maturiteetti, volatiliteetti, Askeleet_n, call_put))
      + str(",")+ str(option_price(osake, strike, float(row[18]), t_maturiteetti, volatiliteetti, Askeleet_n, call_put))
      + str(",")+ str(option_price(osake, strike, float(row[19]), t_maturiteetti, volatiliteetti, Askeleet_n, call_put))
      + str(",")+ str(cp_type))
```

```
except ZeroDivisionError as err:
    print(str(counter) + "\tN/A\t" + str(cp_type))
```

Liite 2. Esimerkki analysoidusta datasta

Date	Underl. Symbol	Strike	Maturity	CallPut	Instr. Symbol	BidPrice	AskPrice	LastPrice	SettlementPrice	Implied Volatility	TimeToExpiration	Stockprice	MidPrice
18.10.2016	GIB.A	32.0	42755	0	GIB 170120C32.00	30.05	30.25	30.25	30.25	0.39	0.26	62.14	30.15
2.11.2016	GIB.A	34.0	42755	0	GIB 170120C34.00	29.60	30.15	30.15	30.15	0.67	0.22	63.72	29.88
27.10.2017	GIB.A	40.0	43119	0	GIB 180119C40.00	28.80	28.90	28.90	28.90	0.50	0.23	68.76	28.85
14.10.2016	GIB.A	34.0	42755	0	GIB 170120C34.00	27.90	28.05	28.05	28.05	0.56	0.27	61.84	27.98
2.11.2016	GIB.A	36.0	42755	0	GIB 170120C36.00	27.60	28.05	28.05	28.05	0.57	0.22	63.72	27.83
24.10.2016	GIB.A	36.0	42755	0	GIB 170120C36.00	27.65	27.95	27.95	27.95	0.56	0.24	63.67	27.80
17.10.2017	GIB.A	40.0	43119	0	GIB 180119C40.00	26.90	27.15	27.15	27.15	0.48	0.26	66.87	27.03
2.11.2017	GIB.A	42.0	43119	0	GIB 180119C42.00	25.60	25.75	25.75	25.75	0.48	0.21	67.57	25.68
20.10.2017	GIB.A	42.0	43119	0	GIB 180119C42.00	24.85	25.05	25.05	25.05	0.47	0.25	66.86	24.95
16.10.2017	GIB.A	42.0	43119	0	GIB 180119C42.00	24.25	24.45	24.45	24.45	0.50	0.26	66.20	24.35
23.2.2015	GIB.A	32.0	42139	0	GIB 150515C32.00	23.50	23.75	23.75	23.75	0.62	0.22	55.46	23.63
12.2.2015	GIB.A	29.0	42139	0	GIB 150515C29.00	23.30	23.60	23.60	23.60	0.65	0.25	52.24	23.45
3.11.2016	GIB.A	40.0	42755	0	GIB 170120C40.00	23.30	23.55	23.55	23.55	0.47	0.21	63.32	23.43
6.2.2015	GIB.A	29.0	42139	0	GIB 150515C29.00	22.80	23.10	23.10	23.10	0.62	0.27	51.74	22.95
18.10.2017	GIB.A	44.0	43119	0	GIB 180119C44.00	22.85	23.05	23.05	23.05	0.50	0.25	66.78	22.95
31.10.2017	GIB.A	46.0	43119	0	GIB 180119C46.00	22.60	22.70	22.70	22.70	0.50	0.22	68.55	22.65
24.10.2017	GIB.A	46.0	43119	0	GIB 180119C46.00	21.60	21.90	21.90	21.90	0.50	0.24	67.58	21.75
30.1.2015	GIB.A	29.0	42139	0	GIB 150515C29.00	21.35	21.70	21.70	21.70	0.55	0.29	50.35	21.53
23.10.2017	AC	5.0	43119	0	AC 180119C5.00	21.25	21.60	21.60	21.60	0.51	0.24	26.34	21.43
10.10.2017	AC	6.0	43119	0	AC 180119C6.00	21.05	21.40	21.40	21.40	0.50	0.28	27.23	21.23
28.10.2016	GIB.A	42.0	42755	0	GIB 170120C42.00	20.85	21.35	20.65	0.00	0.38	0.23	63.02	21.10
11.10.2017	AC	7.0	43119	0	AC 180119C7.00	20.90	21.05	21.05	21.05	0.50	0.27	27.92	20.98
30.1.2015	GIB.A	30.0	42139	0	GIB 150515C30.00	20.40	20.70	20.70	20.70	0.53	0.29	50.35	20.55
27.2.2015	GIB.A	32.0	42139	0	GIB 150515C32.00	20.45	20.60	20.60	20.60	0.61	0.21	52.31	20.53
23.10.2017	AC	6.0	43119	0	AC 180119C6.00	20.25	20.55	20.55	20.55	0.50	0.24	26.34	20.40
11.10.2016	GIB.A	42.0	42755	0	GIB 170120C42.00	20.25	20.55	20.55	20.55	0.43	0.28	62.16	20.40
24.8.2015	GIB.A	66.0	42328	1	GIB 151120P66.00	19.90	20.45	19.30	0.00	0.46	0.24	45.83	20.18
20.10.2017	AC	6.0	43119	0	AC 180119C6.00	20.20	20.35	20.35	20.35	0.50	0.25	26.20	20.28
26.10.2017	AC	7.0	43119	0	AC 180119C7.00	20.20	20.35	20.35	20.35	0.50	0.23	27.20	20.28
6.11.2017	GIB.A	48.0	43119	0	GIB 180119C48.00	20.20	20.35	20.35	20.35	0.50	0.20	68.13	20.28
25.11.2015	GIB.A	38.0	42419	0	GIB 160219C38.00	19.90	20.25	20.25	20.25	0.49	0.24	57.88	20.08
7.8.2015	GIB.A	70.0	42328	1	GIB 151120P70.00	19.90	20.25	20.25	20.25	0.40	0.29	49.98	20.08
29.1.2015	GIB.A	30.0	42139	0	GIB 150515C30.00	19.90	20.20	20.20	20.20	0.49	0.29	49.90	20.05
11.10.2017	GIB.A	46.0	43119	0	GIB 180119C46.00	19.95	20.10	20.10	20.10	0.50	0.27	65.80	20.03
10.10.2017	GIB.A	46.0	43119	0	GIB 180119C46.00	19.95	20.10	20.10	20.10	0.50	0.28	65.84	20.03

Liite 3. Kolmen kuukauden juoksuajan otosten normaalijakautuneisuus

Rate = CORRA

Rate

Case Processing Summary^a

	Rate	Valid		Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
Estimate_Difference	CORRA	4443	100,0%	0	0,0%	4443	100,0%

a. Rate = CORRA

Descriptives^a

Rate	Statistic
Estimate_Difference CORRA	Mean
	95% Confidence Interval for Mean
	Lower Bound
	Upper Bound
	5% Trimmed Mean
	Median
	Variance
	Std. Deviation
	Minimum
	Maximum
	Range
	Interquartile Range
	Skewness
	Kurtosis

Descriptives^a

Rate	Std. Error
Estimate_Difference CORRA	Mean
	95% Confidence Interval for Mean
	Lower Bound
	Upper Bound
	5% Trimmed Mean
	Median
	Variance
	Std. Deviation
	Minimum
	Maximum
	Range
	Interquartile Range
	Skewness
	Kurtosis

a. Rate = CORRA

Tests of Normality^a

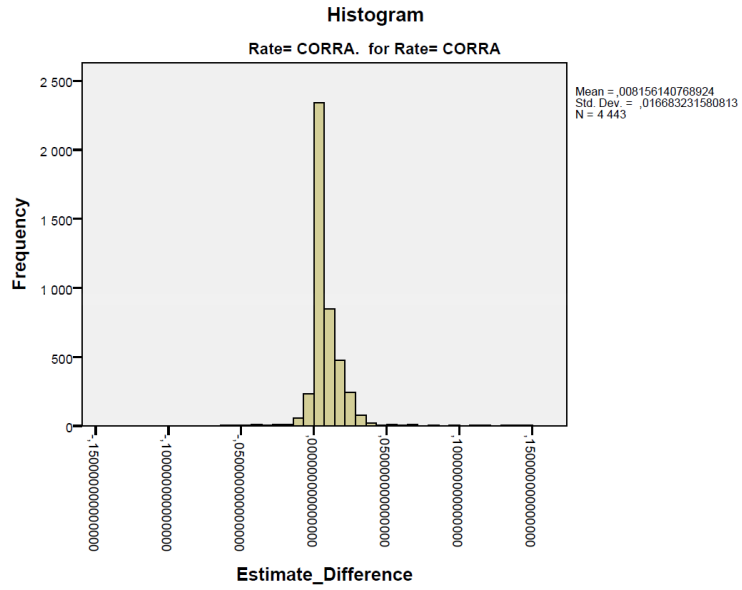
Rate	Statistic	Kolmogorov-Smirnov ^b			Shapiro-Wilk		
		df	Sig.	Statistic	df	Sig.	
Estimate_Difference	CORRA	,234	4443	,000	,610	4443	,000

a. Rate = CORRA

b. Lilliefors Significance Correction

Estimate_Difference

Histograms



Rate = OMMFR

Rate

Case Processing Summary^a

	Rate	Valid		Cases Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
Estimate_Difference	OMMFR	4536	100,0%	0	0,0%	4536	100,0%

a. Rate = OMMFR

Descriptives^a

Rate	Statistic
Estimate_Difference OMMFR	Mean
	95% Confidence Interval for Mean
	Lower Bound
	Upper Bound
	5% Trimmed Mean
	Median
	Variance
	Std. Deviation
	Minimum
	Maximum
	Range
	Interquartile Range
	Skewness
	Kurtosis

Descriptives^a

Rate		Std. Error	
Estimate_Difference	OMMFR	Mean	,0002481147
		95% Confidence Interval for Mean	
		Lower Bound	
		Upper Bound	
		5% Trimmed Mean	
		Median	
		Variance	
		Std. Deviation	
		Minimum	
		Maximum	
		Range	
		Interquartile Range	
		Skewness	,036
		Kurtosis	,073

a. Rate = OMMFR

Tests of Normality^a

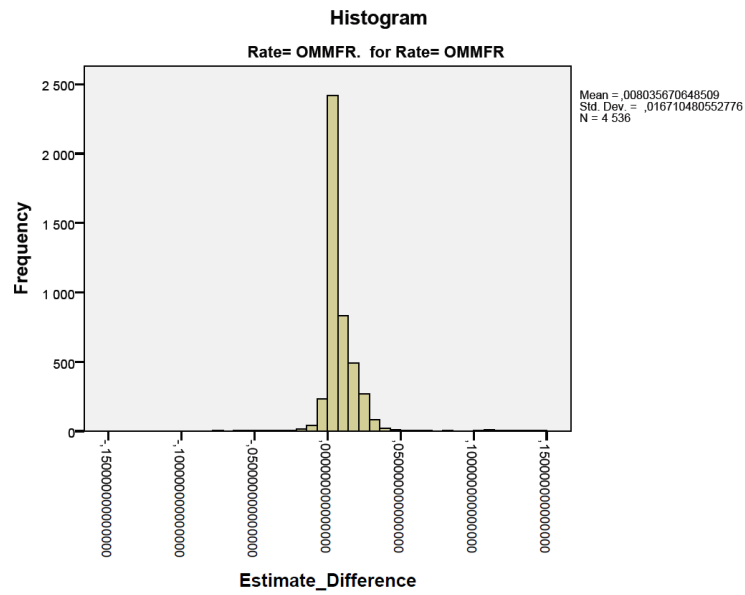
Rate		Kolmogorov-Smirnov ^b			Shapiro-Wilk		
Estimate_Difference	Rate	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Estimate_Difference	OMMFR	,242	4536	,000	,607	4536	,000

a. Rate = OMMFR

b. Lilliefors Significance Correction

Estimate_Difference

Histograms



Rate = CP-3 month

Rate

Case Processing Summary^a

	Rate	Valid		Cases Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
Estimate_Difference	CP-3 month	4405	100,0%	0	0,0%	4405	100,0%

a. Rate = CP-3 month

Descriptives^a

Rate		Statistic	
Estimate_Difference	CP-3 month	Mean	,0084023481
		95% Confidence Interval for Mean	
		Lower Bound	,0078166397
		Upper Bound	,0089880565
		5% Trimmed Mean	,0076240552
		Median	,0055069613
		Variance	,000
		Std. Deviation	,0198283662
		Minimum	-,147624625
		Maximum	,1492463330
		Range	,2968709577
		Interquartile Range	,0152840763
		Skewness	1,156
Kurtosis	14,744		

Descriptives^a

Rate		Std. Error	
Estimate_Difference	CP-3 month	Mean	,0002987542
		95% Confidence Interval for Mean	
		Lower Bound	
		Upper Bound	
		5% Trimmed Mean	
		Median	
		Variance	
		Std. Deviation	
		Minimum	
		Maximum	
		Range	
		Interquartile Range	
		Skewness	,037
Kurtosis	,074		

a. Rate = CP-3 month

Tests of Normality^a

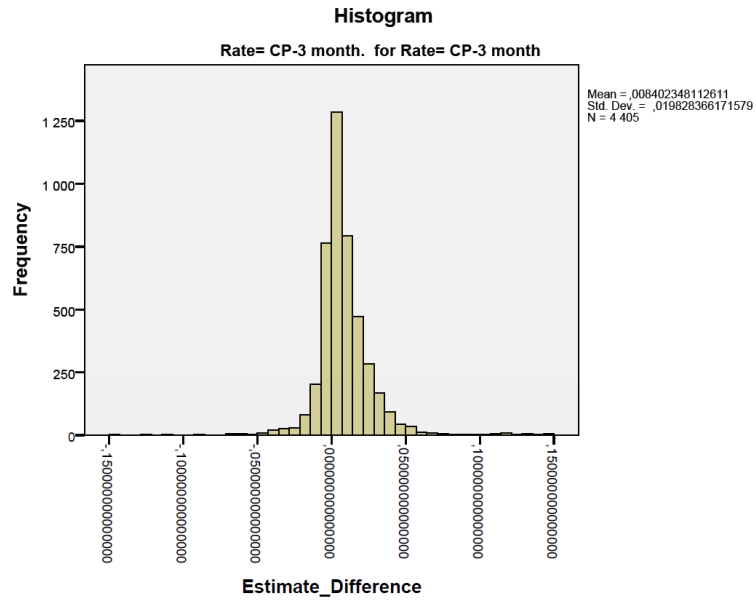
Rate	Statistic	Kolmogorov-Smirnov ^b			Shapiro-Wilk		
		df	Sig.	Statistic	df	Sig.	
Estimate_Difference	CP-3 month	,131	4405	,000	,803	4405	,000

a. Rate = CP-3 month

b. Lilliefors Significance Correction

Estimate_Difference

Histograms



Rate = CP-1 month

Rate

Case Processing Summary^a

	Rate	Valid		Cases Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
Estimate_Difference	CP-1 month	4414	100,0%	0	0,0%	4414	100,0%

a. Rate = CP-1 month

Descriptives^a

Rate	Statistic
Estimate_Difference CP-1 month	Mean
	95% Confidence Interval for Mean
	Lower Bound
	Upper Bound
	5% Trimmed Mean
	Median
	Variance
	Std. Deviation
	Minimum
	Maximum
	Range
	Interquartile Range
	Skewness
	Kurtosis

Descriptives^a

Rate		Std. Error	
Estimate_Difference	CP-1 month	Mean	,0002904832
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound
			Upper Bound
		5% Trimmed Mean	
		Median	
		Variance	
		Std. Deviation	
		Minimum	
		Maximum	
		Range	
		Interquartile Range	
		Skewness	,037
		Kurtosis	,074

a. Rate = CP-1 month

Tests of Normality^a

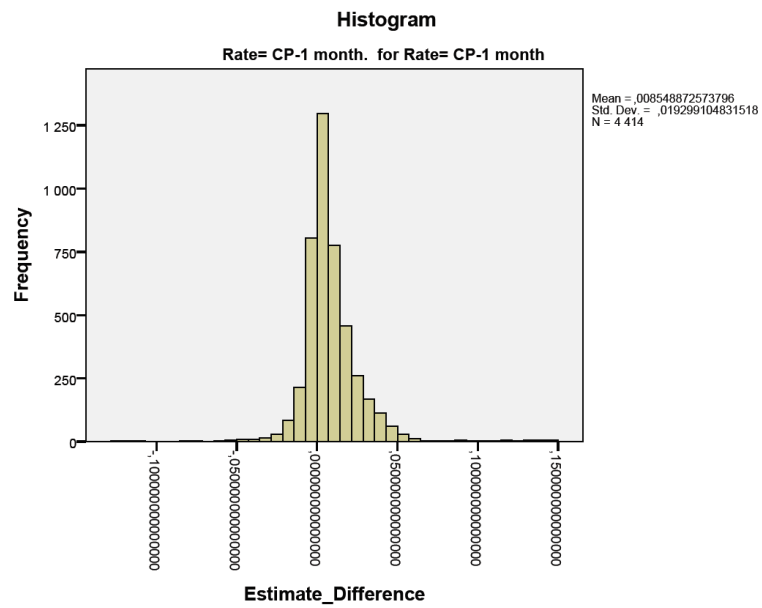
Rate		Kolmogorov-Smirnov ^b			Shapiro-Wilk		
Estimate_Difference	CP-1 month	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
		,132	4414	,000	,799	4414	,000

a. Rate = CP-1 month

b. Lilliefors Significance Correction

Estimate_Difference

Histograms



Liite 4. Kuuden kuukauden juoksuajan otosten normaalijakautuneisuus

Rate = CORRA

Rate

Case Processing Summary^a

	Rate	Valid		Cases Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
Estimate_Difference	CORRA	3669	100,0%	0	0,0%	3669	100,0%

a. Rate = CORRA

Descriptives^a

	Rate	Statistic	
Estimate_Difference	CORRA	Mean	,0055277792
		95% Confidence Interval for Mean	
		Lower Bound	,0050333137
		Upper Bound	,0060222447
		5% Trimmed Mean	,0048057986
		Median	,0039695337
		Variance	,000
		Std. Deviation	,0152763097
		Minimum	-,144774684
		Maximum	,1496129605
		Range	,2943876446
		Interquartile Range	,0059272595
		Skewness	2,080
		Kurtosis	46,068

Descriptives^a

	Rate	Std. Error	
Estimate_Difference	CORRA	Mean	,0002521997
		95% Confidence Interval for Mean	
		Lower Bound	
		Upper Bound	
		5% Trimmed Mean	
		Median	
		Variance	
		Std. Deviation	
		Minimum	
		Maximum	
		Range	
		Interquartile Range	
		Skewness	,040
		Kurtosis	,081

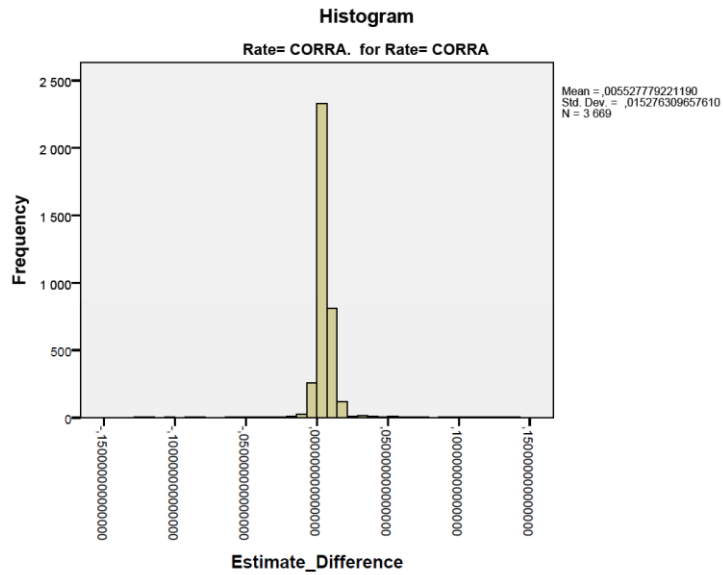
a. Rate = CORRA

Tests of Normality^a

	Rate	Kolmogorov-Smirnov ^b			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Estimate_Difference	CORRA	,276	3669	,000	,431	3669	,000

a. Rate = CORRA

b. Lilliefors Significance Correction



Rate = OMMFR

Rate

Case Processing Summary^a

	Rate	Valid		Cases Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
Estimate_Difference	OMMFR	3579	100,0%	0	0,0%	3579	100,0%

a. Rate = OMMFR

Descriptives^a

Estimate_Difference	Rate	Statistic
	OMMFR	Mean
		,0054181081
		95% Confidence Interval for Mean
		Lower Bound
		,0048895488
		Upper Bound
		,0059466674
		5% Trimmed Mean
		,0048525925
		Median
		,0040658265
		Variance
		,000
		Std. Deviation
		,0161279641
		Minimum
		-,149311822
		Maximum
		,1464473938
		Range
		,2957592157
		Interquartile Range
		,0059074997
		Skewness
		1,084
		Kurtosis
		41,731

Descriptives^a

Rate		Std. Error	
Estimate_Difference	OMMFR	Mean	,0002695868
		95% Confidence Interval for Mean	
		Lower Bound	
		Upper Bound	
		5% Trimmed Mean	
		Median	
		Variance	
		Std. Deviation	
		Minimum	
		Maximum	
		Range	
		Interquartile Range	
		Skewness	,041
		Kurtosis	,082

a. Rate = OMMFR

Tests of Normality^a

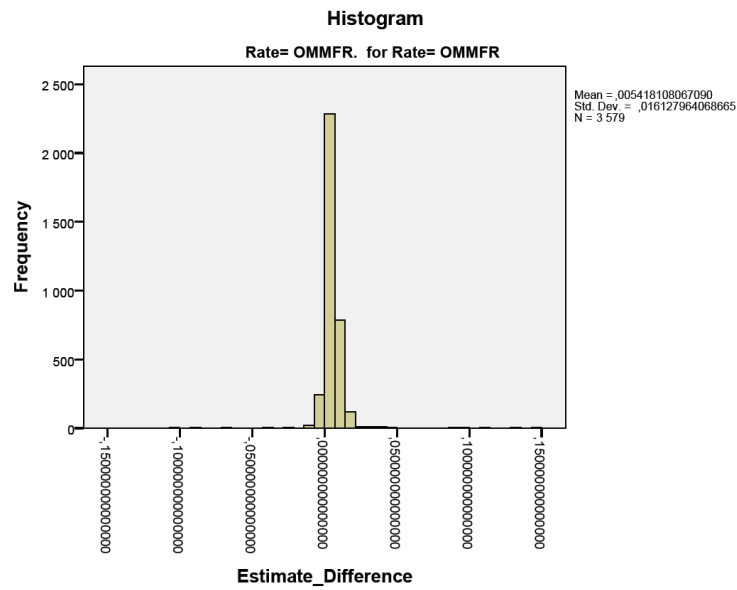
Rate		Kolmogorov-Smirnov ^b			Shapiro-Wilk		
Estimate_Difference	Rate	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Estimate_Difference	OMMFR	,289	3579	,000	,429	3579	,000

a. Rate = OMMFR

b. Lilliefors Significance Correction

Estimate_Difference

Histograms



Rate = CP-3 month

Rate

Case Processing Summary^a

Rate		Valid		Cases Missing		Total	
Estimate_Difference	Rate	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Estimate_Difference	CP-3 month	3635	100,0%	0	0,0%	3635	100,0%

a. Rate = CP-3 month

Descriptives^a

Rate		Statistic		
Estimate_Difference	CP-3 month	Mean	,0061099377	
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,0054060630
			Upper Bound	,0068138124
		5% Trimmed Mean	,0055632747	
		Median	,0044335118	
		Variance	,000	
		Std. Deviation	,0216448607	
		Minimum	-,147117378	
		Maximum	,1485737317	
		Range	,2956911095	
		Interquartile Range	,0185760692	
		Skewness	,648	
		Kurtosis	12,916	

Descriptives^a

Rate		Std. Error		
Estimate_Difference	CP-3 month	Mean	,0003590067	
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	
			Upper Bound	
		5% Trimmed Mean		
		Median		
		Variance		
		Std. Deviation		
		Minimum		
		Maximum		
		Range		
		Interquartile Range		
		Skewness	,041	
		Kurtosis	,081	

a. Rate = CP-3 month

Tests of Normality^a

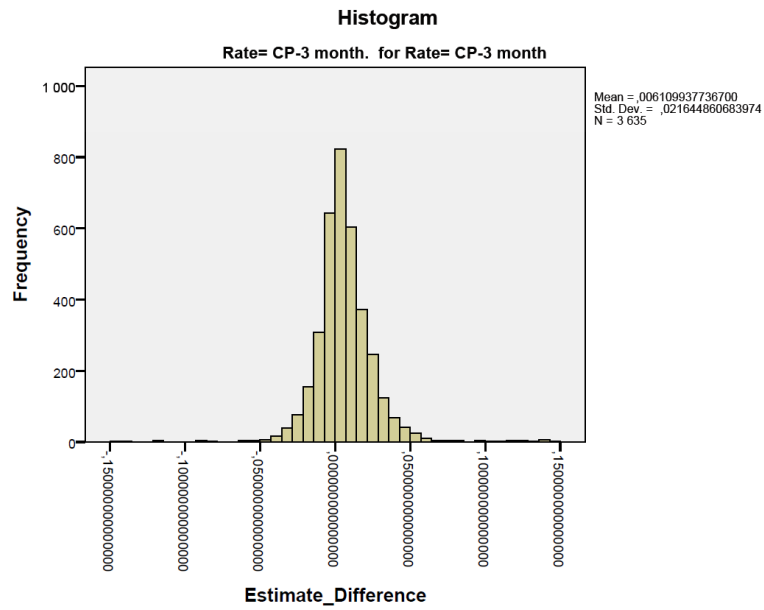
Rate		Kolmogorov-Smirnov ^b			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Estimate_Difference	CP-3 month	,104	3635	,000	,836	3635	,000

a. Rate = CP-3 month

b. Lilliefors Significance Correction

Estimate_Difference

Histograms



Rate = CP-1 month

Rate

Case Processing Summary^a

	Rate	Valid		Cases Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
Estimate_Difference	CP-1 month	3737	100,0%	0	0,0%	3737	100,0%

a. Rate = CP-1 month

Descriptives^a

Rate	Statistic
Estimate_Difference CP-1 month	Mean
	.0060481583
	95% Confidence Interval for Mean
	Lower Bound
	.0053698986
	Upper Bound
	.0067264180
	5% Trimmed Mean
	.0056456867
	Median
	.0049315674
	Variance
	.000
	Std. Deviation
	.0211479724
	Minimum
	-.149643898
	Maximum
	.1493826072
	Range
	.2990265050
	Interquartile Range
	.0186165759
	Skewness
	.358
	Kurtosis
	11,390

Descriptives^a

Rate		Std. Error
Estimate_Difference	CP-1 month	Mean
		95% Confidence Interval for Mean
		Lower Bound
		Upper Bound
		5% Trimmed Mean
		Median
		Variance
		Std. Deviation
		Minimum
		Maximum
		Range
		Interquartile Range
		Skewness
		Kurtosis

a. Rate = CP-1 month

Tests of Normality^a

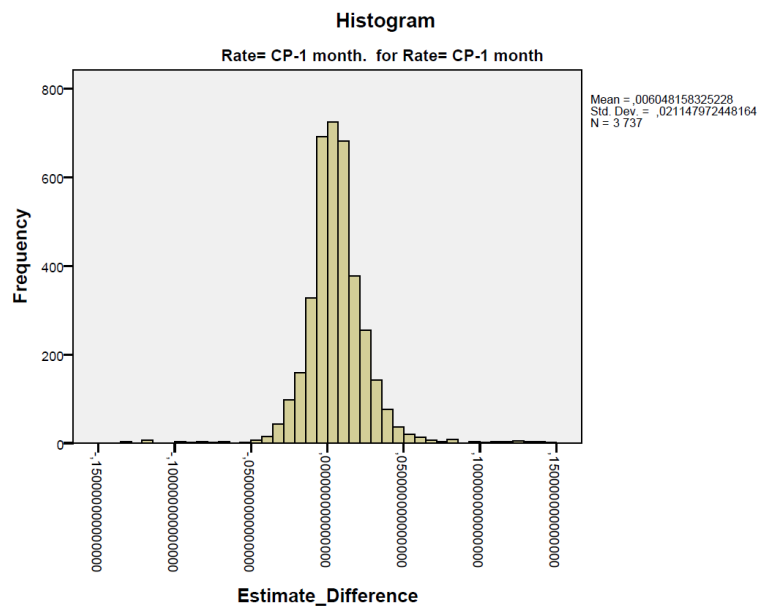
Rate		Kolmogorov-Smirnov ^b			Shapiro-Wilk		
Estimate_Difference	CP-1 month	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
		,093	3737	,000	,861	3737	,000

a. Rate = CP-1 month

b. Lilliefors Significance Correction

Estimate_Difference

Histograms



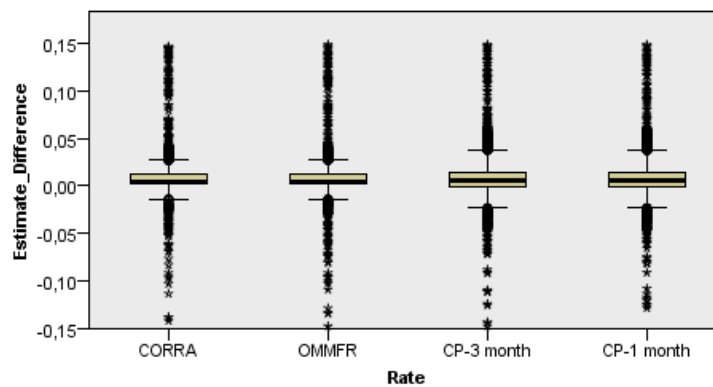
Liite 5. Kruskal-Wallis -testin tulokset kolmen kuukauden juoksuajan optioille

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Estimate_Difference is the same across categories of Rate.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	38,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

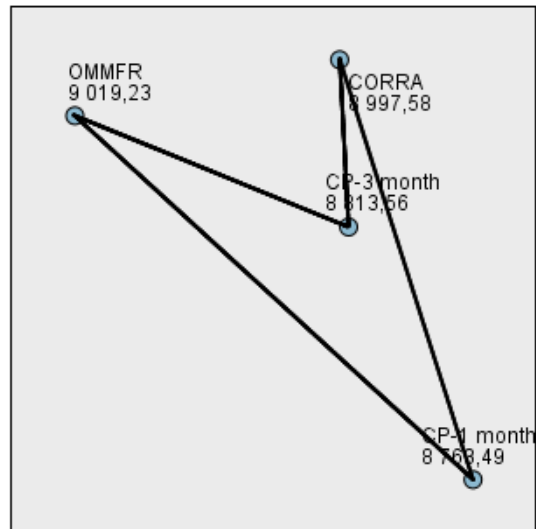
Independent-Samples Kruskal-Wallis Test



Total N	17 798
Test Statistic	8,408
Degrees of Freedom	3
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,038

1. The test statistic is adjusted for ties.

Pairwise Comparisons of Rate



Each node shows the sample average rank of Rate.

Sample1-Sample2	Test Statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj. Sig.
CP-1 month-CP-3 month	50,072	109,424	,458	,647	1,000
CP-1 month-CORRA	234,093	109,190	2,144	,032	,192
CP-1 month-OMMFR	255,742	108,630	2,354	,019	,111
CP-3 month-CORRA	184,021	109,246	1,684	,092	,553
CP-3 month-OMMFR	205,669	108,687	1,892	,058	,351
CORRA-OMMFR	-21,648	108,451	-,200	,842	1,000

Each row tests the null hypothesis that the Sample 1 and Sample 2 distributions are the same. Asymptotic significances (2-sided tests) are displayed. The significance level is ,05. Significance values have been adjusted by the Bonferroni correction for multiple tests.

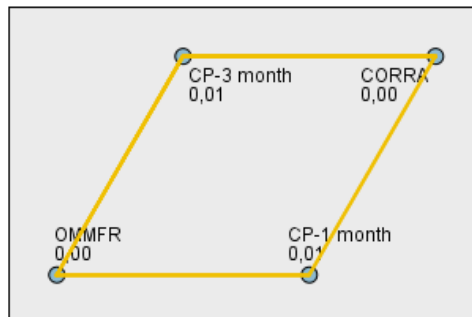
Liite 6. Moodin mediaanitestin tulokset kolmen kuukauden juoksuajan optioille

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The medians of Estimate_Difference are the same across categories of Rate.	Independent-Samples Median Test	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Pairwise Comparisons of Rate

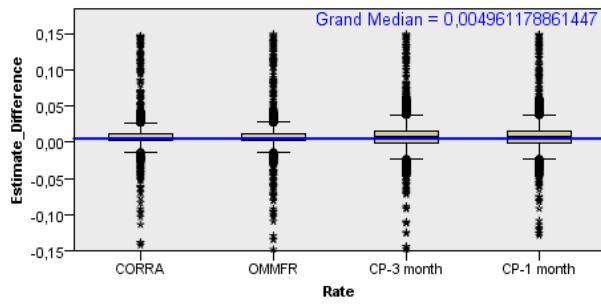


Each node shows the sample median of Rate.

Sample1-Sample2	Test Statistic	Sig.	Adj.Sig.
OMMFR-CORRA	,001	,975	1,000
OMMFR-CP-1 month	10,328	,001	,008
OMMFR-CP-3 month	15,066	,000	,001
CORRA-CP-1 month	9,171	,002	,015
CORRA-CP-3 month	14,811	,000	,001
CP-1 month-CP-3 month	,572	,450	1,000

Each row tests the null hypothesis that the Sample 1 and Sample 2 distributions are the same. Asymptotic significances (2-sided tests) are displayed. The significance level is ,05. Significance values have been adjusted by the Bonferroni correction for multiple tests.

Independent-Samples Median Test



Total N	17 798
Median	,005
Test Statistic	23,540
Degrees of Freedom	3
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,000

Frequencies

		Rate			
		CORRA	OMMFR	CP-3 month	CP-1 month
Estimate_Difference	> Median	2140	2189	2297	2273
	<= Median	2303	2347	2108	2141

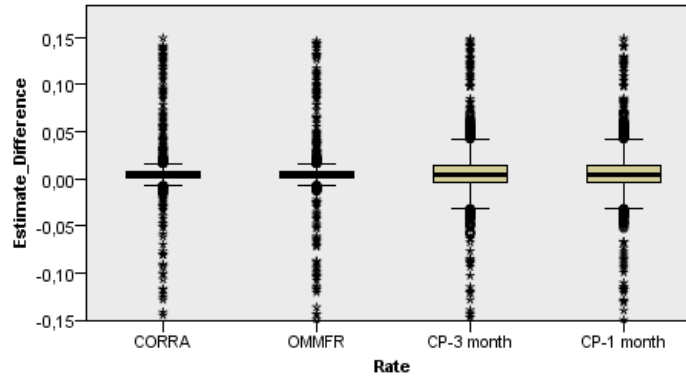
Liite 7. Kruskal-Wallis -testin tulokset kuuden kuukauden juoksuajan optioille

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Estimate_Difference is the same across categories of Rate.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	,820	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Independent-Samples Kruskal-Wallis Test



Total N	14 620
Test Statistic	,924
Degrees of Freedom	3
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,820

1. The test statistic is adjusted for ties.
2. Multiple comparisons are not performed because the overall test does not show significant differences across samples.

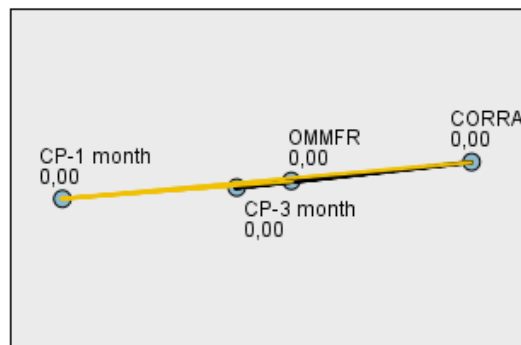
Liite 8. Moodin mediaanitestin tulokset kuuden kuukauden juoksuajan optioille

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The medians of Estimate_Difference are the same across categories of Rate.	Independent-Samples Median Test	1,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Pairwise Comparisons of Rate

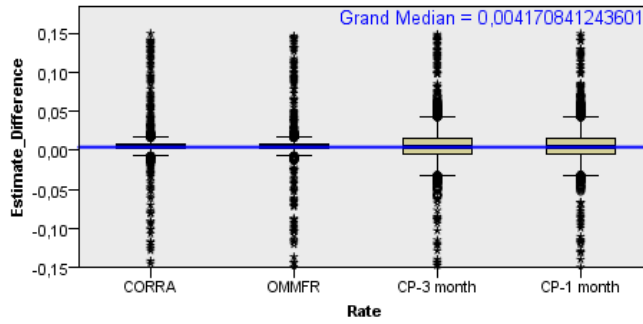


Each node shows the sample median of Rate.

Sample1-Sample2	Test Statistic	Sig.	Adj.Sig.
CORRA-OMMFR	,530	,466	1,000
CORRA-CP-3 month	2,918	,088	,525
CORRA-CP-1 month	14,351	,000	,001
OMMFR-CP-3 month	2,201	,138	,828
OMMFR-CP-1 month	11,186	,001	,005
CP-3 month-CP-1 month	1,763	,184	1,000

Each row tests the null hypothesis that the Sample 1 and Sample 2 distributions are the same. Asymptotic significances (2-sided tests) are displayed. The significance level is ,05. Significance values have been adjusted by the Bonferroni correction for multiple tests.

Independent-Samples Median Test



Total N	14 620
Median	,004
Test Statistic	16,667
Degrees of Freedom	3
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,001

Frequencies

		Rate			
		CORRA	OMMFR	CP-3 month	CP-1 month
Estimate_Difference	> Median	1760	1749	1847	1954
	<= Median	1909	1830	1788	1783

Test Statistics^a

	Estimate_Difference
N	14620
Median	,0041708412
Chi-Square	16,667 ^b
df	3
Asymp. Sig.	,001

a. Grouping Variable:
Rate

b. 0 cells (0,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 1789,5.

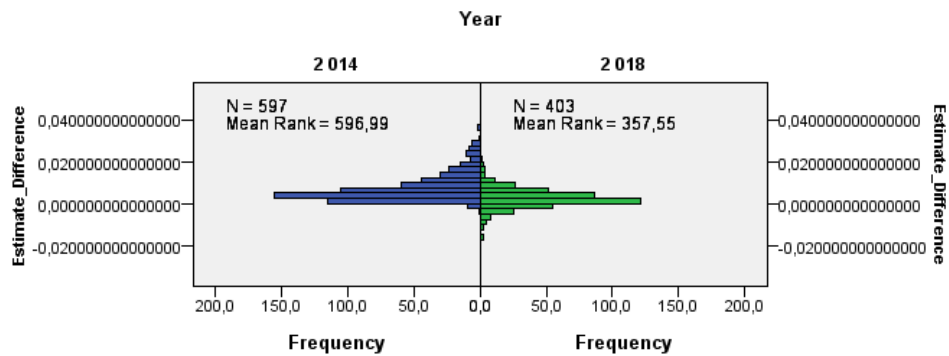
Liite 9. Mann-Whitney U -testin tulokset CORRA -markkinakoron vertailussa

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Estimate_Difference is the same across categories of Year.	Independent-Samples Mann-Whitney U Test	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Independent-Samples Mann-Whitney U Test



Total N	1 000
Mann-Whitney U	177 903,000
Wilcoxon W	356 406,000
Test Statistic	177 903,000
Standard Error	4 479,874
Standardized Test Statistic	12,859
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,000

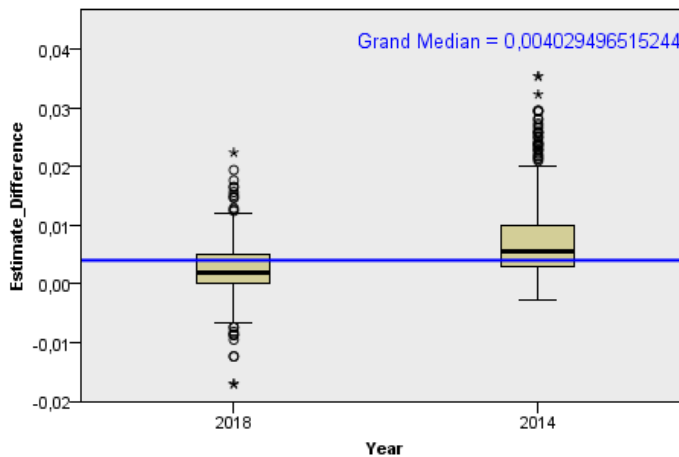
Liite 10. Moodin mediaanitestin tulokset CORRA -markkinakoron vertailussa

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The medians of Estimate_Difference are the same across categories of Year.	Independent-Samples Median Test	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Independent-Samples Median Test



Total N	1 000	
Median	,004	
Test Statistic	91,282	
Degrees of Freedom	1	
Asymptotic Sig. (2-sided test)	,000	
Yates's Continuity Correction	Chi-Square	90,054
	Degrees of Freedom	1
	Asymptotic Sig. (2-sided test)	,000

1. Multiple comparisons are not performed because there are less than three test fields.

Frequencies

		Year	
		2018	2014
Estimate_Difference	> Median	127	372
	<= Median	276	225