



Verkningsgrad i pilbågar

Jan-Peter Holger Holm

Examensarbete
Plastteknik
2013

EXAMENSARBETE	
Arcada	
Utbildningsprogram:	PTS (2013)
Identifikationsnummer:	17058
Författare:	Jan-Peter Holm
Arbetets namn:	Verkningsgrad i pilbågar
Handledare (Arcada):	Rene Herrmann
Uppdragsgivare:	
<p>Sammandrag:</p> <p>Slutarbetet handlar om att undersöka verkningsgraden i olympiska recurve-pilbågar. På 1920-talet började man undersöka pilbågen från en matematisk synvinkel. Det finns olika typer av pilbågar beroende på vilken form de har och vilket material de är gjorda av. Detta arbetes syfte är att undersöka om pilbågens geometri har en betydelse för verkningsgraden. Energin i båglemmarna och pilen jämfördes vid beräkningen av verkningsgraden. Jigger användes för att simulera draget av bågen och skjutning. Kraften per längdenhet som gick åt till att dra bågen från förspänt tillstånd till 200 mm drag mättes. På basis av data kan man bestämma den potentiella energin i båglemmarna, vilken var 6,7 Nm. Den verkliga pilhastigheten mättes optiskt och hastigheten var 26 m/s. Energimängden i pilen mäts på basis av hastigheten och vikten, och den uppgick till 4,1 Nm. Verkningsgraden räknades ut genom att dividera energin i pilen med den potentiella energin i båglemmarna. Energimängden i pilen var 61 % av energimängden i hela systemet. Detta indikerar att en del av energin går åt till annat än att flytta pilen.</p>	
Nyckelord:	Pilbåge, Recurve, Verkningsgrad, Kinetisk, Potentiell, Energi, Pilhastighet, Geometri, Båglemmar
Sidantal:	
Språk:	Svenska
Datum för godkännande:	

DEGREE THESIS	
Arcada	
Degree Program:	PTS (2013)
Identification number:	17058
Author:	Jan-Peter Holm
Title:	Energy conversion efficiency of a bow
Supervisor (Arcada):	Rene Herrmann
Commissioned by:	
Abstract:	
<p>The thesis deals with researching the energy conversion efficiency of an Olympic level recurve bow. In 1920 research on the bow from a mathematical point of view started. There are multiple types of archery bows that are distinguished depending on geometrical form and material used. This report suggests that the geometrical form of the bow has a substantial effect on the energy conversion efficiency. The energy in the bow limbs and the arrow were compared to calculate the efficiency. Jigs were fabricated to simulate both the draw of the bow and the shooting. The force it took to draw the bow from pre-suspension to a 200 mm draw was calculated. From the data you can conclude the amount of potential energy in the bow limbs which was 6,7 Nm. The actual arrow speed was measured optically, and it was 26 m/s. The amount of energy in the arrow was calculated according to the weight and speed which resulted in 4,1 Nm. The energy conversion efficiency was calculated by dividing the energy in the arrow with the total potential energy in the bow limbs. The energy amount in the arrow was 61 % of the whole system. This indicates that a part of the energy goes into moving something else than the arrow.</p>	
Keywords:	Bow, Recurve, Energy conversion, efficiency, Kinetic Potential, Arrow, Speed, Geometry, Bow Arm
Number of pages:	
Language:	Swedish
Date of acceptance:	

OPINNÄYTE	
Arcada	
Koulutusohjelma:	PTS (2013)
Tunnistenumero:	17058
Tekijä:	Jan-Peter Holm
Työn nimi:	Jousipyssyn hyötysuhde
Työn ohjaaja (Arcada):	Rene Herrmann
Toimeksiantaja:	
<p>Tiivistelmä:</p> <p>Lopputyö käsittelee hyötysuhteen tutkimista olympialaisen tason vastakaari jousipyssyillä. 1920 luvun alussa alettiin tutkimaan jousipyssyä matemaattisesta näkökulmasta. Jousipyssyjä on erityyppisiä riippuen muodosta ja mistä eri materiaaleista se on tehty. Tämä työ viittaa siihen että jousen geometrialla on suuri vaikutus hyötysuhteeseen. Energiämäärät jousessa ja nuolessa verrattiin hyötysuhteen laskemista varten. Jousen vedon ja ampumisen simuloimiseksi rakennettiin jigejä. Mitattiin tarvittava voima jousen esijännitetystä tilasta 200 mm vetoon. Saadusta tiedosta pystyy laskemaan potentiaalisen energian jousissa joka oli 6,7 Nm. Todellisen nuolen nopeuden mitattiin optisesti ja nopeus oli 26 m/s. Energiämäärä nuolessa laskettiin nopeuden ja painon perusteella ja se oli 4,1 Nm. Hyötysuhde saatiin jakamalla energiämäärä nuolessa jousen energiämäärän kanssa. Energiämäärä nuolessa oli 61 % siitä mitä se oli jousessa. Se viittaisi siihen että energiaa menee muuhunkin kuin nuolen siirtämiseen.</p>	
Avainsanat:	Jousipyssy, Vastakaari, Hyötysuhde, Kineettinen, Potentiaalinen, Energia, Nuolen, Nopeus, Geometria, Lapa, Lavat
Sivumäärä:	
Kieli:	Ruotsi
Hyväksymispäivämäärä:	

INNEHÅLL

1	Inledning.....	8
2	Bakgrund.....	13
3	Bågens positioner	15
4	Metod	17
5	Resultat	32
6	Diskussion	36
	Källor	39
	Bilagor.....	39

Figurer

Figur 1 Olika typer av bågar	9
Figur 2 Kontaktpunkten mellan strängen och båglemmarna	10
Figur 3 Illustration av hastighetsberäkningen	12
Figur 4 Stentavla av bågskytte.....	14
Figur 5 Bågens anspänning.....	15
Figur 6 Diagram över bågens dragkraft som funktion av dragdistans	16
Figur 7 Tillverkning av bågens lemmar	18
Figur 8 Dragkraft över dragdistans.....	19
Figur 9 Schema för Testometric jiggfunktion	20
Figur 10 Testometric bågsträngsfäste	21
Figur 11 Testometric fäste för bågens lemmar	21
Figur 12 Test resultat för kraft (N) över Längd (mm)	22
Figur 13 Area under kraft per längd-kurvan.....	23
Figur 14 Ackumulerad energi i båglemmarna	25
Figur 15 Armborsten, jiggen för skjutning	27
Figur 16 Avtryckaren håller bågsträngen vid "D-loopen"	27
Figur 17 Båglemsfästning på armborsten	28
Figur 18 Pilens position vid första bilden.....	29
Figur 19 Pilens position vid andra bilden	29
Figur 20 Pilen vid sensor 1	30
Figur 21 Pilen vid sensor 2	30
Figur 22 Pilen vid sensor 3	30
Figur 23 Oehler Proof Chronograph visar hastigheten.....	30
Figur 24 Skyscreen med tre optiska sensorer	30
Figur 25 Verkningsgrad, mängden energi som överförs till pilen.....	31
Figur 26 Stor pil =stor E	33
Figur 27 Segmenterad massa representation	34
Figur 28 Pil och båglem rörelse 1	35
Figur 29 Pil och båglem rörelse 2.....	35
Figur 30 Båglem längd relation till längden av rörelse	36

1 INLEDNING

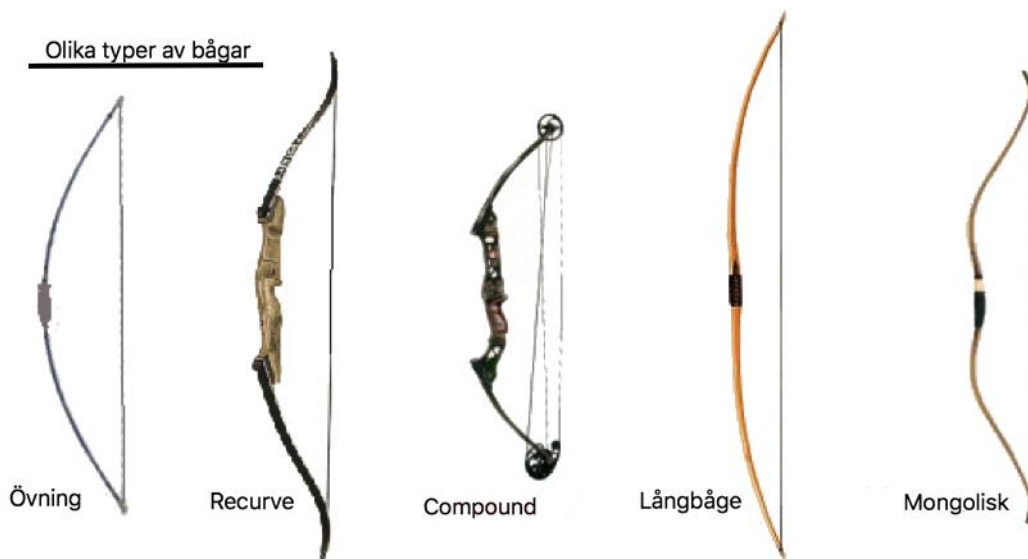
Pilbågen är en viktig uppfinning för människan eftersom den utvecklade jakten. Man behövde inte springa lika mycket under jakt med pilbåge vilket sparade energi. Den gjorde också jakten säkrare och hjälpte människan att överleva. Bågen har säkert också räddat människor från vilddjursattacker genom att man kunde försvara sig innan djuret hinner fånga en.

Fastän bågskyttet miste sin ursprungliga betydelse är bågskytte ännu viktigt för människan som en ansedd sport. Bågskytte är en olympisk gren och en respekterad sport som kräver fokus och finmotorisk skicklighet. Det finns i dag många olika slags pilbågar, med olika utrustning och skytteteknik.

Intresset för att forska i bågens funktion från en matematisk synvinkel fick sin början först när bågskytte blev en sport. Bågskytte som sport var något som också de utbildade idkade och var intresserade av. Ett exempel var fysikern Hickman som började undersöka pilbågen och skrev artikeln *Velocity and acceleration of arrows, weight and efficiency of bows as affected by backing of bow* (1929) som nämns i *Summary of Technical Articles on Archery* (2017) av Marcelo Muller.

Många ekvationer från mekaniken kan användas för att undersöka hur bågen överför energin från skytten till pilen.

Alla bågar har en bågsträng som är fäst mellan pilbågens båglemmar. Båglemmar tyder på armarna som kommer från handtaget ända till strängen. Båglemmarna är de delarna som böjs och vart energi lagras. Strängen hålls spänd då den är i användning. Formen på båglemmarna och handtaget varierar mellan olika slags bågar.



Figur 1 Olika typer av bågar

Hur pilbågsskytte går till

Bågen fungerar så att bakre delen av en pil fästs vid mitten av bågsträngen och pilen är horisontellt riktad framåt ovanför handen som håller handtaget. Andra handen av skjutaren tar tag i bågsträngen med några fingrar (mängden varierar) som är krökta. Armen som håller i handtaget trycks rakt framåt medan skytten drar handen som håller i bågsträngen bakåt.

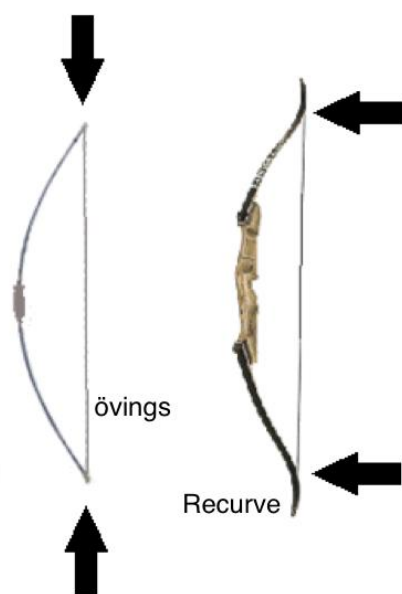
Bågfunktionen

Bågens basfunktion är att potentiell energi byggs upp i båglemmarna då bågsträngen dras bakåt och båglemmarna böjs. Energin från båglemmarna övergår till pilen då båglemmarna släpps tillbaka och bågsträngen drar pilen. Den potentiella energin övergår till kinetisk energi i pilen då dess hastighet ökar. Hastigheten ökar då pilen ännu är fast i bågsträngen. Pilen har den högsta hastigheten då den lösgjorts från bågsträngen. Efter det minskar pilens hastighet på grund av resistans, t.ex. vindmotstånd.

Bågen är inte en perfekt apparat som gör bara vad den är menad för. All energi från båglemmarna går inte till pilen. Syftet med detta ingenjörsarbete är att bestämma verkningsgraden för olympiska recurve-pilbågar.

Recurve-bågen

Recurve-bågar är pilbågar som inte bara är böjda åt det håll som båglemmarna dras utan också böjda åt det motsatta hållet. En tydlig skillnad i jämförelse med andra bågar är att bågsträngen inte rör bara ändan av båglemmen i förspänd form. Kurvan närmare handtaget blir större då bågsträngen dras bakåt medan andra kurvor på andra delar av bågen blir rakare.



Figur 2 Kontaktpunkten mellan strängen och båglemmarna

Olympisk standard

Av olympiska pilbågar begär man att förhållandet kraft per längdenhet fördelas på ett visst sätt. Optimalt skulle det ske så att kraften är högre i början av draget i förhållande till dragets längd och kraften minskar gradvis till slutet av draget. På grund av det ökar inte bara hastigheten men också accelerationen, eftersom kraften som drar pilen ökar mot slutet. Då förhållandet kraft per längdenhet är mindre är det lättare att hålla emot kraften vilket gör siktande stabilare och pilen får mera acceleration mot slutet.

Parametrar

I Olympiska spel används specifika regler för bågens och pilens parametrar. Dragkraften i båglemmarna är 20-25 kg för män och 18-21.8 kg för kvinnor, vilket nämns i artikeln *Olympic archery explained* (Reilly 2017). Pilarna får vara maximalt 9,3 mm breda enligt World Archery reglerna, vilket framgår av artikeln *Indoor vs. outdoor arrows* (Reilly 2018), men utomhus använder man mycket mindre diameter.

Verkningsgrad och förluster

Den potentiella energin i båglemmarna överför inte bara kinetisk energi till pilen. Mängden energi som transporteras från båglemmarna till pilen bestämmer verkningsgraden. Båglemmarna rör på sig då de går tillbaka till sin ursprungliga form vilket betyder att energin inte bara går åt till att röra pilen utan också båglemmarna. Hur mycket energi som förloras beror på hur snabbt båglemmarna rör sig och hur mycket de väger. Eftersom toppen av lemman rör sig en längre distans än botten på samma tid betyder det att hastigheten är större i toppen. På grund av det har vikten en stor betydelse. Lemmens topp rör sig en längre distans på samma tid som basen vilket innebär att samma massa i basen och toppen ändå har olika energimängder.

Introduktion till metod

För att mäta verkningsgraden räknar vi ut hur mycket energi som finns i båglemmarna och hur mycket energi som överförs till pilen. Pilens energi undersöks genom att mäta pilens massa och hastighet, och sedan räkna ut energin enligt formeln.

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Ordentliga konstanta mätningar kräver ändamålsenliga verktyg. För att mäta energin behövdes en jigg som håller båglemmarna på ett specifikt avstånd från varandra och kan fästas på maskin som kan mäta kraften. Sedan behövs en maskin som mäter kraften.

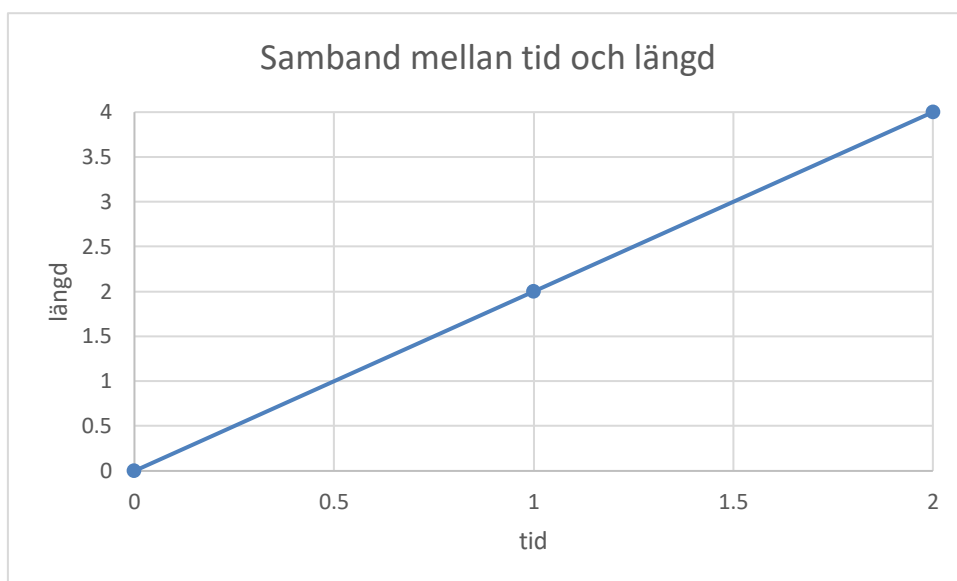
Materialtestningsmaskinen *Testometric M350- 5CT* gav informationen om kraften som behövdes för att dra bågen till 200 mm drag. Kraftmätningen hände mellan specifika

längdintervaller. Genom numerisk integration kan man räkna energin i båglemmarna från informationen som *Testometric-maskinen* gav.

För att mäta pilhastigheten behövs det också en speciell jigg som klarar av att skjuta exakt likadant varje gång. För att kunna få resultat som kan återskapas måste man ha ett system som fungerar likadant varje gång. Det förklaras i artikeln *Summary of Technical Articles on Archery* av Marcelo Muller (2018 s. 2).

Pilens verkliga hastighet kan man mäta optiskt. Genom att ha åtminstone två sensorer med ett bestämt mellanrum kan man mäta tiden det tar för pilen att flyga från den ena sensorn till den andra. Beräkningarna är i meter per sekund.

$$v = \frac{\text{(längd mellan sensorerna)}}{\text{(tid det tog för pilen)}} = \frac{l}{t}$$



Figur 3 Illustration av hastighetsberäkningen

Punkterna 0,0; 1,2 och 2,4 i grafen i figur 3 representerar tiden det tog pilen att röra sig en längdenhet. Från detta kan man räkna ut att hastigheten är två längdenheter per fyra tidsenheter.

$$\frac{2 \text{ längd}}{4 \text{ tid}} = \frac{0.5 \text{ längd}}{\text{tid}}$$

Då proportionen mellan längd och tid hålls lika är hastigheten konstant. Ifall tiden blir längre per längdenhet saktar pilen ner. Kinetiska energin räknas från högsta hastigheten.

Det visar sig att pilens sluthastighet i förening med den nödvändiga dragkraften inte är den enda egenskapen som karakteriserar bågens prestanda. För att kunna göra ett meningsfullt val av både och geometrisk konstruktion är också verkningsgraden av energiöverföringen från spända båglemmar till pilhastighet av väsentlig betydelse.

Hypotes

Energi går åt till annat än att flytta pilen, till exempel till vibrationer i båglemmarna. Bättre verkningsgrad kan fås då pilens massa är så stor som möjligt i relation till båglemmarnas massa. Pilens vikt kan inte höjas för då går pilen saktare, båglemmarna måste göras lättare, särskilt i ändan där rörelsen är snabbast.

2 BAKGRUND

I detta kapitel går jag igenom pilbågens historia, tidigare versioner och material, och nuvarande ställning i samhället.

2.1 Historia, från jakt till vapen till sport

Det finns ingen vetskap om när människan använde de första bågarna, men denna konstruktion har funnits länge och i hela världen i olika former. En upptäckt som tyder på en av den tidigaste användning av pilbågar var stenpilar som är ungefär 64000 år gamla, vilket nämns av Carr (2015) i artikeln Bow and Arrow. Det äldsta beviset på pilbågar är 22000 år gamla, de förekommer på en målning som visar pilbågar använda för jakt. De äldsta pilarna kommer från Afrika och därifrån spred de sig med människorna till Indien, Australia, Asien och Europa, där de användes i stor utsträckning.



Figur 4 Stentavla av bågskytte

2.1.1 Uppbyggnad

Bågarna var enkla konstruktioner av trä och djurtarmar berättas i artikeln *The History of the Bow & Arrow* (Hinckley 2018). Pilarna var också av trä med raka skaft. Pilarna har inte ändrat sig mycket, endast materialet har bytts. Pilens ände gjordes först av sten, vilket gav tyngd åt framändan, vilket fick pilen att flyga hela vägen med framändan först. Efter stenåldern ändrade sig också pilen. För att stabilisera pilen fäste man fjädrar på bakändan. Bågen gav möjlighet att jaga med bättre säkerhet. Den var noggrannare och hade längre skottvidd än spjutet. Det betydde att man inte behövde vara lika nära djuret. För att man ska orka dra en båge med stor total energi måste bågen vara lång. Detta gjorde det svårare att röra sig med bågarna.

Kompositbågarna uppfanns ungefär 2500 e.v.t. i Centralasien då människorna börja rida på hästar, berättas i artikeln *Who invented the bow and arrow? History of archery* (Carr2018). De normala bågarna var för långa att handskas med på hästen. Bågarna gjordes till kompositstrukturer genom att man använde trä, djurhorn och senor. Senorna fästes på yttre sidan, trä i mitten och horn på inre sidan. Senan tålde spänning och hornet kompression. På detta sätt fick man mycket mera kraft i bågen, vilket betydde att de kunde vara mindre och användas då man rider häst i krig. Omkring 1000 e.v.t. uppfanns recurve-bågen i samma trakter som kompositbågarna. Bågen var formad som ett brett "W". På grund av geometrin var det möjligt att skjuta längre med lika långa bågarna som tidigare. Kinesiska smeder utvecklade armborsten som använde

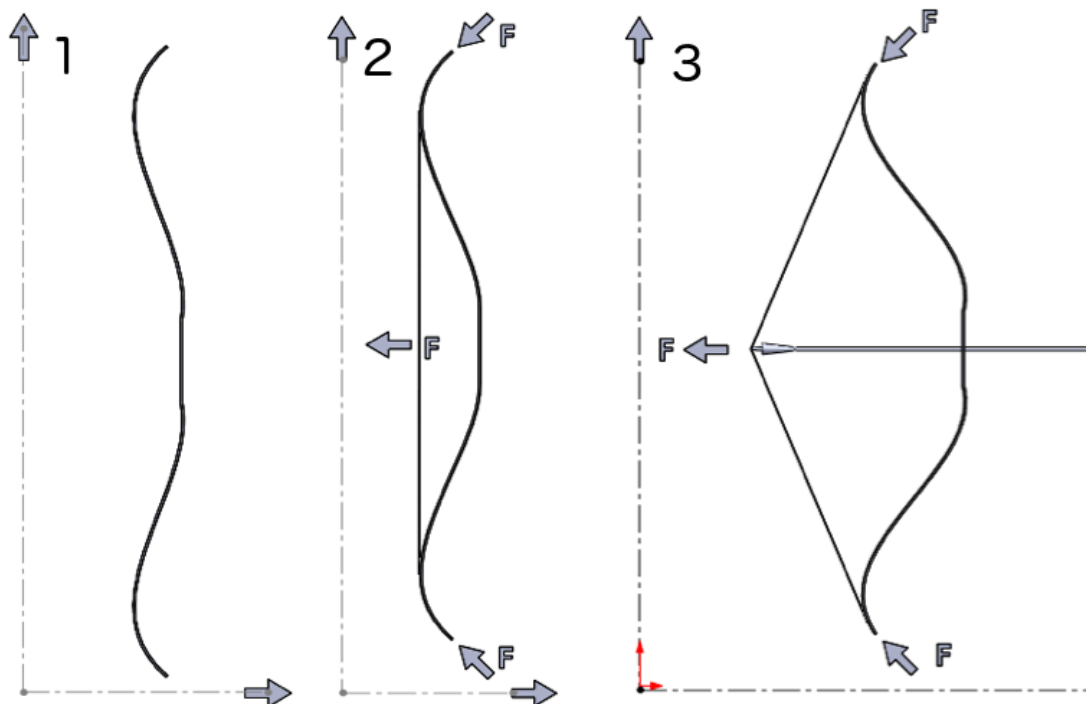
en frigöringsmekanism som gjorde det möjligt att ladda vapnet färdigt. Vapnet kunde laddas med mycket större kraft än båglemmarna på en pilbåge eftersom man använde en vev.

Bågen försvann från slagfälten väldigt långsamt eftersom det tog lång tid innan krutvapnen blev tillräckligt bra. Bågen var noggrannare, snabbare att skjuta med och många kunde redan använda den.

3 BÅGENS POSITIONER

Detta kapitel beskriver bågens positioner, energiackumulering och parametrar som behövs för beräkningar.

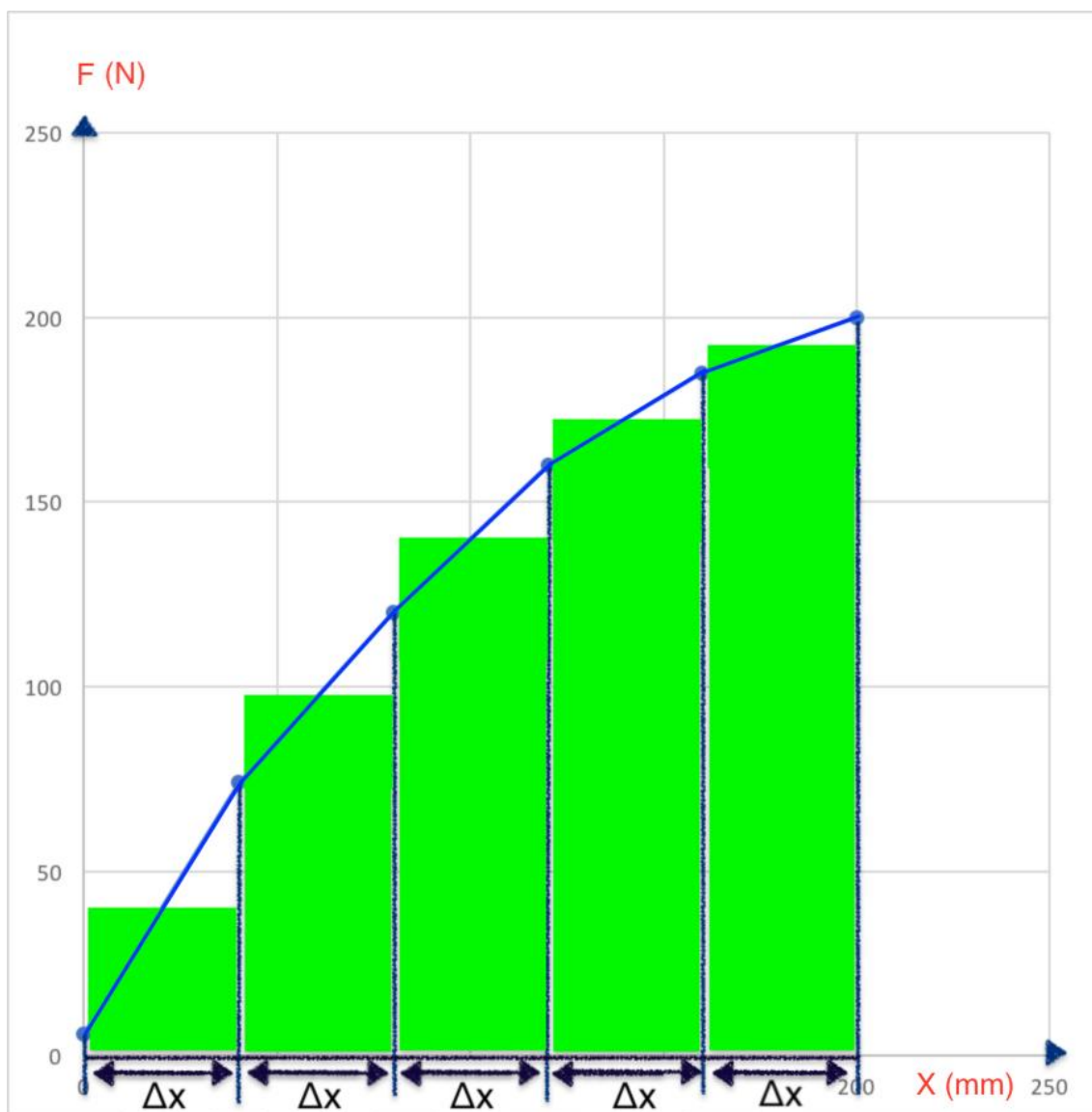
Bågens geometri i förspänt tillstånd och dragriktningen ses i figur 5.



Figur 5 Bågens anspänning

I figur 5 är bågens anspänning märkt med nummer ett (1) för ospänt tillstånd, nummer två (2) för förspänt tillstånd och nummer tre (3) för fullt dragtillstånd.

Bågens dragkraft som funktion av dragdistans illustreras i figur 6. Dragdistansen på testbågen var 200 mm.



Figur 6 Diagram över bågens dragkraft som funktion av dragdistans

Bågens potentiella energi, integralen av kraft över dragdistans. Genom att använda informationen som man fick från materialprovningssmaskinen Testometric kan man räkna ut den totala energimängden i bågledningarna. Den totala energin i systemet berättar hur mycket potentiell energi det finns i bågledningarna som kan användas för att skjuta en pil av specifik massa.

$$E_p = \sum_i^n F_i \times \Delta x$$

$$\int_0^x F dx$$

Pilens hastighet var 26 m/s efter att den lösgjorts från bågsträngen. Pilen vägde 12.1 g. Massan och hastigheten anger E_k i pilen.

Båglemmarnas massa innehöll kinetisk energi då de rörde sig. Största hastigheten är i ändorna av båglemmarna vilket betyder att massan i ändorna har den största betydelsen.

Energibalansen för pilbågen är hur mycket energi det går in i systemet vid fulldrag minus energiförlusterna som inte främjade pilens hastighet.

$$E_p - E_{\text{förlust}} = E_k$$

Verkningsgraden av bågen mäts med formeln.

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} m \cdot v^2}{\int_0^x F dx}$$

4 METOD

I detta kapitel kommer jag att beskriva hur verkningsgraden uppmätts för en sportbåge genom att demonstrera hur A) den potentiella energin i bågen bestäms experimentellt, B) hur pilhastigheten bestäms och C) hur verkningsgraden för energiöverföringen fastställs och hur man visar det för olika dragdistanser i en båge med bestämd geometri.

Metodstegen

A

- a) Producera båglemmar
- b) Fabricera jigg för Testometric-maskinen
- c) Testa båglemmarna på Testometric-maskinen
- d) Räkna ut den totala energin i båglemmarna och den teoretiska hastigheten

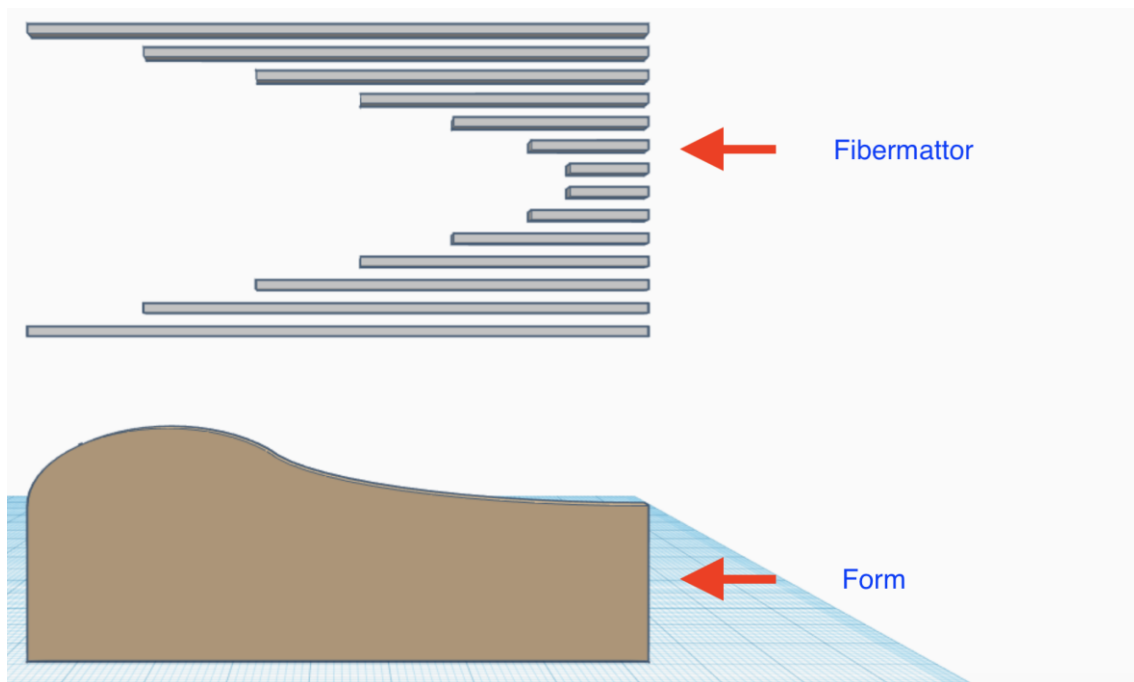
B

- e) Fabricera jigg för att skjuta med båglemmarna
- f) Mäta hastigheten på en pil skjuten med de fabricerade båglemmarna
- g) Räkna ut energin i pilen

C

- h) Jämföra energin i pilen med den totala energin i båglemmarna
- i) Räkna ut pilens verkningsgrad

Båglemmarna producerades med "wet hand lay-up". Tillverkningen går ut på att blöta fiber mattorna med harts under prosessen där man lägger fiber mattorna på varann på en form bas för att producera ett laminat. Sedan pressas laminatet ner på form basen med andra halvan av formen.

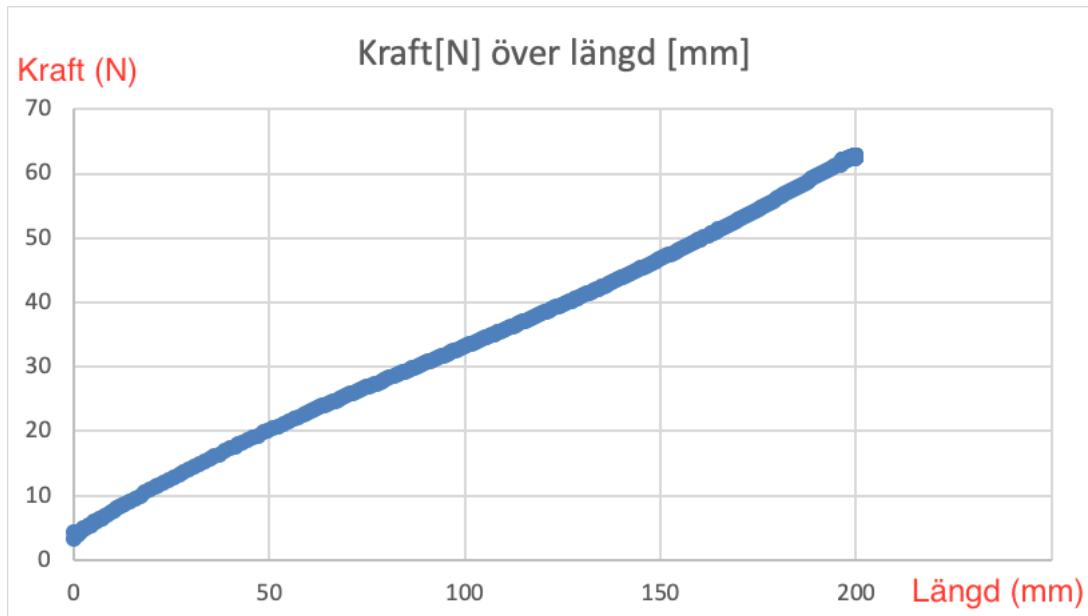


Figur 7 Tillverkning av bågens lemmar

Testometric

Kraften mäts med en *Materialtestningsmaskin* som används för att undersöka materialens egenskaper. Vanligaste användning kunde vara att ha en provbit med specifika dimensioner till en vis standard och t.ex. dra eller trycka på den. I detta arbete användes maskinen för att dra pilbågens lemmar till en bestämd dragdistans.

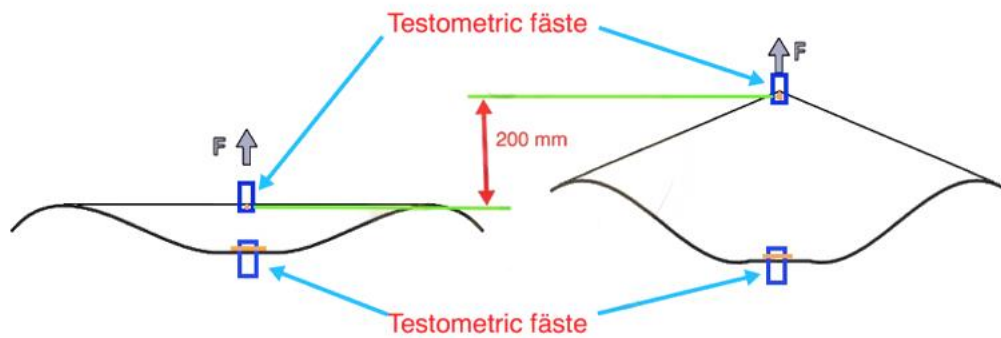
Med maskinen kan man mäta hur många newton det behövs för att dra bågsträngen och båglemmarna en specifik sträcka. Maskinen ger en tabell som visar kraften per förflyttning.



Figur 8 Dragkraft över dragdistans

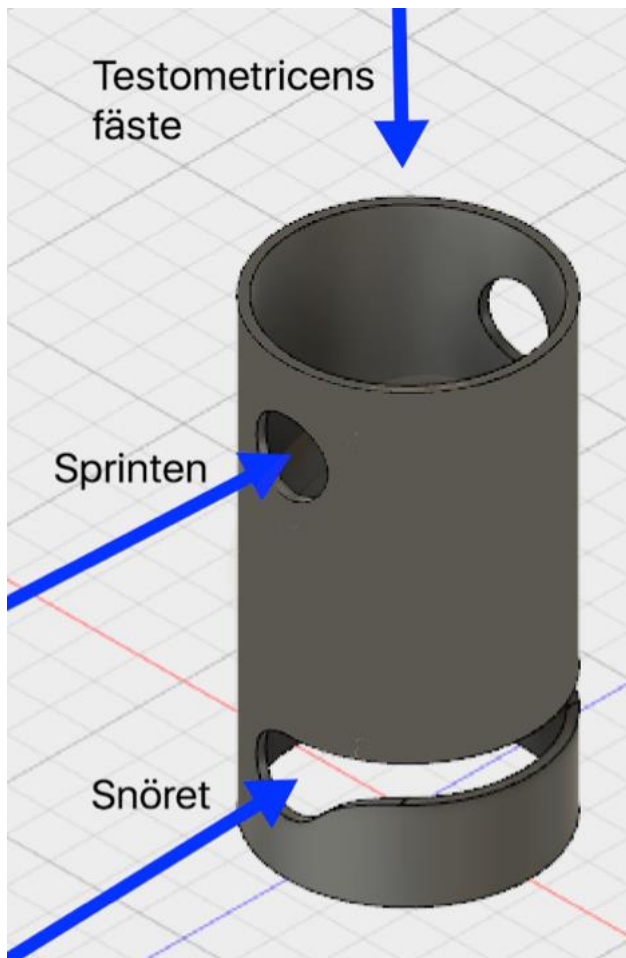
Figur 7 visar grafen som Testometric-maskinen gav för båglemmarnas version 6. Materialprovningmaskiner som denna ger massor med data genom att ha under en millimeters mellanrum mellan kraftmätningarna. En mätning med elongation på 200 mm kan även ha 1000 datapunkter. Detta producerade noggranna approximationer. Mängden av punkter får denna kurva att se ut som en linje även om den består endast av punkter.

Materialprovningmaskinen Testometric drar uppåt i en konstant hastighet och mäter hur mycket kraft det behövs per specifik längd punkt. Noggrannheten i mätningen bestäms av hur många punkter Testometric-maskinen sparar data. Testometric-maskinen drar 200 mm uppåt, vilket var den bestämda draglängden.

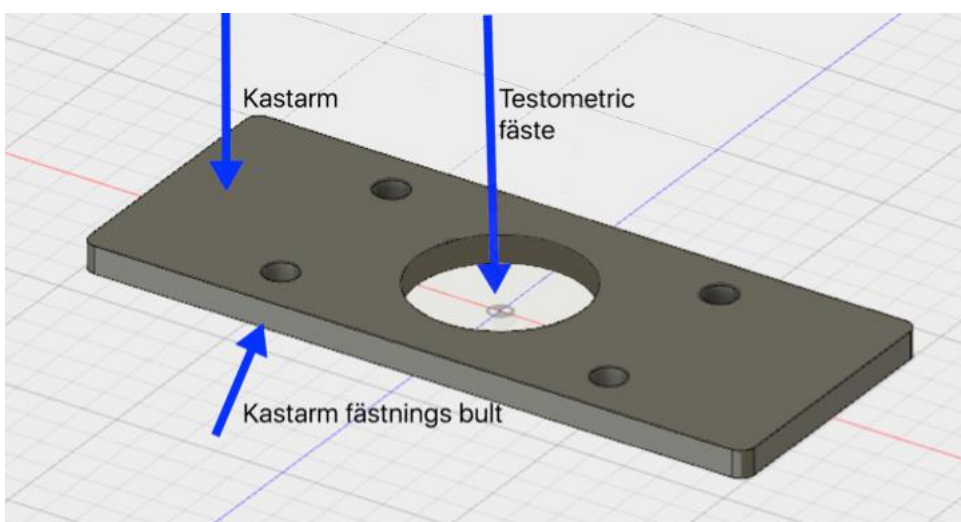


Figur 9 Schema för Testometric jiggfunktion

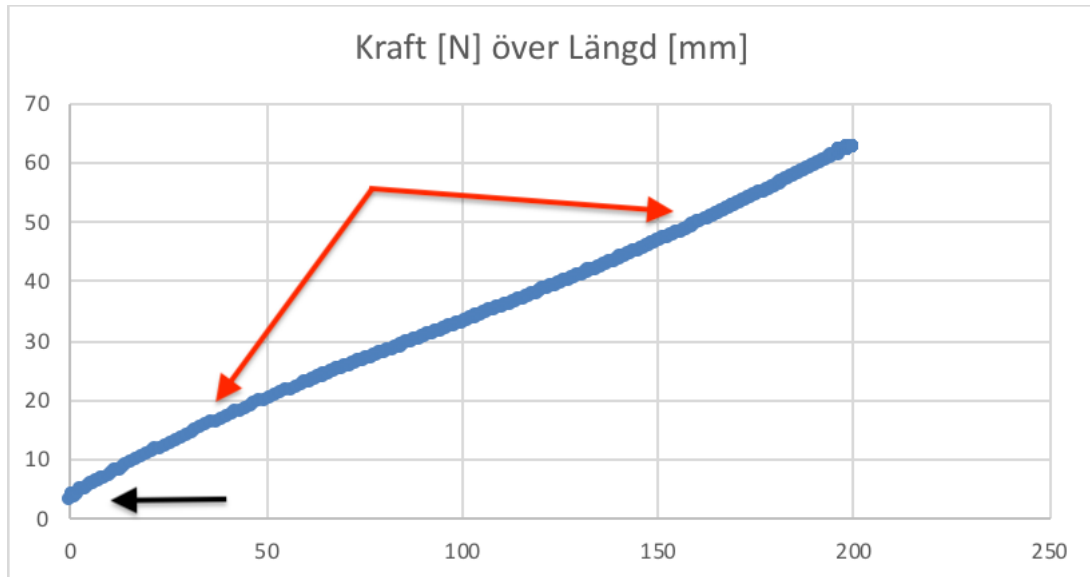
För att pröva båglemmarna på Testometric-maskinen behöver man en jigg som fungerar som greppet på en båge som håller båglemmarna en viss sträcka från varandra. Jiggen (figur 9) har hål på mitten där Testometric-maskinens fäste går igenom för att jiggen ska gå att låsa med sprinten. Denna jigg sätts fast vid nedre fästet på Testometric-maskinen. På det övre fästet har man en jigg (figur 10) som är ett rör med två hål. Det ena hålet är till för sprinten och det andra för bågsträngen som fästs vid båda ändorna av båglemmarna. Hålet för bågsträngen är öppet på sidan så att bågsträngen kan fästas i den övre jiggen efter att bågsträngen har fästs vid båglemmarna för förspänningen. När Testometric-maskinen drar övre fästet uppåt som på en normal *Dragprovning* drar den bågsträngen som böjer båglemmarna. Detta simulerar hur ett bågskytte kan dra bågsträngen bakåt utan pil.



Figur 10 Testometric bågsträngsfäste



Figur 11 Testometric fäste för bågens lemmar



Figur 12 Test resultat för kraft (N) över Längd (mm)

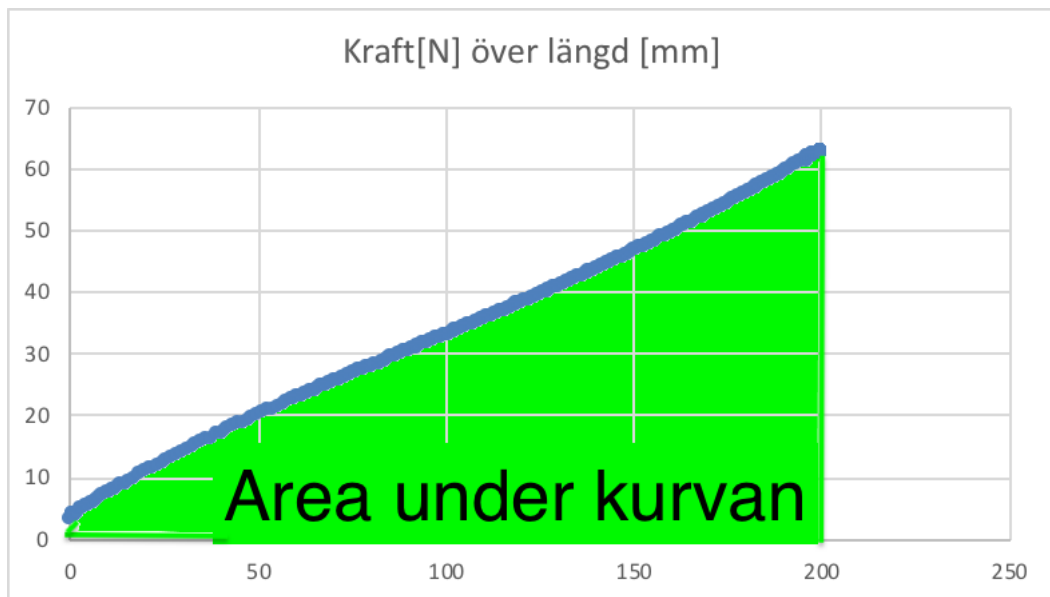
För att bågens lemmar hade förspänning fanns det en bas kraft vid 0 mm som svarta pilen pekar åt. Relation mellan dragkraften och draglängden varierar vilket indikerar att det är inte konstant genom draget.

Kalkyl

För undersökning av energimängden i båglemmarna använde man numerisk integration. Numerisk integration gav arean under kurvan på kraft per längd-mätningen, vilket representerar energin i båglemmarna. Testometric materialprovningssmaskin gav de värden för kraft per elongation som vi behövde.

Numerisk integrering

För undersökning av energimängden i båglemmarna använder man numerisk integration. Numerisk integration gav oss arean under kurvan på kraft per längd-mätningen, vilket var energin i båglemmarna. Testometric-maskinen gav oss de värden vi behövde.



Figur 13 Area under kraft per längd-kurvan

Den blåa kurvan i figur 12 är punkterna som var de uppmätta krafterna vid en viss längd. Det gröna under kurvan representerar arean under kurvan vilket är totala energin som gick in till båglemmarna.

För att räkna arean under kurvan måste man dela arean i rektangelformade segment som man approximerar.

Först behövde man bredden vilket är längden på x-axeln. I Excel såg man längden mellan mätningarna genom att subtrahera tidigare längden med den följande. Då andra mätningpunkten var 0,08 mm och tredje punkten 0,476 mm är längden mellan mätningpunkterna

$$0,47 \text{ mm} - 0,08 \text{ mm} = 0,396 \text{ mm}$$

Andra steget var höjden av rektangeln vilket är kraften. Höjden var inte konstant så man räknar genomsnitt genom att subtrahera hälften av skillnaden mellan krafterna, visade vid punkterna, från den högre kraften

$$4,34 \text{ N} - \left(\frac{4,34 \text{ N} - 4,26 \text{ N}}{2} \right) = 4,3 \text{ N}$$

x[mm]	F[N]	del integral	E(x)[Nm]
0	3,3	0	0
0,08	4,34	0,0003056	0,000306
0,476	4,26	0,0017028	0,002008
1,124	3,82	0,00261792	0,004626
1,824	4,37	0,0028665	0,007493
2,483	4,89	0,00305117	0,010544
...

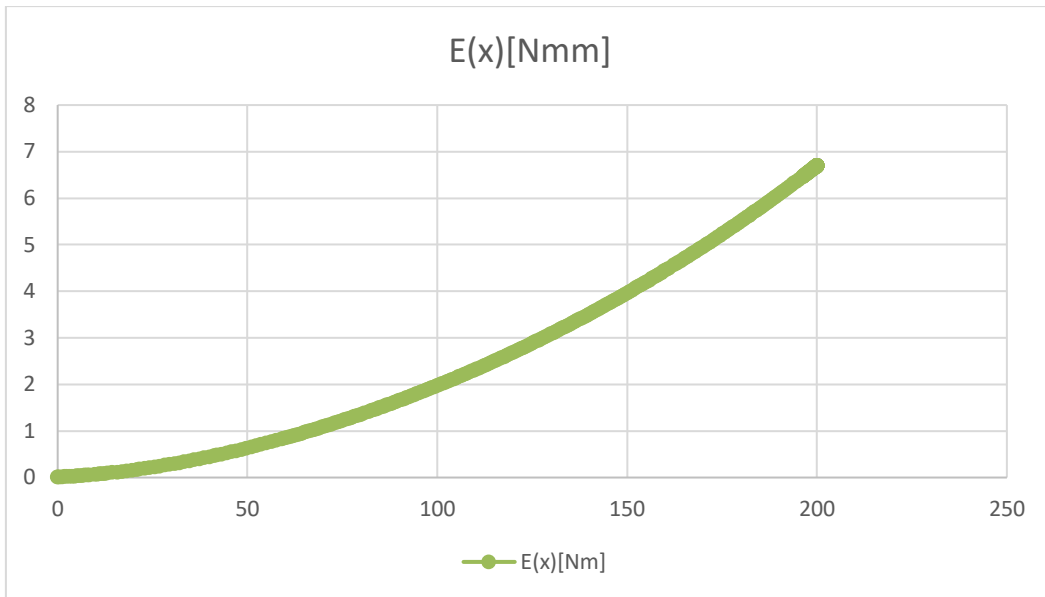
Med både bredden och höjden kan man räkna arean av enskilda segment och deras kombination är energin som behövs för att dra bågen till 0,2 m drag. Energin motsvarar E_p i båglemmarna som kan överföras till pilen vid skjutning.

Formeln för delintegral var då bredden i meter gånger medeltalen av krafterna i Newton

$$\left(0,396 \frac{\text{mm}}{1000}\right) \cdot 4,3 \text{ N} = 0,0003056 \text{ Nm}$$

Akkumuleringen av del integralerna var energin i systemet vid denna fas.

$$0,0003056 \text{ Nm} + 0,0017028 \text{ Nm} = 0,002008 \text{ Nm}$$



Figur 14 Ackumulerad energi i båglemmarna

x[mm]	F[N]	del integral	E(x)[Nm]
...
200	62.52	0	6.684523

Totala energin i båglemmarna blev 6,685 Nm.

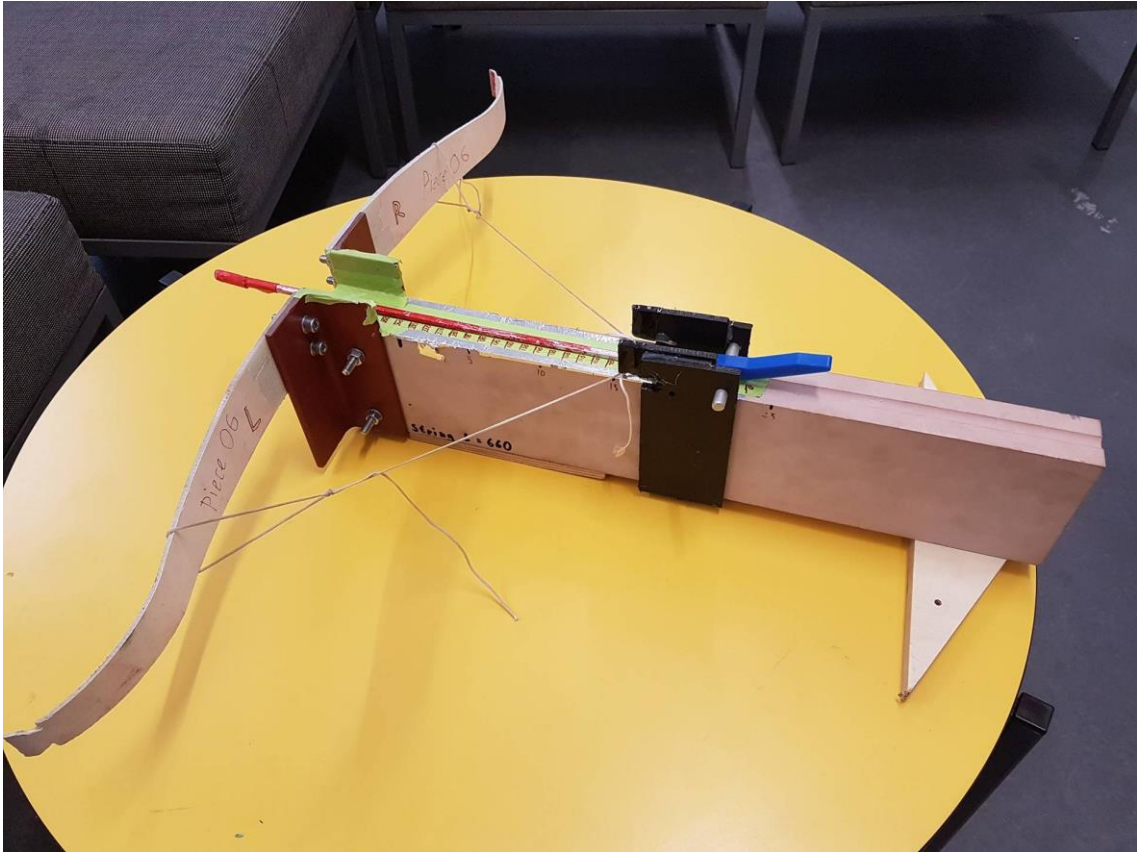
Skjutjigg

För att kunna mäta pilens verkliga hastighet behöver man en jigg som skjuter pilen rakt, håller båglemmarna på plats en viss längd från varandra och den måste alltid skjuta likadant. Den bästa modellen av pilbåge för det här är armborstet. Med armborstet kan man låsa ett bestämt drag t.ex. så att man alltid får exakt 200 mm drag. Armborst har mekanisk avtryckare vilket betyder att det alltid släpper bågsträngen likadant. Jiggen byggdes av en polywood-planka. Plankan planades med manuell fräs för att få en perfekt parallell bas.

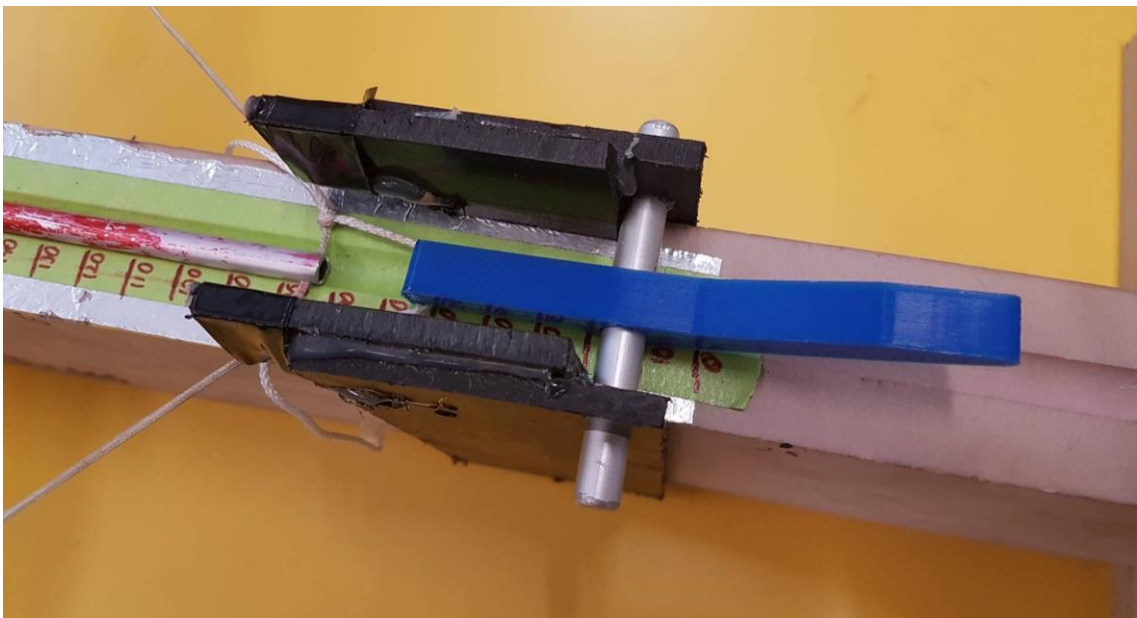
Två vinkeljärn sågades till och borrades som fäste för båglemmarna. Järnen bultades fast på båda sidorna av plankans framdel så att båglemmarna kunde fästas utan att störa pilens väg.

Avtryckarens stöd gjordes av plastskivor som sågades till rätt storlek och limmades runt polywooden. Den glider längs polywood-plankan och kan låsas så att man kan bestämma dragdistansen. Avtryckaren gjordes också av en plastskiva som formades till en öppen krok i ena ändan. Den öppna sidan är formad på detta vis för att bågsträngen kommer ut från den. Ett hål gjordes i mitten av avtryckaren och på övre delen av avtryckarens stöd. Genom hålet sattes en pinne som också går genom avtryckarens stöd. Pinnen fungerar som en axel runt vilket avtryckaren kan rotera. Genom att trycka neråt på avtryckaren på ena sidan går den uppåt på andra sidan. För avtryckarens stöd gjordes en skiva på övre delen som hindrar bågsträngen från att gå uppåt då avtryckaren gör det. Då avtryckarens öppna del av kroken är neråt kommer bågsträngen att släppa kroken då avtryckarens krokdel går uppåt. För att avtryckaren inte kunde föra pilens plats vid bågsträngen används en så kallad "D-loop" som är en liten ögla som är fast på bågsträngen (se figur 14).

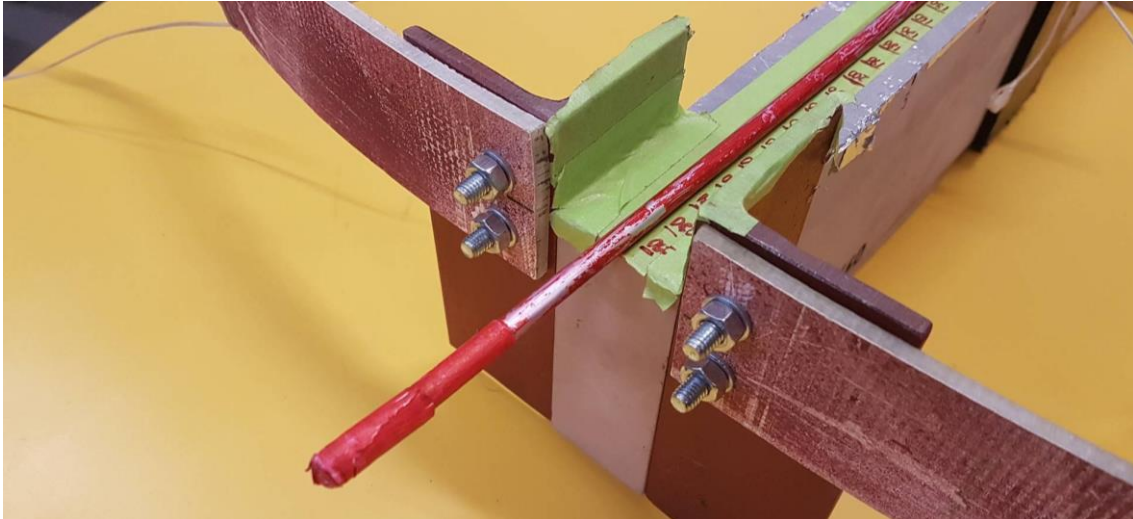
Båglemmarna bultas fast i metallplattan med två bultar och muttrar per lem. Bågsträngen sätts fast i båda ändorna av båglemmarna med förspänning. Bågsträngens position ovanför plankan märks och avtryckaren positioneras så att då bågsträngen är fast vid avtryckaren är den 200 mm bakom startmärket.



Figur 15 Armborsten, jigen för skjutning



Figur 16 Avtryckaren håller bågsträngen vid "D-loopen"



Figur 17 Båglemsfästning på armborsten

Den verkliga hastigheten

Två metoder användes för att mäta pilens hastighet. Den första var att filma skjutandet av pilen med referensbakgrund och den andra att mäta hastigheten med optiska sensorer.

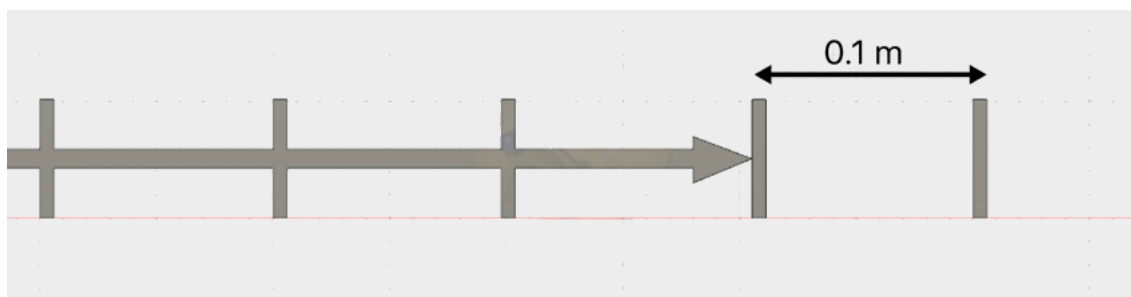
Kamera

Som referens för pilhastigheten användes en kamera för att mäta hastigheten. Kameran tog alltid 250 bilder per sekund vilket betyder att man kan räkna tiden mellan bilderna med formeln:

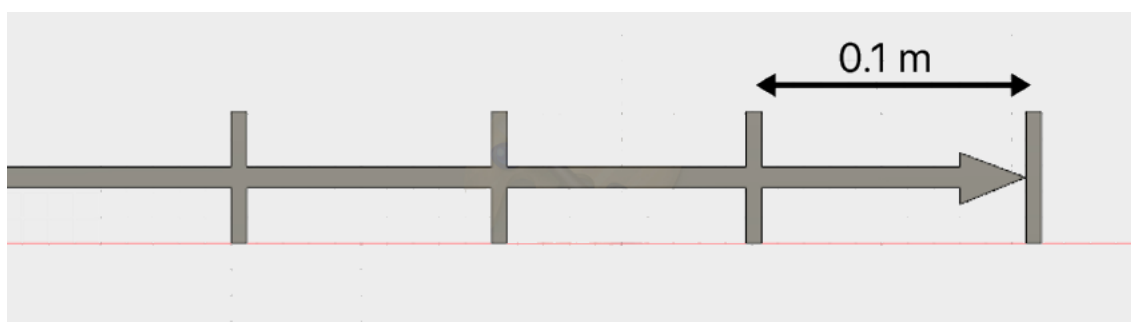
$$\frac{1 \text{ bild}}{250 \text{ bild/s}} = 0,004 \text{ s}$$

Pilens sköts vinkelrätt jämfört med kameran och genast bakom pilen fanns en tavla som hade ett märke för varje 0,1 m. På första bilden, som visar att pilen lösgjorts från bågsträngen, märktes var pilen fanns på tavlan (se figur 16). Likadant gjordes vid andra bilden (se figur 17). Med hjälp av längdreferenstavlan kunde man mäta sträckan som pilen rörde sig mellan bilderna. Sträckan uppmättes till 0,1 m, alltså ett märke till det följande märket på tavlan. Genom att dividera längden pilen förflyttade sig mellan bilderna i meter med tiden i sekunder som gick mellan bilderna fick man hastigheten som meter per sekund. Hastigheten blev

$$\frac{0,1 \text{ m}}{0,004 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$



Figur 18 Pilens position vid första bilden

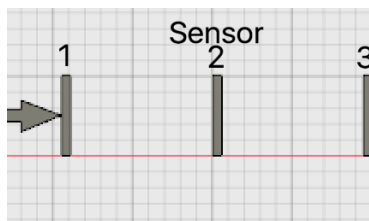


Figur 19 Pilens position vid andra bilden

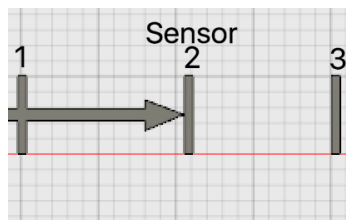
Oehler Proof Chronograph och Skyscreen 3

För att mäta den verkliga pilhastigheten användes en *Oehler Proof Chronograph* med *Oehler Skyscreen 3*.

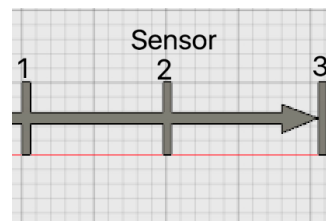
Samma lemmar och samma pil användes för att skjuta mellan tre sensorer (Oehler Skyscreen 3). Längden på draget är alltid 0.2 m. Båglemmarna är lika långt från varandra både i Testometric-jiggen och hastighetsjiggen och bågsträngen är densamma i alla jiggarna. Distansen mellan sensorerna är alltid den samma och sensorerna mäter tiden som det tar för pilen att förflytta sig från den ena sensorn till den andra. Skyscreen har 3 sensorer som alla gör sin egen mätning. Pilen sköts så att den just lösgjorts från bågsträngen före första sensorn. Data skickas automatiskt till Oehler Proof Chronographen som räknar hastigheten som pilen hade. Hastigheten som uppmättes var 26 m/s.



Figur 20 Pilen vid sensor 1



Figur 21 Pilen vid sensor 2



Figur 22 Pilen vid sensor 3



Figur 23 Oehler Proof Chronograph visar hastigheten



Figur 24 Skyscreen med tre optiska sensorer

Noggrannheten i *Oehlers* system enligt *Oehler-Research (2018)* är 0.25 mikrosekunder resolution för oscillatorfrekvensen.

Verkningsgraden

Vi approximerade att energimängden i båglemmarna i fullt drag var 6,7 Nm.

Hastigheten som mättes med *Oehler Proof Chronograph* var 26 m/s och pilens tyngd var 0,0121 kg från vilket energin i pilen kan räknas med formeln

$$\frac{1}{2}m \cdot v^2$$

Med massan 0,0121 kg och hastigheten 26 m/s för pilen fick man

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 0,0121 \text{ kg}\right) \cdot 26 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 4,1 \text{ Nm}$$

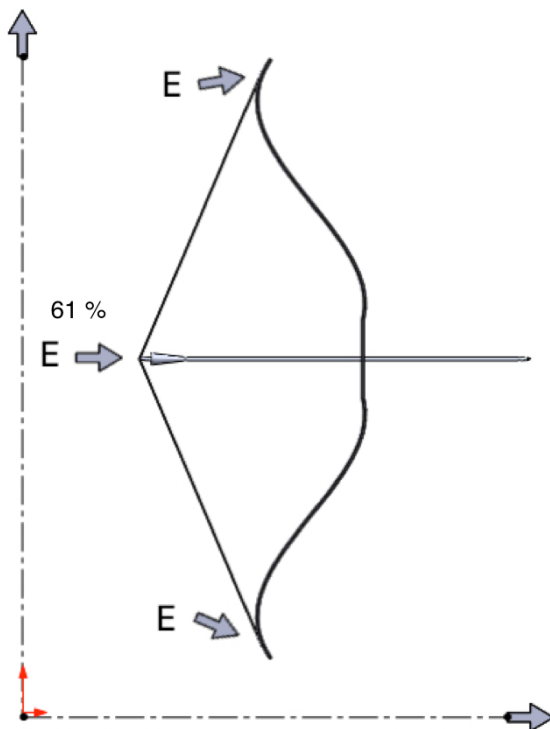
vilket tyder på att en del av energin gick åt till annat än att dra pilen.

Verkningsgraden talar om hur stor del av den använda energin var till nytta. I detta fall var det hur mycket energi som överfördes till pilen. Eftersom vi hade en relativ pilhastighet för att pilvikten är densamma är den enda skillnaden energimängden. Vi kunde då räkna ut verkningsgraden genom att dividera energin i pilen med energin i båglerna.

Verkningsgraden blev

$$\frac{4,1 \text{ Nm}}{6,7 \text{ Nm}} = 61 \%$$

alltså nästan 40 % av energin gick till annat än att åtgärda pilens hastighet.



Figur 25 Verkningsgrad, mängden energi som överförs till pilen

5 RESULTAT

I detta kapitel kommer jag att visa att verkningsgraden för energiöverföringen inte är konstant för dragdistansen och därmed visar det att geometrin på pilbågen till skillnad från vad som uppges i tidigare publikationer väsentligt påverkar bågens prestanda och representerar en väsentlig parameter för val av båggeometri.

Mätning av teoretiska hastigheten

Den totala energin beräknades till 6,7 Nm vilket gav en hastighet på 33,2 m/s om denna energi gick till en pil med massan 12,1 gram. Tack vare Testometric-maskinens många punkter är energimängden väldigt noggrann beräknad även om det är en integralt baserad approximation.

Mätning av den verkliga hastigheten

Verkliga hastigheten mättes med olika sätt för jämförande utvärdering. En sätt kan vara väldigt nära sanningen men aldrig exakt medan andra kan ha stora variationer men imellanåt ger exakt värde.

Kamera

Hastigheten blir bara ungefärlig eftersom man räknar med 0,1 m noggrannhet, vilket betyder att om längden varierar från 0,05 m till 0,15 m blir skillnaden i hastighet från

$$\frac{0,05 \text{ m}}{0,004 \text{ s}} = 12,5 \text{ m/s}$$

till

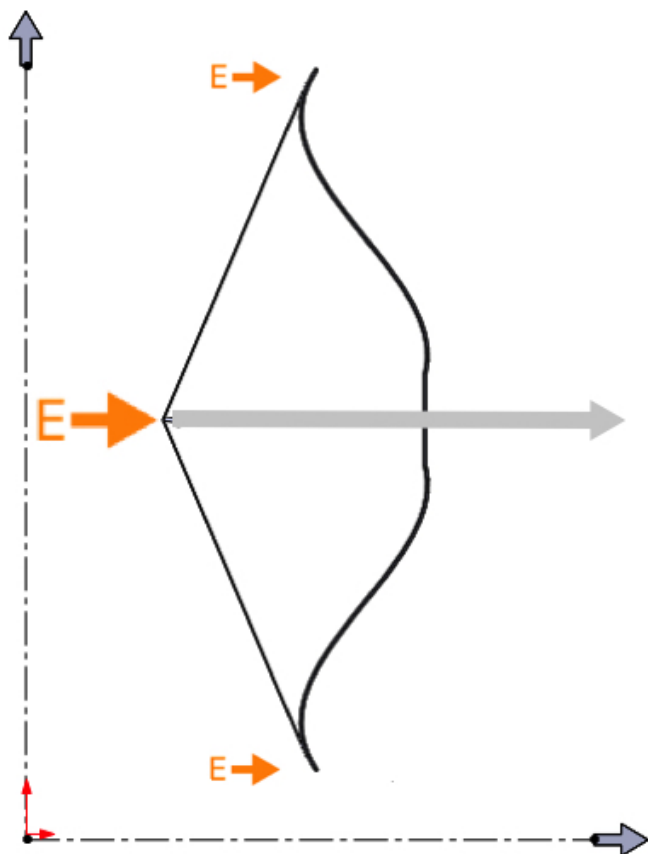
$$\frac{0,15 \text{ m}}{0,004 \text{ s}} = 37,5 \text{ m/s}$$

Oehler Proof Chronographen

Den riktiga hastigheten som man fick med *Oehler Proof Chronographen* var 26 m/s, vilket betyder en förlust på cirka 39 %. Maskinen mätte med väldigt konstanta värden vilket tyder på noggrann mätning för ett kalibrerat optisk mätverktyg.

Pilens massa i relation till båglämmarna

Ju mera massa pilen har desto mera energi behövs för att röra på den. Eftersom båglämmarna försöker röra på sig med en viss hastighet överförs det mera energi till pilen om den är tyngre därför att det behövs mera energi för att öka hastigheten på den till samma hastighet som en lättare pil. Då mera energi överförs till pilen i relation till annat, till exempel kastaramarna, blir verkningsgraden bättre. Då pilen är tyngre accelererar den långsammare vilket betyder att båglämmarna rör på sig långsammare. Eftersom båglämmarna har mindre hastighet men samma massa går det mindre energi åt för att röra på dem.

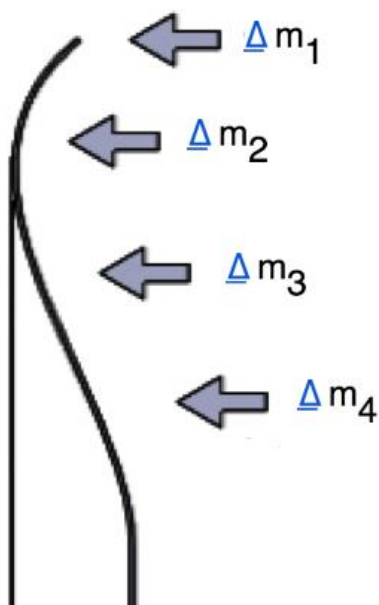


Figur 26 Stor pil = stor E

E-bokstavens och pilens storlek representerar energimängden. Med större pil behövs mera energi för pilen och mindre för båglämmarna.

Viktplacering vid båglemmarna

För att de olika delarna av båglemmen rör på sig olika sträckor betyder det att de olika delarna av båglemmen har olika hastigheter. I mängden kinetisk energi har hastigheten större betydelse än massan, eftersom hastigheten växer i proportion till hastighetens andra potens, när massan bara är hälften av den ursprungliga massan. Det betyder att massan vid toppen har mycket större betydelse för förlusten än massan vid nedre delen av båglemmen eftersom övre delen rör på sig snabbare. För att bättra på verkingsgraden borde båglemmen vara så lätt som möjlig i toppen. Krafterna som inverkar på båglemmen är mindre vid toppen vilket betyder att man kan göra toppen tunnare och smalare utan att det inverkar på hållbarheten eller mängden energi lemmen kan hålla vid normal skjutning.

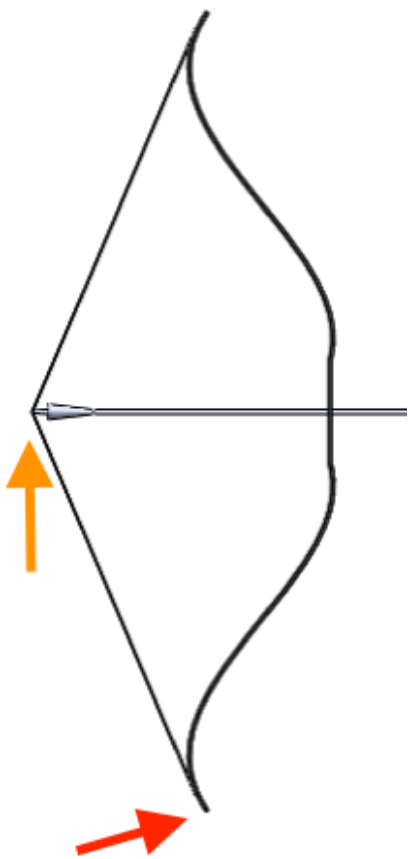


Figur 27 Segmenterad massa representation

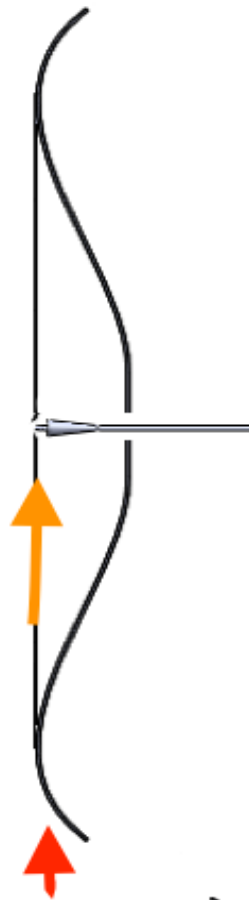
Olika segment av båglemmen med samma massa skulle använda väldigt olika mängder energi eftersom hastigheten är olika.

Pilens rörelse i relation till båglemmen

Eftersom bågsträngen går längre bak än båglemmarna från spänt tillstånd till dragtillstånd betyder det också att pilen rör på sig en längre distans än båglemmarna under den tid båglemmarna rör på sig. Bågsträngen fungera som ytterligare en längd för båglemmen som inte ger mera vikt i praktiken.



Figur 28 Pil och båglem rörelse 1

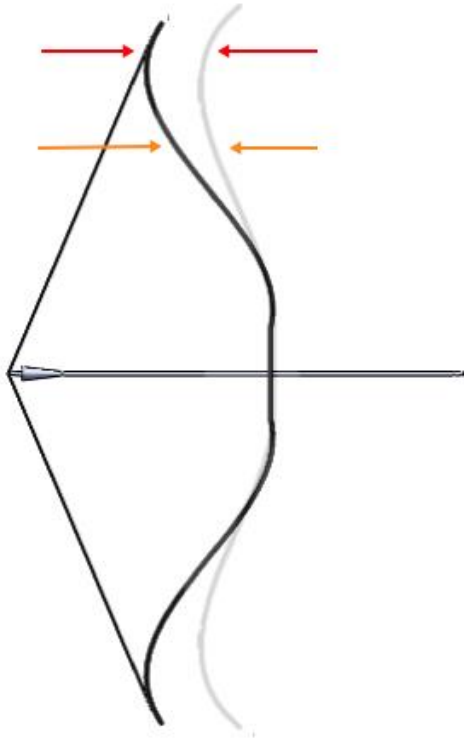


Figur 29 Pil och båglem rörelse 2

Den orangea pilen visar var bågpielen är relativt båglemmen vilken den röda pilen visar. Just när pilen lossnar från bågsträngen är pilen och båglemmen ungefär vid samma ställe vertikalt. Vid fulldrag är pilen mycket längre bak än båglemmen. Detta visar att pilen alltid rör sig snabbare än båglemmen.

Båglemmens längd

En längre båglem rör sig en längre distans vid toppen. Eftersom en längre båglem innebär längre distans innebär det också att hastigheten vid toppen blir större med längre båglem. Därför kan man påstå att båglemmen inte bara borde vara lätt utan också kort då man vill ha så hög verkningsgrad som möjligt.



Figur 30 Båglem längd relation till längden av rörelse

De röda pilarna visar rörelselängden vid långa båglemmar och de orangea pilarna indikerar var en kortare båglem slutar och att rörelse längd då är kortare.

6 DISKUSSION

I detta kapitel sammanställs vilka parametrar som påverkar pilens hastigheter och vilken slutsatsen är för vad som borde göras för att optimera verkningsgraden.

Kompilering av relevanta parametrar

- 1 Relationen mellan pilens massa och båglemmarnas massa
- 2 Placeringen av massan på i båglemmarnas längdriktning
- 3 Pilens rörelse i relation till båglemmarna
- 4 Längden på båglemmarna

Detta arbete indikerar att moderna pilbågar borde tillverkas på följande sätt.

Enligt parameter nummer ett (1) ska båglemmarna göras av så lätt material som möjligt men ändå tåla spänningen och kompressionen som båglemmarna utsätts för.

Parameter nummer två (2) indikerar att formen på båglemmarna ska optimeras enligt behovet av material på längden. Vid basen av båglemmarna där vridningen är störst ska man ha mest material och vid toppen en minimal mängd material. Laminatens placering kan planeras så att mittlagret på fibern är kortare och därför inte når toppen.

För att både parameter tre (3) och fyra (4) ska vara optimala behöver man ett material och en geometri på båglemmarna som kan lagra stora mängder av energi. Då är det möjligt för båglemmarna att vara så korta som möjliga för minimal rörelse. Kortare lemmar innebär stora minskningar i energin som båglemmarna använder för att röra sig.

Mätning av verkliga hastigheten

Två metoder för att räkna hastigheten av pilen användes.

Kamera

Detta mätningssätt var inte särskilt exakt på grund av noggrannheten i längdmätningen och med bättre kamera skulle noggrannheten i mätningen vara ännu viktigare. Med en kamera med hög resolution vid samma bilder per sekund, kunde man redan filma mycket noggrannare vilket ger mera möjligheter till längdmätning, till exempel genom att använda en meterlång linjal som skulle placeras framför båglemmarna bara några millimeter bakom pilen. Med en ordentlig kamera och tillräckligt ljus skulle man få flera bilder från första metern med åtminstone 10 mm:s noggrannhet. Andra problemet med att använda kamera är teoretiska räkningen av intervallet mellan bilderna. Mängden av tiden slutaren på kameran är öppen och tar in ljus beror på systemet och den tiden vet man inte. Under den tiden slutaren är öppen rör sig pilen och då syns den vid flera positioner på samma bild.

Optisk sensor

Eftersom metoden att räkna pilhastigheten med kamera inte gav exakt värde måste en ny metod användas. Metoden som valdes var optiska sensorer för att de berättar tiden vid specifik position exakt. Med en maskin som får datan av sensorerna kan även räkna direkt hastigheten för att avståndet mellan sensorerna är känd.

Metoden att räkna totala energin i bågen och verkningsgrad är entydigt förutom i att mäta den verkliga pilhastigheten. När teknologin utvecklas får vi mera möjligheter att mäta pilhastighet. Troligtvis kommer det att skapas en applikation till exempel för *Augmented Reality*-glasögon som räknar ut hastigheten bara genom att man ser i pilens projektilbanas riktning.

KÄLLOR

Bourne M, 2016. *Areas Under Curves*.

Tillgänglig: <http://www.intmath.com/integration/3-area-under-curve.php>.

[Hämtad 29.7.2016].

Carr K.E., 2015. *Bow and Arrow*.

Tillgänglig: <http://quatr.us/economy/bow.htm>.

[Hämtad 21.9.2015]

Carr K.E., 2018. *Who invented the bow and arrow? History of archery – Quatr.us Study Guides*.

Tillgänglig: <https://quatr.us/africa/invented-bow-arrow.htm>.

[Hämtad 6.1.2018].

Hinckley M., 2015. *The History of the Bow and arrow*.

Tillgänglig: http://ethw.org/images/b/b3/The_History_of_the_Bow_and_arrow_by_Michael_Hinckley.pdf.

[Hämtad 21.9.2015].

Hinckley M. & Healthfully, 2018. *The History of the Bow & Arrow*.

Tillgänglig: <https://healthfully.com/history-bow-arrow-4672391.html#ixzz1ABKvXEHS>.

[Hämtad 6.1.2018].

Moray Archery, 2017. *Moray Archery - Olympic Recurve*.

Tillgänglig: <https://www.morayarchery.co.uk/about-archery/bow-styles/olympic-recurve/>.

[Hämtad 4.6.2017].

Muller M, 2017. *Summary of Technical Articles on Archery, from: "Archery: The Technical Side", 1947*.

Tillgänglig: <https://www.archerylibrary.com/books/archery-the-technical-side/hickman/summary-of-technical-articles-on-archery/>.

[Hämtad 2.6.2017].

Muller M, 2018. *Summary of Technical Articles on Archery, by C. N. Hickman. From: "Archery: The Technical Side", 1947.*

Tillgänglig: <https://www.archerylibrary.com/books/archery-the-technical-side/hickman/summary-of-technical-articles-on-archery/part2.html>.

[Hämtad 24.4.2018].

Oehler-Research, 2018. *Specifications.*

Tillgänglig: <https://oehler-research.com/specifications/>.

[Hämtad 15.4.2018].

Reilly P.J. (Lancaster Archery Blog), 2017. *Olympic Archery Explained: Draw Weight.*

Tillgänglig: <http://www.lancasterarchery.com/blog/olympic-archery-explained-draw-weight/>

[Hämtad 13.12.2017].

Reilly P.J., 2018. *Indoor vs. outdoor arrows - Lancaster Archery Supply - Archery How To.*

Tillgänglig: <http://www.lancasterarchery.com/blog/indoor-vs-outdoor-arrows/>.

[Hämtad 6.1.2018].

Suchan M, 2013. *Brief history of the Bow.*

Tillgänglig: <http://www2.outdoorchannel.com/article.aspx?id=17727&articletype=article&key=Brief-History-of-The-Bow>

[Hämtad 17.3.2015]

The International Olympic Committee, 2015. *Archery equipment and history – Olympic Sport History.*

Tillgänglig: <http://www.olympic.org/archery-equipment-and-history>
[Hämtad 1.4.2015]