



# **Webbapplikation för modellering av kompositplåtar**

Sebastian Andersson

EXAMENSARBETE	
Arcada	
Utbildningsprogram:	Process- och Materialteknik
Identifikationsnummer:	7447
Författare:	Sebastian Andersson
Arbetets namn:	Webbapplikation för modellering av kompositplåtar
Handledare (Arcada):	Rene Herrman
Uppdragsgivare:	Yrkeshögskolan Arcada
<p>Sammandrag:</p> <p>Syftet med detta examensarbete var att skapa version 1 av en applikation för modellering av kompositplåtars elasticitetsegenskaper via laminatteorin som är användbar utan installation på flesta plattformar oavsett plattformens operativsystem. Kompositplåtens uppläggning skall kunna sparas och importeras i applikationen av samma eller en annan användare. I version 1 framställs kompositplåtens styvhetsmatris ABD och kompliansmatris abd och elasticitetsegenskaper i x- och y-riktningen beräknas ur matriserna. Från denna punkt kan funktionalitet för deformationsanalys och felanalys tilläggas i kommande versioner. Applikationen programmerades i JavaScript, eftersom JavaScript tolkas vid körning avlägsnas behovet av kompilering för olika plattformar, samma kod kan därmed användas på alla plattformar. Exekveringsmiljön för applikationen är en webbläsare av vilken krävs understöd för HTML 5, CSS 3 och ECMAScript 6. Detta innebär att applikationen kan användas på alla plattformar som har understöd för en webbläsare med dessa krav. Applikationen testades med fem olika kompositplåtsuppläggningar på olika plattformar, matriserna ABD och abd jämfördes med Composite Compressive Strength Modeller (CCSM) för korrekthet med fem värdetal som lägsta antalet. Applikationens kompatibilitet granskades på olika plattformar, bortsett utseendeskilnader som orsakas av webbläsarnas standardutseende förekom det funktionella brister endast i Safari iOS 10 där understöd av "download" attributet i HTML 5 saknades. Flyttalsfel i abd-matrisen utvärderades genom att modellera liktjocka kompositplåtar med varierande antal skikt. Flyttalsfelet ökade enligt en tredjegrads ekvation och felgränsen 1% uppskattades genom extrapolering överskridas vid tvåmiljoner skikt. En sannolik orsak för ökningen av felet enligt en tredjegrads ekvation är minskningen av antalet värdesiffror av enskilda skiktens tjocklek, D-matrisen innehöll största felet och definieras utgående från avstånd upphöjt i tre som bestäms av skiktens tjocklek. Version 1 av applikationen uppfyller syftet och kan användas för enkel modellering av elasticitetsegenskaper i kompositplåtar, förbättringar i användarvänligheten rekommenderas innan ytterligare funktionaliteter tilläggs.</p>	
Nyckelord:	Kompositplåt, modellering, laminatteori, elasticitetsegenskaper, ABD, JavaScript
Sidantal:	54
Språk:	Svenska
Datum för godkännande:	11.5.2020

DEGREE THESIS	
Arcada	
Degree Programme:	Process- och Materialteknik
Identification number:	7447
Author:	Sebastian Andersson
Title:	Webbapplikation för modellering av kompositplåtar
Supervisor (Arcada):	Rene Herrman
Commissioned by:	Arcada University of Applied Sciences
Abstract:	
<p>The aim of this thesis was to create an application for modelling composite plates through lamination theory that can be used on most platforms without installation. The arrangement of the composite plate should be exportable and importable to by any user. The stiffness matrix ABD and compliance matrix abd are constructed and elastic properties are calculated from the matrices in the x- and y-directions. From this point functionality for failure and deformation analysis may be added. The application was programmed in JavaScript, since JavaScript is an interpreted scripting language compiling for different platforms is not required. The runtime environment of the application is a web browser allowing the application to run on any platform that includes a web browser supporting HTML 5, CSS 3 and ECMAScript 6. The application was tested using five different composite plate arrangements on different platforms, matrices ABD and abd were compared to Composite Compressive Strength Modeller (CCSM) for correctness with five significant figures being the lowest number. Application compatibility was reviewed on different platforms, aside differences in appearance caused by browser defaults functional issues occurred on Safari iOS 10 that did not support the HTML 5 download attribute. Floating-point errors in the abd-matrix were evaluated by modelling composite plates of equal thickness with varying numbers of plies. The error increased by a cubic equation and the error limit of 1% was estimated to be exceeded at two million plies. The error increasing by a cubic equation is likely due to the reduction in significant figures of the thickness of individual plies, the D-matrix contained the largest errors and is defined by thickness-based distances to the power of three. The application fulfils the aim and can be used for calculation of elastic properties in composite plates, improving the user-friendliness is recommended before additional features are added.</p>	
Keywords:	Composite plate, modelling, lamination theory, elastic properties, ABD, JavaScript
Number of pages:	54
Language:	Swedish
Date of acceptance:	11.5.2020

# INNEHÅLL

<b>1</b>	<b>INLEDNING</b> .....	<b>8</b>
1.1	Syfte och mål.....	8
1.2	Arbetslivsrelevans .....	9
1.3	Avgränsningar .....	10
<b>2</b>	<b>TEORI</b> .....	<b>10</b>
2.1	Hookes lag.....	11
2.2	Mikromekaniska modellen för enkelriktade kompositer .....	12
2.3	Förhållandet mellan spänning och töjning för ortotropa material .....	14
2.4	Laminatteorin för plåtar.....	17
2.5	Val av programmeringsspråk.....	21
2.6	JavaScript Object Notation (JSON) .....	22
2.7	Math.js biblioteket.....	22
<b>3</b>	<b>RESULTAT</b> .....	<b>23</b>
3.1	Användargränssnittet.....	23
3.2	Funktionell beskrivning av applikationen .....	24
3.2.1	<i>Globala variabler</i> .....	25
3.2.2	<i>interface.js och state.js</i> .....	25
3.2.3	<i>importExport.js</i> .....	28
3.2.4	<i>calculate.js</i> .....	29
3.3	Sparning av elasticitetsegenskaper och matris koefficienter .....	31
3.4	Funktionstestning av applikationen.....	33
3.4.1	<i>Funktionstestens resultat</i> .....	34
<b>4</b>	<b>DISKUSSION OCH SLUTSATSER</b> .....	<b>37</b>
	<b>KÄLLOR</b> .....	<b>42</b>
	<b>BILAGOR</b> .....	<b>43</b>
	Bilaga 1 - Användarguide på engelska.....	43

## Figurer

Figur 1: Applikationens in- och utmatningar. ....	8
Figur 2. $E_1$ och $E_2$ som funktion av fibervolymandelen. ....	13
Figur 3: xyz- och 123-koordinatsystemen för ett roterat skikt. ....	16
Figur 4: Tvärsnittsytan av en kompositplåt med avstånden $h_k$ och $h_{k-1}$ . ....	18
Figur 5: Applikationens användargränssnitt. ....	24
Figur 6: Flödesdiagram för interface.js och state.js. ....	26
Figur 7: Flödesdiagram för calculate.js. ....	29
Figur 8: Kod för beräkning av $E_1$ . ....	30
Figur 9: Kod för funktionen $D_{ij}$ . ....	30
Figur 10: Absolutfelet enligt antal skikt i kompositplåten. ....	36

## Tabeller

Tabell 1: Funktionerna som fyller objekten "engConstants", "Q <sub>ij</sub> " och "Qbar". ....	29
Tabell 2: Indexpositioner för $Q_{ij}$ och $Q_{ij}$ . ....	32
Tabell 3: Indexpositioner för ABD-matrisen. ....	32
Tabell 4: Materialegenskaperna i testen. ....	33
Tabell 5: Uppläggnings- och armeringsmaterialets massa per area för testen. ....	33
Tabell 6: Testade enheter, operativsystem och webbläsare. ....	34

## **Förkortningar**

CCSM – Composite Compressive Strength Modeller

HTML – HyperText Markup Language

CSS – Cascading Style Sheets

JSON – JavaScript Object Notation

CSV – Comma-Separated Values

NaN – Not a Number

UD – Unidirektionell

CSM – Chopped Strand Mat

## **Definitioner**

Kompositmaterial – Förening av två beståndsdelar där deras egenskaper förstärks vilket resulterar i bättre mekaniska egenskaper än för enskilda beståndsdelarna

Fibervolymandel – Volymandelen armeringsfibrer i förhållande med matris, uttrycks i procent eller som ett tal mellan noll och ett

ABD – Kompositplåtens styvhetsmatris

abd – Kompositplåtens kompliansmatris

JavaScript – Skriptspråk för programmering i webbtillämpningar, främst på klientsidan

ECMAScript – Skriptspråksspecifikation för standardisering av JavaScript

## FÖRORD

Jag vill tacka Dennis Biström för en givande introduktion i JavaScript programmering och hjälp med tekniska lösningar i applikationen. Jag vill tacka Rene Herrman för konstruktiva förslag gällande utvecklingen av användargränssnittet i applikationen och för en förträfflig handledning under detta examensarbete.

Ett stort tack går till alla som bidragit till detta examensarbete med kontrolläsning och lån av enheter för applikationens funktionstest.

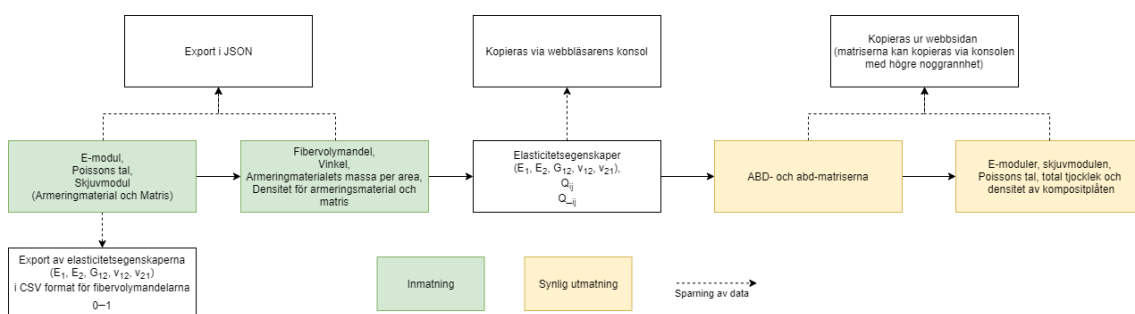
# 1 INLEDNING

Beräkning av kompositplåtars elasticitetsegenskaper är en arbetsdryg process benägen för mänskliga misstag, därför utförs beräkningar ofta med hjälp av en dator. Kostnadsfri programvara är tillgänglig men egenskaper för informationsförmedling är ofta bristfälliga eller saknas. Dessutom är programvarorna ofta begränsade till en specifik plattform.

Composite Compressive Strength Modeller (CCSM) är ett kostnadsfritt modelleringsverktyg för kompositplåtar som bland annat tillämpar laminatteorin för beräkning av kompositplåtars elasticitetsegenskaper. I CCSM finns en lokal databas som kan utvidgas av användaren, men endast elasticitetsegenskaper för en specifik kombination av armeringsmaterial och matris kan sparas. Detta innebär att databasen inte kan användas för att spara uppläggningsen av kompositplåtar och information kan inte förmedlas till andra användare eller öppnas senare. För att kunna öppna CCSM måste decimaltecknet ändras till en punkt i datorns inställningar.

## 1.1 Syfte och mål

Arbetets syfte är att skapa en programvara för beräkning av kompositplåtars elasticitetsegenskaper genom laminatteorin. Programvaran skall kunna användas på datorer, smarttelefoner och pekplattor oavsett av operativsystem. Installation på enskilda enheter bör undvikas eftersom detta försvårar ibruktagandet av applikationen för en organisation där installation av programvara kräver administratörrättigheter.



Figur 1: Applikationens in- och utmatningar.

Beräkningar och särskilt inverteringen av ABD-matrisen skall utföras med flyttalsaritmetik som garanterar ett maximalt fel på 1% i abd-matrisen. Information om



materialegenskaperna samt kompositplåtens uppbyggnad skall kunna sparas. Detta görs genom att spara inmatningarna i en fil som kan importeras av en användare och genom ett knapptryck utförs beräkningarna. Elasticitetsegenskaperna  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$  och  $\nu_{21}$  beräknas utgående från materialegenskaper för armeringsmaterialet och matrisen och skall kunna exporteras för fibervolymandelarna 0–1 i ett format som möjliggör visualisering i Microsoft Excel. Koefficienter i matriserna  $Q$ ,  $\bar{Q}$ , ABD och abd skall kunna sparas. En visuell representation av kompositplåtens tvärsnittsyta skapas i applikationens användargränssnitt där vinkeln och tjockleken av enskilda skikt visas.

Applikationens användargränssnitt skall vara användbart på pekskärmar. Antalet knappar minimeras för att minska sannolikheten för oavsiktligt knapptryck. Inmatningsfälten görs tillräckligt stora för att vara användarvänliga på pekskärm. Dessutom delas inmatningarna i två tabeller för att undvika behovet att rulla i sidled.

## 1.2 Arbetslivsrelevans

En applikation för beräkning av kompositplåtars elasticitetsegenskaper där materialegenskaps- och uppläggningsinformation kan förmedlas till flera användare underlättar kommunikationen mellan olika avdelningar i en industriell omgivning.

I planeringsskedet används applikationen för modellering av en kompositplåt som möter specificerade hållfasthetskriterier. Hållfasthetskriterierna specificeras inte genom applikationen, kriterierna bestäms till exempel via en simulation som tillämpar finita elementmetoden. Dessutom kan det finnas kriterier för kompositplåten gällande driftstemperatur och massa med mera. På basis av designkriterierna väljs lämpligt armeringsmaterial och matris. Därefter används applikationen för att bestämma en kostnadseffektiv uppläggnings av en kompositplåt som möter design- och hållfasthetskriterier. I detta skede görs bland annat valet av textil och skiktets vinklar.

När uppläggningsen av kompositplåten är bestämd används applikationens exportfunktionalitet för att skapa filen som innehåller uppläggningsen och materialegenskaperna. Därefter förmedlas filen till produktionen där den kan importeras för att få informationen om material, antal skikt, skiktets vinkel samt en visuell representation av kompositplåtens

tvärsnittsyta. Plåtens dimensioner fås till exempel ur tekniska ritningar, applikationen innehåller endast plåtens tjocklek.

Kvalitetskontrollen underlättas eftersom förväntad tjocklek och densitet är tillgängliga i applikationen, dessa används för att jämföra förväntade och producerade fibervolymandelen. Ifall det förekommer variation mellan förväntade och producerade fibervolymandelen görs korrigeringar i applikationens inmatningar, därefter utvärderas om kompositplåten motsvarar hållfasthetskriterierna.

### **1.3 Avgränsningar**

Första versionen av applikationen som utvecklats under detta examensarbete har ett användargränssnitt med enkel grafik eftersom fokus ligger på funktionaliteten och korrektheten. Utseende av applikationen kan variera mellan olika webbläsare på grund av bland annat webbläsarens standardutseende av inmatningsfält och knappar. Fullständig funktionalitet strävas efter för de mest populära webbläsarna på olika plattformar. Lösningar för problem som orsakas av en webbläsares bristfälliga stöd av HTML 5, ECMA Script 6 eller CSS 3 implementeras inte i första versionen.

Beräkningarna som utförs i applikationen avslutas efter uträkning av elasticitetsmoduler ur kompliansmatrisen, detta möjliggör enkel modellering av kompositplåtars elasticitetsegenskaper. Dessutom kan applikationens funktionalitet utvidgas för deformationsanalys och felanalys från denna punkt.

Porositet som orsakas av infångad luft i kompositmaterialet antas vara obetydlig.

## **2 TEORI**

Kompositmaterial är en förening av två eller flera material vars egenskaper är olika. Genom att förena beståndsdelarna fås ett material där egenskaperna förstärker varandra vilket ger upphov till bättre mekaniska egenskaper än beståndsdelarnas individuella egenskaper. Ett kompositmaterial består av diskreta skikt armeringsmaterial som binds ihop av en matris. Då kontinuerliga fibrer används definieras ett skikt så att fiberriktningen i skiktet är enkelriktat, det vill säga fibrerna i skiktet är unidirektionella (UD). Multiaxiala

textiler modelleras som enskilda skikt där vinkeln mellan skiktens fiberriktning bestäms av textilen. Modellering av mekaniska egenskaper i kompositmaterial försvåras eftersom de är riktningsberoende, därför utförs modelleringen oftast med hjälp av en dator. I detta kapitel presenteras teoretiska bakgrunden som tillämpas i applikationen.

## 2.1 Hookes lag

Hookes lag beskriver att den mekaniska spänningen  $\sigma$  är proportionell med töjningen  $\epsilon$  där  $E$  är konstanten för proportionaliteten som kallas elasticitetsmodulen (E-modulen) eller Youngs modul. (Hibbeler 2018 s. 106)

$$\sigma = E\epsilon \quad (1)$$

Eftersom E-modulen är konstant för proportionaliteten mellan mekanisk spänning och töjning är förhållandet lineärt. Hookes lag är därför giltig endast för elastisk töjning eftersom förhållandet mellan mekanisk spänning och töjning för plastisk töjning är olinjär. I denna form är proportionaliteten enligt Hookes lag identisk i alla riktningar det vill säga, materialet bör vara isotropt. Hookes lag i tre dimensioner kan användas för att beskriva anisotropa material eftersom materialegenskaperna kan variera i olika riktningar.

Fullständigt anisotropa material har inga plan där materialegenskaperna kring planet är symmetriska och egenskaperna varierar i alla riktningar. I kompositmaterial där armeringsmaterialet är enkelriktat finns det tre ömsesidiga vinkelräta riktningar där materialegenskaperna är symmetriska kring, fiberriktningen, vinkelrätt till fiberriktningen och normalen till planet. Parallell belastning i dessa riktningar förorsakar endast normaldeformation, ifall belastningen inte är parallell förorsakas det både normal- och skjuvdeformationer. Material som har tre ömsesidiga vinkelräta riktningar där materialegenskaperna är symmetriska kring kallas ortotropa material. (Campbell 2010 s. 4-6)

En kompositplåt kan vara quasi-isotrop då skikten är symmetrisk upplagda och vinkeln mellan skikten är lika, i en kompositplåt med  $n$  skikt bör vinkeln mellan skikten vara  $\frac{\pi}{n}$ .

En quasi-isotrop kompositplåt har samma materialegenskaper i planet av plåten det vill säga, planet är isotropt. (Campbell 2010 s. 430)

## 2.2 Mikromekaniska modellen för enkelriktade kompositer

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2)$$

- $G$  = skjuvmodulen
- $\nu$  = Poissons talet

Ekvation (2) beskriver förhållandet mellan skjuvmodulen, E-modulen och Poissons talet för isotropa material (Hibbeler 2018 s. 126). Ekvationen underlättar modellering av kompositmaterial eftersom endast två materialegenskaper krävs för att definiera den tredje egenskapen. Ekvationen tillämpas skilt för fiber och matris för att erhålla totalt sex materialegenskaper som används för att definiera materialegenskaperna för ett komposit-skikt. Indexet  $f$  syftar på fibern och  $m$  på matrisen i följande ekvationer.

$$G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)}$$

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}$$

Regeln för blandningar används för att beräkna E-modulen för ett skikt parallellt ( $E_1$ ) respektive transversellt ( $E_2$ ) till fiberriktningen. Poissons talen och skjuvmodulen för komposit-skiktet beräknas enligt regeln för blandningar genom att tillämpa ekvationerna för E-modulerna. Ekvationerna (3) – (6) tillämpar regeln för blandningar för beräkning av komposit-skiktets elastiska egenskaper. (Campbell 2010 s.8-10)

$$E_1 = E_f f + E_m(1 - f) \quad (3)$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{f}{E_f} + \frac{(1 - f)}{E_m} \quad (4)$$

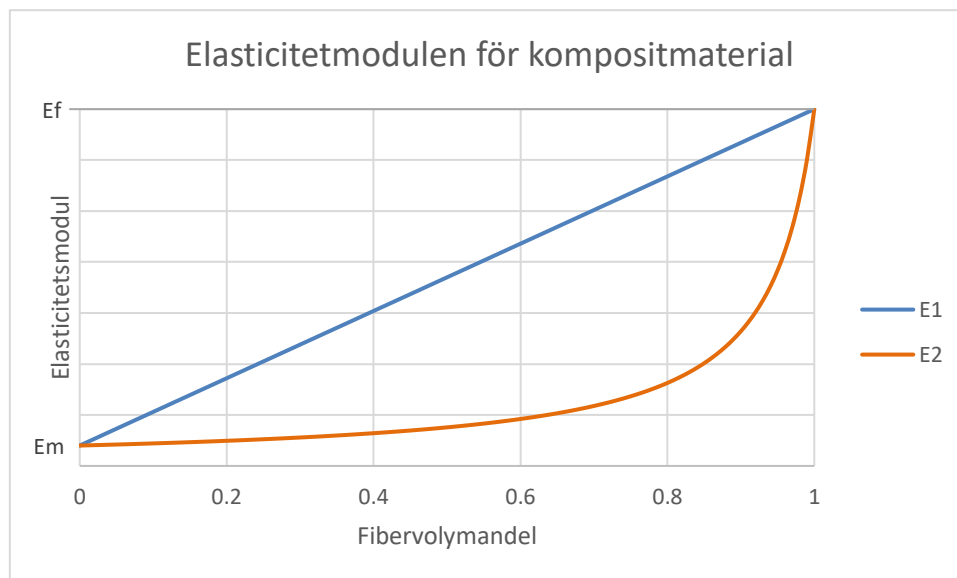
$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{f}{G_f} + \frac{(1 - f)}{G_m} \quad (5)$$

$$\nu_{12} = \nu_f f + \nu_m(1 - f) \quad (6)$$

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \rightarrow \nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} \quad (7)$$

Poissons talet  $\nu_{21}$  i ekvation (7) beräknas genom förhållandet  $\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j}$  (Sutcliffe et al. 2013 s. 32).

$f$  är fibervolymandelen, det vill säga volymförhållandet mellan fiber och matris. En teoretisk övregräns för fibervolymandelen är ungefär 90% för runda fibrer i hexagonal packning. I praktiken överskrider fibervolymandelen sällan 60% utan speciella tillverkningsmetoder. I figur 2 illustreras fibervolymandelens inverkan på  $E_1$ - och  $E_2$ -modulerna, vid hög fibervolymandel närmar sig  $E_1$  E-modulen för fibrerna och när fibervolymandelen är liten närmar sig  $E_1$  E-modulen för matrisen.  $E_1$  är också övre gränsen för kompositskiktets E-modul eftersom kompositskiktets styrka inte kan överskrida armeringsmaterialets styrka,  $E_2$  är nedre gränsen för skiktets E-modul.



Figur 2.  $E_1$  och  $E_2$  som funktion av fibervolymandelen.

Fibervolymandelen kan utnyttjas för att uppskatta tjockleken av ett kompositskikt. Enligt definition är fibervolymandelen förhållandet mellan volymen av fibrerna och totala volymen. Genom att uttrycka volymen av fibrerna som massan och densiteten av fibrerna och totala volymen som area och tjocklek erhålls förhållandet:

$$f = \frac{V_{fiber}}{V_{tot}} = \frac{m_{fiber}}{\rho_{fiber}At} \quad (8)$$

Förhållandet  $\frac{m_{fiber}}{A} = M_{textil}$ ,  $M_{textil}$  är armeringsmaterialets massa per area och värdet är alltid nämnt i databladet för kommersiella produkter. Tjockleken av ett kompositskikt kan uttryckas som:

$$t = \frac{M_{textil}}{\rho_{fiber}f} \quad (9)$$

## 2.3 Förhållandet mellan spänning och töjning för ortotropa material

För att beskriva enskilda skikt i ett kompositmaterial används ett 1-2-3 koordinatsystem för materialegenskaperna. Axlarna i koordinatsystemet kallas huvudmaterialaxlar eftersom riktningarna är associerade med materialegenskaperna. Riktning 1 är parallell och riktning 2 är transversell med fiberriktningen, riktning 3 är vinkelrät med 1,2 planet och följer alltid z-riktningen.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\nu_{21} & -\nu_{31} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\nu_{32} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Ekvation (10) är en tillämpning av Hookes lag och beskriver sambandet mellan spänning och töjning i tre dimensioner för ortotropa material (Sutcliffe et al. 2013 s. 31). Belastning vinkelrätt från planet av kompositplåten bör undvikas eftersom inga fibrer förstärker matrisen i denna riktning. På grund av detta antas det ofta att skikten i kompositplåtar har ett tvådimensionellt spänningstillstånd, ekvation (10) förenklas genom att endast betrakta riktning 1 och 2.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Ekvation (11) beskriver töjningen som funktion av spänning och koefficienter i matrisen. Matrisen innehåller nio koefficienter varav fem är olika noll, endast fyra koefficienter är unika eftersom  $\frac{-\nu_{21}}{E_2} = \frac{-\nu_{12}}{E_1}$ . Genom att invertera ekvation (11) kan spänningen beräknas utgående från töjningen. (Sutcliffe et al. 2013 s. 32)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

där:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = Q_{21}$$

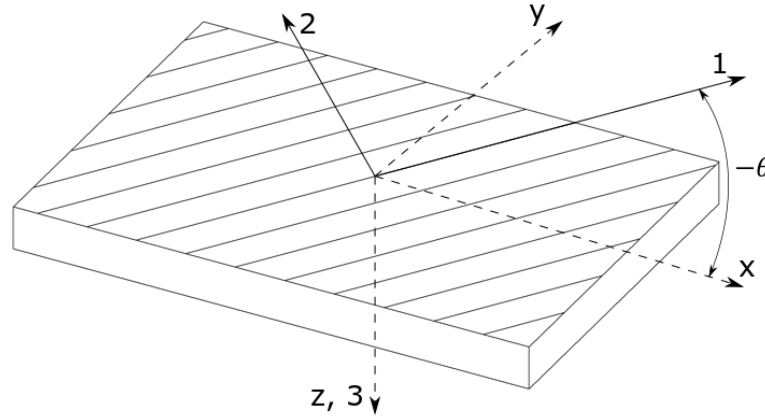
$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

Motsvarande till ekvation (11) innehåller matrisen i ekvation (12) fyra unika koefficienter som är olika noll eftersom  $Q_{12} = Q_{21}$  (Sutcliffe et al. 2013 s. 32-33).

Ekvationerna (11) och (12) kan utnyttjas för både enskilda skikt och laminat, det vill säga flera skikt, ifall riktningarna 1 och 2 sammanfaller med x- och y-riktningarna. I praktiken betyder detta att fiberriktningen följer x- eller y-riktningen, för att utnyttja ekvationerna för laminat måste fiberriktningen vara samma för alla skikt. Eftersom fiberriktningen av skikten ofta varierar i kompositplåtar för att öka styvheten i olika riktningar är det nödvändigt att kunna beräkna spänning och töjning av ett skikt där fiberriktningen inte följer x- eller y-riktningen.

Rotationen av enskilda skikt beskrivs med en vinkel  $\theta$  mellan x- och 1-riktningen och är illustrerad i figur 3. Roteringsvinkeln är positiv medurs då z-axeln är riktad nedåt. Genom geometrisk transformation kan 1- och 2-riktningarnas spänningar och töjningar användas för att bestämma spänningar och töjningar i x- och y-riktningen och vice versa. Transformationen kan skrivas i matrisform för både spänning och töjning. I ekvation (13) och (14) är  $c = \cos$  och  $s = \sin$ . (Campbell 2010 s. 421-423)



Figur 3: xyz- och 123-koordinatsystemen för ett roterat skikt.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -cs & cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Genom att kombinera matriserna i ekvation (12), (13) och (14) erhålls ett samband mellan spänning och töjning i x- och y-riktningarna utgående från spänningar och töjningar i 1- och 2-riktningarna, sambandet finns i ekvation (15). (Campbell 2010 s. 427-428)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$\bar{Q}_{ij}$  koefficienterna definieras enligt (C=cosinus, S=sinus):



$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= Q_{11}C^4 + Q_{22}S^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})S^2C^2 \\
\bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})S^2C^2 + Q_{12}(C^4 + S^4) \\
\bar{Q}_{22} &= Q_{11}S^4 + Q_{22}C^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})S^2C^2 \\
\bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66})C^3S - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})CS^3 \\
\bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66})CS^3 - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})C^3S \\
\bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{66}(S^4 + C^4)
\end{aligned}$$

## 2.4 Laminatteorin för plåtar

Laminatteorin baserar sig på matriskoefficienterna i ekvation (15) för att bestämma elastiska konstanter i laminat där varje skikt kan ha en unik vinkel  $\theta$  mellan x- och 1-riktningen. Dessutom kan spänning, töjning och krökning bestämmas för enskilda skikt i laminatet. De viktigaste antaganden i laminatteorin är:

- Tjockleken av plåten är konstant och betydligt mindre än övriga dimensioner
- Spänningen vinkelrätt från plåtens yta är obetydlig
- Töjningarna i deformerade plåten är små i förhållandet med helheten
- Normaler till plåten förblir normaler då plåten deformeras
- Vertikala avböjningen varierar inte genom tjockleken. (Campbell 2010 s. 430)

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (16)$$

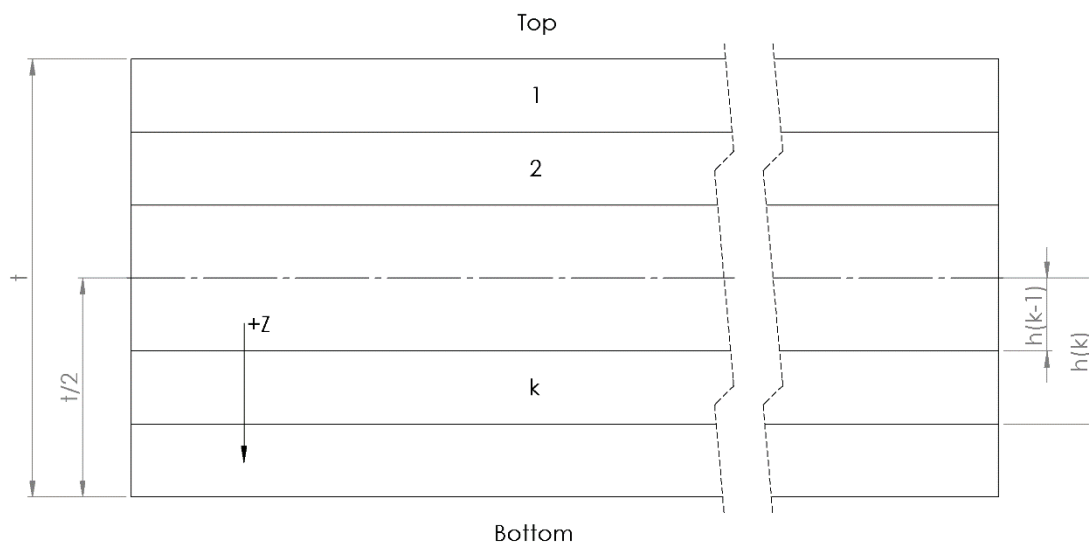
Ekvation (16) är den konstitutiva ekvationen för ett generellt laminat, matrisen kallas styvhetsmatrisen eller ABD-matrisen. Ett koordinatsystem införs så att x- och y-axeln följer plåtens medelyta, z-axeln är normal till plåten. Koefficienterna i matrisen beräknas enligt ekvationerna (17), (18) och (19). (Campbell 2010 s. 432-433)

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (t_k) \quad (17a)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (18a)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (19a)$$

- $N$  = Antalet skikt i laminatet
- $(\bar{Q}_{ij})_k$  = Koefficient ur  $\bar{Q}$  matrisen för k:te skiktet
- $h_k$  = Avståndet från medelytan till k:te skiktets nedre yta
- $h_{k-1}$  = Avståndet från medelytan till k:te skiktets övre yta



Figur 4: Tvärsnittsytan av en kompositplåt med avstånden  $h_k$  och  $h_{k-1}$ .

Styvhetsmatrisen är en summa av tre matriser nämligen A, B och D. A-matrisen beskriver laminatets dragstyvhet och påverkas inte av staplingsordningen.  $A_{16}$  och  $A_{26}$  representerar kopplingen mellan dragning och skjuvning. D-matrisen beskriver laminatets böjningsstyvhet. Förutom materialegenskaperna inverkas D-matrisen av skiktens staplingsordning.  $D_{16}$  och  $D_{26}$  representerar böj-vridnings kopplingen då plåten utsätts för ett moment. B-matrisen beskriver kopplingsstyvheten, för ett symmetriskt laminat är B-matrisen noll. Ifall B-matrisen är icke noll orsakar normalkrafter eller moment både

extensionsdeformation, skjuvdeformation och böj-vridnings krökningar, det vill säga osymmetriska laminat förvrids under belastning. Dessutom kan ett osymmetriskt laminat slå sig under härdning eftersom matrisen krymper då den härdas, framförallt då härdningen sker under höjd temperatur. I allmänhet bör osymmetriska laminat undvikas ifall det är möjligt. (Campbell 2010 s. 432-433)

Grundenheten för  $\bar{Q}_{ij}$  är pascal och avstånden är i meter i ekvationerna (17a) – (19a). Enheterna för A-, B- och D-matrisen kan därmed bestämmas genom att insätta enheterna i ekvationerna. Ifall enheten för  $\bar{Q}_{ij}$  är GPa, MPa eller kPa kan skalningsfaktorn  $10^{-9}$  användas för GPa,  $10^{-6}$  för MPa och  $10^{-3}$  för kPa för att uttrycka enheterna utan prefix.

- A:  $[Pa] \cdot [m] = \frac{[N]}{[m^2]} \cdot [m] = \frac{[N]}{[m]}$
- B:  $[Pa] \cdot [m]^2 = \frac{[N]}{[m^2]} \cdot [m^2] = [N]$
- D:  $[Pa] \cdot [m]^3 = \frac{[N]}{[m^2]} \cdot [m^3] = [N \cdot m]$

Ekvationerna (18b) och (19b) är en alternativ definition för beräkning a koefficienterna i B- och D-matrisen, i ekvationerna är  $t_k$  k:te skiktets tjocklek och  $\bar{z}_k$  är avståndet från kompositplåtens medelyta till k:te skiktets medelyta (Nettles 1994 s. 24-25). Definitionen i ekvationerna (18a) och (19a) kommer att användas i applikationen eftersom programmeringen underlättas då  $\bar{z}_k$  inte måste definieras. Dessutom är beräkningen av koefficienterna i B- och D-matrisen identisk bortsett exponenten för avstånden  $h_k$  och  $h_{k-1}$ .

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k t_k \bar{z}_k \quad (18b)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k \left( t_k \bar{z}_k^2 + \frac{t_k^3}{12} \right) \quad (19b)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & b_{16} & b_{26} & b_{66} \\ b_{11} & b_{12} & b_{16} & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Genom att invertera styvhetsmatrisen, ABD fås sambandet enligt ekvation (20). Matrisen  $abd$  är laminatets kompliansmatris. Ekvationen används för att beräkna töjningar och krökningar i laminatet förorsakade av beskrivna belastningar. (Sutcliffe et al. 2013 s. 40)

Krafterna  $N$  och momenten  $M$  är normaliserade och uttrycks som kraft respektive moment per längd enhet. Enheten för krafterna är  $\left[\frac{N}{m}\right]$  och för momenten  $\frac{[Nm]}{[m]} = [N]$ . Krafterna och momenten bör skalas för att motsvara prefixet i matrisen. Enheterna i a-, b- och d-matrisen är A-, B- och D-matrisens inverser.

- a:  $\left[\frac{N}{m}\right]^{-1} = \left[\frac{m}{N}\right]$
- b:  $[N]^{-1} = \left[\frac{1}{N}\right]$
- d:  $[Nm]^{-1} = \left[\frac{1}{Nm}\right]$

Kompositplåtens Poissons tal kan för ett symmetriskt laminat beräknas ur styvhetsmatrisens A-matris enligt ekvationerna (21) och (22) (Campbell 2010 s. 436).

$$v_{xy} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (21)$$

$$v_{yx} = \frac{A_{12}}{A_{11}} \quad (22)$$

Kompositplåtens E-modul i x- och y-riktningen kan beräknas ur  $abd$ -matrisen enligt ekvation (23) och (24). Ifall kompositplåten har en osymmetrisk uppläggning det vill säga B-matrisen är icke noll, kan ekvationerna utnyttjas endast då plåten belastas i respektive riktning. Kravet av en symmetrisk uppläggning gäller även för beräkningen av kompositplåtens skjuvmodul i ekvation (25). (Sutcliffe et al. 2013 s. 40)

$$E_x = \frac{1}{a_{11} \cdot t_{tot}} \quad (23)$$

$$E_y = \frac{1}{a_{22} \cdot t_{tot}} \quad (24)$$

$$G_{xy} = \frac{1}{a_{66} \cdot t_{tot}} \quad (25)$$

Böjningsmodulen i x-riktningen  $E_{bend_x}$  beräknas för ett symmetriskt laminat enligt ekvation (26) (U.S. Department of Defence 2002, s. 5-34). Böjningsmodulen i y-riktningen kan beräknas genom att ersätta  $d_{11}$  termen i ekvation (26) med  $d_{22}$  vilken motsvarar y-riktningen, se ekvation (27).

$$E_{bend_x} = \frac{12}{d_{11} \cdot t_{tot}^3} \quad (26)$$

$$E_{bend_y} = \frac{12}{d_{22} \cdot t_{tot}^3} \quad (27)$$

## 2.5 Val av programmeringsspråk

Kravet att applikationen inte skall kräva installation på enskilda enheter begränsar valet av programmeringsspråk. I många programmeringsspråk kan portabla applikationer skapas men ifall en exekveringsmiljö krävs för att köra programmet måste den installeras. Eftersom kravet för portabilitet ställdes för att underlätta ibruktagandet av applikationen i en företagsmiljö där enskilda användare inte har rättigheter för att installera mjukvara bör även exekveringsmiljön vara tillgänglig eller portabel.

Eftersom applikationen skall kunna användas på olika plattformar oavsett operativsystem måste exekveringsmiljön vara oberoende av plattform och operativsystem. Dessutom krävs det ofta kompilering av koden för olika plattformar vilket resulterar i en egen version av applikationen för olika plattformar. Detta innebär att koden måste kompileras flera gånger för att skapa understöd för olika plattformar varje gång det görs förändringar i koden som måste testas.

För att undvika problem med exekveringsmiljön föredras en lösning där applikationen kan köras i en exekveringsmiljö som är nativt tillgänglig på alla plattformar. Webbapplikationer använder en webbläsare som exekveringsmiljö vilket är lämpligt för att exekvera samma kod på olika plattformar. Skriptspråk är ofta tolkade och kräver därför inte kompilering, koden översätts till maskinkod vid körning. JavaScript är ett skriptspråk som stöds av de flesta webbläsarna oavsett operativsystem. (Kingsley-Hughes & Kingsley-Hughes 2005 s. 22-23)

JavaScript är ett lämpigt alternativ för applikationen på grund av sitt breda stöd på olika plattformar. Endast en version av applikationen behöver upprätthållas eftersom samma kod kan köras på olika plattformar. Nackdelen med JavaScript är att språket tolkas vid körning vilket resulterar i längre exekveringstider. Applikationens källkod är också tillgänglig för användaren vilket är oönskvärt vid kommersialisering (Kingsley-Hughes & Kingsley-Hughes 2005 s. 394-395). Detta kan dock kringås genom att till exempel flytta en del av exekveringen till serversidan. Eftersom applikationen inte kommer att kommersialiseras och applikationen är liten är intrycket av nackdelarna små i förhållandet till fördelarna.

## **2.6 JavaScript Object Notation (JSON)**

JSON är ett populärt format för att utbyta data i webbapplikationer. Formatet liknar ett JavaScript objekt men kan användas oberoende skript- eller programmeringsspråk. JSON är text som formaterats genom en standardiserad metod. Flera programmeringsspråk inklusive JavaScript understöder JSON formatet. (Sriparasa 2013 s. 32)

Ett JavaScript objekt kan konverteras till JSON med `JSON.stringify` funktionen och JSON kan konverteras till JavaScript med `JSON.parse`.

## **2.7 Math.js biblioteket**

Math.js är ett JavaScript bibliotek som utökar matematiska funktionaliteten av JavaScript. Biblioteket är kompatibelt med nativa matematiska funktionerna i JavaScript och kan användas på alla JavaScript motorer. Math.js stöder bland annat matrismultiplikation och invertering av kvadratiske matriser. Biblioteket kan dessutom användas i webbläsarens konsol liksom andra funktioner i JavaScript. (de Jong, 2013-2020)

## 3 RESULTAT

Resultatkapitlet innehåller en beskrivning av applikationens användargränssnitt och en funktionell beskrivning av skripten. En metod för att spara koefficienter ur matriserna  $Q_{ij}$ ,  $\bar{Q}_{ij}$ , ABD och abd beskrivs eftersom de inte har en funktion för dataexport. Kapitlet avslutas med en beskrivning av funktionstest som utförs samt deras resultat.

### 3.1 Användargränssnittet

Figur 5 är ett skärmdump av användargränssnittet och innehåller en hänvisning för namngivning av inmatningstabellerna för detta examensarbete. Applikationens användargränssnitt visas på användarens skärm i tre steg, då applikationen öppnas i en webbläsare är endast första raden av tabell A synlig. Ytterligare rader skapas genom att trycka på ”Add Ply” knappen. Ekvation (2) är tillämpad i tabell A för både fiber och matris, värdet för E-modulen, Poissons talet eller skjuvmodulen uppdateras dynamiskt i tabellen beroende av vilken egenskap inmatas eller ändras.

Efter att användaren fyllt tabell A med materialegenskaperna för önskat antal skikt kan elasticitetsegenskaper för ett specifikt skikt exporteras som kommaseparerade värden (CSV) för fibervolymandelarna 0–1 genom att trycka på ”Export ply data” knappen av specifika skiktet. CSV filen kan öppnas i till exempel Microsoft Excel där data kan visualiseras. Tabell B skapas genom att trycka på ”Next” knappen, antalet rader som skapas i tabell B är lika med radantalet i tabell A. Efter att användaren fyllt tabell B kan ”Export data” knappen tryckas för att skapa en textfil med alla inmatningar i ett JSON objekt, ordningen av inmatningarna bibehålls. Textfilen underlättar arbete med samma kompositplåt eftersom materialegenskaperna måste inmatas endast en gång, dessutom kan filen förmedlas till andra användare. För att importera filen i applikationen trycks knappen bredvid ”Import Data”, ett fönster öppnas där användaren begärs bläddra efter filen och öppna den. Efter att användaren öppnat filen utförs en parsning, tabell A och B skapas med rätt antal rader och inmatningsfälten fylls med värden ur filen. För att utföra beräkningarna trycks ”Calculate” knappen, det är viktigt att alla inmatningsfält är fyllda för att undvika inte ett nummer (Not a Number = NaN) resultat. Då knappen trycks utförs alla uträkningar och resten av användargränssnittet skapas, allting som följer knapparna under tabell B är utmatningar det vill säga resultatet av uträkningarna.

## ABD Matrix Calculator for Composite Plates

**Material Properties**

Ply	$E_{\text{fiber}}$ (GPa)	$\nu_{\text{fiber}}$	$G_{\text{fiber}}$ (GPa)	$E_{\text{matrix}}$ (GPa)	$\nu_{\text{matrix}}$	$G_{\text{matrix}}$ (GPa)	
1	70	0.25	28	4	0.35	1.48148148	Export ply data
2	70	0.25	28	4	0.35	1.48148148	Export ply data
3	70	0.25	28	4	0.35	1.48148148	Export ply data
4	70	0.25	28	4	0.35	1.48148148	Export ply data

Add Ply   Next   Import Data:   Valitse tiedosto   4ply\_equal.bt

Ply	$V_{\text{fiber}}$	angle (deg)	$M_{\text{tex}}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{\text{fiber}}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{\text{matrix}}$ (kg/m <sup>3</sup> )
1	0.5	0	0.1	2540	1100
2	0.5	0	0.1	2540	1100
3	0.5	0	0.1	2540	1100
4	0.5	0	0.1	2540	1100

Calculate   Export data

Tabell A

Tabell B

### Stiffness matrix, ABD

Blue:  $A_{ij}$  E-9 N/m, White:  $B_{ij}$  E-9 N, Yellow:  $D_{ij}$  E-9 Nm

0.0118721	0.000728455	0	0	0	0
0.000728455	0.00242818	0	0	0	0
0	0	0.000886321	0	0	0
0	0	0	9.81427e-11	6.02191e-12	0
0	0	0	6.02191e-12	2.00730e-11	0
0	0	0	0	0	7.32694e-12

### Compliance matrix, abd

Blue:  $a_{ij}$  E-9 m/N, White:  $b_{ij}$  E-9 1/N, Yellow:  $d_{ij}$  E-9 1/Nm

85.8108	-25.7432	0	0	0	0
-25.7432	419.554	0	0	0	0
0	0	1128.26	0	0	0
0	0	0	1.03803e+10	-3.11410e+9	0
0	0	0	-3.11410e+9	5.07523e+10	0
0	0	0	0	0	1.36483e+11

### Laminate Visual Representation

Ply: 1; Thickness: 0.079 mm; Angle: 0°
Ply: 2; Thickness: 0.079 mm; Angle: 0°
Ply: 3; Thickness: 0.079 mm; Angle: 0°
Ply: 4; Thickness: 0.079 mm; Angle: 0°

---

$T_{\text{tot}}$	0.3150 mm	$\rho_{\text{composite}}$	1820.0 kg/m <sup>3</sup>
For Symmetric Laminates:			
$E_x$	37.00 GPa	$E_{\text{bend}_x}$	37.00 GPa
$E_y$	7.568 GPa	$E_{\text{bend}_y}$	7.568 GPa
$G_{xy}$	2.814 GPa	$E_{\text{twist}}$	2.814 GPa
$\nu_{xy}$	0.300	$\nu_{yx}$	0.061

Figur 5: Applikationens användargränssnitt.

## 3.2 Funktionell beskrivning av applikationen

Applikationen består av ett HTML dokument, en CSS stilmall och fem skriptfiler där en av skriptfilerna är math.js biblioteket. HTML dokumentet innehåller endast rubriker knappar och div taggar, <div> taggarna används som behållare för innehållet som skapas av skriptet.

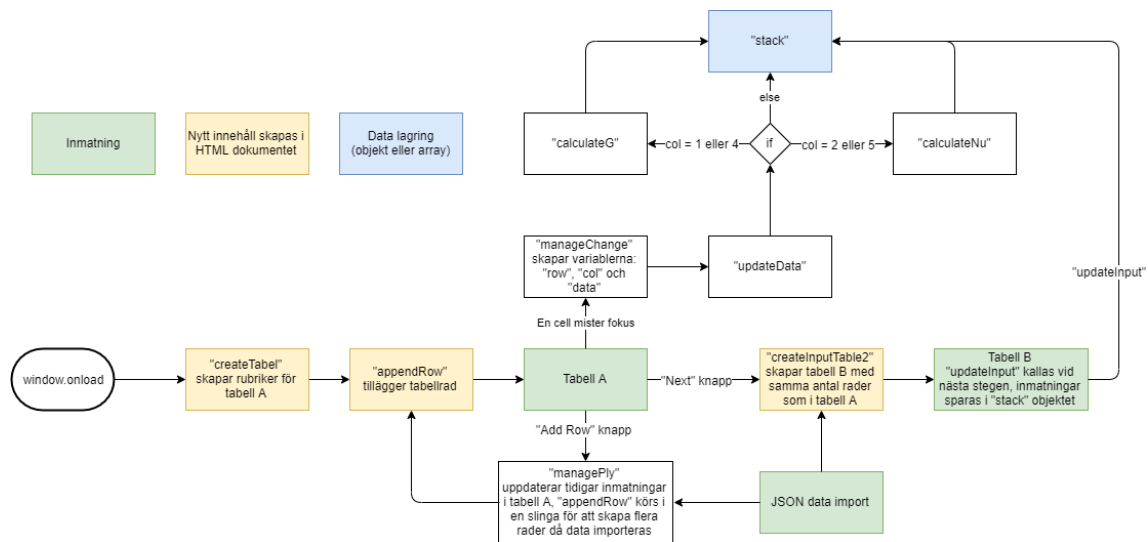


### 3.2.1 Globala variabler

- headers, headers2: array med rubriker för inmatningstabellerna
- colIds, colIds2: array med id strängar för inmatningsfälten i inmatningstabellerna
- "table", "table2": HTML strukturen för inmatningstabell A och B
- "rows": antalet rader i inmatningstabell A, används för uppföljning av antalet rader i tabellen, radnumrering och som villkor i slingor
- "stack": JavaScript objekt där inmatningar sparas, varje rad har en egen nyckel
- "engConstants": JavaScript objekt där värden för  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  och skiktets tjocklek sparas, varje skikt har en egen nyckel
- "Q\_ij": JavaScript objekt där värden för  $Q_{11}$ – $Q_{66}$  sparas, varje skikt har en egen nyckel
- "Qbar": JavaScript objekt där värden för  $\bar{Q}_{11}$ – $\bar{Q}_{66}$  sparas, varje skikt har en egen nyckel
- "stiffnessMatrix", "complianceMatrix": variabeln innehåller styvhets- och complians-matrisen
- "tTot": kompositplåtens totala tjocklek

### 3.2.2 interface.js och state.js

Skriptfilen interface.js skapar användargränssnittet för inmatningen av data och hanterar händelser i dokumentet, state.js sparar användarens inmatningar i stack objektet och beräknar skjuvmodulen eller Poissons talet för armeringsmaterialet och matrisen. Skriptfilerna är visualiserade i figur 6. Då dokumentet laddas kallas funktionerna "createTable" och "initEventListeners".



Figur 6: Flödesdiagram för interface.js och state.js.

Funktionen "createTable" skapar i variabeln table en HTML <table> tagg och en <tr> tagg för att börja en ny rad, raden fylls med rubrikerna för tabellen i en forEach slinga som omger rubrikerna i "headers" med <th> taggar. Variabeln "rows" ökas med ett vilket gör att rubrikraden är rad ett. En nyckel tillägs i stack objektet enligt "ply" + rows för att skapa nyckeln "ply1" för första inmatningsraden, värdet sätts som en tom array. HTML dokumentet uppdateras genom att skriva in table variabeln i en av div behållarna. Funktionen "appendRow" kallas i "createTable" funktionen för att skapa första inmatningsraden, varje rad i inmatningstabellen representerar ett skikt i kompositplåten. Funktionen jämför antalet nycklar i stack objektet med "rows" variabeln och skapar en ny nyckel i objektet ifall antalet nycklar är färre än värdet av "rows" variabeln. Funktionen ersätter sedan </table> i table variabeln med en tom sträng. I variabeln tillägs en ny tabellrad som innehåller skiktnumret och inmatningsfält för varje materialegenskap, inmatningsfälten får unika id genom att tillägga värdet av "rows" variabeln till strängarna i "colIds". Efter inmatningsfälten tillägs en knapp "Export ply data" för exportering av skiktets elasticitetsegenskaper.

Funktionen av "initEventListeners" är att kalla funktionerna "initCellListeners" och "initButtons". Funktionen "initButtons" lyssnar efter knapptryck på knapparna "Add Ply", "Next", "Calculate" och "Export data" och kallar respektive funktioner. Då "Add Ply" knappen trycks kallas "managePly" funktionen av händelse lyssnaren i "initButtons". "managePly" är en "do while" slinga som kallar funktionerna "appendRow" och "initEventListeners", slingan används för att alltid skapa en ny rad i tabell A och flera rader då

data importeras. Efter slingan insätts tidigare inmatade värden i tabell A, detta måste göras eftersom inmatningar inte sparas i table variabeln. Då "Next" knappen trycks skapar "createInputTable2" hela tabell B i variabeln table2, antalet rader i tabellen bestäms av antalet nycklar i stack objektet. Efter att tabell B insatts i HTML dokumentet fylls tabellen med värden då data importeras, ifall data inte importeras skapas en tom tabell.

"initCellListeners" kallar funktionen "manageChange" då en cell i inmatningstabellen mister fokus (focusout). I "manageChange" funktionen definieras tre variabler "data", "row" och "col". "data" är värdet användaren matat i en cell, "row" är raden och "col" är kolumnen där inmatningen gjorts. Variablerna definieras med hjälp av focusout händelsens ev parameter, cellens id fås genom ev.srcElement.id. Eftersom varje cell innehåller skiktnumret i sin id kan "row" definieras med reguljära uttryck genom att avlägsna alla icke siffror, "col" definieras med indexpositionen av cellens id i "colIds", då används reguljära uttryck för att avlägsna alla siffror. Efter att variablerna är definierade kallas funktionen "updateData" med variablerna som argument.

Funktionen "updateData" i state.js skriver "data" variabeln i stack objektet, "row" och "col" används för att skriva "data" variabeln under rätt nyckel och indexposition i arrayen. Funktionen uppdaterar värden i tabell A och stack objektet för att behålla förhållandet i ekvation (2). Uppdateringen utförs via if-satser, beroende av vilken cell förändrats definieras värden i "stack" objektets arrayer som funktionen "calculateNu" eller "calculateG", nya värdet uppdateras sedan i tabell A. Processen utförs för både armeringsmaterialet och matrisen.

Skriptet state.js innehåller funktionen "updateInput" vars uppgift är att spara inmatningar från tabell B i stack objektet. Ett tillfälligt objekt skapas i variabeln "inputs" för att lagra värden. En for-slinga används för att för varje tabellrad tömma värden efter indexposition 5 i "stack" objektets arrayer. Inne i slingan används en ytterligare for-slinga för kolumnerna i tabell B, värden ur tabell B skrivs i "inputs" objektet. Efter att värden ur alla rader och kolumner i tabell B är skrivna i objektet hoplänkas "inputs" med "stack" objektet. Det är nödvändigt att tömma arrayerna efter indexposition 5 i "stack" objektet före hoplänkningen för att behålla samma indexpositioner ifall funktionen exekveras flera gånger, till exempel då det görs förändringar i inmatningarna.

### 3.2.3 importExport.js

Skriptet importExport.js hanterar import och export funktionaliteter av applikationen. Import av data hanteras av en JavaScript filläsare och exekveras i en onämnd funktion då en förändring sker i inmatningsknappen bredvid "Import Data". Filläsaren skriver sedan parsade resultatet i "stack" objektet och kallar funktionerna "managePly" och "createInputTable2", parsningen utförs med JSON.parse funktionen i JavaScript. Funktionerna "managePly" och "createInputTable2" skapar tabellerna A och B ifyllda med värden från importerade filen.

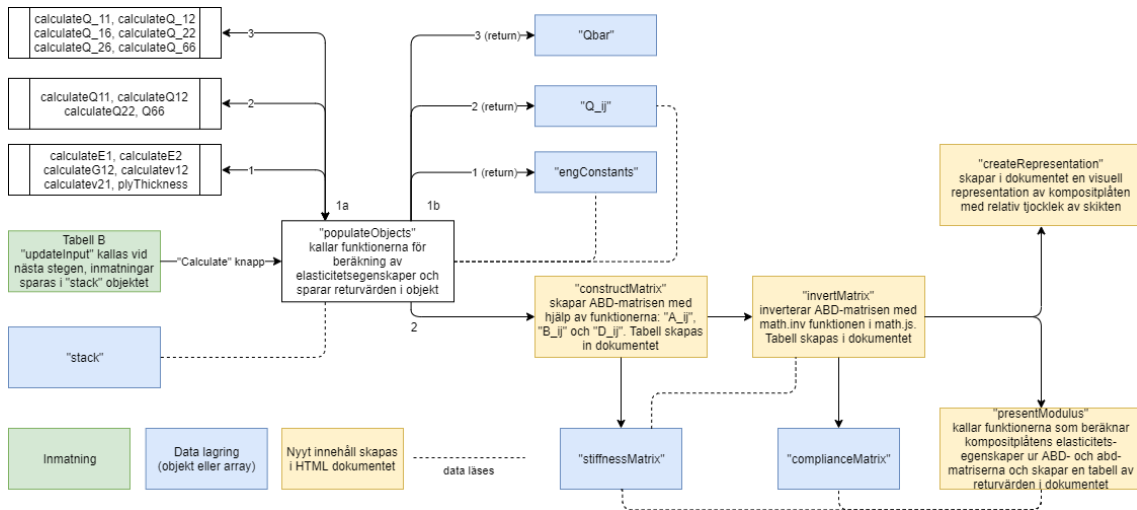
Textfilen med användarens inmatningar skapas av funktionen "createJSON" vid tryck av "Export data" knappen. Innanför funktionen definieras funktionen "makeTextFile" som skapar filen i "binary large object (blob)" formatet som text, dessutom skapas en URL för filen. Funktionen "createJSON" kallar sedan "updateInput" funktionen för att skriva inmatningarna ur tabell B i "stack" objektet. Användaren begärs ge ett filnamn åt textfilen genom en prompt. Länken till textfilen skapas genom ett dolt <a> element som ges ett download-attribut, värdet av attributet är filnamnet som användaren specificerat och filändelsen ".txt". Länkens href-attribut är "makeTextFile" funktionen, till funktionen sänds "stack" objektet som strängats med JSON.stringify funktionen i JavaScript. Länken placeras i dokumentet och binds till en klick händelse som utförs av skriptet. Efter klick händelsen nedladdas filen till användarens enhet och länken raderas.

CSV filer med elasticitetsegenskaper av enskilda skikt nedladdas till användarens enhet enligt samma metod som JSON textfilen. CSV filen skapas av funktionen "exportPly" där en parameter "n" används för att identifiera vilket skikt skall exporteras. Parametern "n" kommer från "Export ply data" knappens id och sänds av till funktionen då den kallas genom ett knapptryck. Funktionen kollar att längden av skiktets array i "stack" är lika med eller längre än 6 vilket innebär att raden i tabell A är ifylld. Därefter skapas en tom array i variabeln "exportedPly", arrayen fylls sedan i en slinga med en array per fibervolymandel som innehåller elasticitetsegenskaperna  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$  och  $\nu_{21}$ . Elasticitetsegenskaperna returneras av funktionerna "calculateE1" och så vidare. Slingan upprepas 100 gånger för en noggrannhet av 0,01 för fibervolymandelarna 0–1. När "exportedPly" arrayn är fylld används en forEach slinga för att stränga arrayerna inne i "exportedPly"

arrayn och börja en ny rad för varje array. Detta resulterar i en sträng där alla värden är separerade med ett kommatecken och varje fibervolymandel har en egen rad.

### 3.2.4 calculate.js

Skriptet calculate.js hanterar alla beräkningar och skapar användargränssnittet efter att ”calculate” knappen trycks. Figur 7 är ett förenklat flödesdiagram för skriptet.



Figur 7: Flödesdiagram för calculate.js.

Funktionen ”populateObjects” kallar ”updateInput” funktionen för att skriva inmatningarna ur tabell B i ”stack” objektet. Därefter fylls ”engConstants”, ”Q\_ij” och ”Qbar” objektet med funktioner i en array per skikt i en slinga. Funktionernas uppgift är att returnera värdet av elasticitetsegenskaperna som beräknats med argumenten som sänds. Funktionerna som fyller objekten är listade i tabell 1 enligt indexposition i skiktens arrayer.

Tabell 1: Funktionerna som fyller objekten ”engConstants”, ”Q\_ij” och ”Qbar”.

engConstants	Q_ij	Qbar
calculateE1	calculateQ11	calculateQ_11
calculateE2	calculateQ12	calculateQ_12
calculateG12	calculateQ12 (Q12 = Q21)	calculateQ_16
calculatev12	calculateQ22	calculateQ_22
calculatev21	Q66 = G12 värdet hämtas	calculateQ_26
plyThickness	ur engConstants objektet	calculateQ_66

```
function calculateEl(eFiber, eMatrix, fvFraction) {
  let El = eFiber * fvFraction + (1 - fvFraction) * eMatrix;
  return El;
}
```

Figur 8: Kod för beräkning av  $E_1$ .

Figur 8 innehåller koden för funktionen "calculateEl", argumenten "eFiber" är armeringsmaterialets och "eMatrix" är matrisens E-modul, fvFraction är fibervolymandelen. Argumenten hämtas från "stack" objektet och sänds då funktionen kallas. Alla funktioner i tabell 1 fungerar på samma vis och tillämpar ekvationer som presenterats i teorikapitlet, argumenten hämtas från "Q\_ij" och "stack" objekten beroende av funktionens argument. När objekten är fyllda kallas funktionen "constructMatrix" som skapar ABD-matrisen.

Funktionen "constructMatrix" kallar funktionen "totalThickness" som beräknar kompositplåtens totala tjocklek och sparar värdet i "tTot" variabeln. Arrayn "stiffnessMatrix" fylls därefter med funktionerna "A\_ij", "B\_ij" och "D\_ij" i en array per rad i ABD-matrisen på respektive indexpositioner enligt ekvation (16). Till funktionerna "A\_ij", "B\_ij" och "D\_ij" sänds "ij" parametern då de kallas ur "constructMatrix" funktionen, "ij" är indexpositionen av  $\bar{Q}_{ij}$  koefficienterna i "Qbar" objektet. Funktionen "A\_ij" beräknar i en slinga, summan av alla skikt där enskilda skiktets  $\bar{Q}_{ij}$  koefficient multipliceras med skiktets tjocklek, därefter returneras värdet till "stiffnessMatrix" arrayn där funktionen kallades.

```
function D_ij(ij) {
  let D_ij = 0;
  let distanceBottom = tTot / 2;
  let distanceTop = tTot / 2;
  for (i = Object.keys(stack).length; i > 0; i--) {
    distanceTop -= engConstants["ply" + i][5];
    D_ij += (1 / 3) * Qbar["ply" + i][ij] * (Math.pow(distanceBottom, 3) - Math.pow(distanceTop, 3));
    distanceBottom = distanceTop;
  }
  return D_ij;
}
```

Figur 9: Kod för funktionen  $D_{ij}$ .

Funktionerna "B\_ij" och "D\_ij" är identiska bortsett exponenten av avstånden. Koden för "D\_ij" är presenterad i figur 9. Variabeln "D\_ij" är noll som utgångspunkt och undviker problem ifall "calculate" knappen trycks flera gånger. Variablerna "distanceBottom" och "distanceTop" definieras som hälften av "tTot" vilket är kompositplåtens medelyta. Forslingan börjar vid skikt N och värdet av "i" minskas med ett för varje iteration tills "i" inte längre är större än noll. Därefter subtraheras N:te skiktets tjocklek från "distanceTop"

variabeln, till "D\_ij" tillsätts produkten av skiktet N enligt ekvation (19a). Före nästa iteration ställs värdet av "distanceBottom" lika med "distanceTop", när nästa iteration börjar subtraheras tjockleken av skiktet N-1 från "distanceTop". När slingan exekveras returneras värdet av variabeln "D\_ij". Efter att ABD-matrisen är beräknad skapas en tabell med sex rader och sex kolumner som innehåller matrisen i HTML dokumentet. Därefter kallas funktionen "invertMatrix" för att invertera ABD-matrisen med math.js biblioteket genom att sända "stiffnessMatrix" till bibliotekets math.inv funktion, math.inv(stiffnessMatrix). Resultatet, det vill säga abd-matrisen sparas i "complianceMatrix" variabeln och en likadan tabell skapas i HTML dokumentet som för ABD-matrisen. Funktionen "invertMatrix" kallar sedan funktionerna "createRepresentation" och "presentModulus".

Funktionen "createRepresentation" skapar visuella representationen av kompositplåten i ett <div> element som är 100px högt. Innanför <div> elementet skapas ett nytt <div> element för varje skikt ifall skiktantalet är färre än 11, höjden av ett inre element är relativa tjockleken av skiktet som elementet representerar. I inre <div> elementen visas skiktets nummer, tjockleken och vinkeln. Ett ytterligare <div> element skapas av funktionen för att visa medelytans position i representationen.

I "presentModulus" funktionen skapas en tabell för kompositplåtens E-moduler i olika belastningar och belastningsriktningar, <td> elementen innehåller respektive funktion för beräkning av modulen. I funktionerna är ekvationerna (21) – (27) implementerade, värdet returneras och skrivs i tabellen.

### 3.3 Sparning av elasticitetsegenskaper och matris koefficienter

Ifall en användare vill spara elasticitetsegenskaperna i "engConstants" eller matriskoefficienterna  $Q_{ij}$ ,  $\bar{Q}_{ij}$ , ABD eller abd kan webbläsarens konsol användas för att kopiera värden av koefficienterna. Värden för "engConstants",  $Q_{ij}$  och  $\bar{Q}_{ij}$  returneras till konsolen som objekt genom att kalla "engConstants", "Q\_ij" och "Qbar" i konsolen. Objekten innehåller nyckel-värde par där nyckel är "ply" följt av skiktets nummer, värdet är en array med indexpositioner enligt tabell 2.

Tabell 2: Indexpositioner för  $Q_{ij}$  och  $\bar{Q}_{ij}$ .

	engConstants	Q_ij	Qbar
<b>0</b>	$E_1$	$Q_{11}$	$\bar{Q}_{11}$
<b>1</b>	$E_2$	$Q_{12}$	$\bar{Q}_{12}$
<b>2</b>	$G_{12}$	$Q_{21}$	$\bar{Q}_{16}$
<b>3</b>	$\nu_{12}$	$Q_{22}$	$\bar{Q}_{22}$
<b>4</b>	$\nu_{21}$	$Q_{66}$	$\bar{Q}_{26}$
<b>5</b>	t		$\bar{Q}_{66}$

ABD- och abd-matriserna returneras till konsolen som tvådimensionella arrayer genom att kalla "stiffnessMatrix" respektive "complianceMatrix". Arrayerna innanför den yttre arrayen är raderna och värdena inne i dessa arrayer är kolumnerna i tabell 3. Tabell 3 är en förteckning av ABD-matrisens indexpositioner, abd-matrisen har samma positioner som ABD-matrisen.

Tabell 3: Indexpositioner för ABD-matrisen.

	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>array 0</b>	$A_{11}$	$A_{12}$	$A_{16}$	$B_{11}$	$B_{12}$	$B_{16}$
<b>array 1</b>	$A_{12}$	$A_{22}$	$A_{26}$	$B_{12}$	$B_{22}$	$B_{26}$
<b>array 2</b>	$A_{16}$	$A_{26}$	$A_{66}$	$B_{16}$	$B_{26}$	$B_{66}$
<b>array 3</b>	$B_{11}$	$B_{12}$	$B_{16}$	$D_{11}$	$D_{12}$	$D_{16}$
<b>array 4</b>	$B_{12}$	$B_{22}$	$B_{26}$	$D_{12}$	$D_{22}$	$D_{26}$
<b>array 5</b>	$B_{16}$	$B_{26}$	$B_{66}$	$D_{16}$	$D_{26}$	$D_{66}$

Specifika koefficienter fås också i konsolen, till exempel fås  $Q_{22}$  för tredje skiktet enligt: "Q\_ij.ply3[3]" där [3] är indexpositionen, samma metod används för  $\bar{Q}_{ij}$  koefficienterna genom att ersätta "Q\_ij" med "Qbar". En specifik koefficient i ABD-matrisen fås enligt: "stiffnessMatrix[a][b]" där [a] är raden och [b] är kolumnen i tabell 3. Samma metod används för abd-matrisen men "stiffnessMatrix" ersätts med "complianceMatrix". Avrundade värden av koefficienterna i ABD- och abd-matrisen kan kopieras direkt ur användargränssnittet.



### 3.4 Funktionstestning av applikationen

Mjukvaran testas för tre huvudaspekter, korrektheten av uträkningarna, fel som uppstår av flyttal och kompatibiliteten mellan och inom plattformar. Uträkningarnas korrekthet granskas genom att modellera två olika quasi-isotropa kompositplåtar, ABD- och abd-matrisen jämförs mellan applikationen och CCSM. Quasi-isotropa kompositplåtar har lika materialegenskaper i alla riktningar i plåtens plan vilket möjliggör jämförelse av modulerna som beräknats ur matriserna. Korrektheten av elasticitetsegenskaperna,  $Q_{ij}$  och  $\bar{Q}_{ij}$  behöver inte granskas skilt eftersom de används för att skapa matriserna ABD och abd. B-matrisens korrekthet granskas genom att modellera en kompositplåt vars uppläggning är osymmetrisk. Dessutom modelleras en symmetrisk kompositplåt där skiktens tjocklek varierar och en kompositplåt med tre liktjocka skikt för att testa visuella representationen, värden ur kompositplåtarnas ABD- och abd-matriser jämförs med CCSM. Materialegenskaperna som används för testen finns i tabell 4 och upplägningen samt armeringsmaterialets massa per area finns i tabell 5. För fibervolymandelen, armeringsmaterialets massa per area och armeringsmaterialets densitet har värden som skapar skikt-tjocklekarna  $1\text{ mm}$ ,  $0,5\text{ mm}$  och  $0,25\text{ mm}$  valts för att underlätta modelleringen i CCSM.

Tabell 4: Materialegenskaperna i testen.

$E_{fiber}$	$\nu_{fiber}$	$G_{fiber}$	$E_{matrix}$	$\nu_{matrix}$	$G_{matrix}$	$f$	$\rho_{fiber}$	$\rho_{matrix}$
70 GPa	0,25	28 GPa	4 GPa	0,35	1,4814... GPa	0,5	2540 $\frac{kg}{m^3}$	1100 $\frac{kg}{m^3}$

Tabell 5: Uppläggning och armeringsmaterialets massa per area för testen.

Test	Uppläggning	$M_{tex} \left[ \frac{kg}{m^2} \right]$
1	[0/45/-45/90] <sub>s</sub>	1,27
2	[60/0/-60] <sub>s</sub>	1,27
3	[0/-30/30/90] <sub>s</sub>	$M_{tex(0)} = 1,27, M_{tex(30)} = 0,635, M_{tex(90)} = 0,3175$
4	[0/90/0]	1,27
5	[0/45]	$M_{tex(0)} = 1,27, M_{tex(45)} = 0,3175$

Fel som orsakas av flyttalaritmetik utvärderas genom att modellera en symmetrisk kompositplåt med 10 skikt. Därefter modelleras kompositplåten med samma materialegenskaper och vinklar men skiktantalet fördubblas, armeringsmaterialets massa per area i kompositplåten väljs så att plåtarnas tjocklekar är identiska. Samma process där föregående skiktantalet fördubblas upprepas upp till 320 skikt. Plåtarnas abd-matris jämförs och ifall det förekommer skillnader beräknas absolutfelets storlek.

Applikationens kompatibilitet testas på olika plattformar och operativsystem i deras förinstallerade samt mest populära webbläsare, vilka är Google Chrome, Mozilla Firefox, Microsoft Edge och Apple Safari. Funktionaliteten av data import och export testas inom och mellan olika plattformar. Funktionen för dynamiska uppdateringen av värden i tabell A samt korrekt funktionalitet av alla knapparna granskas.

### 3.4.1 Funktionstestens resultat

Testen för korrekthet av uträkningarna och kompatibilitet testades på sex olika enheter. Mobila enheternas operativsystem är Android och Apple iOS, stationära enheternas operativsystem är Microsoft Windows och Apple OS X. Enheterna och operativsystemens versioner samt testade webbläsarnas versioner finns i tabell 6.

Tabell 6: Testade enheter, operativsystem och webbläsare.

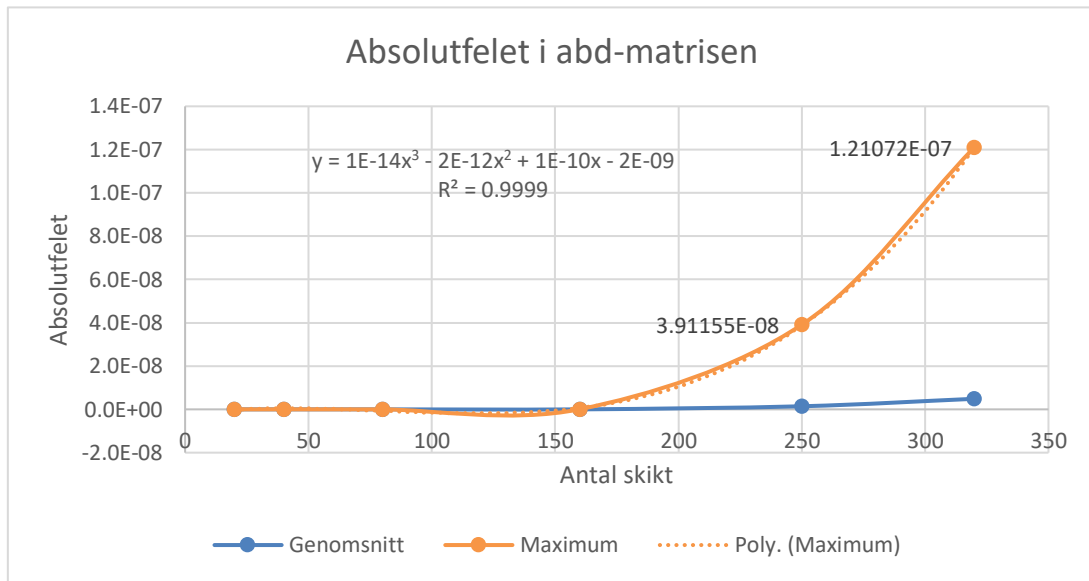
Enhet	Operativsystem	Testade webbläsare
Lenovo ideapad 510S	Windows 10	Google Chrome 80.0.3987.149 Mozilla Firefox 74.0 Microsoft Edge 44.18362.449.0
Apple MacBook Air	OS X 10.10.5	Safari 13.1 Google Chrome 80.0.3987.149
Samsung Galaxy Tab4	Android 5.0.2	Samsung Internet Browser v11.1.2.2 Firefox for Android 68.6.0 Google Chrome for Android 80.0.3987.149 Microsoft Edge 45.01.2.4920
Samsung Galaxy A50	Android 9	Firefox for Android 68.6.0 Google Chrome for Android 80.0.3987.149 Microsoft Edge 45.02.4.4926
Apple iPad	iOS 10.3.3	Safari iOS 10
Apple iPhone	iOS 13.3.1	Safari iOS 13

Korrektheten av ABD- och abd-matriserna jämfördes mellan CCSM och applikationen för uppläggningsarna i tabell 5. I CCSM visas enbart avrundade värden i matriserna för användaren, detta begränsar jämförbara värdetal till fem som lägsta antal. Värden i matriserna är identiska mellan CCSM och applikationens avrundade värden som visas i användargränssnittet förutom små flyttalsfel i B-matrisen,  $A_{16}$  och  $A_{26}$ . Till exempel i test 3 är  $A_{26}$  i CCSM  $2,3981E-14$  och i applikationen  $8.67362e-19$ , i en symmetrisk uppläggning är B-matrisen samt  $A_{16}$  och  $A_{26}$  noll. Alla enheter oavsett operativsystem och webbläsare producerar identiska resultat.

Applikationen är kompatibel på testade plattformarna och endast små skillnader i användargränssnittets utseende förekommer. Eftersom utseende av knappar, inmatningsfält och fonter inte är specificerade i stilmallen används webbläsarens standardutseende för dessa. Medelytans `<div>` element i kompositplåtens visuella representation är inte vågrätt centrerad i Safari 13.1 webbläsaren, problemet förekommer inte i Google Chrome på samma enhet. Knapparnas funktioner testades på alla enheter och webbläsare i tabell 6. Nedladdningen av filer till användarens enhet med knapparna "Export data" och "Export ply data" fungerar inte i Safari iOS 10 eftersom understöd för download attributet i `<a>` elementet saknas. Istället för att ladda ner filen navigerar webbläsaren till en ny sida vars innehåll är samma som skrivs i filen när stöd för attributet finns. Innehållet kan kopieras från webbsidan och klistras i en texteditor vilket möjliggör manuell sparning av data. Övriga knappar har korrekt funktion i Safari iOS 10 och på de övriga plattformarna fungerar alla knappar korrekt. Dynamiska uppdateringen av Poissons talet och skjuvmodulen i inmatningstabell A fungerar på alla plattformar. Inmatningsfälten i tabellerna A och B godkänner endast siffror och bokstaven E samt plustecken och minustecken eftersom inmatningsfälten är `<input type="number">`. Bokstaven E används för inmatning av värden i grundpotensform, värden som matas in i grundpotensform skrivs om till ett tal av JavaScript. Ifall en ogiltig grundpotensform matas in eller om en beräkning försöks utföras i inmatningsfältet utförs inte inverteringen av ABD matrisen eller om inverteringen sker är resultaten felaktiga, detta är beroende av vilken inmatning är ogiltig. Ifall giltiga inmatningar används kan tal och tal i grundpotensform användas utbytbart.

Absolutfelet i abd-matrisen som orsakas av flyttalsfel beräknades i Microsoft Excel. Ett skript användes för att skapa JSON objekt i textfiler med samma struktur som dataexporten i applikationen. Objekten innehåller uppläggningsen av samma kompositplåt med

varierande antal skikt. Textfilerna importerades i applikationen och beräkningarna utfördes, abd-matrisen kopierades via konsolen genom att kalla "complianceMatrix.join(",")" för att skapa en sträng. Strängen klistrades i en texteditor och sparades i CSV formatet, därefter öppnades filerna i Microsoft Excel och absolutfelet beräknades. Figur 10 innehåller absolutfelet i abd-matrisen, genomsnittsfelet är medeltalet av alla fel i matrisen och maximifelet är största felet som förekommer i någon av koefficienterna i matrisen.



Figur 10: Absolutfelet enligt antal skikt i kompositplåten.

Trendlinjen för maximifelet är ett polynom av tredje ordningen,  $R^2$  värdet är högt vilket bekräftar att maximifelet ökar enligt trendlinjens ekvation. Största felet det vill säga efter 160 skikt förekommer i  $d_{66}$ , felet för 250 skikt tillsattes på grund av ökningen i felet mellan 160 och 320 skikt. D-matrisens koefficienter definieras enligt ekvation (19a) där värden av  $\bar{Q}_{ij}$  multipliceras med avstånden upphöjt i tre, detta förklarar varför tredjegradsekvation sammanfaller väl med värden av maximifelen. Trendlinjens ekvation kan användas för att uppskatta antalet skikt då maximifelet överskrider felgränsen 1% genom extrapolation. Felgränsen överskrids av  $d_{66}$  vid  $2 \cdot 10^6$  skikt, ett eventuellt fel i  $d_{66}$  för 10 skikt beaktas inte.

$$1,01 \cdot 8734890,364 \dots = 1 \cdot 10^{-14} N^3 - 2 \cdot 10^{-12} N^2 + 1 \cdot 10^{-10} N - 2 \cdot 10^{-9} \rightarrow$$

$$N \approx 2 \cdot 10^6 = 2000000$$

## 4 DISKUSSION OCH SLUTSATSER

Applikationens användargränssnitt är användbart på datorer, pekplattor och smarttelefoner. Storleken av inmatningsfältens är en kompromiss mellan storlek och behov att rulla i sidled, speciellt på en smarttelefon med en liten skärm kan det vara nödvändigt att zooma in för att kunna trycka i rätt fält. Inmatning av data på en enhet med pekskärm är arbetsdrygt eftersom tabulatortangenten inte är tillgänglig, användaren måste istället trycka på nästa fält för att insätta ett värde. Ett alternativ för att öka användarvänligheten av datainmatning är att tillägga en funktion som duplicerar föregående rad i inmatningstabellen. Problemet med en sådan funktion är tudelade inmatningstabellen, funktionen kunde duplicera föregående rad i bägge tabeller med ett knapptryck eller skilt för tabell A och B genom två olika knappar. Alternativt kunde inmatningstabellerna skapas med ett format som möjliggör kopiering och klistring av hela tabellrader. Möjligheten att duplicera rader i inmatningstabellerna ökar användarvänligheten på alla plattformar eftersom behovet att insätta samma materialegenskaper för varje rad då en kompositplåt som består av enbart en textil avlägsnas. Import- och exportfunktionaliteten i applikationen underlättar dock datainmatningen ifall mallar med varierande antal skikt skapas för till användaren tillgängliga textiler. Detta avlägsnar behovet att insätta materialegenskaperna för enskilda skikt.

En vidare orsak varför lämpligheten av inmatningsfälten bör övervägas i följande version är omöjligheten att insätta minustecken på vissa webbläsare på vissa Android enheter. I utförda funktionstesten förekom detta problem endas på Samsung Galaxy Tab4 enheten med standardtangentbordet i Google Chrome for Android och Microsoft Edge webbläsarna. Standardtangentbordet öppnar en förenklad version för inmatning av siffror i inmatningsfält vars typ är nummer. Beroende av webbläsaren kan minustecken insättas i inmatningsfältet med standardtangentbordet. Lösningar för detta problem är att använda en annan webbläsare där minustecken kan inmatas, installera ett annat tangentbord eller tillägga 180° till alla negativa vinklar. Fördelen med inmatningsfälten är att bokstäver och andra tecken inte kan matas in, som decimaltecken kan endast det tecken som specificerats i enhetens inställningar användas vilket avlägsnar behovet att använda ett specifikt decimaltecken som i CCSM.

Datainmatningen saknar felhantering för felaktiga eller saknade inmatningar. Applikationen utför uträkningarna oberoende av saknade inmatningar. Alla saknade inmatningar tolkas som noll av JavaScript. Ifall en saknad inmatning inte tillhör nämnaren av en division eller inte skapar ett värde är oändligt visas felaktiga värden som normalt i användargränssnittet. Felhantering av datainmatning är en utvecklingsrekommendation för vidare versioner av applikationen.

Import- och exportfunktionaliteter i applikationen fungerar som avsett men kan förbättras i kommande versioner. Då data importerats i applikationen skrivs den in i inmatningstabellerna börjande från toppen, ifall data har matats in före import eller flera filer importeras kommer den att överskrivas av importen. Ifall importerade värden skrevs in börjande från första tomma rad kunde en användare spara uppläggnings av multiaxiala textilerna i separata filer och modellera kompositplåten med hjälp av dessa filer. Eftersom multiaxiala textilerna måste modelleras som enskilda skikt för varje riktning i textilen kan modelleringen för snabbas avsevärt. Import av ett enskilt skikt utan att skriptet skapar en tom rad är inte möjligt. Detta beror på "managePly" funktionen som körs i en "do while" slinga vars funktion är att alltid skapa en ny rad då "Add Ply" knappen trycks, då data importerats skapas nya rader i slingan tills radantalet motsvarar längden av innehållet. Denna egenskap måste korrigeras ifall möjligheten att importera enskilda skikt för modellering utan manuell inmatning vill tilläggas. CSV filen som skapas av "Export ply data" knapparna kan öppnas direkt i Microsoft Excel direkt ifall decimaltecknet är en punkt och separatoren är ett kommatecken i inställningarna, alternativa metoder för import av CSV formatet finns.

Resultatet av applikationens beräkningar jämfördes för minst fem värdetal med CCSM. Små numeriska fel kan förekomma i decimaler som inte är tillgängliga för användaren i CCSM. Ifall korrektheten av ett större antal värdesiffror vill bekräftas måste applikationens ab-d-matris jämföras med ett annat modelleringsverktyg där flera decimaler är tillgängliga för användaren. Den bekräftade noggrannheten är dock tillräcklig för modellering av kompositplåtars elasticitetsegenskaper i flesta fall eftersom materialegenskaperna av armeringsmaterialet och matrisen ofta har betydligt större fel i jämförelse med felen som förekommer i applikationen. Dessutom är det svårt att utvärdera fibervolymandelen med hög noggrannhet genom tjocklek eller densitet eftersom kompositmaterial har en låg ytjämnhet.

Flyttalsfelanalysen visar att fel som orsakas av flyttalsaritmetiken i applikationen är små. En sannolik orsak varför felet ökar då antalet skikt ökas är minskningen av enskilda skiktens tjocklek. Då tjockleken minskas ökar antalet inledande nollor vilket minskar antalet värdesiffror eftersom tjockleken sparas som ett decimaltal. D-matrisen påverkas mer av ett fel i tjockleken än övriga matriser eftersom D-matrisen definieras av avstånden  $h_k$  och  $h_{k-1}$  upphöjt i tre, detta förklarar även varför felet ökar enligt en tredjegrads ekvation. Flyttalsfelet kan vara större än i figur 10 eftersom felet i kompositplåten med 10 skikt inte kan bestämmas. Observerade felen är dock så små att de inte har en praktisk betydelse för modellering, största felet uppskattas nå 1% när skiktantalet är kring 2 miljoner. En praktisk gräns för data import i applikationen är mellan 500 och 1000 skikt beroende av bland annat tillgängligt minne på enheten.

På basis av kompatibilitetstestet resultat fungerar applikationen på flesta enheter och webbläsare oavsett operativsystem. Problemet med nedladdning av data i iOS 10.3.3 på Ipadplattan kan kringgås vilket möjliggör sparning av data ur applikationen. Stöd för ”download” attributet i Safari iOS är tillgängligt från och med version 13 och bekräftades fungera med på en Iphone. Problemet med medelytans position i Safari 13.1 bör bekräftas på en nyare version av macOS innan korrigerande åtgärder eftersom OS X 10.10.5 som användes i testet är föråldrad och underhålls inte längre. Övriga kompatibilitets problem förekom inte på testade enheterna och webbläsarna men eventuella brister i understödet av HTML 5, ECMA Script 6 eller CSS 3 kan förekomma i andra webbläsare eller i äldre versioner av webbläsarna som använts i testen.

Version 1 av applikationen kan användas för enkel modellering av kompositplåtar där armeringsmaterialet är kontinuerliga fibrer. Följande förbättringar rekommenderas före vidareutveckling av applikationen för deformationsanalys och felanalys:

- Skapa understöd för huggna fibrer, chopped strand mat (CSM)
- Tillägga ett kommentarfält i användargränssnittet som sparas i samma textfil som uppläggningsfilen
- Skapa en ny sida i applikationen där inmatningarna är  $E_1$ ,  $E_2$  osv.

Elasticitetsegenskaperna för slumpmässigt orienterade huggna fibrer bestäms enligt förhållanden mellan  $E_1$  och  $E_2$  (Campbell 2010 s. 288-289). Ett skikt kunde i användargränssnittet definieras som CSM i en kryssruta och tillståndet av kryssrutan kan användas

som villkor i en if-sats för att beräkna elasticitetsegenskaperna för CSM. Kryssrutans position rekommenderas vara i samband med tabell A för att eventuella CSM skikt exporteras korrekt genom ”Export ply data” knapparna.

Syftet med kommentarfältet i användargränssnittet är förmedling av materialinformation för produktion. Eftersom det i användargränssnittet visas enbart materialegenskaperna för beståndsdelarna är det svårt att avgöra ifall textilerna är UD, bi-, tri- eller multiaxiala. I kommentarfältet kan namnet av textilerna samt deras position i kompositplåten listas, vid behov kan även matris och produktionsmetod specificeras i fältet.

Med alternativa inmatningarna förenklas modellering av kompositplåtar som innehåller isotropa skikt. Till exempel i sandwichkonstruktioner är ett mellanskikt av cellplast isotropt. Nackdelen med alternativa inmatningarna för modellering av kompositmaterial är att tjockleken måste specificeras. Modellering av sandwichkonstruktioner är dock betydligt lättare med alternativa inmatningarna eftersom ett isotropt material modelleras med samma materialegenskaper i 1- och 2-riktningen. Dessutom är det inte praktiskt att använda inmatningarna som baserar sig på mikromekaniska modellen för annat än kompositmaterial där armeringsmaterialet är en fibertextil på grund av bland annat inmatningen för armeringsmaterialets massa per area, fibervolymandel och armeringsmaterialets densitet som används för uppskattning av tjockleken. En sandwichkonstruktion som består av ett mellanskikt och ytskikt av kompositmaterial kan effektivt modelleras då båda inmatningsalternativen utnyttjas. Inmatningarna enligt mikromekaniska modellen används för att uppskatta tjockleken av skikten samt för att bestämma elasticitetsegenskaperna ( $E_1$ ,  $E_2$  osv.). Därefter modelleras hela sandwichkonstruktionen med alternativa inmatningarna där beräknade värden för ytskikten insätts.

En utskriftvänlig sida som innehåller alla inmatningar samt all data från objekten och arrayerna rekommenderas för att enkelt kunna spara all information. Många företag och organisationer har som praxis att arkivera dokumentation för ett projekt för en bestämd tid i pappersform. Användargränssnittet är inte lämpligt att skriva ut direkt eftersom det inte ryms på en sida och all information är inte tillgänglig i användargränssnittet. Dessutom underlättar ett utskrivet dokument då flera modelleringsverktyg används eller då produktionen inte har tillgång till en dator till exempel på grund av tekniska problem.



Syftet med detta examensarbete var att skapa en applikation för modellering av kompositplåtar där data kan sparas och förmedlas till andra användare oavsett användarnas plattform. Mikromekaniska modellen används för inmatning av materialegenskaper för kompositmaterialens beståndsdelar. Applikationen utför därefter i teorikapitlet beskrivna uträkningarna för att skapa kompositplåtens ABD- och abd-matris, ur matriserna beräknas kompositplåtens skjuvmodul, Poissons tal och E-moduler i x- och y-riktningen för olika belastningar. Från denna punkt kan funktionalitet för deformationsanalys och felanalys tilläggas i följande versioner. Visuella representation av plåtens tvärsnittsyta skapas i användargränssnittet och används för att bekräfta korrekthet av inmatningarna. Applikationen motsvarar funktionsmässigt syftet, modellering av kompositplåtars elasticitetsegenskaper genom laminatteorin kan utföras på flesta plattformar och data kan utbytas mellan användare samt sparas för senare redigering. All data kan kopieras ur applikationen på enheter där webbläsarens konsol är tillgänglig för användaren. Mest väsentliga informationen är dock tillgänglig genom exportfunktionerna eller i användargränssnittet därifrån den kan kopieras på alla enheter, något som inte är möjligt i CCSM. En utskriftsvänlig version av applikationens inmatningar och resultat kunde ha ingått i version 1 eftersom detta hade möjliggjort kopiering av all data på enheter där användaren inte har tillgång till webbläsarens konsol. Installation på enskilda enheter har undvikts genom att skapa en JavaScript webbapplikation där exekveringsmiljön är en webbläsare. På basis av resultaten för flyttalsfelanalysen skapas inga fel som överskrider 1% då realistiska kompositplåtar modelleras. Angivna rekommendationer för förbättring av applikationens användarvänlighet bör utvärderas innan ytterligare funktionalitet tilläggs i applikationen.

## KÄLLOR

Campbell, F. C., 2010, *Structural Composite Materials*, ASM International, Novelty.

de Jong, J., 2013-2020, *math.js | an extensive math library for JavaScript and Node.js*.

Tillgänglig: <https://mathjs.org/index.html> Hämtad 6.3.2020

Hibbeler, R. C., 2018, *Mechanics of Materials*, 10 uppl., Pearson Education Limited, Harlow.

Kingsley-Hughes, A. & Kingsley-Hughes, K., 2005, *Beginning Programming*. 1 uppl., John Wiley & Sons, Incorporated, Hoboken.

Nettles, A. T., 1994, *NASA Technical Reports Server (NTRS) - Basic mechanics of laminated composite plates*. Tillgänglig:

<https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19950009349.pdf> Hämtad 7.4.2020

Sriparasa, S., 2013, *JavaScript and JSON Essentials*, Packt Publishing Limited, Birmingham.

Sutcliffe, M. P. F., Xin, X. J., Fleck, N. A. & Curtis, P. T., 2013, *Engineering: Composite Design Tool*. Tillgänglig:

<http://www2.eng.cam.ac.uk/~mpfs/CCSM/UserManual.pdf> Hämtad 24.1.2020

U.S. Department of Defence, 2002, *Military Handbook - MIL-HDBK-17-3F: Composite Materials Handbook*, U.S. Department of Defense, Washington, D.C..

## **BILAGOR**

**Bilaga 1 - Användarguide på engelska**



# User Guide

## Web-based composite plate modelling tool

Version 1

2020

# Table of Contents

<b>1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Overview of the User Interface .....</b>	<b>3</b>
2.1	Data Input.....	4
2.2	Data Export and Import.....	5
2.3	Result Output.....	7
<b>3</b>	<b>Calculations .....</b>	<b>7</b>
3.1	Rule of Mixtures.....	7
3.2	Thickness Definition.....	8
3.3	Elastic Properties of a Single Ply.....	8
3.4	Transformation .....	9
3.5	ABD Matrix Construction .....	9
3.6	Moduli from matrices ABD and abd .....	10
	<b>References .....</b>	<b>11</b>

# 1 INTRODUCTION

This application is intended for composite plate modelling by laminate theory. The application can run on most platforms that support a web-browser that has support for JavaScript (ES6), HTML 5 and CSS 3. A local copy of the application is run by opening the index.html file in a web-browser, all scripts need to be in the same directory as index.html. If the application is hosted on a server, it is accessed through the URL.

This guide covers the inputs in the application and their purpose, exporting data for later editing or sharing and importing previously exported data. A method for accessing additional data and full decimal values of the results through the web-browsers console is presented. Furthermore, the structure of the exported data is explained to aid for instance rapid modelling of composite plates consisting of several identical plies.

The equations used to calculate the ABD matrix are presented along with their sources. Version 1 of this application is only intended for calculation of matrices ABD, abd and elastic properties calculated of the composite plate calculated from these matrices. The data export functions and ability to copy data from the user interface and console allows a user to utilize results in other calculation tools.

# 2 OVERVIEW OF THE USER INTERFACE

The user interface is generated in three stages, when the application is opened in a web browser only table A with a single blank row and buttons associated with the table are displayed. Each row in table A and B represent a ply in the composite plate, additional rows can be added to table A by clicking the *Add Ply* button.

Table B is created by clicking the *Next* button, the number of rows is referenced to table A and should always be equal in both tables. If rows are added to table A the *Next* button should be clicked to update the row count in table B. **Note that all data in table B will be lost if the *Next* button is re-clicked during manual data input unless the *Calculate* button has been clicked.** All content below the buttons of table B is generated once the *Calculate* button is clicked.

## ABD Matrix Calculator for Composite Plates

**Material Properties**

Ply	$E_{fiber}$ [GPa]	$\nu_{fiber}$	$G_{fiber}$ [GPa]	$E_{matrix}$ [GPa]	$\nu_{matrix}$	$G_{matrix}$ [GPa]	
1	70	0.25	28	4	0.35	1.48148148	Export ply data
2	70	0.25	28	4	0.35	1.48148148	Export ply data
3	70	0.25	28	4	0.35	1.48148148	Export ply data
4	70	0.25	28	4	0.35	1.48148148	Export ply data

Add Ply   Next   Import Data: Valitse tiedosto   4ply\_equal.txt

Ply	$\nu_{fiber}$	angle [deg]	$M_{tex}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{fiber}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_{matrix}$ [kg/m <sup>3</sup> ]
1	0.5	0	0.1	2540	1100
2	0.5	0	0.1	2540	1100
3	0.5	0	0.1	2540	1100
4	0.5	0	0.1	2540	1100

Calculate   Export data

**Stiffness matrix, ABD**

Blue:  $A_{ij}$  E-9 N/m, White:  $B_{ij}$  E-9 N, Yellow:  $D_{ij}$  E-9 Nm

0.0118721	0.000728455	0	0	0	0
0.000728455	0.00242818	0	0	0	0
0	0	0.000386521	0	0	0
0	0	0	9.81427e-11	6.02191e-12	0
0	0	0	6.02191e-12	2.00736e-11	0
0	0	0	0	0	7.32694e-12

**Compliance matrix, abd**

Blue:  $a_{ij}$  E-9 m/N, White:  $b_{ij}$  E-9 1/N, Yellow:  $d_{ij}$  E-9 1/Nm

85.8108	-25.7432	0	0	0	0
-25.7432	419.554	0	0	0	0
0	0	1128.26	0	0	0
0	0	0	1.03803e-10	-3.11410e-9	0
0	0	0	-3.11410e-9	5.07523e-10	0
0	0	0	0	0	1.36483e-11

**Laminate Visual Representation**

Ply: 1; Thickness: 0.079 mm; Angle: 0°
Ply: 2; Thickness: 0.079 mm; Angle: 0°
Ply: 3; Thickness: 0.079 mm; Angle: 0°
Ply: 4; Thickness: 0.079 mm; Angle: 0°

$T_{tot}$	0.3150 mm	$\rho_{composite}$	1820.0 kg/m <sup>3</sup>
For Symmetric Laminates:			
$E_x$	37.00 GPa	$E_{bend\_x}$	37.00 GPa
$E_y$	7.568 GPa	$E_{bend\_y}$	7.568 GPa
$G_{xy}$	2.814 GPa	$E_{twist}$	2.814 GPa
$\nu_{xy}$	0.300	$\nu_{yx}$	0.061

Figure 1: User interface of the application.

## 2.1 Data Input

Elastic properties of a composite plate ply are calculated from the elastic modulus, Poisson number and shear modulus of the fibers and matrix along with the fiber volume fraction. Thickness of the ply is calculated based on fiber volume fraction, density of the fibers and area mass of the textile. The density of the matrix is used to calculate the density of the composite plate.

Table A inputs:

- $E_{fiber}$  – Young's modulus of the fibers
- $\nu_{fiber}$  – Poisson number of the fibers
- $G_{fiber}$  – Shear modulus of the fibers
- $E_{matrix}$  – Young's modulus of the matrix
- $\nu_{matrix}$  – Poisson number of the matrix
- $G_{matrix}$  – Shear modulus of the matrix

Table B inputs:

- $V_{fiber}$  – Fiber volume fraction
- $Angle$  – Fiber orientation angle
- $M_{tex}$  – Area mass of the textile
- $\rho_{fiber}$  – Fiber density
- $\rho_{matrix}$  – Matrix density

Table A will dynamically update the value of the elastic modulus  $E$ , the Poisson number  $\nu$  and the shear modulus  $G$  to maintain a relation between  $G$ ,  $E$  and  $\nu$ . Values are dynamically updated for both fiber and matrix. The relation between  $G$ ,  $E$  and  $\nu$  is presented in equation (1) (Hibbeler 2018 p.).

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1)$$

All inputs are required for successful calculation of the composite plate elastic properties, ABD- and abd-matrix. No error handling of missing or incorrect inputs is present in the application. Number can be inserted in decimal form or scientific notation interchangeably. Scientific notation will be automatically converted to decimal form by JavaScript. The input fields also allow all numbers therefore a fiber volume fraction greater than 1 can be inserted, this leads to incorrect results since the fiber volume fraction cannot be greater than 1. Similar issued arise if negative numbers are inserted in all fields besides the angle.

## 2.2 Data Export and Import

Once data is inserted in all fields of table A and B the data can be exported as a text file by clicking the *Export data* button. A prompt will appear where the user can specify the filename of the text file that will be downloaded. This text file can be imported to the application using the button next to the *Import Data* label by any user.

The content of the text file is a JSON object, each table row has a key of ply followed by the row number, the key of the first table row is ply1. Each key is followed by a value that is an array containing all inputs. Inputs are stored in the array with the index positions listed in table 1.

The JSON object can be edited in a text editor following the structure in figure 2. This way it is possible to model a composite plate with many plies without manually inputting values for each ply.



Table 1: Index positions in the JSON object arrays.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_{fiber}$	$\nu_{fiber}$	$G_{fiber}$	$E_{matrix}$	$\nu_{matrix}$	$G_{matrix}$	$V_{fiber}$	$Angle$	$M_{tex}$	$\rho_{fiber}$	$\rho_{matrix}$

```
{
  "ply1": [70, 0.25, 28, 4, 0.35, 1.4814814814814814, 0.5, 0, 0.1, 2540, 1100],
  "ply2": [70, 0.25, 28, 4, 0.35, 1.4814814814814814, 0.5, 0, 0.1, 2540, 1100],
  "ply3": [70, 0.25, 28, 4, 0.35, 1.4814814814814814, 0.5, 0, 0.1, 2540, 1100],
  "ply4": [70, 0.25, 28, 4, 0.35, 1.4814814814814814, 0.5, 0, 0.1, 2540, 1100]
}
```

Figure 2: Example JSON object with 4 plies.

The *Export ply data* button will create and download a CSV file containing  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$  and  $\nu_{21}$  for fiber volume fractions 0 – 1. The file can be opened in Microsoft Excel where data can be visualized, for example the upper and lower bound of the elastic modulus that can be produced with the constituents. The file is ply specific, hence each row includes an identical button.

Engineering constants and all matrix coefficients can be obtained with all decimals through the console of the web-browser by calling their variable names:

- engConstants – Engineering constants
- Q\_ij – Coefficients of matrix  $Q$
- Qbar – Coefficients of matrix  $\bar{Q}$
- stiffnessMatrix – ABD-matrix
- complianceMatrix – abd-matrix

engConstants, Q\_ij and Qbar are objects where each ply has a key of ply followed by the ply number, the value is an array with index positions according to table 2.

Table 2: Index positions in the object value arrays

	engConstants	Q_ij	Qbar
<b>0</b>	$E_1$	$Q_{11}$	$\bar{Q}_{11}$
<b>1</b>	$E_2$	$Q_{12}$	$\bar{Q}_{12}$
<b>2</b>	$G_{12}$	$Q_{21}$	$\bar{Q}_{16}$
<b>3</b>	$\nu_{12}$	$Q_{22}$	$\bar{Q}_{22}$
<b>4</b>	$\nu_{21}$	$Q_{66}$	$\bar{Q}_{26}$
<b>5</b>	ply thickness		$\bar{Q}_{66}$

The stiffnessMatrix and complianceMatrix are two dimensional arrays each array inside the outermost array represents a row and the contents of the array a column in table 3.

Table 3: Arrays and index positions of matrices ABD and abd

	0	1	2	3	4	5
<b>array 0</b>	$A_{11}$	$A_{12}$	$A_{16}$	$B_{11}$	$B_{12}$	$B_{16}$
<b>array 1</b>	$A_{12}$	$A_{22}$	$A_{26}$	$B_{12}$	$B_{22}$	$B_{26}$
<b>array 2</b>	$A_{16}$	$A_{26}$	$A_{66}$	$B_{16}$	$B_{26}$	$B_{66}$
<b>array 3</b>	$B_{11}$	$B_{12}$	$B_{16}$	$D_{11}$	$D_{12}$	$D_{16}$
<b>array 4</b>	$B_{12}$	$B_{22}$	$B_{26}$	$D_{12}$	$D_{22}$	$D_{26}$
<b>array 5</b>	$B_{16}$	$B_{26}$	$B_{66}$	$D_{16}$	$D_{26}$	$D_{66}$

## 2.3 Result Output

All calculations are performed once the *Calculate* button is clicked. The results displayed in the user interface include the ABD- and abd-matrix, a visual representation of the composite plate cross-section and table containing thickness, density and elastic properties of the composite plate.

The purpose of the visual representation is for the user to verify that the structure of the composite plate match expectations. For instance, an incorrect area mass of the textile can be identified based on the thickness of the plies.

## 3 CALCULATIONS

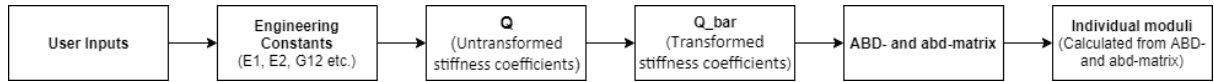


Figure 3: Calculation steps in application

### 3.1 Rule of Mixtures

Engineering constants of a composite plate ply are calculated through the rule of mixtures. The 1-direction is parallel, and the 2-direction is transverse with the fibers. Equations (2) – (5) are based on the rule of mixtures. (Campbell 2010 p.8–10)

$$E_1 = E_f f + E_m(1 - f) \quad (2)$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{f}{E_f} + \frac{(1 - f)}{E_m} \quad (3)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{f}{G_f} + \frac{(1 - f)}{G_m} \quad (4)$$

$$v_{12} = v_f f + v_m(1 - f) \quad (5)$$

The minor Poisson ratio in equation (6) is calculated through the relation  $\frac{v_{ij}}{E_i} = \frac{v_{ji}}{E_j}$  (Sutcliffe et al. 2013 p. 32).

$$\frac{v_{12}}{E_1} = \frac{v_{21}}{E_2} \rightarrow v_{21} = v_{12} \frac{E_2}{E_1} \quad (6)$$

### 3.2 Thickness Definition

The thickness of a ply is calculated through the definition of the fiber volume fraction. The fiber volume fraction is defined as the volume of fiber over the total volume. By defining the volume of fibers as the mass and density of the fibers and the total volume as area and thickness the following relationship is obtained.

$$f = \frac{V_{fiber}}{V_{tot}} = \frac{m_{fiber}}{\rho_{fiber} A t} \quad (7)$$

$\frac{m_{fiber}}{A}$  may now be replaced by  $M_{textil}$ , the areal mass of the textile. Solving for thickness gives:

$$t = \frac{M_{textil}}{\rho_{fiber} f} \quad (8)$$

### 3.3 Elastic Properties of a Single Ply

The stress-strain relationship for a composite plate ply in equation (9) is derived from Hooke's law. The relationship is only valid if the 1- and 2-directions are identical to the x- and y-direction. (Sutcliffe et al. 2013 p.32)

The application calculates the coefficients in the matrix of equation (9) for each ply. The coefficients are then used in the definition of the stress-strain relationship of a transformed ply where the 1- and x-direction are separated by an angle  $\theta$ .

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

where:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = Q_{21}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

### 3.4 Transformation

The stress-strain relationship in equation (10) is used to determine stresses in plies where the x- and 1-directions do not coincide (Campbell 2010 p. 428).

The application will calculate the matrix coefficients in equation (10) for each ply. The values will be used to construct the ABD-matrix.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

(C=cosine  $\theta$ , S=sine  $\theta$ ):

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}C^4 + Q_{22}S^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})S^2C^2 \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})S^2C^2 + Q_{12}(C^4 + S^4) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}S^4 + Q_{22}C^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})S^2C^2 \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66})C^3S - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})CS^3 \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66})CS^3 - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})C^3S \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})C^2S^2 + Q_{66}(S^4 + C^4) \end{aligned}$$

### 3.5 ABD Matrix Construction

The laminate stiffness matrix or ABD-matrix is constructed according to equations (11) – (13) and then inverted to obtain the compliance matrix abd (Campbell 2010 p. 432).

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (t_k) \quad (11)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (12)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (13)$$

- $N$  = Number of plies
- $(\bar{Q}_{ij})_k$  = Coefficient of  $\bar{Q}$  matrix for the k:th ply
- $h_k$  = Distance from mid-surface to lower surface of the k:th ply
- $h_{k-1}$  = Distance from mid-surface to upper surface of the k:th ply

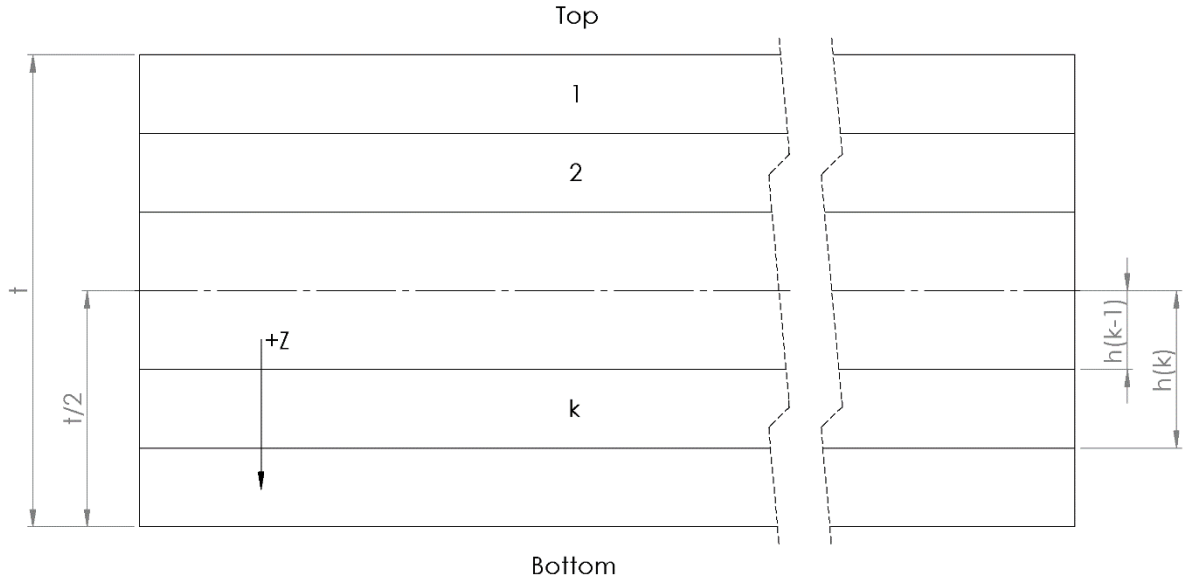


Figure 4: Distances  $h_k$  and  $h_{k-1}$  in the plate cross-section.

### 3.6 Moduli from matrices ABD and abd

Elastic properties of the composite plate are calculated from the ABD- and abd-matrix. The properties are given for different directions and the elastic modulus is also given for both extensional loading and bending.

The Poisson's ratios in a symmetric laminate are defined according to equations (14) and (15) (Campbell 2010 p. 436).

$$v_{xy} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (14)$$

$$v_{yx} = \frac{A_{12}}{A_{11}} \quad (15)$$

The shear modulus and elastic moduli of a symmetric laminate is calculated through equations (16) – (18) (Sutcliffe et al. 2013 p. 40).

$$E_x = \frac{1}{a_{11} \cdot t_{tot}} \quad (16)$$

$$E_y = \frac{1}{a_{22} \cdot t_{tot}} \quad (17)$$

$$G_{xy} = \frac{1}{a_{66} \cdot t_{tot}} \quad (18)$$

The bending modulus in the x-direction is defined in equation (19) (U.S. Department of Defence 2002 p. 5-34). By replacing the  $d_{11}$  term that corresponds to the x-axis by  $d_{22}$  corresponding to the y-axis the bending modulus can be in the y-direction can be calculated.

$$E_{bend\_x} = \frac{12}{d_{11} \cdot t_{tot}^3} \quad (19)$$

$$E_{bend\_y} = \frac{12}{d_{22} \cdot t_{tot}^3} \quad (20)$$

## REFERENCES

Campbell, F., 2010, *Structural Composite Materials*, ASM International, Novelty.

Hibbeler, R. C., 2018, *Mechanics of Materials, 10th edition*, Pearson Education Limited, Harlow.

Sutcliffe, M. P. F., Xin, X. J., Fleck, N. A. & Curtis, P. T., 2013, *Engineering: Composite Design Tool*, Available from: <http://www2.eng.cam.ac.uk/~mpfs/CCSM/UserManual.pdf> Accessed 24 January 2020.

U.S. Department of Defence, 2002, *Military Handbook - MIL-HDBK-17-3F: Composite Materials Handbook*, U.S. Department of Defense, Washington D.C..