OPPIMATERIAALEJA

PUHEENVUOROJA

RAPORTTEJA 94

TUTKIMUKSIA

Marko Kortetmäki

LISÄARVOA MATEMATIIKAN OPETUKSEEN VERKOSTA?

Opetuskokeilu Turun ammattikorkeakoulussa

TURUN AMMATTIKORKEAKOULU
TURKU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

OPPIMATERIAALEJA

PUHEENVUOROJA

RAPORTTEJA 94

TUTKIMUKSIA

Marko Kortetmäki

LISÄARVOA MATEMATIIKAN OPETUKSEEN VERKOSTA?

Opetuskokeilu Turun ammattikorkeakoulussa

TURUN AMMATTIKORKEAKOULU
TURKU UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

TURUN AMMATTIKORKEAKOULUN
RAPORTTEJA 94

Turun ammattikorkeakoulu
Turku 2010

ISBN 978-952-216-141-3 (PDF)
ISSN 1459-7764 (elektroninen)
http://loki.turkuamk.fi

SISÄLTÖ

1 LUKIJALLE

1.1 LÄHTÖKOHTA

Ammattikorkeakoulun matematiikan opetuksessa jo pidempään mukana olleena olen useaan kertaan pohtinut opetuksen sisältöä ja opetusmenetelmiäni. Oppimistulokset ja palaute ovat kuitenkin olleet siinä määrin hyviä, että mitään perusteellista muutostarvetta ei ole ollut. Opetus perustuu hyvin pitkälle perinteiseen matematiikan opetukseen, jossa opettajajohtoisesti käydään asia läpi teoriaa, ja teorian jälkeen lasketaan aiheeseen liittyviä tehtäviä. Luentojen lisänä ovat laskuharjoitukset eli demot ja atk-harjoitukset. Tietokoneluokassa harjoitellaan käyttämään Mathcad-ohjelmaa, jossa on helppo käyttöliittymä; ohjelman peruskäytön opiskelijat pystyvät jopa itsenäisesti opettelemaan. Mathcad-ohjelmalla saadaan havainnollistettua monia asioista paremmin kuin pelkän liidun ja taulun kanssa.

Hyvin heterogeeniset ryhmät, matemaattisen osaamisen heikko taso, opetukseen käytettävien resurssien pieneneminen, suuret opetusryhmät, suuri keskeyttäneiden osuus (Tuohi, Helenius ja Hyvönen [71]) ja oma into opetuksen ja oppimisen kehittämiseen saivat miettimään entistä vakavammin jonkin uuden kokeilua. Samaan aikaa kun mietin omaa opettajuuttani, Turun ammattikorkeakoulussa tuli haettavaksi Opinnot-rahoitusta, josta osa kohdennettaisiin opetusmenetelmien kehittämiseen.

Vuonna 2003 yhdessä toisen kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelman matematiikan opettajan kanssa päätimme hakea Opinnot-rahoitusta. Saimme pienen käynnistysrahoituksen projektillemme vuodeksi 2003. Päätimme suunnitella verkkoon toteutuksen kurssista Matematiikka K1. Kurssi on opiskelijoiden ensimmäinen matematiikan kurssi kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelmassa ja laajuudeltaan 2,5 opintoviikkoa eli 3,75 opintopistettä. Keskimääräiselle opiskelijalle kurssi tarkoittaa noin sadan tunnin työtä. Liitteessä 1 on opinto-oppaan kuvaus opintojaksosta Matematiikka K1. Vuoden 2003 aikana saimme kurssista suunnitelman valmiiksi, kävimme muutamissa koulutuksissa ja tuotimme joitakin sivuja sähköistä materiaalia. Meillä ei ollut aikaisempaa kokemusta verkko-opettamisesta tai verkko-opiskelusta. Tämän takia suoritin yhden Turun yliopiston kurssin tieto- ja viestintätekniikan opintoja verkko-opintoina. Kurssi oli verkko-opiskeluun tutustumisen kannalta hyvin tärkeä.

Vuoden 2003 suunnitelman perusteella tavoitteemme oli saada projektille rahoitusta sen verran, että voisimme ottaa ryhmäämme mukaan henkilön, joka osaa ohjelmointia hyvin. Verkkototeutuksen kannalta olisi tärkeää osata ainakin ohjelmointikieliä Java ja PHP. Tällöin saisimme verkkototeutuksesta monipuolisen ja vuorovaikutuksellisen. Saimme kuitenkin vain pienen lisärahoituksen projektille vuodeksi 2004, joten ohjelmoijan palkkaaminen jäi haaveeksi. Tässä vaiheessa jouduimme luopumaan verkkototeutuksen testeistä ja palautteenanto-ohjelmista.

1.2 VERKKOTOTEUTUKSEN RAKENNE

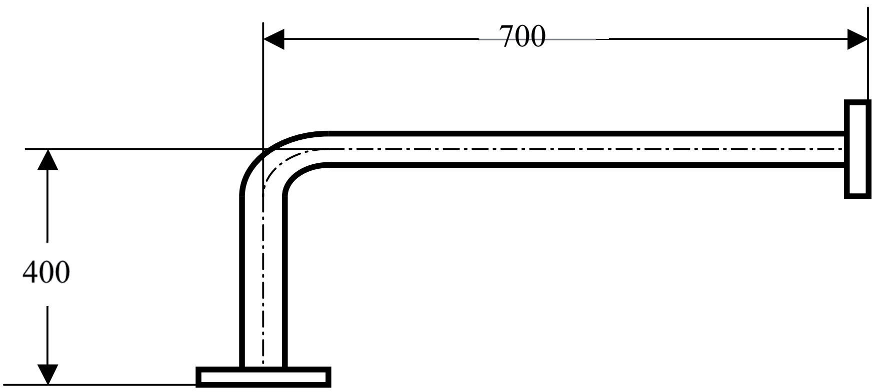
Projektiryhmän tavoitteena oli luoda opintojakson Matematiikka K1 laajuuden mukaan mitoitettu materiaali. Tähän asti olimme joutuneet käyttämään kurssilla useita oppikirjoja, koska minkään yksittäisen oppikirjan sisältö ei sopinut kyseiselle kurssille. Sisällön suhteen pyrittiin siihen, että se palvelisi heikoimpiakin opiskelijoita. Lisäksi tavoitteena oli saada mukaan sovelluksia konetekniikan ammattiaineiden alueelta, jotta opiskelijat yhdistäisivät matematiikan heti ammattiaineisiin.

Varsinainen materiaali päätettiin tuottaa Microsoft Word 2003 -ohjelmalla, koska osasimme käyttää kyseistä ohjelmaa hyvin. Sähköistä materiaalia tuotettiin vuoden 2004 aikana lähes 200 A4-sivua. Verkkototeutuksen tekemiseen käytimme FrontPage 2003 -ohjelmaa, jota jo jonkin verran osasimme käyttää. Käytimme verkkototeutuksessa frame-rakennetta. Liitteen 2 mukainen sisällysluettelo toteutettiin vasemmassa framessa ja sisällysluettelon linkit avautuivat toiseen frameen. Word-materiaali jaoteltiin sisällysluettelon otsikoiden mukaisiin kokonaisuuksiin ja käännettiin Adobe Acrobat -ohjelmalla pdf-muotoon. Jokainen pdf-tiedosto linkitettiin hyperlinkkien avulla sisällysluettelon otsikoihin. Elokuussa 2004 kurssin toteutus verkkoon saatiin valmiiksi ja samalla valmisteltiin Discendum Optima -verkko-oppimisalustan käyttöönottoa.

Opintojakson verkkototeutuksen sisällysluettelon mukaisesti (liite 2) materiaali on jaettu kahdeksaan aihekokonaisuuteen. Näitä ovat lukujoukot, lausekkeiden käsittely, yhtälön ratkaiseminen, funktio ja sen kuvaaja, verrannollisuus, kolmio, trigonometriset funktiot sekä vektorit. Aihekokonaisuudet on jaettu vielä osiin liitteen 2 mukaisesti. Jokainen aihekokonaisuus sisältää alueeseen liittyvät tehtävät ja niiden oikeat vastaukset lukujoukkoja lukuun ottamatta. Lähes jokaiseen aihekokonaisuuteen saimme esimerkkitehtäviä ammattiaineista.

Seuraavassa yksi esimerkkitehtävä:

Kuvan 1 mukainen teräsputki johtaa vesihöyryä kattilasta turbiinille. Putki valmistetaan siten, että aluksi suora putkikanki katkaistaan oikeaan mittaan, jonka jälkeen se taivutetaan. Lopuksi taivutetun putken päihin hitsataan kiinnityslaipat. Miten pitkä putkiaihio pitää katkaista, jotta lopullinen putki olisi oikean mittainen? Taivutetun osan venymäksi oletetaan kaksi prosenttia ja laippojen paksuudeksi 16,0 mm. Putken ulkohalkaisija on 42,8 mm ja taivutuskoneen keskitaivutussäde kolme kertaa putken ulkohalkaisija.



KUVA 1. *Taivutettu teräsputki.*

Liitteessä 3 on esitelty materiaalin muutamia muitakin ammatillisia esimerkkitehtäviä.

1.3 DISCENDUM OPTIMA -VERKKO-OPPIMISALUSTA

Discendum Optima on Internet-verkossa toimiva palvelu, joka tukee oppimista, projektitoimintaa, tiimityöskentelyä ja muuta yhteisöllistä toimintaa. Alusta on vastaava kuin muutamissa muissa ammattikorkeakouluissa käytettävä Moodle sillä erolla, että Moodle on ilmainen ja Optima maksullinen ohjelma. Optima tarjoaa toimintaympäristön materiaalien jakamiseen, säilyttämiseen, esillepanoon sekä mahdollisimman monipuoliseen vuorovaikutukseen. Palautuskansio on yksi Optiman parhaista toiminnoista. Opiskelijat voivat palauttaa dokumenttejaan sähköiseen palautuslaatikkoon, jolloin opettajan sähköposti ei kuormitu harjoitustöistä. Jokaisella käyttäjällä tulee olla omat käyttäjätunnukset kyseiseen ohjelmaan.

Optiman pääkansioita kutsutaan työtiloiksi. Jokaisella työtilalla on hallinnoija; yleensä hän on se henkilö, joka on tilannut itselleen kyseisen työtilan. Hallinnoija siirtää työtilan käyttäjiksi haluamansa henkilöt, tai vaikka kokonaisia opiskeluryhmiä, ja antaa heille samalla työtilan profiilin. Profiilin avulla määritellään millaiset käyttöoikeudet henkilöllä on työtilassa. Oikeuksia voi määritellä vielä tarkemminkin työtilan sisällä eli kansio- tai jopa tiedostokohtaisesti. Työtilassaan hallinnoijalla on laajat käyttöoikeudet, joiden puitteissa hänen on mahdollista rakentaa haluamansa työtila Optiman omia työkaluja apuna käyttäen. Optiman omat työkalut ovat valmiiksi ohjelmaan suunniteltuja työkaluja ja toimintoja, joita on esitelty lyhyesti liitteessä 4.

Matematiikka K1 -verkkokurssilla Discendum Optima -verkko-oppimisalustaa on tarkoitus pääasiallisesti käyttää tehtävien palautukseen ja kommunikointiin. Kurssille Matematiikka K1 luotiin verkko-oppimisalustalle kuvan 2 mukainen rakenne. Työtilan nimeksi tuli MATPE S05. Työtilalla on neljä pääkansiota, joiden nimet ovat Ryhmäkeskustelut, Tehtävien palautus, Viikoittaiset tehtävät sekä Arviointi ja sisältö. Ryhmäkeskustelu-kansiossa jokainen työtilaan oikeudet omaava henkilö voi laittaa viestejä ja lukea hänelle osoitettuja viestejä. Tehtävien palautus -kansiossa jokaisella verkko-opiskelijalla on oma henkilökohtainen palautuskansio, mihin opiskelija palauttaa viikoittain laskemiaan tehtäviä. Viikoittaiset tehtävät -kansiossa on kerrottu, mitä tehtäviä tulee minäkin viikkona laskea. Arviointi ja sisältö -kansiossa on selvitetty kurssin yleisiä asioita ja arviointia.

KUVA 2. *MATPE S05 -työtila Discendum Optima -verkko-oppimisalustalla.*

1.4 VERKOSSA TAPAHTUVAN KOULUTUKSEN NYKYTILA AMMATTIKORKEAKOULUSSA

Keväällä 2007 korkeakoulujen arviointineuvosto (KKA) käynnisti ammattikorkeakoulujen verkossa tapahtuvan koulutuksen valtakunnallisena teema-arviointina. Arvioinnin eri vaiheisiin osallistui 25 ammattikorkeakoulua. Päätavoitteena arvioinnissa oli tuottaa kokonaiskuva ammattikorkeakoulun verkossa tapahtuvasta koulutuksesta. Sekä arvioinnin suunnittelussa että toteutuksessa kuultiin monipuolisesti koulutuksen järjestäjiä, korkeakoulujen johtoa, opiskelijoita ja työelämän edustajia. (Leppisaari ym. 2008, [42].)

Leppisaaren ym. [42, s. 37–39] mukaan innovatiivisia ja uusien pedagogisten mallien mukaisia verkkototeutuksia oli muutamia. Suurin osa toteutuksista oli kuitenkin hyvin perinteisiä ja staattisia. Oli selkeästi nähtävissä, että kouluttajien on edelleen vaikea irrottautua opettajakeskeisestä opettamisesta, vaikka nykyteknologia tarjoaisi siihen monipuolisia ratkaisuja. Opettajat kokivat haasteena sen, miten saada opiskelijat työskentelemään aktiivisesti verkko-opintojaksoilla ja miten luoda mielekkäitä verkkototeutuksia. Yhteisöllisyyttä korostettiin vain harvoissa esityksissä. Painopiste esitellyissä käytänteissä oli niihin kytkettävien tehtävien suorittaminen. Suorituksiin liittyi palautteenantoa ja keskustelua. Arviointi toteutettiin pääsääntöisesti yksipuolisesti ja perinteisesti. Esityksissä ei myöskään tullut esille se, miten huomioidaan erilaisia oppijoita. Vuorovaikutus rajoittui pitkälti tekstipohjaiseen viestintään; tämän suhteen verkon tarjoamia mahdollisuuksia hyödynnetään heikosti.

Keskeisenä verkko-opetuksen laatuun vaikuttavana tekijänä on opettajien verkkopedagoginen asiantuntijuus ja yleiset pedagogiset taidot suunnitella ja toteuttaa opetusta. Näiltä osin opettajien taidoissa havaittiin melko paljon puutteita [42, s. 38]. Samansuuntaisia tuloksia saatiin kansainvälisestä Sites-tutkimuksesta 2008 (Kankaanranta 2008, [83]), jossa tarkasteltiin tietotekniikan opetusta. Tutkimuksen mukaan Suomen kouluissa hyödynnetään vain vähän tietotekniikkaa opetuksessa, ja yksi syy siihen ovat opettajien heikot tietotekniset taidot. Myös opettajien kiire ja asenteet vaikuttivat tietotekniikan käyttöön opetuksessa. Kaikista indikaattoreista opettajan tietotekniikan käyttöön opetuksessa vaikutti eniten pedagoginen osaaminen tietotekniikan käytössä. Ammattikorkeakoulussa monet hyvistä verkkototeutuksista olivat opetusta toteuttavien opettajien taitavuuden ja suuren työmäärän tulosta, mutta niiden jatkuvuudelle ei ollut takeita (Leppisaari ym. 2008, [42, s. 38]).

2 JOHDANTO

Tutkimukseni mukaan vain noin 30 prosenttia Turun ammattikorkeakoulun kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelmassa syksyllä 2005 aloittaneista opiskelijoista osasi ratkaista opintojensa alussa seuraavan tehtävän:

Sievennä lauseke $\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{7}}{4}=$

Murtolausekkeen sieventämisestä on pitkä matka siihen, että insinööriopiskelijoilla on vankka matemaattinen pohja siirryttäessä opiskelemaan oman alan ammattiaineita. Matematiikan opetuksen haastetta lisää vielä se, että opetettavat ryhmät ovat suuria, heterogeenisia ja opetukseen käytettävä resurssi on vain murto-osa siitä, mitä se on ollut esimerkiksi 10 vuotta sitten.

Tässä tutkimuksessa pyritään selvittämään, saadaanko verkko-opetuksella ammattikorkeakoulun matematiikan opetukseen lisäarvoa ja mitä mieltä opiskelijat ovat verkko-opetuksesta matematiikassa. Tätä varten kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelman opiskelijoiden ensimmäinen matematiikan opintojakso (Matematiikka K1, 3,75 op) suunniteltiin sellaiseksi, että sen voi toteuttaa verkossa. Lisäksi tutkimuksen toivotaan antavan jotain uutta pohdittavaa ammattikorkeakoulun matematiikan opetukseen, ja mahdollisesti jopa ideoita siitä, mihin suuntaan matematiikan oppimista ja opetusta ammattikorkeakoulussa tulisi kehittää.

3 OPPIMINEN JA OHJAUS

3.1 VERKKO-OPETUKSESTA JA OHJAUKSESTA

3.1.1 Verkko-opetuksen määrittely

Verkko-opetuksesta käytetään monia nimikkeitä. Käytettävä termi vaihtelee käyttäjien ja käyttötarkoitusten mukaan. Yleisesti verkko-opetuksesta käytetään ainakin seuraavia nimikkeitä: e-oppiminen, eOppiminen, eLearning, online teaching, online learning, virtuaaliopetus, sähköinen opetus ja verkkovälitteinen opetus. Sisällöllisesti kyseessä on kuitenkin sama asia eli tietokoneavusteinen opetus verkkoympäristössä. Tella, Vahtivuori, Vuorento, Wager ja Oksanen [68, s. 21] liittävät verkko-opetuksen opetukseen, opiskeluun ja oppimiseen, jota tuetaan tai jonka jokin osa perustuu tietoverkkojen kautta saataviin tai siellä oleviin aineistoihin ja palveluihin. (Tella ym. 2001, [68].)

Tietoverkot tarjoavat opetukseen ja opiskeluun innostavia uudenlaisia mahdollisuuksia. Tällaisia mahdollisuuksia ovat esimerkiksi materiaalin jakaminen verkko-oppimisympäristössä, verkkokeskustelualueet eli chatit sekä riippumattomuus ajasta ja paikasta. Männyn ja Nissisen [50, s. 11] mukaan näistä mahdollisuuksista huolimatta pitää muistaa se, että opiskelu ei tapahdu missään ympäristössä itsestään ilman opiskelijan suunnitelmallista toimintaa ja ponnisteluja oppimistavoitteiden saavuttamiseksi. (Mänty ym. 2005, [50].)

Opiskelijoiden oppimisen ohjaus on hyvin olennaista opetuksessa. Verkko-opetuksessa ohjaus korostuu, sillä opettaja ja opiskelija eivät välttämättä tapaa kurssin aikana kasvokkain lainkaan. Tämä vaatii opiskelijaltakin enemmän itsenäistä työskentelyä ja vastuuta omasta työskentelystä. Vuorovaikutus verkkokurssilla eroaa lähiopetuksessa kasvokkain tapahtuvasta vuorovaikutuksesta, ja tämä tuo haasteita ohjaavalle opettajalle tai tutorille. Kouluttajalle haastetta tuovat kouluttajan erilainen rooli, uudenlaisen pedagogiikan oppiminen sekä tietotekniset taidot, joita tarvitaan toteutusta luotaessa. Kouluttajan haasteita lisää se, että tieto- ja viestintätekniikka kehittyvät hyvin voimakkaasti koko ajan. Kolin ja Silanderin [37, s. 83] mukaan kouluttajan omat verkko-oppimisen taidot ovat oleellinen pohja verkko-ohjaustaitojen kehittymiselle. He korostavat kouluttajan omakohtaisen kokemuksen tärkeyttä verkko-opiskelijana olemisesta. Opettaja voi hankkia kokemusta verkko-opiskelijan roolissa olemisesta esimerkiksi osallistumalla erilaisiin lisä- ja täydennyskoulutuksiin. (Koli ym. 2002, [37].)

3.1.2 Koulutuksen luokittelu eri opetusmuotojen perusteella

Mänty ja Nissinen [50, s. 14] luokittelevat koulutuksen vuonna 2003 virtuaaliammattikorkeakouluyhteistyössä sovittujen luokkien mukaan. Tällöin koulutus jaotellaan lähiopetukseen perustuvaan koulutukseen, ohjattuun verkko-opiskeluun perustuvaan koulutukseen, itseopiskeluaineistoon perustuvaan koulutukseen ja monimuotokoulutukseen. Ammattikorkeakoulujen yhteinen koulutuksen luokittelu ja määrittely helpottaa ammattikorkeakoulujen yhteistyötä opetuksen suunnittelussa. Lisäksi luokittelu parantaa opintosuoritusten tilastoinnin ja raportoinnin luotettavuutta. Opetusministeriö on hyväksynyt kyseisen luokittelun. (Mänty ym. 2005, [50].)

1. Lähiopetukseen perustuva koulutus (lähiopetus)
Lähiopetuksella tarkoitetaan opetusta, jossa sekä opettaja että opiskelijat ovat läsnä. Opetus tapahtuu pääsääntöisesti tietyssä paikassa tiettynä aikana. Lähiopetukseksi luokitellaan myös niin sanottu verkon tukema lähiopetus, jolloin opetuksen tuki- ja tiedotusmateriaaleja on siirretty verkkoon. Lähiopetuksessa opiskelijoilla voi olla tukena erilaisia verkkopalveluja, esimerkiksi keskustelufoorumi tai ryhmätyöalue. Pääasiallisesti verkkoa kuitenkin käytetään vain materiaalin jakamiseen ja tiedottamiseen.

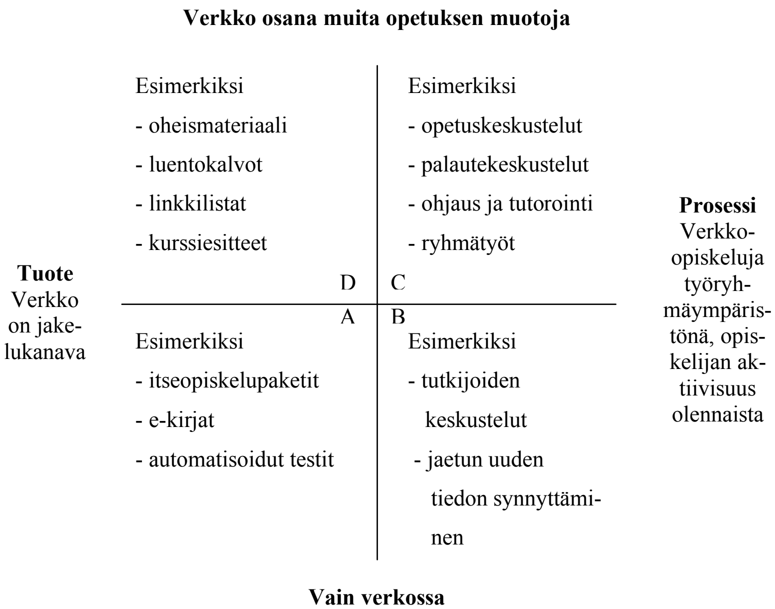
2. Ohjattuun verkko-opiskeluun perustuva koulutus (ohjattu verkko-opetus)
Ohjattu verkko-opetus perustuu yhteisölliseen työskentelyyn. Tällöin sekä opettaja että opiskelija ovat aktiivisessa vuorovaikutuksessa keskenään erilaisten digitaalisten työvälineiden avulla. Opintoihin voi sisältyä verkossa sekä yksilö-, pari- että ryhmätöitä. Opintoihin voi kuulua yhteydenpitoa sekä opiskelijoiden kesken että opettajan ja opiskelijoiden kesken. Yhteydenpito voi tapahtua erilaisilla keskustelukanavilla tai video- ja audioneuvotteluissa. Joihinkin oppijaksoihin voi sisältyä läsnäoloa vaativa tenttitilaisuus.

3. Verkossa olevaan itseopiskeluaineistoon perustuva koulutus (itseopiskelu verkossa)
Itseopiskeluun perustuvalla verkko-opiskelulla tarkoitetaan opiskelua, jossa opiskelija opiskelee itsenäisesti verkkoaineiston ja siihen sisältyvien ohjeiden avulla. Opiskelija voi materiaalin avulla ratkoa tehtäviä ja saada palautetta. Itseopiskeluun ei sisälly opettajan antamaa ohjausta eikä välttämättä vuorovaikutusta muiden opiskelijoiden kanssa.

4. Lähi- ja verkko-opiskeluun perustuva koulutus (monimuotokoulutus)
Monimuoto-opetuksella tarkoitetaan useampia opetusmuotoja sisältävää toteutustapaa. Opetus on organisoitu lähi- ja verkko-opiskeluksi. Työskentely voi olla monimuotoista ja se tapahtuu itsenäisesti, parityöskentelynä, ryhmätyöskentelynä ja suurryhmäopetuksena. Opiskelu voi tapahtua oppilaitoksissa, työpaikoilla tai tietoverkkojen välityksellä. Monimuoto-opetus edellyttää sekä läsnäoloa lähiopetustilanteissa että työskentelyä verkkoympäristössä.

Hein, Ihanainen ja Nieminen [21] jäsentävät verkon merkitystä opetuksessa kuvan 3 mukaisesti. Vaaka-akselilla on kuvattu jako tuote- ja prosessilähtöiseen verkko-opetukseen. Pystyakselilla kuvataan sitä, kuinka suuri osa opetuksesta tapahtuu verkossa. Lohkossa A opiskelu tapahtuu vain verkossa. Tällöin verkkoa käytetään eräänlaisen materiaalipankkina. Lohkossa B verkkoa käytetään yhdessä muiden opetusmenetelmien kanssa. Verkko toimii tällöin usein lähiopetusta tukevana materiaalipankkina. Sekä lohkolle A että B on ominaista verkossa tapahtuvan viestinnän yksisuuntaisuus.

Lohkoissa C ja D viestintä on vuorovaikutteista. Lohkossa C verkko toimii yhdessä perinteisten opetusmenetelmien kanssa. Lohkossa D opetus on toteutettu pelkästään verkossa. Lohkoissa C ja D korostetaan opiskelijan omaa aktiivisuutta ja verkon yhteisöllisyyttä.



KUVA 3. *Verkko-opetuksen muodot (Hein ym. 2000, [21].).*

3.1.3 Ohjaus verkkoympäristössä

Oppimisympäristö tulee yhä enenevässä määrin muuttumaan pois perinteisestä luokkahuoneesta kohti työelämän muovaamia oppimisympäristöjä. Työympäristön muuttuminen asettaa merkittävän haasteen opettamiselle ja opettajuudelle. Opettajuus ei ole enää sidoksissa pelkästään pedagogiseen tehtävään, vaan siinä korostuu työelämän kehittäminen, tutkiva työote ja kumppanuus opiskelijoiden kanssa. Opiskelijat tulevat mukaan hankkeistettuihin verkko-opetustoteutuksiin jo suunnitteluvaiheessa. Hankkeissa opiskelijat oppivat varsinaisen asiasubstanssin lisäksi hyvin keskeisiä projektiosaamisen taitoja. (Mänty ym. 2005, [50, s. 22].)

Opetusteknologian esiinmarssin yhteydessä opettajan rooli on laajentunut oppimisen ohjaajaksi ja oppimistoiminnan konsultiksi. Lisäksi opettajan uudessa roolissa korostuu opettajan merkitys oppimistilanteiden organisoijana. Opettajan uuden roolin tunnuspiirteenä voidaan pitää myös sitä, että opettaja nähdään yhä useammin oppimateriaalin tuottajana. Mäki-Komsi [49, s. 40] sai omassa tutkimukseen tukea edellä esitetyille opettajan roolin muutoksille. (Mäki-Komsi 1999, [49].)

Kiviniemen [34, s. 86] mukaan opettajan rooli on ohjata oppimisprosessia. Opettaja ja tutor auttavat opiskelijaa oppimisessa, kannustavat tehtävien teossa, keskustelevat mahdollisissa ongelmatilanteissa ja organisoivat opiskelijoiden keskinäistä yhteistyötä. Opettajalla on oltava opittavasta asiasta sisällöllistä tietoutta, vaikka hän ei toimi tiedon jakajana. Erityisesti silloin, kun kyse on itsenäisestä työskentelystä oppimisprosessia on ohjailtava ja oppimiseen on kannustettava. Opettajalla on keskeinen rooli myös verkkoympäristössä, vaikka se onkin erilainen kuin perinteisessä luokkatilassa.

Kiviniemen [35, s. 79] mukaan verkko-opetuksessa tuleekin kiinnittää perinteistä opetusta tietoisemmin ja ennakoidummin huomiota opetuksen ohjaukseen ja muihin opetusta tukeviin järjestelmiin. Verkko-opiskelu perustuu pitkälti itsenäiseen työskentelyyn. Tällöin ohjauksen tarve vaihtelee suuresti eri opiskelijoiden kesken. Itsenäinen opiskelu ei tarkoita sitä, että opiskelija jätetään yksin, vaan tällöin ohjauksen ja tuen keinoin huolehditaan siitä, että opiskeluprosessissa saavutetaan asetetut tavoitteet.

Verkkopohjainen oppimisympäristö tarjoaa uusia ohjaukseen soveltuvia välineitä, kuten sähköposti, keskustelufoorumit ja tietoverkkopohjaiset oppimisympäristöt. Jotta opettaja tai tutor pystyvät hyödyntämään uusia verkkoympäristön tarjoamia mahdollisuuksia, on heidän osattava toimia kyseisessä ympäristössä. Teknologian kehityksen myötä erilaiset ryhmätyöt ja yhteisölliset tehtävien ratkaisut ovat lisääntyneet. Verkkoympäristössä vaihdetaan kokemuksia, ja tutorin tehtävänä on rohkaista opiskelijoita kokemusten ja näkemysten vaihtamiseen. Tutor siis ohjaa opiskelijoita keskinäiseen dialogiin ja tarvittaessa ohjaa dialogia oikeaan suuntaan. Tutorin roolin ei tarvitse olla kovin näkyvä, vaan hän voi olla taustalla vaikuttava opiskeluprosessin seuraaja. (Kiviniemi 2000, [34, s. 83–91].)

Mänty ja Nissinen [50, s. 52] ovat taulukossa 1 Mäkisen [87] käyttämää jakoa soveltaen jakaneet tutorin tehtävät verkossa pedagogisiin, teknisiin ja hallinnollisiin tehtäviin. Tutorin pedagogiseen tehtävään kuuluu muun muassa oppimisprosessin tukeminen, oppimista tukevan ilmapiirin luominen sekä arviointi ja palautteen anto. Teknisellä ohjaustehtävällä tarkoitetaan verkkoympäristön toimimisen tukea sekä yleisesti verkon logiikan tuntemusta. Tutorin hallinnollinen tehtävä pitää sisällään kokonaisuuden hallinnan, johon kuuluu muun muassa aikataulusta huolehtiminen ja lopputuloksen varmistaminen.

TAULUKKO 1. *Verkkotutorin tehtävät (Mänty ym. 2005, [50, s. 52].).*

Pedagogiset ohjaustehtävät
oppimisprosessin tukeminen
oppimista tukevan ilmapiirin luominen
työtapojen suunnittelu ja ohjaus
dialogin ja yhteisöllisyyden tukeminen
oppimissisältöjen ohjaus
arviointi ja palautteen anto
Tekniset ohjaustehtävät
verkkoympäristössä toimimisen tuki ja logiikan tuntemus
tarvittaessa oppimisympäristöalustan ja muiden järjestelmien sekä ohjelmistojen käytön tuki yhdessä mikrotuen kanssa
Hallinnolliset ohjaustehtävät
verkkototeutuksen kokonaisuuden hallinta
aikataulusta huolehtiminen
lopputuloksen varmistaminen

3.2 OPPIMINEN VERKKOYMPÄRISTÖSSÄ

Hirsjärvi ja Huttunen [22, s. 43] määrittelevät oppimisen tiedon ja kokemuksen karttumiseksi niin, että ihmisen tietoisuudessa ja toiminnassa tapahtuu muutos. Oppiminen nähdään sisäisenä tapahtuma, joka on ihmiselle välttämätön. Oppimiskäsitys, puhutaan myös oppimisteoriasta, on malli siitä miten oppiminen tapahtuu. Kasvatustieteen näkemys siitä, miten ihminen oppii ja millaiset opetusmenetelmät ovat tarkoituksenmukaisia, on ajan saatossa muuttunut ja monipuolistunut. Nykyisen oppimiskäsityksen mukaan opiskelija itse aktiivisesti ”rakentaa” omaa tietämystään käyttäen rakennusaineksinaan uuden tiedon lisäksi myös aikaisemmin hankkimiaan tietoja ja kokemuksia (Mäkinen [87]). Keskeistä muutoksessa on ollut opetus-oppimistilanteen keskiön siirtyminen opettajasta opiskelijaan. (Hirsjärvi ym. 2000, [33].)

Tynjälä [73] korostaa sitä, että oppiminen ei ole passiivista tiedon vastaanottamista vaan opiskelijan aktiivista kognitiivista toimintaa. Opiskelija tulkitsee havaintojaan ja uutta tietoa aikaisemman tietonsa ja kokemustensa kautta (Tynjälä, [73]). Opiskelija siis tuo oppimistilanteeseensa omat olettamuksensa, motiivinsa, intentionsa ja aikaisemmat tietonsa, jotka vaikuttavat siihen, mitä ja miten opitaan (Biggs 1996, 2003, [9], [10]).

Yleisesti määriteltynä verkko-oppiminen tai eLearning eli e-oppiminen tarkoittaa kaikkea mahdollista oppimista, mikä viittaa tietoverkkoyhteyksiin ja Internetin käyttöön. Suomessa verkko-oppimiseksi on ymmärretty verkko-opetus, verkko-opiskelu ja verkko-oppiminen eli niillä tarkoitetaan tietoverkkojen, kuten Internet, intranet tai extranet, kautta tapahtuvaa ohjausta, opettamista, oppimista ja opiskelua. Verkko-oppiminen on toimintaa, jossa ei olla suorassa kasvokkaisessa kontaktissa opiskelijoiden ja kouluttajien kesken. (Tella ym. 2001, [68, s.21].)

Alamäen ja Luukkosen [4] mukaan e-oppiminen on oppimista, joka hyödyntää digitaalista välineavaruutta, sisältöjä ja pedagogiikkaa verkko-oppimisympäristöissä. Heidän mielestään e-oppiminen ei ole pelkkä väline tai kanava, vaan se on muutos oppimiskulttuurissa.

Koiviston ym. [36] mukaan verkko-oppimisen eli virtuaalioppimisen tunnusmerkkejä ovat muun muassa ajasta ja paikasta riippumaton opiskelu, opiskelijakeskeisyys, opintojen ohjaus verkon välityksellä ja erilaisten käytänteiden sekoittuminen opetusmenetelmissä.

Aarnio ja Enqvist [1] käyttävät käsitettä oppiminen verkossa. Tällöin korostuu oppiminen, jota voi tapahtua erilaisissa toimintaympäristöissä. Tietoverkko on yksi mahdollisuus. Verkossa tapahtuvassa oppimisessa voivat painottua jotkin oppimisen tavat, keinot ja osa-alueet eri tavalla kuin jossakin toisessa oppimisen toimintaympäristössä. (Aarnio ym. 2002, [1].)

Keräsen ja Penttisen [31] mukaan verkko-oppimisella tarkoitetaan usein kaikkia oppimistilanteita, joissa hyödynnetään tieto- ja viestintätekniikkaa. Keränen ym. korostaa sitä, että tekniikka muuttaa ainoastaan tapojamme opiskella, ei sitä, miten opimme. Oppiminen ei tapahdu verkossa tai oppimisalustalla vaan oppijassa itsessään. (Keränen ym. 2007, [31].)

Oppimista tarkemmin tarkasteltaessa Mäkinen [87] nostaa esiin joitakin oppimiselle ominaisia tunnuspiirteitä:

- oppimisprosessi ja oppimisen tulokset
- muutos niin yksilön arvoissa ja asenteissa kuin myös tiedoissa, taidoissa ja strategioissa
- vuorovaikutteisuus
- muutos, joka voi olla (mutta ei välttämättä ole) tietoisesti tarkoituksellinen.

Mäkisen [87] mukaan on vaikea sanoa, mikä on oppimisen keskeisin aspekti, koska eri näkemykset oppimisesta tarkastelevat ilmiötä eri näkökulmista. Hän määrittelee oppimisen seuraavasti:

> *Oppiminen on interaktiivinen (vuorovaikutteinen) prosessi, jossa oppija muuntaa kokemuksiaan siten, että hänen tiedoissaan, taidoissaan ja asenteissaan tapahtuu pysyviä muutoksia.*

Erityisesti taitojen oppimisessa (esim. pyörällä ajaminen) oppimisen prosessin tulos saattaa olla selvästi havaittavissa, vaikka itse oppimisen prosessissa ei ole mitään käsin kosketeltavaa tai ulospäin näkyvää. Usein oppiminen on kuitenkin enemmän "sisäistä" ajattelun kehittymistä ja sitä kautta, ajallisesti ehkä hyvinkin paljon myöhemmin, toiminnassa tai asenteissa näkyvää. Oppimista ei pitkässä prosessissa välttämättä edes mielletä oppimiseksi, koska sen havaitseminen niin opiskelijan kuin muidenkin kannalta voi jäädä helposti huomaamatta. (Mäkinen 2005, [87].)

3.2.1 Verkko-oppimisympäristö

Oppimisympäristöllä tarkoitetaan perinteisesti fyysistä, psyykkistä, sosiaalista, kognitiivista ja emotionaalista ympäristöä, jossa oppimistoiminta toteutuu. Oppimisympäristössä on keskeistä opettajan ja opiskelijan sekä opiskelijoiden keskinäinen vuorovaikutus, erilaiset toimintatavat ja oppimistehtävät. (Nummenmaa 2002, [53, s. 128].)

Oppimisympäristö-käsitteelle on löydettävissä useita eri määritelmiä. Halttusen [18, s. 203] mukaan laajimmillaan oppimisympäristö voidaan käsittää miksi tahansa ympäristöksi, jossa oppimista tapahtuu. Toisaalta oppimisympäristö voi tarkoittaa fyysisten tilojen ja palveluiden muodostamia kokonaisuuksia. Myös tietoverkot palveluineen esitetään itsessään oppimisympäristöinä.

Tella [67] korostaa opetus-oppimisprosessin opiskeluvaihetta ja käyttää oppimisympäristön sijasta käsitettä opiskeluympäristö. Hän korostaa opettajan roolia siinä, että oppimisympäristö olisi mahdollisimman mielekäs.

Mannisen [45 s. 37] mukaan verkko-oppimisympäristö toteutetaan Internetiä ja verkkoteknologiaa hyödyntäen. Tällainen oppimisympäristö poikkeaa rakenteensa ja toimintojensa suhteen muista oppimisympäristöistä. Verkko-oppimisympäristö muodostuu muun muassa hyperteksteistä, linkeistä, hypermediasta ja muista vuorovaikutuskanavista.

Männyn ym. [50, s. 33–34] mukaan oppimisympäristö koostuu kaikista niistä aineellisista ja aineettomista puitteista, joissa opettaja ja opiskelija toimivat. Verkko-oppimisympäristö on toimintaympäristö, jossa yhdistyvät pedagogiset valinnat, käytetyt menetelmät ja välineet sekä opetus- ja oppimisresurssit. Verkko-oppimisympäristö on paljon muutakin kuin pelkkä tekninen alusta. Käyttämällä eri verkko-oppimisympäristöjä on mahdollista saada yhteen opiskelijat, opettajat ja työelämänedustajat ilman sidonnaisuutta aikaan ja paikkaan. (Mänty ym. 2005, [50].)

3.2.2 Opiskeluympäristön avoimuus

Opiskeluympäristön avoimuutta voidaan arvioida erilaisten tekijöiden kautta. Manninen ja Pesonen [45] ovat kuvanneet opiskeluympäristön avoimuuden dimensioiden ääripäitä taulukon 2 avulla. Näiden dimensioiden tarkoituksena on kuvata jatkumoa, joka toteutuu aidoissa opiskelutilanteissa eriasteisena, eivätkä ne useinkaan toteudu puhtaina ääritapauksina. Huomionarvoista mallissa on se, että opiskeluympäristö voi olla hyvinkin avoin jonkin osatekijän suhteen, mutta samanaikaisesti suljettu toisten osalta. Joka suhteessa täysin avointa oppimisympäristöä tuskin löytyykään, eikä sellainen välttämättä ole edes didaktisesti ajatellen tavoittelemisen arvoista. Taulukon 2 avulla voidaan kuitenkin kuvata ja arvioida opiskeluympäristöjen avoimuutta ja joustavuutta. (Manninen ym. 1997, [45, s. 270].)

TAULUKKO 2. *Opiskeluympäristön avoimuuden ja joustavuuden dimensioita (Manninen ym. 1997, [45, s. 270].).*

	SULJETTU		AVOIN
MOTIIVI	ulkoinen	⟷	sisäsyntyinen
OPISKELUPÄÄTÖS	muiden painostuksen tai pakon myötä	⟷	omaehtoinen
TAVOITTEIDEN MÄÄRITTELY	kouluttaja, organisaatio, yhteiskunta	⟷	itseopiskelu
AIKA	sovitut kokoontumiset	⟷	vapaus ajasta, opiskelu omaan tahtiin milloin vain
PAIKKA	opiskelu sidottu tiettyyn paikkaan	⟷	vapaus paikasta, opiskelu missä vain
OPPISISÄLLÖT	kaikille yhteiset	⟷	yksilöllisesti räätälöidyt
OPISKELTAVAN TIEDON LUONNE	selkeästi rajatut ongelmat ja vastaukset, oppiaine-perustaisuus; tiedon objektiivisuus	⟷	laajat, soveltamista ja ongelmanratkaisua vaativat konaisuudet
KONTEKSTI	oppilaitos	⟷	reaalitodellisuus
YHTEYS REAALI-MAAILMAAN	puuttuu kokonaan	⟷	ongelmakeskeinen, oppimisprojektipohjainen opiskelu
SAAVUTETTAVUUS	opiskelijat valitaan, pääsykokeet	⟷	avoin kaikille halukkaille
OPISKELUTAHTI	ennaltamäärätty	⟷	itse määrätty
VÄLINE/ MENETELMÄT	yksi tiedonvälittämisen/ omaksumisen kanava	⟷	useita vaihtoehtoisia tai toisiaan täydentäviä välineitä
YHTEIS-TOIMINNALLISUUS	yksinopiskelu, ajattelu- ja reflektioprosessit tapahtuvat yksin	⟷	yhteistoiminnallista, vuorovaikutukseen perustuvaa oppimista
ARVIOINTI	ulkopuolisen toimesta	⟷	itsearviointi

Avoimuus antaa mahdollisuuden oppia ja kehittää ongelmanratkaisutaitoja autenttisessa oppimistilanteessa. Näin annetaan tilaa opiskelijoiden erilaisille oppimistyyleille ja -strategioille. Avoin ja luova opiskeluympäristö tarjoaa hyvät mahdollisuudet yhteistyölle, sosiaaliselle vuorovaikutukselle, itseohjautuvuudelle sekä itsearvioinnille. (Tella 1997, [67, s. 53–54].)

Avoimessa teknologiaa hyödyntävässä opiskeluympäristössä vastuu oppimisesta on opiskelijalla. Tällöin opiskelijalla on aktiivinen rooli omassa opiskeluprosessissaan. Opettaja puolestaan toimii oppimisen asiantuntijana ja tiedon järjestelijänä. Opetus painottuu tällöin yhteistoiminnalliseen ryhmätyöskentelyyn, joka ei ole sidottua luokkahuoneeseen. Opettajan hallintatyötä helpottaa tietotekniikka. (Tella 1997, [67, s. 55–56].)

3.2.3 Oppiminen Turun ammattikorkeakoulussa

Pedagogisen strategian 2003–2006 [72] mukaan Turun ammattikorkeakoulussa oppimiskäsitys perustuu konstruktivismiin. Siinä opiskelija on aktiivinen toimija ja rakentaa tiedon aikaisempien kokemusten pohjalta sen sijaan, että opiskelija opiskelisi valmiiksi annettuja tietoja. Opiskelijalla on vastuu omasta opiskelustaan. Opettajan keskeisenä tehtävänä on olla ohjaajana ja tukea opiskelijoiden itseohjautuvuutta ja oppimista.

Turun ammattikorkeakoulussa toimitaan avoimessa oppimisympäristössä, jossa hyödynnetään verkostopohjaisia ja teknologiaperusteisia oppimisympäristöjä. Oppimisympäristö mahdollistaa joustavat opiskelu- ja opetusratkaisut. Opiskelumenetelmät ovat monipuolisia ja ne sisältävät erilaisia työelämän kanssa tehtäviä tutkimus- ja kehitystehtäviä, projekteja, hankkeita, portfolioita sekä muita opiskelijoiden oman aktiivisen toiminnan tuotoksia. (Turun ammattikorkeakoulun pedagoginen strategia 2003, [72].)

3.2.4 Tutkiva oppiminen

Tutkiva oppiminen pohjautuu John Deweyn oppimiseen liittyviin ajatuksiin, jotka hän kehitti jo 1900-luvun alkupuolella. Tämän mukaan oppiminen on tiedon konstruoimista, ja omien konstruktioiden (tulkintojen) toimivuuden kokeilulla on oppimisessa olennainen merkitys. Periaatteessa tutkiva oppiminen on luontaista ihmiselle, koska jo aivan pienet vauvat havainnoivat ympäristöstään tutkimalla. (Rauste-von Wright ym. 1998, [60, s. 142–143].)

Tutkivassa oppimisessa ajatuksena on se, että aikaisemmin luodun tiedon ymmärtäminen on periaatteessa samanlainen prosessi kuin uuden tiedon luominen tieteessä tai keksimisessä. Parhaimmillaan oppiminen voi olla kuin tutkimusprosessi, joka synnyttää sekä uutta ymmärrystä että uutta tietoa. Oppimisessa jäljitellään tieteellisten tutkimusryhmien ja asiantuntijaorganisaatioiden tiedonrakentelemisen käytäntöjä. (Hakkarainen ym. 2005, [16].)

Hakkaraisen [16] mukaan tutkivan oppimisen mallin on tarkoitus antaa tukea sekä opettajille että opiskelijalle uudenlaisen oppimisen harjoitteluun modernia verkkoteknologiaa hyödyntäen. Tutkivan oppimisen osa-alueita ovat yhdessä oppiminen, jaettu asiantuntijuus, opettajan ohjausmenetelmät, opiskelijan valmiudet sekä arviointi.

Rissasen [93] mukaan tutkiva oppiminen ei välttämättä tarvitse tietokonetta ja tietoverkkoa avukseen, mutta se helpottaa itse prosessia ja sen hahmottamista. Tutkiva oppiminen on oppimisprosessi, jossa suurin työ tapahtuu opiskelijan ajatteluprosesseissa, ja oppimisympäristöllä voidaan tukea tätä prosessia. Tietotekniikasta voi saada hyötyä muun muassa kontekstin muodostamisessa, tiedonrakentelussa kirjoittamisen ja visualisoinnin kautta, tiedonhakuprosessissa, tulosten julkaisemisessa sekä kommunikoinnissa. Internetiä voidaan hyödyntää ainakin

- tietolähteiden etsinnässä
- kommunikaatiossa muiden opiskelijoiden ja opettajan kanssa
- kommunikaatiossa ulkopuolisten asiantuntijoiden kanssa
- tiedon siirtämisessä opiskelijoiden välillä sekä opiskelijan ja opettajan välillä
- tulosten julkaisemisessa. (Rissanen 2002, [93].)

Rissasen [93] mukaan tutkivan oppimisen avulla saavutetaan syvällistä ja laadukasta oppimista. Tutkivaan oppimiseen on kehitetty oppimisympäristöjä, joissa on valmiina kaikki oppimisprosessissa tarvittavat työkalut. Vaikka tutkivalla oppimisella on monia etuja, sen käytössä on myös rajoituksia. Tutkiva oppiminen tulisi kohdentaa vain kaikkein keskeisimpien käsitteiden omaksumiseen ja sitä tulisi käyttää vain muutama kerta vuodessa, koska tutkiva oppiminen vie huomattavasti enemmän aikaa kuin normaali luokkahuoneopetus. Oppimisprosessin ohjaus on hyvin keskeinen asia tutkivassa oppimisessa. (Rissanen 2002, [93].)

3.2.5 Yhteisöllinen ja yhteistoiminnallinen oppiminen

Hakkaraisen ym. [17] mukaan verkon käyttöä oppimisessa perustellaan usein yhteisöllisen ja yhteistoiminnallisen oppimisen näkökulmasta. Yhteisöllisyyden nähdään tukevan opiskelijoiden kasvua aitoon asiantuntijuuteen.

Tavoitteena yhteisöllisessä oppimisessa suurehkossa ryhmässä on pyrkiä selittämään ilmiö tai ratkaisemaan monimutkainen ongelma. Tällöin pääpaino oppimisessa on tiedonrakentelulla ja vuorovaikutuksella eli itse työskentelyprosessilla ennemminkin kuin yhteisellä tuotoksella ja työskentelyn lopputuloksella. Tärkeää on keskustella ja pyrkiä yhdessä ymmärtämään ilmiöitä ja käsitteitä. Yhteistoiminnallinen oppiminen on puolestaan työtapa tai vuorovaikutusrakenne. Tavoitteena yhteistoiminnallisessa oppimisessa on yhdessä oppimisen kautta sitouttaa opiskelijat oppimisprosessiin, parantaa opiskelijoiden itsetuntoa ja oppimistuloksia sekä opettaa opiskelijoille yhteistoiminnan taitoja ja vastuuta omasta ja toisten opiskelijoiden oppimisesta. Tällöin pääpaino on yhteisellä tuotoksella ja sillä, että kaikki opiskelijat oppivat samat asiat ja osallistuvat yhteisen tavoitteen saavuttamiseen. (Collin ym. 2003, [77].)

3.2.6 Verkkoympäristöjen oppimista edistävät tekijät

Nevgi ja Tirri [51] ovat tutkineet verkko-opiskelua edistäviä ja estäviä tekijöitä aikuisilla opiskelijoilla kyselylomakkeen ja haastattelun keinoin. Pohjana he ovat käyttäneet Jonassenin [24, s. 60–63] määrittelemiä mielekkään oppimisen kriteerejä. Mielekkään oppimisen kriteerit ovat

- Aktiivisuus – Oppija työskentelee aktiivisesti työstäen opittavaa uutta tietoa ja olemalla itse vastuussa omasta oppimisestaan ja oppimistuloksista.
- Konstruktiivisuus – Oppija yhdistää olemassa olevaa tietoa uuteen tietoon sekä pyrkii sovittamaan yhteen ja ymmärtämään keskenään ristiriitaisia asioita ja näin muodostamaan uutta tietoa.
- Yhteistoiminnallisuus – Oppijat toimivat yhdessä ja näin hyödyntävät toinen toistensa taitoja ja tietoja, eli oppivat yhdessä.
- Intentionaalisuus – Oppija pyrkii aktiivisesti saavuttamaan oppimiselleen asettamansa tavoitteet.
- Keskustelumuotoisuus ja vuorovaikutteisuus – Oppiminen on sosiaalinen, dialoginen prosessi, jossa oppijat muodostavat oppimisyhteisön ja muodostavat uutta tietoa yhdessä.

- Kontekstuaalisuus – Oppimistehtävän ongelmat ovat todellisesta elämästä lähtöisin ja ratkaisut ovat hyödynnettävissä jokaisen oppijan omaan elämään.
- Reflektiivisyys – Oppijat pohtivat itsenäisesti omaa oppimistaan ja omia ajatuksiaan. (Nevgi ym. 2001, [51, s. 119–120].)

Tutkimuksen tuloksena Nevgi ja Tirri [51, s. 129–133] saivat kuusi oppimista edistävää faktoria, jotka ovat

1. **Oppimisen transfer** tarkoittaa opittavan asian soveltamista muihin yhteyksiin, kuten työhön tai omaan elämään. Opiskelijoiden mukaan hyvä verkkokurssi on sellainen, jossa opiskeltua asiaa on mahdollista soveltaa käytäntöön välittömästi kurssin jälkeen tai sen aikana.
2. **Yhteistoiminnallisuus** on yksi mielekkään oppimisen kriteereistä. Yhteistoiminnallisuuden avulla opiskelijat sitoutuvat paremmin oppimistavoitteisiin ja samalla olemaan vuorovaikutuksessa muiden kanssa. Yhteistoiminnallisuutta voisi kuvata yhteisöllisyydeksi, joka taas on verkkopohjaisen oppimisen olennainen tekijä.
3. **Intentionaalisuus ja aktiivisuus** ovat oppimista edistäviä faktoreita. Intentionaalisuus ja aktiivisuus tarkoittavat opiskelijan omaa aktiivisuutta opintojen suunnittelussa ja omien tavoitteiden saavuttamisessa. Tutkimuksessa avoimissa vastauksissa opiskelijat kuvasivat hyvää verkko-opiskelijaa omatoimiseksi, itsenäiseksi, itseohjautuvaksi opiskelijaksi, joka kantaa itse vastuun omasta oppimisestaan.
4. **Opettajan palaute ja tuki** auttaa opiskelijaa arvioimaan omaa suoritustaan. Verkkoympäristössä tuki ja palaute ovat oppimisen kannalta hyvin keskeisessä asemassa. Tutkimuksen mukaan oppimista edistävät myös opettajan seuraavat ominaisuudet: oman alansa asiantuntijuus, aktiivisuus verkkokeskusteluissa, kyky ohjata oppimista etäältä, tavoitettavuus, kannustavuus ja rohkaisevuus. Opettajan on annettava myös asiaankuuluvaa palautetta.
5. **Konstruktiivisuus** korostaa omaa aktiivisuutta oppimisessa.
6. **Yksilöllinen** oppimisympäristö tarkoittaa opiskelijoiden erilaisten lähtökohtien ja oppimisen yksilöllisten erojen huomioimista.

3.2.7 Verkkoympäristöjen oppimista estävät tekijät

Nevgin ja Tirrin tutkimuksessa [51, s. 136–145] tutkittiin myös oppimista estäviä tekijöitä, joista koottiin yhdeksän faktoria:

1. **Eristyneisyys ja yksinäisyys** ovat yksi suurimmista verkkokurssin keskeyttämisen syistä. Opiskelijoiden mukaan hyvällä verkkokurssilla ei kyseistä tunnetta synny.
2. **Vaikeuksilla verkkoympäristössä** tarkoitetaan tässä tutkimuksessa verkkoyhteyteen liittyviä ongelmia.
3. **Ajanhallinnan vaikeudet** voivat myös johtaa opintojen keskeyttämiseen. Nevgin ja Tirrin [52, s. 101–103] tekemän tutkimuksen mukaan opiskelijoiden omassa elämäntilanteessa tapahtuvat muutokset heijastuvat vaikeuksina ajanhallintaan.
4. **Verkkoyhteyksien kalleudella** tarkoitetaan kaikkien niiden laitteiden kustannuksia, joita tarvitaan yhteyden muodostamiseen (tietokone, verkkoyhteys ja muut oheislaitteet). Verkkopohjaisessa opiskelussa pidemmällä aikavälillä syntyy säästöjä muun muassa matkustamisen vähäisen tarpeen kautta, mutta hetkellisesti laitteiden hankintakustannukset saattavat nousta ongelmaksi.
5. **Tietotekniset ongelmat** saattavat hankaloittaa verkkopohjaista opiskelua merkittävästi. Lisäksi verkkoympäristön ja oman tietokoneen yhteensopivuuteen liittyvät asiat voivat muodostua ongelmaksi.
6. **Verkkokeskustelun outous** voi estää opiskelua, mikäli opiskelija ei osaa tai pysty ilmaisemaan itseään verkkoympäristössä käytössä olevien medioiden avulla.
7. **Henkilökohtaisen palautteen ja ohjauksen puute** vaikeutti opiskelua, mikäli palaute ja tuki oli vähäistä tai sitä ei ollut ollenkaan. Opettajan palautteen viivästyminen tai tulematta jääminen aiheutti opiskelijoille ahdistusta ja esti opiskelua.
8. **Verkkoympäristön hahmottamisen vaikeus** hankaloitti opintoja. Hyvän verkkokurssin ominaisuuksiksi mainittiin yleisesti rakenteellinen selkeys ja linkkien helppo hahmotettavuus.
9. **Opintosisältöjen liian vaativa taso** esti opiskelua. Opiskelijoiden yksilöllinen lähtötaso verkko-opinnoissa saattaa vaihdella hyvinkin paljon. Heikoimmille opiskelijoille taso voi helposti olla liian vaativa. (Nevgi ym. 2001, [51, s. 136–145].)

3.3 MATEMATIIKAN OPPIMINEN JA OPETUS

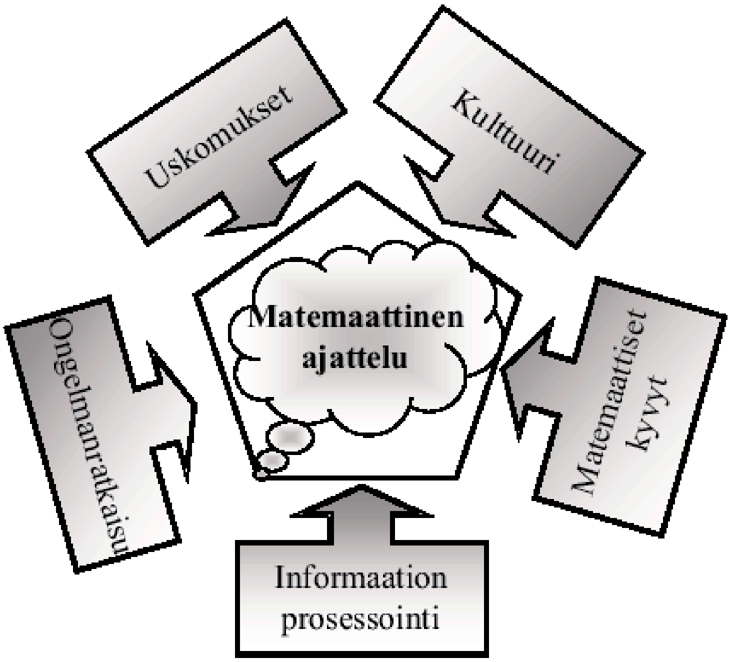
Matematiikalla on ollut arvostettu asema koulussa kautta aikojen. Matematiikkaa pidetään, tai on ainakin pidetty, oppiaineena, jonka perusteella sekä oppijan että koulujärjestelmän menestyminen osittain määräytyy. Osa syy sille, että varsinkin ylemmillä luokilla matematiikan opetuksessa käytetyt menetelmät ovat yksipuolisia, on se, että matematiikka on laadun tekijä. Tällöin halutaan välttää ylimääräisiä riskejä matematiikan opettamisessa. Lisäksi eri opetusmenetelmien soveltaminen matematiikan opetukseen on osoittautunut haastavaksi. (Suontaus 2008, [65, s. 8].)

3.3.1 Matemaattinen ajattelu

Leppäahon [43, s. 29] mukaan opetussuunnitelmissa ei tarkemmin kuvailla tai määritellä matemaattista ajattelua, mikä johtuu siitä, että käsite on laaja ja sen määritteleminen vaikeaa. Joutsenlahti [27] on kuitenkin esittänyt, että matemaattinen ajattelu on oppijalle merkityksellisten matemaattisten tietojen prosessointia. Oppijan kyvyt, asenteet, uskomukset sen hetkiset tiedot ja taidot suuntaavat ja rajaavat ajatteluprosessia. Koulumaailmassa on jo pidempään ollut kiinnostuksen kohteena matemaattinen ajattelu ja sen näkyväksi saaminen. Luvussa 7 käsiteltävä kielentäminen on yksi tapa tuoda ajatteluprosesseja näkyviksi. (Joutsenlahti 2004, [27].)

Ajattelun keskeisenä seikkana on prosessoitavan tiedon luonne. Ongelmanratkaisustrategioiden pohjalta matemaattinen tieto jaetaan konseptuaaliseen ja proseduraaliseen tietoon. Haapasalon [15, s. 53] mukaan konseptuaalinen tieto on käsitetietoa, joka avaa tutkittavan ilmiön teoreettisia taustoja. Proseduraalisen tiedon hän kuvaa menetelmätiedoksi, ymmärtämiseksi, jonka avulla opiskelija pystyy ratkaisemaan tehtävän oikein käyttäen apuna algoritmeja ja symboleja. Konseptuaalinen ja proseduraalinen tieto ovat kytköksissä toisiinsa. Konseptuaaliseen tietoon panostamalla syntyy myös proseduraalista tietoa (Joutsenlahti 2003, [26, s. 7]).

Joutsenlahti [28, s. 51] kuvaa matemaattista ajattelua ja siihen vaikuttavia käsitteitä kuvan 4 mukaisesti. Hänen mukaansa kulttuuri, matemaattiset kyvyt, informaation prosessointi, ongelmanratkaisu ja uskomukset ovat käsitteitä, joiden kautta voidaan ymmärtää ja kuvata matemaattista ajattelua.



KUVA 4. *Matemaattiseen ajatteluun vaikuttavia tekijöitä (Joutsenlahti 2005, [28, s. 51].).*

Joutsenlahden [28] mukaan matemaattista ajattelua tarkasteltaessa kulttuurin näkökulmasta nousee esiin oppimisen tilannesidonnaisuus, kieli ajattelun välineenä ja kulttuurin ominaispiirteet. Oppiminen on tilannesidonnaista ja tilanne on aina erilainen eri kulttuureissa. Lisäksi kieli on vahvasti sidoksissa kulttuuriin.

Matemaattisten kykyjen erilaisuudella on yritetty selittää matematiikan oppimisen eroja. Kyvykkyys käsitteenä yhdistetään myös lahjakkuuteen ja älykkyyteen. Matemaattinen ajattelu on pitkälti oppijan kykyjen säätelemä prosessi. (Joutsenlahti 2005, [28].)

Ihmisen keskeistä tiedon prosessointia ovat esimerkiksi havaitseminen, muistaminen, mieltäminen ja päätöksenteko. Tietoon liitetään usein myös ymmärtämisen käsite, jota voidaan tutkia ongelmanratkaisun avulla. Useat tutkijat pitävät juuri ongelmanratkaisutaitoa koko matemaattisen ajattelun ytimenä.

Ongelmanratkaisu kehittää opiskelijan matemaattista ymmärrystä tavalla, joka on opiskelijaa motivoivaa, vaikuttaa opiskelijan asenteisiin ja uskomuksiin, helpottaa opitun muistamista, vahvistaa opitun siirtovaikutusta ja syventää ymmärtämistä. (Joutsenlahti, [28, s. 59].)

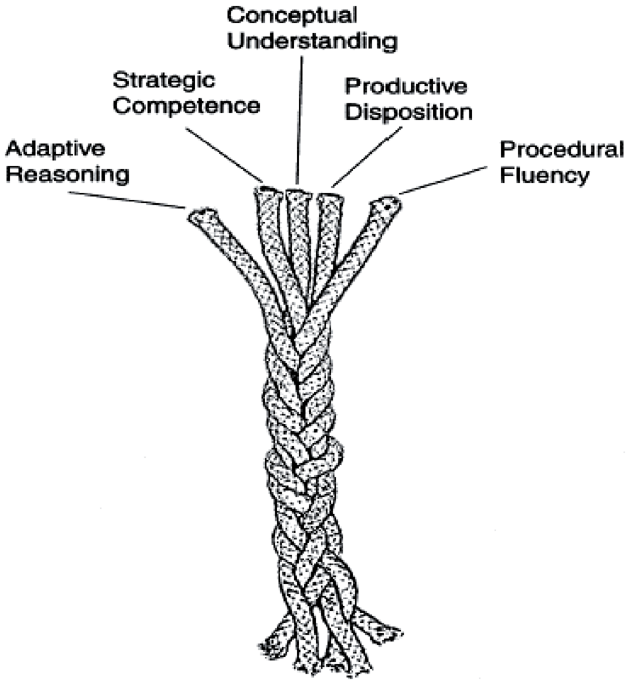
Uskomukset ovat keskeisiä vaikuttajia opiskelijan ajatteluun ja toimintaan. Uskomukset voivat olla esteenä muutokselle opiskelussa. Uskomukset ovat melko pysyviä ja kehittyneet pitkän ajan kuluessa, mutta eivät kuitenkaan kovin voimakkaita. Uskomukset ovat yhteydessä luvussa 6 käsiteltävään, matemaattiseen minäpystyvyyteen. (Joutsenlahti 2005, [28, s. 51–63].)

3.3.2 Matematiikan osaaminen

Joutsenlahti [28, s. 96] lähestyy matemaattista osaamista Jeremy Kilpatrickin, Jane Swaffordin ja Bradford Findellin [32, s. 116] matemaattisen osaamisen piirteiden kautta. Kilpatrick ym. [32, s. 117] ovat havainnollistaneet matemaattisen osaamisen piirteitä kuvan 5 mukaisesti viidellä narunpätkällä. Kukin narunpätkä edustaa aina yhtä matemaattisen osaamisen piirrettä, joiden katsotaan olevan tarpeellisia matematiikan oppimisen kannalta.

Nämä piirteet ovat

1. Käsitteellinen ymmärtäminen (*conceptual understanding*): matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja relaatioiden ymmärtäminen.
2. Proseduraalinen sujuvuus (*procedural fluency*): taito käyttää proseduureja joustavasti, huolellisesti, tehokkaasti ja tarkoituksenmukaisesti.
3. Strateginen kompetenssi (*strategic competence*): kyky formuloida, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia.
4. Mukautuva päättely (*adaptive reasoning*): pystyvyys loogiseen ajatteluun, reflektointiin, selittämiseen ja todistamiseen.
5. Yritteliäisyys (*productive disposition*): nähdä luontaisesti matematiikka järkevänä, hyödyllisenä ja arvokkaana yhdistettynä uskoon ahkeruuden merkityksestä sekä omiin kykyihin. (Joutsenlahti 2001, [81, s. 96].)



KUVA 5. *Matemaattisen osaamisen viisi piirrettä (Kilpatrick ym. 2001, [32, s. 117].).*

Kuvan 5 mukainen köysi kuvaa oikein hyvin sitä, kuinka matemaattisen osaamisen piirteet ovat kietoutuneina yhteen ja ovat toisistaan riippuvaisia. Käsitteellisesti ymmärtävä opiskelja osaa enemmän kuin vain erillisiä faktoja ja menetelmiä. Opiskelija pystyy ratkaisemaan vaikeampia mekaanisia ja sanallisia tehtäviä tätä piirrettä kehittämällä. Käsitteellisen ymmärryksen omaavalla opiskelijalla tieto on järjestynyt kiinteäksi kokonaisuudeksi. Pohja on tehty hyvin, kun faktat ja metodit on opittu ymmärtäen. Piirteen tärkeänä indikaattorina pidetään kykyä havainnollistaa matemaattisia tilanteita eri tavoin sekä sitä, miten eri tapoja voidaan käyttää eri tarkoituksiin. (Kilpatrick ym. 2001, [32, s. 118–119].)

Proseduraalinen sujuvuus tarkoittaa tietoa eri menettelytavoista sekä taitoa soveltaa menettelytapoja erilaisissa tilanteissa tehokkaasti. Proseduraalisen taidon kehittyessä opiskelija kykenee syvempään matemaattiseen ymmärtämykseen ja vaikeampien ongelmien ratkaisuun. Käsitteellinen ymmärtäminen tarvitsee tuekseen proseduraalisen sujuvuuden. Opiskelija osaa käyttää ja etsiä eri menetelmiä ongelman ratkaisemiseksi sitä paremmin mitä paremmin opiskelija näkee matematiikan selkeänä, loogisena, ennakoivana systeeminä, jossa on erilaisia kaavoja. (Kilpatrick ym. 2001, [32, s. 121].)

Strateginen kompetenssi liittyy opiskelijan kykyyn muotoilla, esittää ja ratkaista matemaattisia ongelmia, kun ongelman ratkaisumenetelmä ei ole opiskelijalle etukäteen tuttu. Vahvan strategisen kompetenssin omaava opiskelija löytää tehtävän ratkaisun kannalta olennaisimmat osat ja hallitsee monia erilaisia ratkaisutapoja matemaattisiin ongelmiin. (Kilpatrick ym. 2001, [32, s. 124–127].)

Kapasiteettiä ajatella loogisesti eri tilanteiden ja käsitteiden välisiä suhteita kutsutaan mukautuvaksi päättelyksi. Jotta opiskelija on kykenevä mukautuvaan päättelyyn, pitää hänellä olla riittävä tietopohja, tehtävän tulee olla ymmärrettävä ja motivoiva. Lisäksi tehtävän kontekstin pitää olla tuttu ja miellyttävä. Yksi mukautuvan päättelyn tärkeimmistä piirteistä on kyky osoittaa riittävät perusteet omille valinnoilleen ja tekemisilleen. (Kilpatrick ym. 2001, [32, s. 129–130].)

Kilpatrickin ym. mukaan yritteliäisyys ja ahkeruus nähdään voimakkaasti matematiikan luonteeseen liittyviksi ominaisuuksiksi. Yritteliäs ja ahkera opiskelija uskoo matematiikan mielekkyyteen, järkevyyteen ja hyödyllisyyteen. Yritteliäisyys nähdään matematiikassa ongelman ratkaisuprosessin kykynä, joka yhdistelee ja valjastaa käyttöön muita matemaattisen osaamisen alueita. Matematiikan mielekkäänä kokevalla opiskelijalla kehittyvät myös muut osa-alueet.

3.3.3 Matematiikan oppiminen

Matematiikan oppimisessa perusteiden oppiminen on tärkeää, koska uusi tieto rakentuu aiemmin opitun päälle matematiikassa selvemmin kuin monessa muussa aineessa (Merenluoto ja Lehtinen 2004, [47]). Joutsenlahden [28] mukaan opiskelijan matemaattinen minäkuva selittää melko paljon opiskelijan menestymistä matematiikan opinnoissa yläluokilta eteenpäin. Matemaattisen minäkuvan rakentumisen kannalta on tärkeää, että jo alaluokilta lähtien opiskelijat saavat rakentavaa, positiivista ja ohjaavaa palautetta työstään.

Joutsenlahden [28, s. 223] mukaan opiskelijoiden matematiikkakuvan muutokset heijastelevat osaltaan nuorisokulttuurin ja yhteiskunnan muutoksia suhteessa koulumatematiikkaan. Hänen mukaansa ”ajan henki” näyttäytyy nuorisossa lyhytjänteisyytenä sekä itsekeskeisenä ja laskelmoivana toimintana. Matematiikan opiskelun ja oppimisen kannalta lyhytjänteisyys on erityisen harmillista, koska juuri matematiikan opiskelu vaatii keskiverto-opiskelijalta työtä ja pitkäjänteisyyttä. Ilmiö on matematiikan opetuksessa nähtävissä siinä, että vain harva opiskelija jaksaa pidempään miettiä jotain tehtävää. Tehtävä todetaan mahdottomaksi, jos se ei ratkea hyvin nopeasti. (Joutsenlahti 2005, [28].)

Leinon [41] mukaan jokaisella opiskelijalla tulisi olla mahdollisimman realistinen kuva siitä, millainen opiskelija hän on matematiikassa, kuinka paljon hänen pitää tehdä töitä oppimisen eteen ja millä menetelmillä hän oppii parhaiten. Matematiikan oppiminen ja ymmärtäminen on hyvin henkilökohtainen ja kullakin oman aikansa vaativa prosessi.

3.3.4 Matematiikan opettaminen

Ahtee ja Pehkonen [2, s. 16] kiteyttävät opettamisen keskeisen ajatuksen seuraavasti:

> *Kun opettaja tietää mitä opettaa ja miksi opetetaan, tulee hänen vielä päättää miten opettaa.*

Opettajalle ei riitä pelkästään tieto siitä, mitä hän opettaa. Tämän lisäksi tulee tietää, miksi kyseistä asiaa opetetaan, ja ehkä tärkeimpänä kohtana opettajan tulee miettiä, miten opettaa. (Ahtee ym. 2000, [2].)

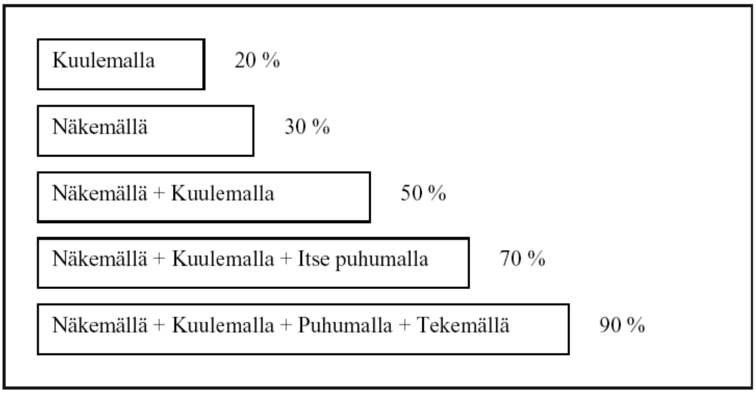
Kangasniemen [29, s. 57] tutkimusten mukaan opettajat käyttivät suurimman osan viikoittaisesta opetusajasta opettajakeskeiseen opetukseen sekä opiskelijoiden yksikseen tekemiin laskuharjoituksiin. Lisäksi tutkimuksen mukaan opettajan omat uskomukset ja käsitykset matematiikasta vaikuttivat suuresti siihen, mitä menetelmiä hän käytti opetuksessa. Esimerkiksi jos opettajalla oli uskomus, että matematiikka on sääntöjen oppimista, hän käytti opettajakeskeistä työtapaa. (Kangasniemi 2000, [29].)

Sahlberg ja Saharan [63, s. 182] uskovat, että matematiikasta keskustelu pienryhmissä, opiskelijoiden välinen vuorovaikutus ja yhdessä oppiminen saattavat omalta osaltaan muuttaa kuvaa matematiikasta yksinäisenä ja outona tiedonalana. Heidän tutkimuksensa perusteella monet lukiossa ja ammatillisessa oppilaitoksissa opettavat opettajat ovat sitä mieltä, että opetuksessa ei yksinkertaisesti ole aikaa kokeilla eri opetusmenetelmiä. Kurssien asiasisältö on jo opettajajohtoisella opetustavalla monella kurssilla ylimitoitettu saati sitten enemmän aikaa vievillä opetusmenetelmillä. Yhteistoiminnallisen oppimisen menetelmät eivät juuri kuulu toisen asteen työskentelytapoihin. (Sahlberg ym. 2002, [63].)

Hakkarainen, Bollström-Huttunen, Pyysalo ja Lonka [16, s. 192] korostavat sitä, että matematiikan opetuksen pitäisi tähdätä sekä laskutaitojen hankkimiseen että ymmärtämiseen. Runsas laskeminenkaan ei vielä takaa ymmärrystä eikä laskutaito lisäänny pelkästään ymmärtämisen avulla, eli kumpikaan ominaisuuksista ei yksin riitä. Matematiikan opetuksen tavoitteena tulisikin kouluissa olla laskutaitojen ja ymmärtämisen kehittäminen ja mielekäs yhteen punominen. (Hakkarainen ym. 2005, [16].)

Havainnollistaminen matematiikan opetuksessa

Ahtolan [3, s. 38] mukaan matematiikan oppimisvaikeutta voidaan vähentää monipuolisilla opetusmenetelmillä. Lisäksi havainnollistaminen ja konkretisointi lisäävät opetuksen tehoa ja vaikuttavuutta. Oppimistulokset yleensä paranevat, kun opiskelija samanaikaisesti näkee, kuulee ja tekee eli käyttää useampia aisteja samanaikaisesti. Kuvassa 6 on havainnollistettu sitä, miten aistien käyttö vaikuttaa asioiden omaksumiseen. Omaksumisen mahdollisuus sekä näkemällä, kuulemalla, puhumalla että tekemällä on kolminkertainen siihen nähden, että omaksuminen tapahtuisi pelkästään näkemällä.



KUVA 6. *Arvio siitä, miten paljon aistien käyttö vaikuttaa asioiden omaksumiseen (Repo ja Nuutinen 2003, [62, s. 149].).*

Havainnollistamisella tarkoitetaan niitä keinoja, joilla syvennetään opetusta, konkretisoidaan asiaa ja käsitteitä sekä helpotetaan hahmottamista, ymmärtämistä ja muistamista. Havainnollistamista ovat myös ne keinot, joilla ylläpidetään oppijan tarkkaavaisuutta, herätetään kiinnostusta ja annetaan virikkeitä sekä helpotetaan ilmaisua. Havainnollistaminen voi perustua kieleen, kuvaan tai toimintaan. Kielellistä havainnollistamista ovat esimerkiksi sanat, kielikuvat, toisto, liioittelu ja kysymykset. Kuvallista havainnollistamista ovat esimerkiksi valokuvat, piirrokset, grafiikka ja kaaviot. Toiminnallista havainnollistamista ovat esimerkiksi tekeminen, leikkiminen, pelaaminen ja ratkaiseminen. (Suontaus 2008, [65, s. 22–23].)

Opettaja voi havainnollistaa opetusta monella eri tavalla. Uusikylä ja Atjonen [75, s. 135–136] korostavat, että havaintojen kautta oivalletaan ilmiöitä yhdistäviä ja erottavia tekijöitä. Tämä luo hyvän pohjan käsitteiden teoreettiselle hallinnalle. Havainnollistaminen auttaa myös tiedon tallentumista pitkäkestoiseen muistiin.

Matematiikan opetusta verkossa

Opetusta ja oppimista kehitettäessä on tärkeää miettiä, mitä lisäarvoa uuden menetelmän avulla saadaan. Eli matematiikan osalta on tärkeää pohtia muun muassa seuraavia seikkoja:

- Miksi matematiikkaa pitäisi opettaa verkossa?
- Mitä uutta verkko-ympäristö tuo matematiikan opetukseen?
- Jääkö verkko-opetuksesta puuttumaan jokin tärkeä asia, joka perinteisessä opetuksessa oli hyvin?

Kivelän [33], Meisalon, Sutisen ja Tarhion [46] mukaan tietotekniikan ja verkoympäristön käyttö monipuolistaa oppimisprosessia niin opettamisen kuin oppimisenkin suhteen, mutta vaatii myös käytäntöjen muuttamista. Nykyisellään ei osata tai uskalleta hyödyntää tietoteknisiä valmiuksia riittävästi.

Verkko antaa opetukseen monia mahdollisuuksia, joita perinteinen luokkahuoneopetus ei tarjoa. Ratkaisujen etenemistä voidaan verkossa ohjata erilaisilla vihjeillä, ja kolmiulotteista grafiikkaa voidaan käyttää havainnollistamiseen. Verkon avulla on mahdollista tuoda matematiikkaan myös lisää sosiaalista perspektiiviä ja yhteisöllisyyttä. Materiaalin päivittäminen verkossa on paljon helpompaa kuin kirjassa, josta pitää tehdä aina uusi painos. Verkkomateriaaleja tekevän opettajan on hyvä tiedostaa se, että ei sido materiaaliaan liikaa tiettyyn ohjelmaan. Tietotekniikassa eri ohjelmien elinikä on muutamia vuosia, ja jos kaiken joutuu tekemään uuteen ohjelmaan alusta, niin työmäärä on valtava. Verkkoa on mahdollista käyttää myös reaaliaikaisen opettamisen välittämiseen. Verkon tarjoamien mahdollisuuksien optimaalinen hyödyntäminen vaatii opettajalta hyvää pedagogista osaamista ja hyviä tietoteknisiä taitoja. Leppisaaren ym. [42] mukaan opettajilla on parannettavaa molemmilla osa-alueilla. (Heikkinen ym. 2008, [20].)

Joutsenlahden [81] mukaan matematiikan verkko-opetuksen yksi kriittisistä kohdista on non-verbaalin kielen puute. Oppimisen ohjaus verkossa usein toteutetaan kirjoitetun kielen avulla. Tällöin ilmeet ja eleet jäävät pois, mikä saattaa vaikeuttaa ymmärtämistä (Joutsenlahti 2001, [81]).

Verkkomateriaaleja matematiikan opetukseen

Internetistä löytyy lukuisia materiaaleja matematiikan opetukseen. Kuinka moni matematiikan opetuksen parissa työskentelevistä on tietoinen kyseisistä materiaaleista? Monellakaan opettajalla ei ole aikaa surffata Internetissä ja selvittää, olisiko jokin siellä olevista materiaaleista käyttökelpoinen juuri hänen tarpeisiinsa. Opettajan ei aina tarvitse lähteä luomaan kaikkea materiaalia tyhjästä tai tyytyä pelkkään oppikirjaan, sillä osa sähköisistä yleisesti jaossa olevista materiaaleista on käyttökelpoisia. Taulukossa 3 esitellään lyhyesti muutamia Internetissä olevia materiaaleja. Taulukko 3 on rakennettu lähteiden [95], [89], [85], [82], [84], [94], [79], [78] ja [80] pohjalta.

TAULUKKO 3. *Internetissä olevia materiaaleja matematiikan opetukseen.*

sivusto	www-osoite	sisältö
Algebran ajokortti	http://smex.homelinux.com/marjaleenan/www/index.php	Sivusto tarjoaa harjoitustehtäviä itseopiskeluun, vihjeitä ja oheismateriaalia. Verkkosivun taustalla oleva ohjelma laskee saadut pisteet, mutta ei pysty antamaan kovinkaan rakentavaa palautetta tehtävistä.
Materiaali lukio-opetukseen	http://www.oph.fi/etalukio/maa.html	Opetushallituksen kokoelma html-dokumentteja lukiomatematiikan alueelta ja joitakin Java-sovelmia valikouduilta alueilta.
Iso-M-paketti	http://matta.hut.fi/matta2/isom/html/index.html	Lukiotason matematiikan tietosanakirja.
Iso-M-tehtäväkokoelma	http://matta.hut.fi/matta2/isomharj/tehttoc.html	Laaja tehtäväkokoelma varustettuna vihjeillä ja täydellisillä ratkaisuilla.
MatTa-sivusto	http://matta.hut.fi/matta2	Laaja korkeakoulutasoinen matematiikkasivusto.
MatTaFi-sivusto	https://matta.hut.fi/mattafi/index.shtml	Laaja korkeakoulutasoinen matematiikkasivusto.
Jyväskylän yliopisto	http://www.math.jyu.fi/ylemat/opetusmateriaali/havainnollistuksia/	Java-sovelmia
GeoGebra-ohjelma	http://www.geogebra.org/cms/	Ilmaisohjelma geometrian ja algebran opiskeluun.
Graph-ohjelma	http://www.padowan.dk/graph/	Ilmaisohjelma kuvaajien piirtämiseen.
Solmu-verkkolehti	http://solmu.math.helsinki.fi/	Ajankohtaista asiaa matematiikasta ja matematiikan opettamisesta.
dMath-sivusto	http://dmath.hibu.no/main.htm	Kansainvälinen matematiikan verkko-opettamisen foorumi.

3.3.5 Muita tutkimuksia

Insinööriopiskelijoiden matemaattinen osaaminen

Tuohen ym. [71] tekemän tutkimuksen perusteella insinööriopiskelijoiden matemaattinen osaaminen esimerkiksi perusalgebrassa on paikoittain hyvin hataraa. Opiskelijoiden lähtötasossa on suuria eroja riippuen siitä, mikä on heidän opiskelutaustansa. Lukion pitkän matematiikan lukijat menestyivät testissä parhaiten, sitten tulivat lukion lyhyen matematiikan lukijat ja viimeiseksi jäivät ammattikoulutaustaiset opiskelijat. Tutkimuksen perusteella eroja ilmeni myös eri koulutusohjelmien välillä. Tutkimuksen mukaan yleisenä linjana on havaittavissa, että opiskelijoiden matemaattinen osaaminen heikkeni vuodesta 1999 vuoteen 2003. Samaan aikaan myös pistemäärät, joilla opiskelijat pääsivät sisään ammattikorkeakouluun, laskivat monissa koulutusohjelmissa. (Tuohi ym. 2004, [71].)

Lauttamus [40, s. 147] sai vastaavanlaisia tuloksia tutkiessaan ammattikoululaisten oppimisvaikeuksia matematiikassa. Tutkimuksen mukaan vaikeuksia tuottivat prosenttilasku, peruslaskutoimitukset, juuri- ja potenssikäsitteet ja murtoluvut. Lauttamus [40, s. 87, 148] esittää, että matematiikan oppimisvaikeuksiin voisi tuoda apua matematiikan kertaamisen liittämisellä ammatillisiin sovelluksiin. Lisäksi hän esittää, että hitaammille opiskelijoille tulisi luoda edellytykset saada perusteellista ja rauhassa etenevää opetusta esimerkiksi pienryhmissä.

Pisa-tutkimus

Kansainvälisessä Pisa (Programme for International Student Assessment) -tutkimuksessa suomalaiset ovat menestyneet hyvin. Vuoden 2000 tutkimuksessa (Välijärvi ym. 2001, [96]), jossa pääpaino oli lukutaidon mittaamisessa ja jossa matematiikka oli sivualue, Suomi kuului OECD-maiden parhaaseen neljännekseen. Vuoden 2003 Pisa-tutkimuksessa (Kupari ym. 2005, [39]) Suomi oli OECD-maiden paras ja toiseksi paras kaikista osallistujista. Pisa 2003 -tutkimuksessa tutkittiin 15-vuotiaiden matemaattista osaamista 41 eri maassa. Pelkästään Suomesta tutkimukseen osallistui yli 6000 opiskelijaa. Pääpaino vuonna 2006 tehdyssä Pisa-tutkimuksessa (Opetusministeriö 2006, [91]) oli luonnontieteissä. Tämän tutkimuksen perusteella suomalaisnuoret ovat luonnontieteissä ehdotonta huippua lähes kaikilla osa-alueilla.

Tämä tutkimus on osana vuosina 1993–2003 Teknisen korkeakoulun matematiikan laitoksen MatTa-projektia (Matematiikkaa Tietokoneavusteisesti). MatTa-projekti on sittemmin jatkunut MatTaFi-projektina, jossa on mukana viisi yliopistoa sekä viisi tekniikan ja liikenteen alan ammattikorkeakoulua. Projektin tarkoituksena on edelleen tuottaa digitaalista materiaalia matematiikan tarpeisiin. (Kivelä 2008, [84], Suomen virtuaaliyliopisto 2008, [94].)

Tarkasteltavassa tutkimuksessa on luotu yliopistotasoista differentiaaliyhtälöiden peruskurssia varten verkko-opiskelupaketti nimeltään DelTa (Kivelä ym. 2003, [86]). Paketin tarkoitus on, että opiskelijalla on mahdollisuus opiskella differentiaaliyhtälöitä sekä teoreettiselta kannalta että tietotekniikan tuomia mahdollisuuksia hyödyntäen. Teorian lisäksi materiaalista löytyy työkalut differentiaaliyhtälöiden piirtämiseen, alkeisoppaat laskentaohjelmien käyttöön ja harjoitustehtäväkokoelma. Paketin käyttöliittymä voidaan räätälöidä tarpeen mukaan. (Kivelä 2001, [33, s. 2].)

Kivelän [33, s. 3] mukaan kokeilukurssin tavoitteena oli tutkia Delta-paketin teknistä toimivuutta, opiskelijoiden suhtautumista tietotekniikan hyödyntämiseen opetuksessa ja opiskelussa sekä sitä, millaiseen opiskeluprosessiin tietotekniikan hyödyntäminen käytännössä johtaa. Ennen kurssin alkua toteutettiin ennakkokysely opiskelijoiden asenteiden ja taustojen kartoittamiseksi. Vastaavanlainen kysely tehtiin myös kurssin lopuksi. Kurssille osallistui 209 opiskelijaa, joista 180 opiskelijalta saatiin palautetta.

Ennen kurssin alkua tehdyn kyselyn perusteella opiskelijat suhteutuivat varsin positiivisesti tietokoneavusteisen paketin kokeilemiseen matematiikan kurssilla, mutta myös perinteisestä opetuksesta haluttiin pitää kiinni. Kurssin lopussa tehdyn kyselyn perusteella asenteet eivät kurssin aikana tietokoneavusteista matematiikan opetusta kohtaan oleellisesti muuttuneet. Matemaattisten ohjelmien käyttöä ei sen sijaan koettu kovin positiiviseksi asiaksi. DelTa-paketin materiaalia kokonaisuudessaan pidettiin selkeänä, mutta liikkuminen hyperlinkkien avulla koettiin pääsääntöisesti hankalaksi. Moni koki, että ei ehtinyt omaksua differentiaaliyhtälöitä riittävän hyvin, koska aika kului tietotekniikan kanssa. Opiskelijat kokivat aloitusluennot ja yhteenvetoluennot hyviksi, mutta keskusteluluennot koettiin melko turhiksi. Teoriatunnit ja laskuharjoitukset koettiin oppimisen kannalta tärkeiksi, mutta tietokoneharjoitukset koettiin sen sijaan melko turhiksi. Opiskelijoiden mielestä itsenäistä työskentelyä oli liian paljon. Moni opiskelijoista ilmoitti, että istuu mieluummin luennolla kuin yrittää itse opetella ja ratkaista ongelmia. Tekniset ongelmat koettiin myös opiskelua hankaloittavaksi tekijäksi. (Kivelä 2001, [33, s. 6–18].)

Kivelän [33, s. 17] mukaan niin opiskelijoiden kuin opettajienkin tottuminen uusiin työtapoihin vie aikaa. Hänen mukaansa olisi mielenkiintoista kokeilla vastaavaa pakettia jossain etäopiskeluympäristössä. Saadut tulokset viittaavat siihen, että kontaktiopetuksesta ei voida ainakaan kokonaan luopua. Tekniikka ei korvaa opettajaa vaan muuttaa hänen työnsä luonnetta. Kivelän tutkimus paljasti sivutuloksena sen, että suhteellisen suuri osa opiskelijoista ei seuraa opetusta lainkaan. Hänen mukaansa olisi hyvä erikseen tarkastella, missä määrin vastaavaa esiintyy perinteisillä kursseilla. Moni opiskelija ei ymmärtänyt opiskelun luonnetta eikä omakohtaisen työteon ja vastuunkantamisen tärkeyttä (Kivelä 2001, [33, s. 17]).

MATO-projekti

MATO-projekti (Matemaattis-luonnontieteelliset tekniikan opinnot) on osittain opetusministeriön rahoittama neljän ammattikorkeakoulun yhteinen hanke. Hankkeen tavoitteena on parantaa insinööriopiskelijoiden läpäisyä matemaattis-luonnontieteellisissä opinnoissa tekemällä matematiikan perusopetukseen yhtenäistä virtuaalimateriaalia. Tällä pyritään sekä lisäämään opiskelijoiden mahdollisuuksia opiskella virtuaaliympäristössä ajasta ja paikasta riippumatta että parantamaan alisuorittajien ja aikuisopiskelijoiden suoriutumista kursseista. Tarkoituksena on tuottaa monimuoto-opetukseen sopivaa ja pedagogisesti osallistavaa materiaalia. Tämän lisäksi materiaalissa pyritään kiinnittämään huomiota opettajan ja opiskelijan väliseen dialogiin. (Heikkinen ym. 2008, [20, s. 8].)

Heikkisen ym. [20] mukaan projektin toteutuksessa on panostettu paljon materiaalin käytettävyyteen ja ohjeistukseen. Virtuaalioppimisympäristö toteutettiin Adobe Flash CS3 Professional -ohjelmalla. Komentosarjakielenä käytettiin ActionScript 2.0 ja 3.0 -kieliä. Hallintapuoli on toteutettu PHP-komentosarjakielellä ja MySQL-tietokannan avulla. Animaatiot on tehty SMART Board -interaktiivista esitystaulua ja sen tallennetoimintoa apuna käyttäen. Joissakin animaatioissa on käytetty apuna ilmaista GeoGebra-ohjelmaa.

Toteutuksen sisältö koostuu matematiikan perusteista insinööriopinnoissa. Aihealueina ovat muun muassa lausekkeen käsittely, murtoluvut, yhtälön ratkaisu, funktio ja geometria. Teorian lisäksi sisältö koostuu harjoituksista, vihjeistä, mallivastauksista välivaiheineen, testeistä ja havainnollistavista animaatioista.

Toteutusta testattiin 18.8–28.8.2008 eräällä ammattikorkeakoululla. Kyseisellä ammattikorkeakoululla pidettiin tekniikan alan opiskelijoille tasokoe matematiikassa heidän tullessaan opiskelemaan. Tasokokeessa heikoiten pärjänneet passitettiin tehokurssille. Tehokurssille määrättiin kaiken kaikkiaan 74 opiskelijaa, jotka jaettiin neljään ryhmään. MATO-projektin materiaalia testattiin yhdessä näissä heikoiten menestyneistä ryhmistä. Testiryhmä sai kontaktiopetusta noin 60 % ja virtuaaliopetusta MATO-projektin materiaalin kautta noin 40 %.

Tutkimusten tulosten perusteella testiryhmän ja verrokkiryhmien menestymisessä kurssilla ei syntynyt merkittäviä eroja. Virtuaaliympäristö ja sisältö saivat kuitenkin opiskelijoilta positiivista palautetta. Toteutus koettiinkin eräänlaisena uutena kirjan muotona. Palautteissa tuli kuitenkin selkeästi esiin se, että opiskelijat halusivat säilyttää kontaktiopetusta. Heikkisen ja Räisäsen [20] mukaan paras tapa virtuaaliympäristön hyödyntämiseen matematiikassa on monimuoto-opetus, jossa on perinteistä opettajajohtoista opetusta ja osa verkkoavusteista opetusta. Verkkoympäristö tuo myös mukavaa vaihtelua perinteiseen matematiikan opetukseen, ja siten se saattaa parantaa myös opiskelijoiden motivaatiota. Erilaiset tietotekniset ratkaisut mahdollistavat asioita tavalla, joka ei perinteisessä opetuksessa ole välttämättä mahdollista. (Heikkinen ym. 2008, [20].)

Kolmiulotteisten havainnollistuksien käyttö geometrian opetuksessa

Song ja Lee [64] ovat tutkineet kolmiulotteisen havainnollistustekniikan käyttöä korealaisen koulun geometrian opetuksessa. Tutkimuksessa käytetään verkkoa ja VRML-tekniikkaa (Virtual Reality Modelling Language) kolmiulotteisten kappaleiden havainnollistamiseen 13-vuotiaiden korealaisten koululaisten geometrian opetuksessa. Testiryhmä koostui 34 oppilaasta, jotka saivat geometrian opetusta verkon ja VRML-tekniikan avulla. Verrokkiryhmä koostui myös 34 oppilaasta, jotka saivat geometrian opetusta perinteisesti. VRML-ryhmän opetusta varten tehtiin materiaali erilliselle serverille matematiikan oppikirjan pohjalta.

Tutkimuksen perusteella VRML-tekniikasta on hyötyä geometrian opetuksessa. Testiryhmä ei ole kuitenkaan toista ryhmää parempi, kun mitataan osaamista asioissa, joissa visuaalisuus ja visualisointi eivät ole keskeisessä osassa.

Songin ja Leen mukaan VRML-tekniikan suurimpia etuja visualisoinnin lisäksi on mallinnuksen helppous ja tehokkuus. Tuloksia saattaa osaltaan vääristää sekä tutkijoiden että opiskelijoiden innostuneisuus aiheeseen, mikä osaltaan johti ryhmän harjoittelun lisääntymiseen. (Song ja Lee 2002, [64].)

Tietokoneen grafiikan käytöstä on monia muitakin hyviä kokemuksia matematiikan opetuksessa. Seuraavassa on mainittu muutamia kokeiluja tietokoneen grafiikan käytöstä matemaattisten käsitteiden opettamisessa. Artigue [5] käytti opetuskokeilussaan tietokoneen grafiikkaa tangentin ja derivaatan havainnollistamisesta. Kendal ja Stacey [30] käyttivät laskimen TI92-grafiikkaa apuna opetettaessa differentiaalilaskentaa. Trouche ja Guin [70] lähestyivät funktion raja-arvokäsitettä funktion kuvaajan kautta.

Metakognitiiviset prosessit kollaboratiivisessa verkkoympäristössä

Metakognitiolla tarkoitetaan opiskelijan tietoisuutta omista oppimisprosesseistaan. Kollaboratiivisuus puolestaan merkitsee yhteisöllisyyttä. Hurme ja Järvelä [23] tutkivat opiskelijoiden metakognitiivisia prosesseja matemaattisessa ongelmanratkaisussa käyttäen apuna CSCL-ympäristöä (computer supported collaborative learning environment). Heidän tutkimukseensa osallistui 13–16-vuotiaita koululaisia. Geometria- ja todennäköisyyslaskentaprojektia oppilaat tekivät pari- ja ryhmätöinä. Oppilaita kannustettiin pohtimaan vaihtoehtoisia ratkaisutapoja ja kysymään neuvoa. Kaikki oppilaiden muistiinpanot, keskustelut ja muut tuotoksen tallennettiin verkko-oppimisympäristöön. Tutkijat analysoivat oppilaiden verkko-oppimisympäristöön tuottamia tuotoksia. (Hurme ym. 2001, [23, s. 2–4].)

Järjestelmän käyttö projektissa oli onnistunutta, oppilaat keskustelivat ja käyttivät järjestelmää tehokkaasti. Kysymysten tekeminen verkkoympäristössä koettiin haastavana. Oppilaat jakoivat projektissa paljon tietoa toisilleen ja onnistuivat tekemään ongelmanratkaisuprosesseista näkyviä. Oppilaat pystyivät välittämään toisilleen ratkaisujen ajatustenkulkua kirjallisista ideoista ja tehdyistä ratkaisuyrityksistä. Hurme ja Järveläinen kokivat tulokset varsin rohkaisevina ja olivat samalla sitä mieltä, että jatkotutkimukselle on tarvetta. (Hurme ym. 2001, [23, s. 5–6].)

Automaattisesti tarkastettavat tehtävät matematiikan opetuksessa

Rasila [92, s. 1–2] testasi automaattisesti tarkastettavia tehtäviä matematiikan peruskurssilla Teknillisessä korkeakoulussa syksyllä 2006. Kokeilun perinteistä opetusta täydennettiin opiskelijoiden verkossa palauttamilla harjoitustehtävillä. Verkkotehtävät muodostivat vain pienen osan kurssista näin minimoitiin teknologiaan liittyvien riskien vaikutus kurssiin ja oppimiseen. Pilottihankkeessa testattiin lähinnä teknologian toimivuutta ja opiskelijoiden suhtautumista siihen. Jatkossa on Rasilan mukaan tarkoitus tutkia järjestelmän vaikutuksia oppimistulokseen ja opetuksen laatuun. Hankkeessa käytettiin tehtävien palautukseen STACK-ohjelmistoa. Kurssin aihepiiri käsitteli kompleksianalyysiä, Fourier-sarjoja sekä differentiaaliyhtälöiden ratkaisemista Laplace-muunnoksen avulla.

Tutkimuksen perusteella opiskelijoiden osallistuminen harjoituksien palautukseen oli parempaa mitä perinteisellä kurssilla. Rasilan mukaan tähän varmasti vaikuttaa se, että palautusjärjestelmä oli aikataulullisesti joustava ja laskuharjoitusryhmän luoma sosiaalinen paine puuttui. Järjestelmä näytti aktivoineen erityisesti niitä opiskelijoita, jotka olivat ratkaisseet ainoastaan yhden tehtävän tai olivat hyvin epävarmoja ratkaisuistaan. Teknisiä ongelmia esiintyi niin tehtävien muotoilussa kuin vastausten syöttämisessäkin. Osa teknisistä ongelmista on helposti ratkaistavissa paremmalla ohjeistuksella. Rasilan [92, s. 3] mukaan opiskelijat suhtautuivat tekniikkaan positiivisesti ja tekniikka on toimivaa yliopistotasoiseen matematiikan opetukseen. Hänen mielestään tehtävien laatiminen verkkoympäristöön vaatii enemmän aikaa ja osaamista kuin perinteisten laskuharjoitusten pitäminen. Pitkällä aikavälillä kuitenkin aikaa säästyy huomattavasti. (Rasila 2007, [92].)

Erilaisten oppimistehtävien vaikutus oppimiseen

Nurmi ja Jaakkola [54] ovat tutkineet erilaisia oppimistehtäviä matematiikassa, suomen kielen kieliopissa ja fysiikassa. Oppilaat olivat neljäs- ja viidesluokkalaisia. Heidät oli jaettu kolmeen ryhmään siten, että ensimmäinen ryhmä sai perinteistä opettajajohtoista opetusta, toinen ryhmä sai verkko-opetusta ja kolmas ryhmä sai sekä perinteistä että verkko-opetusta. Verkko-opettaminen toteutettiin pääasiassa erilaisilla verkko-oppimistehtävillä.

Lopputestissä ei löytynyt matematiikan ja kieliopin oppimisen suhteen suuria eroja perinteistä opetusta ja verkko-opetusta saaneen ryhmän välillä. Oppilaiden työskentelytavoissa oli kuitenkin selviä eroja ryhmien välillä. Verkko-oppimistehtävien kohdalla opiskelijat käyttivät enemmän aikaa siihen, kuinka oppimistehtävä oli toteutettu kuin varsinaisen asian opiskeluun. Oppiminen oli ollut opettajajohtoisessa työskentelyssä jonkin verran syvempää kuin verkko-oppimistehtävien avulla tapahtuva oppiminen. Fysiikassa aiheena oli virtapiiri. Tutkimuksen mukaan fysiikassa saavutettiin parempia oppimistuloksia verkko-oppimistehtävien avulla kuin pelkällä perinteisellä opetuksella. (Nurmi ym. 2006, [54].)

Tutkimuksen perusteella eri verkko-oppimistehtävien oppimistuloksissa on eroja. Hyvällä verkko-oppimistehtävällä voidaan saavuttaa syvällisempää ja monipuolisempaa oppimista kuin perinteisellä opetuksella. Tärkeää on kuitenkin huomioida se, että yksittäinen oppimistehtävä ei tuo suuria muutoksia oppimiseen vaan oppiminen riippuu koko oppimisympäristön toimivuudesta. (Nurmi ym. 2006, [54].)

3.4 MINÄPYSTYVYYDEN KOKEMUKSEN YHTEYS MATEMATIIKAN OSAAMISEEN

Albert Bandura määritteli 1970-luvulla käsitteen ”minäpystyvyys” *(self-efficacy)*, jolla hän tarkoittaa oppijan omaa käsitystä omista kyvyistä ja itsestään oppijana. Arvioidessaan minäpystyvyyttään henkilö arvioi omia mahdollisuuksiaan suoriutua jostain tehtävästä, ei laajemmin itseään ja ominaisuuksiaan. Elämänkokemus, sosiaalisen vuorovaikutuksen tilanteet ja omat tunteet toimivat informaation lähteinä omasta pystyvyydestä. Vasta kognitiivisen prosessin myötä nämä uskomukset tulevat osaksi minäkuvaa. (Bandura 1997, [7, s. 3, 11, 79]). Useiden kasvatuspsykologian tutkijoiden mielestä opiskelijoiden ennakkokäsitykset ovat tärkein oppimiseen vaikuttava tekijä (Batanero ym. 1994, [8], Rautopuro 1999, [61], Thomason ym. 1995, [69]).

Banduran [7] mukaan opiskelijoiden minäpystyvyyden arvioinnit saattavat vaihdella hyvinkin paljon riippuen siitä, millaiseen toimintaan liittyvää minäpystyvyyttä henkilö arvioi. Minäpystyvyyden kokemus vaikuttaa siihen, kuinka vaikeita tehtäviä yksilö suorittaa ja millaisia tehtäviä hän valitsee suorittaakseen. Ihmisillä on pyrkimys valita sellaisia tehtäviä, joista he arvioivat suoriutuvansa, ja toisaalta välttää tehtäviä, jotka he kokevat liian vaativiksi. Minäpystyvyyden arvio ennustaa tällöin hyvin yksilön toiminnan suuntautumista (Zimmerman 2000, [76]). Tämän lisäksi minäpystyvyys ennustaa tarkasti myös suorituksen tasoa ja on yhteydessä niin motivaatio- kuin päätöksentekoprosesseihinkin. Pajaresin [55] meta-analyysissa minäpystyvyyden arviot korreloivat voimakkaasti tehtävän suorituksen kanssa. Erityisesti niissä tilanteissä, kun opinnoissa ilmenee vastoinkäymisiä, voimakkaat pystyvyysarvioinnit ovat olleet yhteydessä sinnikkääseen toimintaan (Bandura 1997, [7]).

Riippuu paljon opiskelijoiden omista kyvyistään saamista kokemuksista, millaisena he kokevat tulevaisuuden. Minäpystyvyyden tunteen muodostamisessa on suuri rooli oppilaitoksella. Opetuksen yhtenä mittarina tulisikin olla se, miten hyvin on onnistuttu luomaan opiskelijoille vahva minäpystyvyyden tunne. (Bandura 1997, [7, s. 174, 176], Pajares 2003, [57].)

3.4.1 Minäpystyvyys ja oppimistilanteisiin liittyvä ahdistuneisuus

Banduran [7] mukaan oppimistilanteisiin liittyvä ahdistuneisuus on minäpystyvyyden tulkinnan kannalta hyvin keskeinen asia. Ahdistavat oppimistilanteet voivat ehkäistä minäpystyvyyden kasvamisen. Toisaalta taas korkea minäpystyvyys voi ehkäistä stressiä, ahdistuneisuutta ja masentuneisuutta.

Minäpystyvyyden on todettu olevan yhteydessä henkilön kokemaan tilanneahdistukseen. Esimerkiksi Cooper ja Robinson [11] havaitsivat tutkimuksessaan matematiikkaan liittyvän minäpystyvyyden olevan negatiivisesti yhteydessä matematiikka-ahdistukseen. Pajares [56] havaitsi omassa tutkimuksessaan, että minäpystyvyys oli voimakas negatiivinen ennustaja matematiikka-ahdistukselle. Pajaresin tutkimuksen mukaan ahdistuksen vaikutus lopputulokseen oli pienin niillä, joiden minäpystyvyyden arviot olivat kaikkein tarkimmat. Matematiikkaan liittyvällä minäpystyvyydellä on suurempi vaikutus matematiikan ongelmanratkaisutaitojen kehittymiseen kuin esimerkiksi matemaattisella minäkäsityksellä, matematiikan tärkeänä pitämisellä tai aikaisemmilla kokemuksilla matematiikasta (Pajares ym. 1994, [58]).

Taipale [66] tutki, millainen merkitys vertaisryhmätoiminnalla on ammatillisessa aikuiskoulutuksessa. Tutkimuksen mukaan ”matematiikkapeikko” oli siirtänyt monen jatko-opintoja tai muuten vaikuttanut heidän ajatuksiinsa selvitä opinnoista. Matematiikka-ahdistuneisuus nousi pintaan monella, kun heidän piti ajatella matematiikkaa ja matematiikan opiskelua.

Matematiikka oli se peikko pitkän aikaa et siirsi varmaan tätä jatko-opiskelua. justiinsa ku miettii yläastetta ni en mä enää ymmärtäny niitä kaavioita ja muita (…) mä tipuin het kyydistä et ne ei vaan loksahtanu kohalleen. musta tuntu, et mulle tuli ihan sellasia allergisia reaktioita niistä, että, aaaa (…) ei nää mee perille. ja sit varmaan niinku luovuttikin jollain tavalla, et ku ei vaan loksahtanu kohalle. (Taipale 2008, [66, s. 44].)

Monien opiskelijoiden kohdalla epäonnistumiset olivat johtaneet siihen, että luovutettiin koko oppiaineen suhteen. Taipaleen [66] mukaan matematiikan pedagogiikkaan ja opettamiseen tulisi kiinnittää entistä enemmän huomiota.

3.4.2 Minäpystyvyyden rakentuminen

Minäpystyvyydellä siis tarkoitetaan yksilön käsitystä omista kyvyistään ja itsestään oppijana. Minäpystyvyys ei näin ollen ole pysyvä ominaisuus, vaan päinvastoin herkkä muutoksille yksilön toiminnassa ja suorituksissa. Bandura [7] esittää neljää minäpystyvyyden lähdettä. Ensimmäisenä ovat merkittävät kokemukset. Menestyminen kasvattaa tunnetta omasta pystyvyydestä ja epäonnistumiset alentavat pystyvyyden tunnetta. Epäonnistumiset alentavat pystyvyyttä varsinkin silloin, kun opiskelijalle ei ole ehtinyt muodostua vahvaa pystyvyyden tunnetta. Toisena pystyvyyden tunnetta luova ja vahvistava tekijä on sosiaalisista malleista saatavat välilliset kokemukset. Tällä tarkoitetaan sitä, että opiskelijan nähdessä itseensä verrattavissa olevan henkilön, se herättää hänessä tunteen, että hänelläkin on mahdollisuus onnistua. Kolmantena minäpystyvyyttä vahvistavana tekijänä Bandura näkee sosiaalisen kannustuksen. Jos yksilön saa kannustusta ja vakuuttelua siitä, että hän on kyvykäs suoriutumaan haastavistakin tehtävistä, hän todennäköisesti yrittää entistä enemmän. Neljäs pystyvyyteen vaikuttava tekijä on yksilön fyysisen tilan kohentuminen sekä stressin ja negaatioiden väheneminen. (Bandura 1997, [7].)

3.4.3 Muita tutkimuksia

Hampton ja Mason [19] tutkivat sitä, miten sukupuoli, oppimisvaikeusstatus ja minäpystyvyyden tunteen lähteet vaikuttavat uskomuksiin omasta minäpystyvyydestä ja akateemisesta suoriutumisesta. Tutkimukseen mukaan oppimisvaikeusstatuksen omaavilta puuttuivat minäpystyvyyden lähteet. Täten heidän akateeminen suoriutumisensa oli myös heikkoa. Hampton ja Mason [19] korostivat opetuksen tarvetta keskittyä oppimisvaikeuksia omaavien opiskelijoiden kohdalla minäpystyvyyden lähteiden kasvattamiseen. Samansuuntaisia tuloksia saivat myös Usher ja Pajares [74]. Heidän tutkimuksessaan korostuivat merkittävät oppimiskokemukset minäpystyvyyden tunteen lähteenä.

Banduran [7] mukaan motivaatio ja tunne omasta minäpystyvyydestä liittyvät vahvasti toisiinsa. Opiskelijat, jotka luottavat omiin kykyihinsä, ovat myös opiskelemaan motivoituneita. Minäpystyvyyden tunnetta tarkasteltaessa korostuu palautteen saamisen merkitys. Palautteella on positiivinen vaikutus käsitykseen omasta pystyvyydestä. Zimmermanin [76] mukaan koulun tulisi enemmän keskittyä tarkastelemaan opiskelijoiden minäpystyvyyttä. Itseohjautuvaa oppimista voidaan edistää lisäämällä minäpystyvyyden tunteiden lähteitä (Zimmerman 2000, [76, s. 203–205, 226]). Mills, Pajares ja Herron [48] pääsivät omassa tutkimuksessaan samaan tulokseen. Heidän tutkimuksensa mukaan itseohjautuvaan oppimiseen tarvittavia taitoja voi ja tulee opettaa, koska kyseiset taidot johtavat vahvempaan minäpystyvyyden tunteeseen.

Vuoden 2003 Pisa-tutkimuksen (Kupari ym. 2005, [39]) mukaan suomalaisnuorten matemaattinen minäkäsitys on OECD-maiden keskitasoa, huolimatta siitä, että menestyminen Pisa-tutkimuksissa on ollut erinomaista. Opiskelijoiden matematiikan minäkäsityksen ja matematiikan suoritusten välillä oli erityisen selkeä yhteys Pohjoismaissa. Suomalaisten luottamus matemaattisista tehtävistä selviytymiseen oli vähäistä, selvästi alle OECD-maiden keskiarvon. Koko tutkimuksen perusteella opiskelijoiden luottamus tehtävistä selviytymiseen ja matematiikan minäkäsitys olivat vahvoja. Suomalaisnuoret kokivat varsin vähän stressiä ja jännittämistä matematiikkaa kohtaan. Tytöt stressasivat ja jännittivät selkeästi enemmän kuin pojat. (Kupari ym. 2005, [39, s. 158–166].)

3.5 KIELENTÄMINEN – MATEMAATTISEN AJATTELUN NÄKYVÄKSI TEKEMINEN

Matemaattinen ajattelu on hyvin laaja käsite eikä sille ole olemassa selkeää määritelmää. Unkarilainen matemaatikko George Polya pitää ongelmanratkaisua pohjana matemaattiselle ajattelulle. Polya [59] kehitti neliportaisen ongelmanratkaisumenetelmän huomatessaan, että opiskelijat eivät pysty ratkaisemaan tehtävää, vaikka heidän matemaattinen tietämyksensä olisikin ollut laajempi kuin mitä kyseisen tehtävän ratkaiseminen vaati. Keskeistä Polyan menetelmässä on se, että pelkän mekaanisen suorittamisen sijaan ongelmaa lähestytään monelta eri kannalta. Ongelmaa voidaan lähestyä esimerkiksi piirtämällä kuva (käsitekartta) tilanteesta. (Polya 1998, [59].)

Dreyfus ja Eisenberg [12, s 253–281] pitävät matemaattisten käsitteiden struktuurien omaksumista keskeisenä matemaattisessa ajattelussa. Usein opiskelijaa auttaa käsitteen rakenteen ymmärtämisessä analogioiden löytyminen uusien ja ennen opittujen käsitteiden välillä. Käsitteellä voi olla useita erilaisia esitysmuotoja. Esimerkiksi funktio voidaan esittää muun muassa algebrallisesti, graafisesti ja tilastollisessa esitysmuodossa. Monille opiskelijoille ongelman tai käsitteen visualisointi helpottaa kokonaisuuden hahmottamista ja ymmärtämistä. Opiskelijan matemaattinen ajattelu on sitä tehokkaampaa, mitä useampaa käsitteen esitysmuotoa hän pystyy käyttämään rinnakkain ja löytämään niiden välille yhteyksiä. (Dreyfus ym. 1996, [12].)

Ed Dubinsky [13] on kollegoineen luonut tietokoneavusteiseen opetukseen perustuvan oppimisympäristön erityisesti matemaattisten käsitteiden oppimista varten. Heidän monimuotoiseen menetelmäänsä kuuluu luentoja, kotitehtäviä ja ryhmätöitä. Keskeisenä elementtinä menetelmässä on matemaattisten objektien määrittely ja käsittely ohjelmoimalla niitä erityisesti matemaattisten olioiden esittämiseen ja manipulointiin tarkoitetulla tietokoneohjelmalla. (Asiala ym. 1996, [6].)

3.5.1 Kielentäminen

Joutsenlahti [26] pitää myös eri käsitteiden oppimista keskeisenä matematiikan opiskelussa. Matematiikan kumulatiivisen luonteen takia uudet käsitteet rakentuvat aikaisemmin opittujen päälle, joten on oleellista hallita aikaisemmin opitut käsitteet ennen uusien opiskelua. Joutsenlahden [26, s. 8] mukaan tärkeä osa opiskelijan käsitteenmuodostusprosessia on matemaattisen ajattelun näkyväksi tekeminen muille. Joutsenlahti käyttää matemaattisen ajattelun näkyväksi tekemisestä nimitystä kielentäminen. Kielentäminen tarkoittaa käytännössä käsiteltävän ilmiön selittämistä muille omin sanoin joko suullisesti tai kirjallisesti. (Joutsenlahti 2003, [26].)

Opiskelijan ilmaistaessa käsitettä muille hän joutuu pohtimaan käsitteen keskeisiä piirteitä ja reflektoimaan omaa ajatteluaan. Tällöin kielentäminen on osa opiskelijan koko käsitteen konstruointiprosessia. Usein matematiikan opiskelu ammattikorkeakoulussa jää rutiinien ja mekaanisten tehtävien opetteluksi.

Kielentämisen avulla opettajalla on mahdollisuus saada opiskelijan ajatusprosessi näkyviin, ja tarvittaessa opiskelijan virheellisiä käsityksiä voidaan oikaista. Myös muut opiskelijat voivat peilata omia ajatuksiaan toisen opiskelijan ilmaisuun. Koulumaailmassa on jo pitkään ollut kiinnostuksen kohteena opiskelijan ajatteluprosessi matematiikassa. (Joutsenlahti 2003, [26].)

Kuparin [38] mukaan monesti oma käsityksemme matematiikasta perustuu siihen, miten ja millaista matematiikan opetusta olemme itse aikanaan saaneet. Monelle, jo vuosia sitten koulunsa käyneelle, se merkitsi koulutunneilla opetettavia matematiikan kirjatehtäviä ja niiden mekaanista harjoittelua, missä puheella ei ollut paljon sijaa ja oikeita vastauksia oli vain yksi ja ainoa. Kupari [38, s. 25] kuvaa tällaista matematiikan luonnetta absoluuttiseksi näkökulmaksi, joka on hyvin kapea-alainen. Absoluuttista näkökulmaa pidetään tänä päivänä hyvin puutteellisena käsityksenä siitä, mitä matematiikka todella on, kuinka sitä opitaan tai kuinka sitä hyödynnetään arkielämässä. Kupari [38, s. 25] näkee absoluuttisen näkökulman ahtaaksi ja suureksi ongelmaksi, koska se ohjaa matematiikkaa koskevia ratkaisuja eri kouluasteilla. (Kupari 1999, [38].)

Kuparin [38] mukaan nykyään suositaan sosiokonstruktivistista oppimiskäsitystä, jonka mukaan sosiaalisuus on tärkeä tekijä oppimisprosessissa. Oppiminen tapahtuu tällöin vuorovaikutuksessa ja yhteistoiminnan tuloksena. Kupari [38, s. 27] näkee tämän oppimiskäsityksen matematiikan opetuksessa toimintamuotona, jonka tulee tarjota opiskelijoille aitoja ongelmia, mahdollisuutta päättelyyn, luovaa ajattelua, tiedon keräämistä ja soveltamista, ideointia, kommunikointia sekä mahdollisuutta hypoteesien testaukseen kriittisen pohdinnan ja argumentoinnin avulla.

Opetushallitus määrittelee [88, s. 117–128] opetussuunnitelmassa lukioiden matematiikan opetuksen tehtävän muun muassa seuraavasti:

> *Matematiikan opetuksen tehtävänä on tutustuttaa opiskelija matemaattisen ajattelun malleihin sekä matematiikan perusideoihin ja rakenteisiin, opettaa käyttämään puhuttua ja kirjoitettua matematiikan kieltä sekä kehittää laskemisen ja ongelmien ratkaisemisen taitoja. (Opetushallitus 2003, [88].)*

Myös Opetushallituksen perusopetuksen opetussuunnitelmassa [90, s. 158–167] on oppijoiden tavoitteissa sosiokonstruktivismin piirteitä:

oppii perustelemaan ratkaisujaan ja päätelmiään konkreettisin mallein ja välinein, kuvin, kirjallisesti tai suullisesti ja löytää ilmiöistä yhtäläisyyksiä ja eroja, säännönmukaisuuksia sekä syy-seuraussuhteita. (Opetushallitus 2004, [90].)

pyrkii tietoisesti kohdistamaan tarkkaavaisuutensa havaintoja tehdessään; hän pystyy kommunikoimaan havainnoistaan ja ajatuksistaan monipuolisesti, toimimalla, puhumalla, kirjoittamalla ja symbolien avulla. (Opetushallitus 2004, [90].)

Molemmissa opetussuunnitelmissa tuodaan esiin matemaattisen ajattelun yhteys kieleen, puhuttuun tai kirjoitettuun äidinkieleen, piirroksiin sekä matemaattiseen symbolikieleen.

Joutsenlahden [26, s. 8] mukaan käsite muodostuu käsitteen sisällöstä ja ilmaisusta. Käsitteen sisältö viittaa aina johonkin ulkoiseen tarkoitteeseen, joka voi olla esine, asia, ominaisuus tai mikä tahansa hyväksi havaittu kohde. Tällöin käsite on tarkoitteen representaatio. Ilmaisu voi olla esimerkiksi puhuttua tai kirjoitettua kieltä, symboleja ja piirroksia.

3.5.2 Opettajan rooli matematiikan kielentämisessä

Joutsenlahden [26, s. 9] mukaan opettajan tehtävänä on suunnitella opetusjärjestelyt siten, että toimintamateriaalit, esimerkit ja mallit on etukäteen hyvin harkittu. Opiskelijan toimintaa seuraamalla opettaja saa kuvan opiskelijan ajatteluprosesseista. Kannustamalla opiskelijoita epäformaaliin kielenkäyttöön opettaja voi päästä lähemmäksi opiskelijan ajattelua. Opiskelijoita on hyvä opettaa avaamaan ajatteluaan myös vihkoon, sillä saattaa olla haastavaa opettajalle järjestää nykyisissä suurryhmissä jokaiselle aikaa suulliseen ilmaisuun. Toki opettajan on mahdollista laittaa opiskelijat, vaikka pareittain tai pienryhmissä, keskustelemaan matemaattisista käsitteistä. Opettaja pääsee jyvälle opiskelijan ajatteluprosessista vihkon avulla vain, jos opiskelija kirjaa väliotsikoita ja ajatuksia tehtävän eri vaiheista ylös. Samalla opiskelija jäsentää omaa ajatteluaan, ja opittu tieto voi muuttua konseptuaaliseksi eli tiedoksi riippuvuuksista, kun se verkottuu muihin tietoyksiköihin kielen kautta. (Joutsenlahti 2003, [26].)

3.5.3 Ajattelun näkyväksi tekeminen työskentelytavaksi matematiikan opettamisessa ja oppimisessa

Joutsenlahden [25, s 8] mukaan koulu ei kiinnitä riittävän paljon huomiota matematiikan kielentämisen opetteluun. Kansainvälisessä tietoyhteiskunnassa matematiikan osaajan tulee osata kielentää ajatuksiaan useammalle kuin yhdelle kielelle. Jotta tähän päästään, tulee harjoittelu aloittaa jo alaluokilla.

Joutsenlahden [25, s. 8–9] mukaan matematiikan kielentämiseen liittyvä tutkimus on alkuvaiheessa Suomessa. Hänen mukaansa on keskeistä tutkia sitä, miten kielentäminen ilmenee ja muuttuu eri kehityskausilla. Forsblomin [14] mukaan ainakin osa peruskoulun 2. vuoden opiskelijoista kykenee kielentämään ajatteluaan kirjallisesti. Hämeenlinnan normaalikoulussa 2003 tehdyssä tutkimuksessa kuudesluokkalaiset olivat pystyneet esittämään monipuolisia ja jäsentyneitä ratkaisuja kirjallisena. Vuonna 2001 Joutsenlahti kokeili kielentämistä didaktisen matematiikan aineopintoihin kuuluvalla 15 opintoviikon laajuisella ”Matematiikkaa tietokoneympäristössä” -kurssilla. Kurssin aikana opiskelijoiden ajattelun jäsentäminen ja ymmärrys matematiikan käsitteistä parani selvästi. (Joutsenlahti 2003, [25].)

Matematiikan kielentämisestä saadaan kaikki hyöty irti vain, jos kielentämistä aletaan opettaa työskentelytapana heti alaluokilta lähtien. Tällöin kielentämisen taito on apuna niin jatko-opinnoissa kuin työelämässäkin, missä viimeistään vaaditaan ajatteluprosesseja näkyviksi. Ajatteluprosessien näkyväksi tekemisestä kertyy opiskelijoille jonkin verran lisätyötä. Lisätyö on kuitenkin vähäistä verrattuna siihen, mitä opiskelija saa. Opiskelijan matemaattinen ajattelu, ymmärrys ja argumentointi kehittyvät eri tasolle kuin perinteisin opetusmenetelmin. Kielentäminen tapahtuu puhutun tai kirjoitetun kielen kautta, joten äidinkieli on keskeisessä asemassa tässä prosessissa. (Joutsenlahti 2003, [25].)

4 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tässä tutkimuksessa pyritään selvittämään, saadaanko verkko-opetuksella ammattikorkeakoulun matematiikan opetukseen lisäarvoa ja mitä mieltä opiskelijat ovat verkko-opetuksesta matematiikassa. Kahdessa ensimmäisessä tutkimuskysymyksessä pyritään saamaan vastaus siihen, miten opiskelijat kehittyvät kurssilla ja mitä mieltä opiskelijat ovat verkko-opiskelusta matematiikassa. Alaongelmina tarkastellaan opetustavan ja opiskelutaustan vaikutuksia kurssilla menestymiseen.

Tuohen ym. [71] mukaan insinööriopintoja aloittavien opiskelijoiden matemaattiset valmiudet ovat varsin heikot. Heidän tutkimuksessaan tulevat myös selvästi esiin erot eri koulutaustan omaavien opiskelijoiden välillä. Lukion pitkän matematiikan opiskelijat ovat menestyneet heidän tutkimuksessaan selvästi parhaiten. Heikoiten testissä menestyivät ammattikoulutaustaiset opiskelijat. Lukion lyhyen matematiikan suorittaneet sijoittuvat ammattikoulun suorittaneiden ja lukion pitkän matematiikan opiskelleiden väliin matemaattista osaamista tarkasteltaessa (Tuohi ym. 2004, [71]). Tuohen ym. [71] tutkimuksessa tarkastellaan opiskelijoiden matemaattista tasoa ainoastaan heidän tullessaan opiskelemaan ammattikorkeakouluun. Tutkimuksen ulkopuolelle jää se, miten opiskelijat kehittyvät matematiikassa ammattikorkeakoulussa.

Heikkisen ym. [20] tutkimuksen mukaan opiskelijoiden menestymisessä kurssilla ei ollut merkittävää eroa perinteisesti ja verkko-opintoina kurssin suorittaneiden välillä. Heidän toteuttamansa verkko-opintokurssi sai opiskelijoilta varsin positiivista palautetta. Heikkisen ym. [20] mukaan verkko-opintoja voisi parhaiten hyödyntää matematiikassa monimuoto-opetuksessa. Kivelän [33] tutkimuksessa moni opiskelijoista ilmoitti, että istuu mieluummin luennolla kuin yrittää tietokoneen avulla opetella matematiikkaa. Opiskelijoiden mielestä itsenäistä työskentelyä ja tietoteknisiä ongelmia oli liian paljon. Heikkisen ym. [20] tutkimuksen mukaan voitiin olettaa, että verkko-opiskelijat tulevat menestymään Matematiikka K1 -kurssilla vastaavasti kuin perinteistä opetusta saavat opiskelijat.

Lisäksi tässä tutkimuksessa tarkastellaan, miten opiskelijat arvioivat omaa minäpystyvyyttään ja miten arvio on yhteydessä suorituksiin. Tutkimuksessa tarkastellaan myös, miten opiskelijat saavat matemaattisen ajattelunsa näkyväksi ja miten se on yhteydessä heidän suoritustasoonsa ja matemaattisten käsitteiden hallintaan.

Kolmannessa tutkimuskysymyksessä pyritään saamaan vastaus siihen, miten opiskelijat arvioivat omaa minäpystyvyyttään. Alaongelmina tarkastellaan minäpystyvyyden yhteyttä osaamiseen ja minäpystyvyyden eroja eri opiskelutapojen välillä. Lisäksi tarkastellaan muun muassa opiskelijoiden luottamusta omiin atk-taitoihinsa. Neljännen tutkimuskysymyksen avulla pyritään saamaan vastaus siihen, miten opiskelijat saavat matemaattisen ajattelunsa näkyväksi ja miten se on yhteydessä heidän suoritustasoonsa ja matematiikan käsitteiden hallintaan. Alaongelmina tarkastellaan kielentämisen kehittymistä kurssin aikana ja kielentämisen eroja verkko-opetusta ja perinteistä opetusta saaneiden välillä.

Pisa 2003 -tutkimuksen mukaan (Kupari ym. 2005, [39]) suomalaisten 15-vuotiaiden nuorten matemaattinen minäkäsitys on OECD-maiden keskitasoa. Tutkimuksen mukaan matematiikan minäkäsityksen ja matemaattisen osaamisen välillä on hyvin selkeä yhteys pohjoismaissa. Yleisellä tasolla opiskelijoiden luottamus omaan osaamiseen matematiikassa oli vahva. Tutkimuksen mukaan paras osaamistaso matematiikassa oli niillä opiskelijoilla, jotka käyttävät tietotekniikkaa kohtuudella (Kupari ym. 2005, [39]). Pisa-tutkimuksessa tarkastellaan 15-vuotiaita nuoria. Millainen minäkäsitys on hieman vanhemmilla opiskelijoilla, kuten ammattikorkeakouluopiskelijoilla?

Tuohen ym. [71] tutkimuksen mukaan opiskelijat osaavat heikosti ratkaista perusmatematiikan tehtäviä. Joutsenlahden [26] mukaan matematiikan opiskelussa käsitteiden oppiminen on keskeistä. Matematiikan kumulatiivisen luonteen takia uudet käsitteet rakentuvat aikaisemmin opitun päälle. Joutsenlahti [25] on havainnut opiskelijoiden matematiikan käsitteiden jäsentämisen ja ymmärryksen paranevan selvästi matematiikan kielentämisen avulla.

Tutkimuksen pääongelmat ja niihin liittyvät ala-ongelmat ovat siis seuraavat:

1. Miten opiskelija kehittyi kurssin aikana?
   - Onko perinteistä opetusta ja verkko-opetusta saaneiden opiskelijoiden menestymisessä matematiikan kurssilla eroa?
   - Onko opiskelutaustalla merkitystä opiskelijoiden menestymiseen matematiikan kurssilla?

2. Mitä opiskelija ajattelee verkko-opiskelusta matematiikassa?

3. Miten opiskelijat arvioivat minäpystyvyyttään?
   - Onko minäpystyvyydellä yhteyttä osaamiseen?
   - Onko minäpystyvyydellä eroja verkko-opiskelijan ja perinteistä opetusta saaneen opiskelijan välillä?
   - Minkälainen luottamus opiskelijalla on atk-taitoihinsa?
   - Onko luottamuksella atk-taitoihin yhteyttä kurssilla menestymiseen?
   - Onko luottamuksella atk-taitoihin eroja perinteistä opetusta ja verkko-opetusta saaneiden opiskelijoiden välillä?

4. Miten opiskelijat tuovat matemaattisen ajattelun näkyväksi kielentämällä?
   - Millä tasolla kielentäminen on tultaessa opiskelemaan Turun ammattikorkeakouluun?
   - Miten kielentäminen kehittyy kurssin aikana?
   - Onko kielentämisen kehityksessä eroja perinteistä tai verkko-opetusta saaneiden välillä?

5 TUTKIMUKSEN METODI

5.1 TUTKITTAVIEN VALINTA

Tutkimukseen osallistuivat kaikki syksyllä 2005 Turun ammattikorkeakoulussa kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelmassa opiskelunsa aloittaneet opiskelijat. Tuolloin opiskelemaan hyväksyttiin kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelmaan 86 opiskelijaa. Hyväksytyistä opiskelijoista 76:lta on kerätty tutkimusaineistoa. Osa näistä kymmenestä opiskelijasta, joilta ei palautetta saatu, ei saapunut lainkaan paikalle, ja osa keskeytti heti ensimmäisten päivien aikana.

Matematiikka K1 -kurssin alussa pidetyn testin ja kurssin sisällön esittelyn jälkeen opiskelijoille tarjottiin mahdollisuutta suorittaa kurssi Matematiikka K1 verkko-opintoina. Tässä vaiheessa verkkokurssia markkinoitiin siten, että kurssi suoritetaan kokonaan verkon välityksellä. Opiskelijoita, joille verkko-opintoja tarjottiin, oli kaiken kaikkiaan 80. Verkko-opintoihin ilmoittautui kahdeksan opiskelijaa.

Verkkosuorittajista kolme huomasi ennen kuin varsinainen opiskelu oli edes päässyt alkuun, että verkossa tapahtuva opiskelu ei sovi heille. Jälkeenpäin jokainen heistä kertoi, että oli ajatellut pääsevänsä helpommalla verkko-opinnoissa kuin perinteisellä kurssilla. He kuitenkin huomasivat jo aluksi, että heidän itsekurinsa ei riitä verkko-opintoihin, kun opettaja ei ole jatkuvasti ”potkimassa” eteenpäin opinnoissa. He siirtyivät perinteistä opetusta saavien ryhmään.

5.2 TILANNE

Testiryhmä muodostui viidestä verkko-opiskelun Matematiikka K1 -kurssin suoritustavaksi valinneesta opiskelijasta. Verrokkiryhmään kuului 71 perinteisen opetuksen valinnutta opiskelijaa. Verrokkiryhmä jaettiin kahteen noin 35 opiskelijan ryhmään Matematiikka K1 -kurssin opetusta varten. Ryhmät muodostetaan täysin satunnaisesti. Perinteistä matematiikan opetusta saaneet ryhmät jaettiin opetettavaksi kahdelle jo pidempään tulevien insinöörien matematiikan opetuksen parissa työskennelleelle opettajalle. Toinen heistä oli matematiikan yliopettaja ja toinen päätoiminen tuntiopettaja (tämän tutkimuksen tekijä) kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelmassa. Matematiikan tuntiopettajana työskennellyt henkilö vastasi myös testiryhmän verkko-opinnoista.

Ennen matematiikan opintojen alkua kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelman aloittavat opiskelijat testattiin liitteen 6 alkutestillä. Samalla kertaa heitä pyydettiin täyttämään liitteen 5 kyselylomake. Kyselylomake esitestattiin 24:llä kone- ja tuotantotekniikan opiskelijalla 6.4.2005. Opiskelijoilta saadun palautteen perusteella muutoksia lomakkeeseen ei tehty. Matematiikan opintojakson jälkeen opiskelijat täyttivät saman testin lopputestinä sekä kyselykaavakkeen. Alkutesti ja kyselylomake kerättiin 6.9.2005, ja lopputesti ja kyselylomake kerättiin 15.12.2005. Alku- ja lopputestissä käytetty lomake on sama, jota Tuohi ym. [71] käyttivät tutkimuksissaan. Alku- ja lopputestillä (liite 6) pyrittiin kartoittamaan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen tasoa matematiikan alkeissa. Kyselylomakkeella kerättiin tietoa opiskelijoiden asenteista matematiikkaa sekä matematiikan opiskelua ja opetusta kohtaan. Alku- ja lopputestin jokaisesta tehtävästä oli mahdollisuus saada joko nolla tai yksi piste, eli tehtävä oli joko täysin oikein tai väärin, mitään välimuotoja ei ollut. Tästä johtuen pienestäkin virheestä tehtävän pistemäärä meni nollaksi. Maksimipistemäärä testeissä oli 22, koska tehtävästä 14 oli mahdollisuus saada kolme pistettä. Kurssin opetuksesta vastanneet opettajat pisteyttivät alku- ja lopputestit.

Matematiikka K1 -kurssi on opiskelijoiden ensimmäinen matematiikan kurssi kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelmassa ja laajuudeltaan 3,75 opintopistettä. Keskimääräiselle opiskelijalle kurssi tarkoittaa noin sadan tunnin työtä. Liitteessä 1 on opinto-oppaan kuvaus opintojaksosta. Matematiikka K1 -kurssi kesti 14 viikkoa. Perinteistä opetusta saaneilla kahdella ryhmällä oli 3–4 tuntia viikossa kontaktiopetusta. Kokonaisuudessaan kontaktitunteja ryhmää kohden oli 48. Samaan aikaan, kun verrokkiryhmät saivat perinteistä kontaktiopetusta, testiryhmä suoritti vastaavaa sisältöä verkon avulla. Kurssin päätteeksi molemmat ryhmät tekivät saman kokeen perinteisesti luokkatilassa.

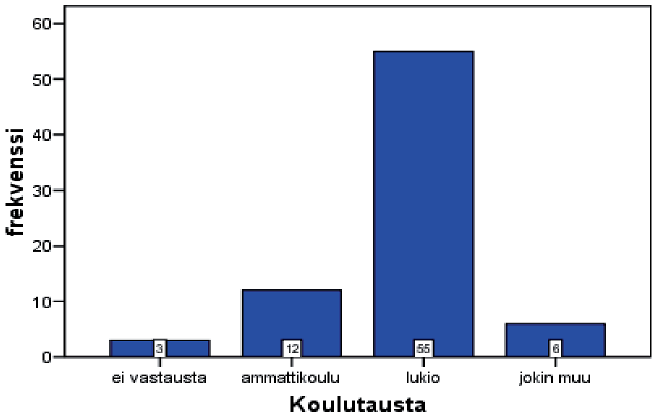
Kurssi eteni verkko-opintoina siten, että opiskelija opiskeli tehdyn aikataulun mukaisesti teoriaa ja teki aiheeseen liittyvät tehtävät. Tehtävät palautettiin verkko-oppimisalustalle sähköisesti. Opiskelijat pääasiassa skannasivat paperille laskemansa tehtävät pdf-muotoon ja palauttivat ne Optimaan tehtävien palautuskansioon. Muutama opiskelija koki aluksi tehtävän sähköisen palauttamisen hankalana, joten heidän sallittiin kurssin alussa palauttaa tehtäviä myös paperilla. Kurssin edetessä kaikki palauttivat tehtäviä sähköisesti. Ohjaava opettaja tarkasti tehtävät viikoittain ja kommentoi niitä. Optimaan palautetut tehtävät kommentoitiin ja tarkastettiin sähköisessä muodossa, ja paperilla palautettuihin tehtäviin merkinnät tehtiin paperille. Tarvittaessa opiskelija korjasi tietyt tehtävät ja palautti ne uudelleen, kunnes tehtävät olivat oikein.

Opiskelijoita kannustettiin käyttämään Optiman keskustelualuetta niin opiskelijoiden keskinäiseen kuin opettajankin kanssa käytyihin keskusteluihin. Lisäksi opiskelijalla oli mahdollisuus kysyä neuvoa ja apua reaaliaikaisesti viikoittain kahden tunnin ajan Optimassa.

Kaksi konetekniikan kolmannen vuoden opiskelijaa päivysti kahden tunnin ajan verkko-oppimisalustan keskustelualueella viikoittain. Kysymyksiä oli kuitenkin mahdollisuus jättää keskustelualueelle milloin tahansa. Keskustelualueen käyttämä editori oli suunniteltu normaalin tekstin tuottamiseen, eli matemaattisen tekstin tuottaminen editorilla oli käytännössä mahdotonta.

5.3 TUTKIMUKSEEN OSALLISTUNEET

Tutkimukseen osallistuneista opiskelijoista yksi oli nainen ja 75 oli miehiä. Opiskelijoita, joilta on saatu testien tulokset sekä kurssin alussa että kurssin lopussa, on 49. Varsinkin kurssin lopussa oli useampia opiskelijoita, joilta ei syystä tai toisesta tuloksia saatu. Kuvasta 7 nähdään tutkimukseen osallistuneiden opiskelijoiden koulutausta. Lukion oppimäärän on suorittanut 55 opiskelijaa, ammattikoulupohjaisia on 12 opiskelijaa, kuudella on jokin muu koulutus ja kolmelta ei saatu vastausta kyseiseen kohtaan. Lukion oppimäärän suorittaneista 27 opiskelijaa on lukenut matematiikasta lyhyen oppimäärän ja 28 opiskelijaa pitkän oppimäärän.



KUVA 7. *Tutkimukseen osallistuneiden opiskelijoiden koulutausta.*

Taulukon 4 mukaan 77,6 prosentilla vastaajista on Internet-yhteys. Kaikilla verkko-opiskelun valinneilla oli Internet-yhteys jo opiskelemaan tullessa. Suuri osa (50 %) kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelmaan valituista opiskelijoista on käyttänyt aikaisemmissa opinnoissa 2–4 tuntia omaa aikaa matematiikan opiskeluun viikossa. Noin neljännes opiskelijoita on selvinnyt tähän asti maksimissaan tunnin oman ajan panostuksella matematiikkaan viikossa. Vähintään viisi tuntia viikossa omaa aikaa matematiikan opiskeluun käytti myös noin neljännes opiskelijoista. Taulukon 5 mukaan ammattikoulutaustaisista opiskelijoista 36,4 % käyttää omaa aikaa matematiikan opiskeluun vähintään viisi tuntia viikossa ja vastaava lukema lukiosta tulleilla opiskelijoilla on 26,5 %. Muilta osin ammattikoulusta ja lukioista tulleiden opiskelijoiden matematiikkaan käyttämässä ajassa ei ole suuria eroavaisuuksia. Täytyy myös huomioida se, että ammatillisen koulutuksen omaavia tutkimuksessa on vain 12, joista 11 oli vastannut kysymykseen matematiikan opiskeluun käytettävästä omasta ajasta. Otoksen pienuus saattaa näin aiheuttaa virhettä tulokseen.

TAULUKKO 4. *Tutkimukseen osallistuneet ja heidän taustansa kurssin alkaessa.*

		frekvenssi	%
sukupuoli	nainen	1	1,3 %
	mies	75	98,7 %
koulutausta	ei vastausta	3	3,9 %
	ammattikoulu	12	15,8 %
	lukio	55	72,4 %
	jokin muu	6	7,9 %
matemaattinen tausta	ei vastausta	13	17,1 %
	lyhyt oppimäärä	33	43,4 %
	jokin muu	0	0,0 %
	pitkä oppimäärä	30	39,5 %
Internet-yhteys	ei ole Internet-yhteyttä	9	11,8 %
	on Internet-yhteys	59	77,6 %
	ei vastausta	8	10,5 %
matematiikkaan käytetty oma aika/viikko	0–1 tuntia	16	24,2 %
	2–4 tuntia	33	50,0 %
	5–7 tuntia	14	21,2 %
	8–10 tuntia	2	3,0 %
	yli 10	1	1,5 %

TAULUKKO 5. *Ammattikoulusta ja lukiosta tulleiden opiskelijoiden matematiikan opiskelemiseen käyttämä oma aika.*

lukiotausta			
matematiikkaan käytetty oma aika/viikko	0–1 tuntia	10	20,4 %
	2–4 tuntia	26	53,1 %
	5–7 tuntia	10	20,4 %
	8–10 tuntia	2	4,1 %
	yli 10	1	2,0 %
ammattikoulutausta			
matematiikkaan käytetty oma aika/viikko	0–1 tuntia	2	18,2 %
	2–4 tuntia	5	45,5 %
	5–7 tuntia	4	36,4 %
	8–10 tuntia	0	0,0 %
	yli 10	0	0,0 %

5.4 AINEISTON KÄSITTELY

Tilastollinen analyysi tehtiin pääasiassa SPSS-ohjelmalla. Datamatriisin koko oli 76x120. Avoimet kysymykset analysoitiin Microsoft Excel -ohjelmalla. Kysymyskohtaisesti vastaukset kirjoitettiin Exceliin sekä kurssin alussa että kurssin lopussa kerätyn materiaalin osalta. Avoimien kysymysten vastauksista Exceliin muodostetun datamatriisin koko oli 427x17. Avoimet kysymykset luokiteltiin kysymyskohtaisesti muutamaan ryhmään, tällöin tuloksia on helpompi havainnollistaa. Tilastollisessa analyysissä käytettiin muun muassa t-testiä, varianssianalyysiä, toistettujen mittausten varianssianalyysiä ja faktorianalyysiä.

5.5 FAKTORIEN MUODOSTUS

Sekä kurssin aluksi että kurssin lopuksi opiskelijoita pyydettiin täyttämään liitteessä 5 esitelty kyselylomake. Kyselylomakkeen kohdat 8–32 sisältävät väittämiä, joihin opiskelijat ovat valinneet heidän mielestään sopivan vaihtoehdon viisiportaisesta asenneasteikosta: 1 täysin eri mieltä – 5 täysin samaa mieltä. Kyselylomakkeella kurssin alussa kerätyn aineiston pohjalta väittämät ryhmiteltiin viideksi faktoriksi pääkomponenttianalyysiä apuna käyttäen. Analyysissa käytettiin vinokulmaista rotaatiota (*Oblimin*). Useammalle faktorille latautuneet muuttujat huomioitiin ainoastaan yhdessä faktorissa. Kaikkien viiden valitun faktorin ominaisarvot ovat yli yhden, kuten taulukosta 7 käy ilmi. Valittujen faktorien reabiliteetti testattiin Cronbachin alfa-testillä ja jokaisen valitun faktorin alfakertoimen arvo on yli 0,8.

Taulukon 6 mukaisesti faktori F1 muodostuu muuttujista X12–X16. Numero muuttujan perässä viittaa kyselylomakkeen kohtaan (liite 5). Kirjain K muuttujan edessä tarkoittaa sitä, että muuttuja on käännetty. Faktorianalyysin korrelaatiomatriisissa muuttuja X12 latautui negatiivisella korrelaatiolla faktorille 1, kun muut muuttujat latautuivat positiivisella korrelaatiolla. Kääntämällä muuttuja X12 saatiin faktorille 1 latautuneiden muuttujien korrelaatiot positiivisiksi. Kääntäminen ilmenee myös muuttujan X12 väittämässä – *Olen hyvä matematiikassa* – taulukossa 10. Alkuperäisessä kyselomakkeessa väittämä oli – *Minä en yksinkertaisesti ole hyvä matematiikassa*. Muuttujat X23 ja X25 on myös käännetty. Faktori 1 on nimetty matemaattiseksi minäkäsitykseksi.

Faktorin F1 arvo, kuten muidenkin faktorien arvot, on faktoriin kuuluvien muuttujien keskiarvo:

$$F1 = \frac{KX12 + X13 + X14 + X15 + X16}{5}$$

Faktori F2, tietotekninen minäkäsitys, muodostuu muuttujista X22–X26. Matematiikka-ahdistuneisuudeksi on nimetty faktori F3, johon kuuluvat muuttujat X17, X19, X20 ja X21. Faktori F4, kiinnostus matematiikkaan, muodostuu muuttujista X8–X11. Viides faktori F5, mielipide verkko-opiskelusta, muodostuu muuttujista X28–X31.

TAULUKKO 6. *Faktoreille latautuneet muuttujat ja niiden nimeäminen.*

F1 (matemaattinen minäkäsitys)
KX12 Olen hyvä matematiikassa
X13 Saan hyviä arvosanoja matematiikassa
X14 Opin matematiikkaa nopeasti
X15 Olen aina uskonut, että matematiikka on yksi parhaista aineistani
X16 Matematiikan tunneilla ymmärrän vaikeimmatkin asiat
F2 (tietotekninen minäkäsitys)
X22 Tunnen itseni varmaksi työskennellessäni tietokoneiden kanssa
KX23 Tietokoneiden käyttäminen on minulle varsin helppoa
X24 Osaan useimmiten auttaa muita ratkaisemaan tietokoneisiin liittyviä ongelmia
KX25 Olen sitä tyyppiä, joka tulee toimeen tietokoneiden kanssa
X26 Uskon oppivani uusia tietokoneenkäyttötaitoja varsin helposti
F3 (matematiikka-ahdistuneisuus)
X17 Olen usein huolissani siitä, että matematiikka on jatkossa minulle vaikeaa
X19 Hermostun kovasti tehdessäni matematiikan tehtäviä
X20 Tunnen itseni avuttomaksi ratkaistessani matematiikan tehtäviä
X21 Pelkään, että saan huonoja arvosanoja matematiikassa
F4 (kiinnostus matematiikkaan)
X8 Nautin matematiikkaa käsittelevien kirjojen lukemisesta
X9 Odotan kovasti matematiikan tunteja
X10 Opiskelen matematiikkaa, koska nautin siitä
X11 Olen kiinnostunut asioista, joita opin matematiikassa
F5 (mielipide verkko-opiskelusta)
X28 Minua kiinnostaa mahdollisuus opiskella matematiikkaa verkko-opintoina
X29 Verkko-opiskelu sopii minulle
X30 Verkko-opiskelu sopii matematiikkaan
X31 Mahdollisuutta verkko-opiskeluun tulisi lisätä

Faktorit F1 ja F4 ovat samoja joita käytettiin Pisa 2003 -tutkimuksessa (Kupari ym. 2005, [39]) tutkittaessa peruskoululaisten matematiikan osaamista. Lisäksi faktori F3 on likimain sama kuin Pisa-tutkimuksessa. Erona Pisa 2003 -tutkimukseen faktorin F3 osalta on se, että faktoriin F3 ei sisälly muuttujaa X18 kuten Pisa-tutkimuksessa sisältyi.

Taulukossa 7 on havainnollistettu faktorien keskeisiä tunnuslukuja. Faktorien ominaisarvot vaihtelevat välillä 1,050–7,143. Faktorien kumulatiivinen selitysaste on 62,017 prosenttia. Faktorilla F1 on korkein selitysaste, joka on 28,574 prosenttia. Cronbachin alfakertoimen arvot vaihtelevat välillä 0,804–0,873. Korkein keskiarvon on faktorilla F2 3,639 ja pienin keskiarvo faktorilla F4 2,847.

TAULUKKO 7. *Faktorien keskeisiä tunnuslukuja.*

	F1	F2	F3	F4	F5
Ominaisarvo	7,143	3,664	1,334	1,050	2,313
Selitysaste [%]	28,574	14,656	5,335	4,200	9,253
Cronbachin alfa	0,869	0,873	0,812	0,858	0,804
Keskiarvo	2,941	3,639	2,585	2,847	3,056
Keskihajonta	0,711	0,828	0,881	0,778	0,849

6 TULOKSET

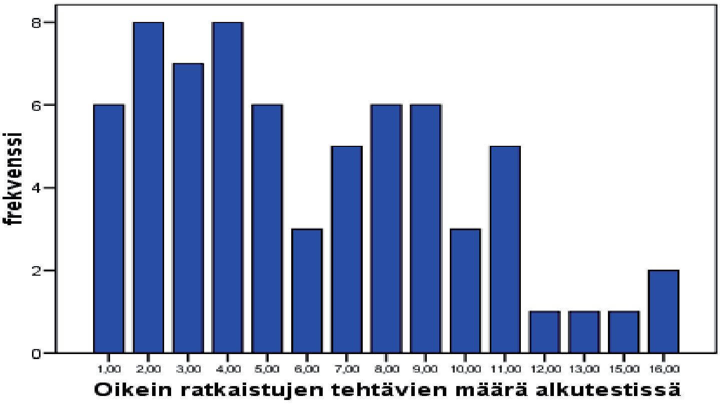
6.1 MITEN OPISKELIJA KEHITTYI KURSSIN AIKANA?

Kurssin alussa pidetystä testistä (liite 6) tuloksia saatiin 68 opiskelijalta. Testin maksimipistemäärä on 22 pistettä. Kone- ja tuotantotekniikan syksyllä 2005 aloittaneiden opiskelijoiden keskiarvo alkutestissä on 6,13 pistettä ja lopputestissä 10,53 pistettä kuten taulukosta 8 käy ilmi. Lopputestissä tuloksia saatiin 55 opiskelijalta. Keskimäärin opiskelija on kehittynyt kurssilla ja parantanut osaamistaan testin perusteella vähän yli neljällä pisteellä. Opiskelijat eivät vielä lopputestissäkään saa keskiarvoksi 50:tä prosenttia testin maksimipistemäärästä.

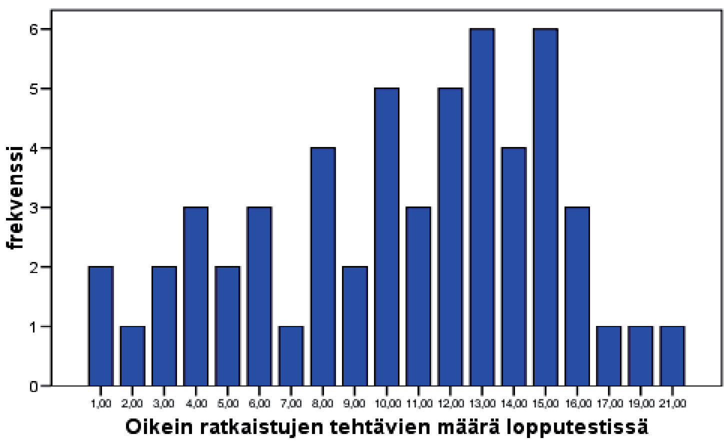
TAULUKKO 8. *Oikein ratkaistujen tehtävien määrä alku- ja lopputestissä.*

		oikein ratkaistujen tehtävien määrä alkutestissä	oikein ratkaistujen tehtävien määrä lopputestissä
N	Hyväksyttyjä vastauksia	68	55
	Hylättyjä vastauksia	8	21
Keskiarvo		6,13	10,53
Mediaani		5,00	11,00
Keskihajonta		3,86	4,70
Vinous		,64	-,27
Huipukkuus		-,22	-,54
Minimi		1,00	1,00
Maksimi		16,00	21,00

Kuvissa 8 ja 9 on havainnollistettu alku- ja lopputestin pistemäärien jakautumista. Alkutestissä selkeästi painottuvat pistemäärät 1–5. Lopputestin osalta jakauman painopiste on siirtynyt korkeampien pistemäärien suuntaan, eli lopputestissä ovat painottuneet pistemäärät 12–16 selkeästi enemmän kuin alkutestissä.

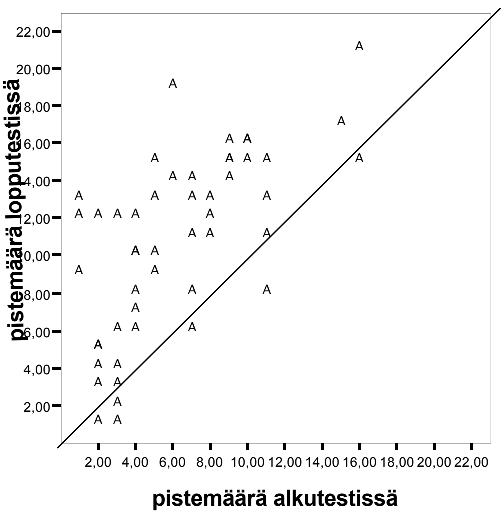


KUVA 8. *Oikein ratkaistujen tehtävien määrä alkutestissä.*



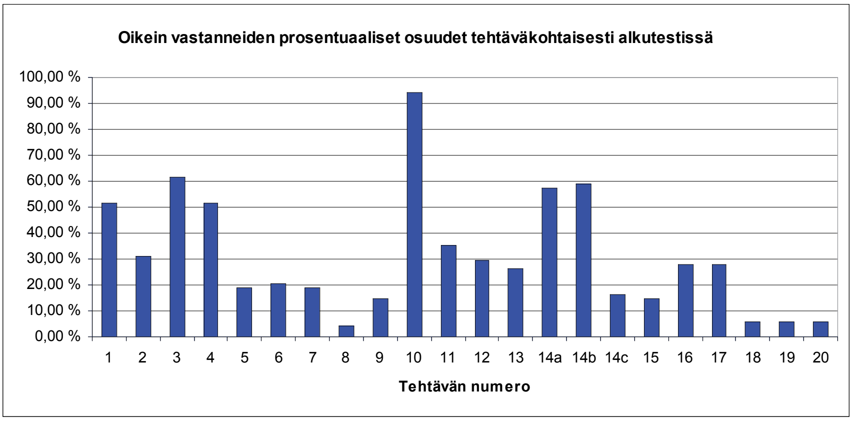
KUVA 9. *Oikein ratkaistujen tehtävien määrä lopputestissä.*

Kuvassa 10 on havainnollistettu hajontakuviolla alku- ja lopputestin pistemääriä. Opiskelijoita, joilta on saatu sekä alku- että lopputestin pistemäärät, on kaiken kaikkiaan 49. Kuvaan on piirretty suora, jonka alapuolelle tai suoralle jäävät kaikki ne opiskelijat, jotka eivät ole kehittyneet kurssilla lainkaan. Osalla opiskelijoista pistemäärä lopputestissä on saattanut olla jopa pienempi kuin alkutestissä. Tällaisia opiskelijoita, joiden matemaattinen osaaminen ei testin perusteella kehittynyt, on kahdeksan. Lisäksi on useampia opiskelijoita, joiden alkutestin pistemäärä on hyvin lähellä lopputestistä saatua pistemäärää. Kuvasta 10 havaitaan, että kurssilla on useammalla opiskelijalla lopputestin pistemäärä ollut selvästi parempi kuin alkutestin pistemäärä. Esimerkiksi opiskelijat, jotka ovat saaneet alkutestistä yhden pisteen, ovat saaneet lopputestistä 9, 12 ja 13 pistettä. Monet alkutestistä kaksi tai kolme pistettä saaneista ovat jääneet myös lopputestissä hyvin alhaisiin pistemääriin.

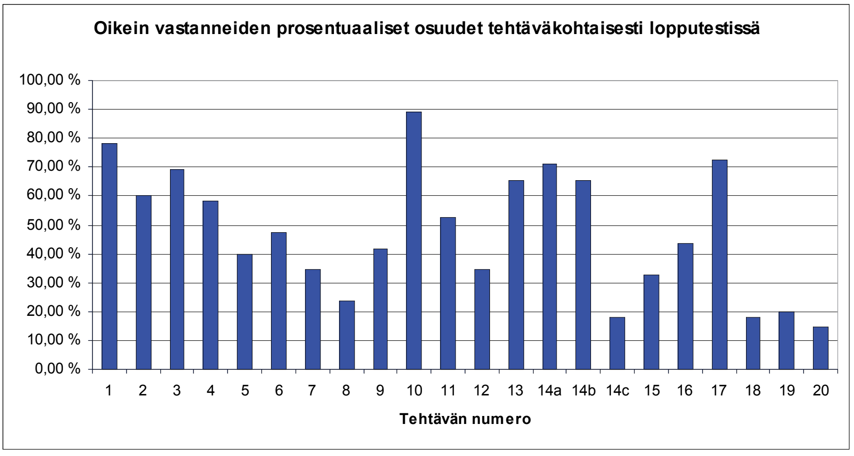


KUVA 10. *Hajontakuvio alku- ja lopputestin pistemääristä.*

Kuvissa 11 ja 12 havainnollistetaan oikein vastanneiden prosentuaalisia osuuksia tehtäväkohtaisesti. Alkutestissä selkeästi parhaiten on sujunut tehtävä 10, jossa murtoluvut pitää järjestää pienimmästä suurimpaan. Tehtävän kymmenen on yli 90 % vastaajista saanut oikein. Tehtävän 10 lisäksi yli puolet opiskelijoista on saanut oikein tehtävät 1, 3, 4, 14a ja 14b. Tehtävä 1 käsittelee itseisarvoa, tehtävä 3 potenssia ja juurta, tehtävä 4 murtolausekkeen sieventämistä ja tehtävä 14 funktion kuvaajia.



KUVA 11. *Oikein vastanneiden prosentuaaliset osuudet tehtäväkohtaisesti alkutestissä.*



KUVA 12. *Oikein vastanneiden prosentuaaliset osuudet tehtäväkohtaisesti lopputestissä.*

Tehtävä 1: $|-6|+|5|=$

Tehtävä 3: $\sqrt{3^2+4^2}=$

Tehtävä 4: $\frac{2x+2}{5}-\frac{x+1}{5}=$

Tehtävä 10: Järjestä pienimmästä suurimpaan murtoluvut $\frac{2}{7},\frac{2}{6},\frac{1}{7},\frac{1}{6}$

Tehtävä 14: Alla on esitetty yhtälöt A, B, …, L. Mikä yhtälön kuvaaja on:

a) nouseva suora, joka leikkaa y-akselin kohdassa 5

b) alaspäin aukeava paraabeli

c) origokeskinen ympyrä, jonka säde on 5

A: $y=2x+5$	B: $y=-x+5$	C: $y=5-2x$	D: $y=2+5x$
E: $y=2x^2+5$	F: $y=2x^2+5$	G: $y=x^2-2x+5$	H: $y=x^2-5$
I: $x^2+y^2+25=0$	J: $x^2+y^2-5=0$	K: $x^2-y^2+5=0$	L: $x^2+y^2-25=0$

Tehtävän 14 perusteella opiskelijat tunnistavat jollakin tavalla suoran ja paraabelin, mutta origokeskinen ympyrä osoittautui jo vaikeaksi. Tehtävät 17–20 käsittelivät differentiaalilaskentaa, joka on suurimmalle osalle ammattikoulupohjaisista ja lukion lyhyen matematiikan suorittaneista aivan uusi asia.

Alkutestiin (kuva 11) verrattaessa lopputestissä (kuva 12) tehtävään oikein vastanneita oli prosentuaalisesti enemmän jokaisen muun tehtävän paitsi tehtävän 10 kohdalla. Tehtävän 10 kohdalla oikein vastanneiden osuus oli hieman laskenut. Tulos on mielenkiintoinen, koska tehtävän 2 kohdalla, joka myös käsittelee murtolukuja, osaaminen oli selkeästi parempaa lopputestissä kuin alkutestissä. Tehtävät 17–20 käsittelevät differentiaalilaskentaa, jota kurssilla Matematiikka K1 ei käsitelty. Matematiikka K2 -kurssi ehdittiin aloittaa muutaman luennon osalta ennen kuin lopputesti pidettiin. Tämä selittänee sen, että lopputestissä on osattu tehtäviä 17–20 paremmin kuin alkutestissä. Derivointi oli omaksuttu lyhyenkin perehtymisen perusteella, sillä tehtävän 17 sai yli 70 % vastaajista lopputestissä oikein.

Tehtävä 17: Derivoi x:n suhteen $x^3 + 2x - 1$

Tehtävä 18: Määritä $\frac{dV}{dr}$, kun $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Tehtävä 19: Määritä $\int 2x dx$

Tehtävä 20: $\int_0^1 e^x dx$

Kurssilla Matematiikka K1 käsitellyistä asioista eniten ongelmia tuottivat binomikaava (tehtävä 5), trigonometria (tehtävät 7–8), logaritmi (tehtävä 9) ja toisen asteen yhtälön ratkaiseminen (tehtävä 12). Kaikissa edellä mainituissa tehtävissä reilusti alle 50 % vastaajista sai tehtävän oikein. Tehtävä 12 osoittautui vielä lopputestissäkin vaikeaksi, mutta tehtävä 13, joka on lähes samanlainen kuin tehtävä 12, sujui huomattavasti paremmin.

Tehtävä 5: $a^2 - (a+1)^2 + 2a =$

Tehtävä 7: $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

Tehtävä 8: $\sin^2(x) + \cos^2(x) =$

Tehtävä 9: $\ln x^2 - 2\ln x =$

Tehtävä 12: Ratkaise x yhtälöstä $x^2 - 2 = 0$

Tehtävä 13: Ratkaise x yhtälöstä $x^2 - 2x = 0$

Parhaitenkin sujuneissa tehtävissä vain 70–90 prosenttia vastaajista sai tehtävän oikein. Tulos on hyvin haastava, sillä seuraavalla kurssilla eli Matematiikka K2 -kurssilla, ei ole enää tarkoitus kerrata kurssin Matematiikka K1 asioita vaan tarkoitus on edetä asiassa.

6.1.1 Opiskelutavan vaikutus menestymiseen kurssilla

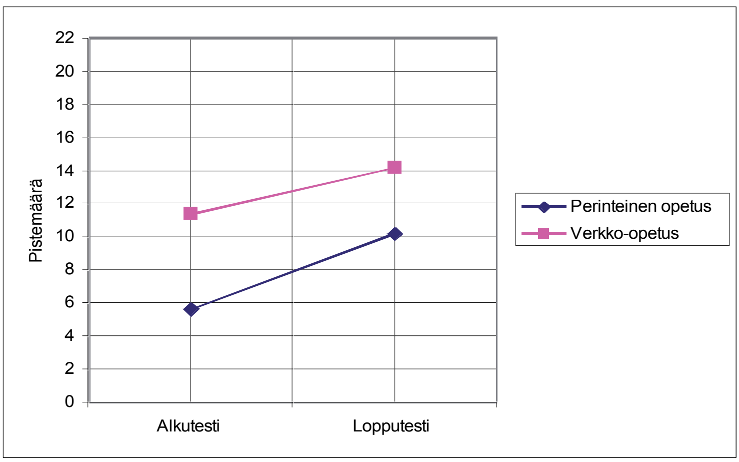
Taulukosta 9 nähdään, että perinteisen opiskelun valinneiden keskiarvo alkutestissä on 5,64 pistettä ja verkko-opiskelun valinneiden keskiarvo 11,40 pistettä. Verkko-opiskelun ovat valinneet opiskelijat, joiden osaaminen on jo kurssin aluksi ollut varsin hyvää. Heikoiten alkutestissä menestynyt opiskelija, joka valitsi verkko-opinnot, sai alkutestistä 9 pistettä. Kuitenkaan kaikki alkutestissä hyvin menestyneet eivät valinneet verkko-opintoja. Verkossa opintonsa suorittaneita opiskelijoita oli vain viisi ja alkutestissä yli 10 pistettä saaneita opiskelijoita oli 10 (kuva 14).

TAULUKKO 9. *Alku- ja lopputestin tulokseen eriteltynä opiskelutapojen mukaan.*

	kurssin suorittaminen verkossa		
oikein ratkaistujen tehtävien määrä alkutestissä	ei suorittanut kurssia verkossa	Keskiarvo	5,64
		Mediaani	5,00
		Keskihajonta	3,59
		Minimi	1,00
		Maksimi	16,00
		Vinous	,97
		Huipukkuus	,78
	suoritti kurssin verkossa	Keskiarvo	11,40
		Mediaani	11,00
		Keskihajonta	2,70
		Minimi	9,00
		Maksimi	16,00
		Vinous	1,70
		Huipukkuus	3,37
oikein ratkaistujen tehtävien määrä lopputestissä	ei suorittanut kurssia verkossa	Keskiarvo	10,20
		Mediaani	11,00
		Keskihajonta	4,92
		Minimi	1,00
		Maksimi	21,00
		Vinous	-,11
		Huipukkuus	-,61
	suoritti kurssin verkossa	Keskiarvo	14,20
		Mediaani	15,00
		Keskihajonta	1,79
		Minimi	11,00
		Maksimi	15,00
		Vinous	-2,24
		Huipukkuus	5,00

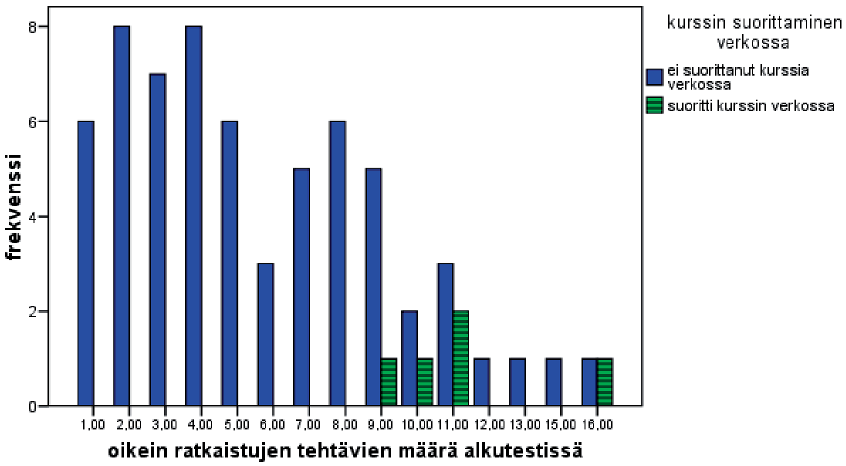
Lopputestissä parhaiten menestyivät verkossa opiskelleet opiskelijat, heidän keskiarvonsa on 14,20 pistettä, ja kurssin perinteisesti suorittaneiden keskiarvo on 10,20 pistettä. Perinteistä opetusta saaneiden joukossa oli kuitenkin useampi opiskelija, jotka menestyivät lopputestissä paremmin kuin verkko-opetusta saaneiden paras opiskelija (kuva 15). Verkossa opiskelleiden paras pistemäärä lopputestissä oli 15 ja perinteisesti opiskelleiden 21 pistettä. Tarkasteltaessa kurssin aikana kehittymistä perinteistä opetusta saaneet keskimäärin melkein kaksinkertaistivat pistemääränsä alkutestiin verrattuna ja verkossa opintonsa suorittaneet paransivat pistemäärää keskimäärin alle kolmella pisteellä. Verkossa opiskellut ryhmä on homogeenisempaa kuin perinteisesti opiskellut, koska verkossa opiskelleiden keskihajonta lopputestin mukaan on noin 1,8, ja perinteisesti opiskelevien keskihajonta on noin 4,9. Perinteisesti opiskelleiden lopputestin pistemäärät vaihtelevat 1–21 pistettä ja verkossa opiskelleiden 11–15 pistettä. Tuloksia verrattaessa perinteistä opetusta ja verkko-opetusta saaneiden välillä pitää muistaa, että verkossa opintonsa suorittaneita oli ainoastaan viisi.

Kuvassa 13 on havainnollistettu perinteistä opetusta ja verkko-opetusta saaneiden oikeiden ratkaisujen määrää alku- ja lopputestissä. Samalla kuva havainnollistaa kurssilla kehittymistä.

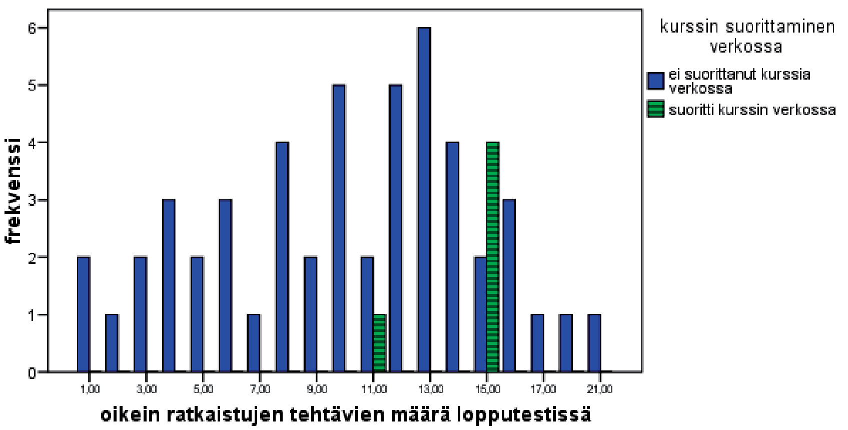


KUVA 13. *Perinteistä opetusta ja verkko-opetusta saaneiden kehittyminen kurssin aikana alku- ja lopputestissä saatujen tulosten perusteella.*

Kuvissa 14 ja 15 on havainnollistettu perinteisesti ja verkossa kurssin suorittaneiden oikeiden ratkaisujen määrää alku- ja lopputestissä. Kuvista käy ilmi sama asia kuin taulukosta 9 eli verkko-opintoihin valikoitui osa siitä opiskelija-aineksesta, joka menestyi alkutestissä parhaiten. Lopputestissä verkossa opiskelleista neljä sai 15 pistettä ja yksi 11 pistettä. Vähintään 11 pistettä lopputestistä sai 30 opiskelijaa ja korkeintaan kuusi pistettä 13 opiskelijaa.



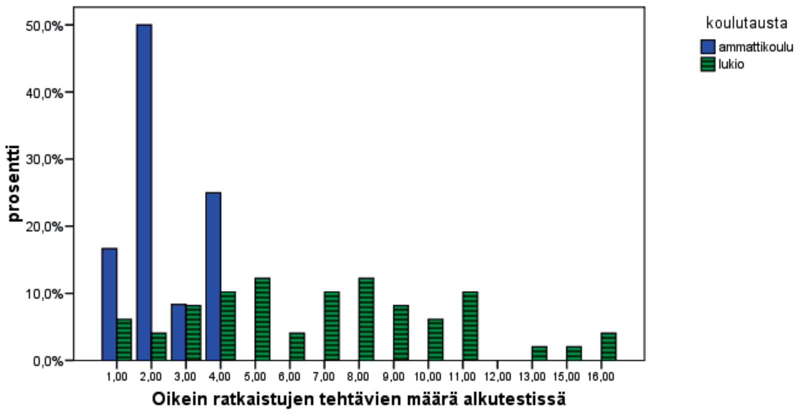
KUVA 14. *Oikein ratkaistujen tehtävien määrä alkutestissä opiskelutavan mukaan eriteltynä.*



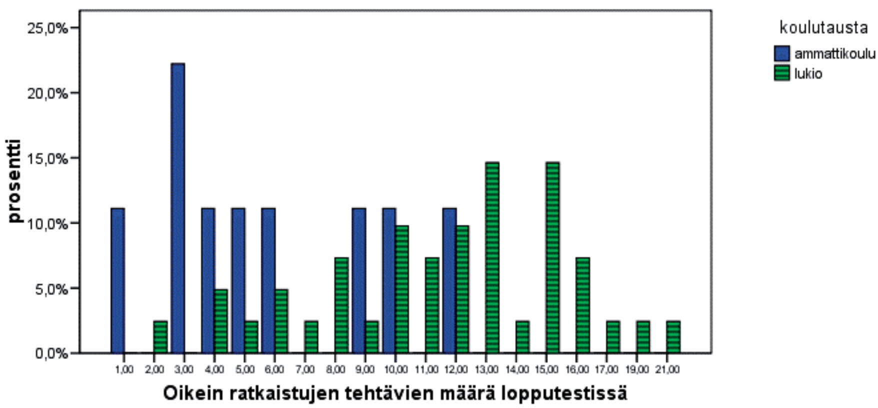
KUVA 15. *Oikein ratkaistujen tehtävien määrä lopputestissä opiskelutavan mukaan eriteltynä.*

6.1.2 Opiskelutaustan yhteys tuloksiin

Opiskelutaustalla on selvä vaikutus opiskelijan menestymiseen alku- ja lopputestissä, kuten kuvista 16 ja 17 käy ilmi. Ammattikoulun suorittaneet opiskelijat saivat alkutestistä 1–4 pistettä ja lukion suorittaneet opiskelijat 1–16 pistettä. Ammattikoulutaustaisten keskiarvo alkutestissä on 2,4 ja lukiotaustaisten 7,0 pistettä. Lopputestissä ammattikoulutaustaiset ovat saaneet 5,9 pistettä ja lukiotaustaiset 11,6 pistettä. Lukion lyhyen matematiikan suorittaneiden keskiarvo alkutestissä oli 5,0 ja lopputestissä 8,9 pistettä. Lukion pitkän matematiikan suorittaneiden keskiarvo oli alkutestissä 9,0 ja lopputestissä 13,7 pistettä.



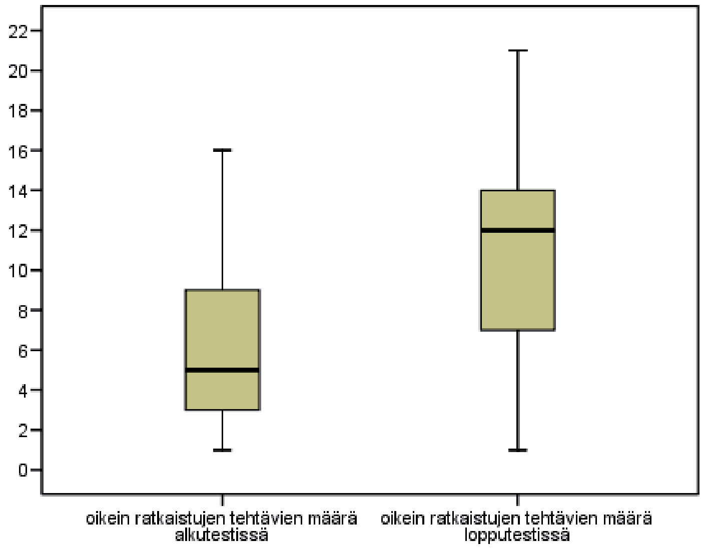
KUVA 16. *Oikein ratkaistujen tehtävien määrä alkutestissä koulutaustan mukaan eriteltynä.*



KUVA 17. *Oikein ratkaistujen tehtävien määrä lopputestissä koulutaustan mukaan eriteltynä.*

6.1.3 Tilastollinen merkitsevyys

Tutkimuksessa on kaiken kaikkiaan 49 opiskelijaa, joilta on saatu tulos sekä alku- että lopputestistä. Kuvassa 18 on havainnollistettu alku- ja lopputestin pistemääriä niiden 49 opiskelijan osalta, jotka tekivät molemmat testit. Liitteessä 7 on kyselylomakkeen (liite 5) kysymyskohtaisesti havainnollistettu vastausten jakautuminen kurssin alussa ja kurssin lopussa niiden 49 opiskelijan osalta, joilta on saatu tulos alku- ja lopputestistä. Alkutestin keskiarvo näiden opiskelijoiden osalta oli 6,2 pistettä ja lopputestin 10,6 pistettä. Laatikko–jana-esityksessä suorakulmion sisään jää 50 % havainnoista.



KUVA 18. *Laatikko*–jana-esitys niiden opiskelijoiden osalta, joilta on tulokset sekä alkutestistä että lopputestistä ($N = 9$).

Alku- ja lopputestin keskiarvoerojen tilastollista merkitsevyyttä sekä kurssin suoritustavan merkitystä menestymiseen kurssilla tilastollisessa mielessä tarkastellaan toistettujen mittausten varianssianalyysillä (*General Linear Model – Repeated Measures*). Varianssianalyysin edellytykset ovat voimassa: havainnot ovat toisistaan riippumattomia, kunkin vertailtavan ryhmän populaatiot ovat riittävän normaalijakautuneet ja kunkin ryhmän varianssit ovat yhtä suuret.

Mittauskerran vaikutusta tutkittaessa testin tulokseksi saadaan $F\,(1{,}47)=17{,}64$ ja $p=0{,}000$, kun testin merkitsevyystaso on 0,05. Tällöin mittauskerran vaikutus on tilastollisesti hyvin selkeä. Tulos tuntuu varsin järkevältä, sillä mittauskertojen välissä opiskelijoille on annettu opetusta ja opiskelijat ovat oppineet, minkä seurauksena opiskelijan keskimääräinen pistemäärä lopputestissä on selkeästi korkeampi kuin alkutestissä. Tutkittaessa kurssin suoritustavan vaikutusta menestymiseen kurssilla saadaan varianssianalyysistä tulokseksi $F\,(1{,}47)=1{,}02$ ja $p=0{,}319$. Testin perusteella kurssilla menestymiseen ei suoritustapa vaikuta tilastollisesti merkitsevästi. Tulosta tarkasteltaessa pitää muistaa, että verkkosuorittajia oli vain viisi, eli näiltä osin tulosta voidaan pitää ainoastaan suuntaa antavana.

Tutkitaan vielä kurssin suoritustavan ja opiskelutaustan tilastollista merkitsevyyttä erikseen alkutestin ja lopputestin osalta t-testillä (*Independent Samples T-test*). Verkon avulla kurssin suorittaneiden ja perinteistä opetusta saaneiden välillä on alkutestin keskiarvoissa tilastollisesti merkittävä ero t-testin perusteella $t(1{,}47)=-3{,}47$ ja $p=0{,}001$. Verkon avulla suorittaneiden keskiarvo alkutestissä on 11,4 pistettä ja perinteistä opetusta saaneiden keskiarvo 5,6 pistettä niiden opiskelijoiden osalta, joilta on tulos sekä alkutestistä että lopputestistä ($N = 49$). Ero keskiarvoissa eri suoritustapojen välillä on tilastollisesti merkittävä myös lopputestissä $t(1{,}47)=-3{,}66$ ja $p=0{,}003$. Lopputestissä verkon avulla kurssin suorittaneiden keskiarvo on 14,2 pistettä ja perinteisesti kurssin suorittaneiden keskiarvo on 10,2 pistettä.

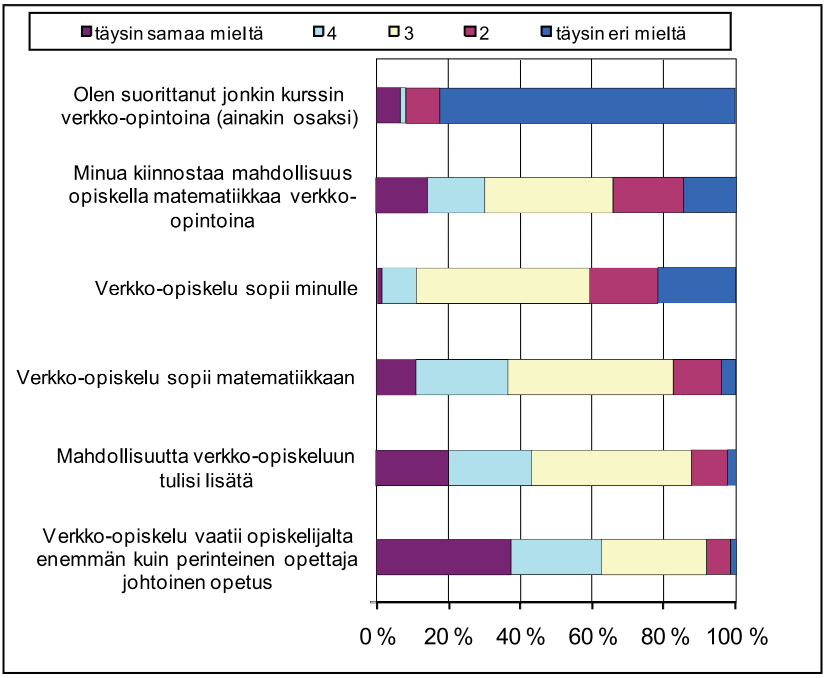
Ammattikoulutaustaisten opiskelijoiden keskiarvo alkutestissä oli 2,4 pistettä ja lopputestissä 5,9 pistettä. Lukiotaustaisten opiskelijoiden keskiarvo alkutestissä oli 7,2 pistettä ja lopputestissä 11,8 pistettä. Niistä opiskelijoista, joilta saatiin tulokset sekä alku- että lopputestistä, ammattikoulusta tulleita oli 9 ja lukiosta tulleita 37. Ero alkutestin keskiarvoissa ammattikoulusta ja lukiosta tulleiden välillä on sekä alkutestin ($t(1{,}44)=-6{,}52$ ja $p=0{,}000$) että lopputestin ($t(1{,}47)=-3{,}87$ ja $p=0{,}000$) osalta tilastollisesti merkittävä t-testin perusteella. Lukiosta tulleet ovat menestyneet keskimäärin selkeästi paremmin kuin ammattikoulusta tulleet sekä alku- että lopputestissä.

6.2 MITÄ OPISKELIJA AJATTELEE VERKKO-OPISKELUSTA MATEMATIIKASSA?

Tutkimuksen kyselylomakkeessa (liite 5) on väittämiä (väittämät 27–32), joiden avulla pyritään selvittämään, mitä mieltä opiskelijat ovat verkko-opiskelusta matematiikassa. Väittämissä käytettiin viisiportaista asenneasteikkoa (1 täysin eri mieltä – 5 täysin samaa mieltä).

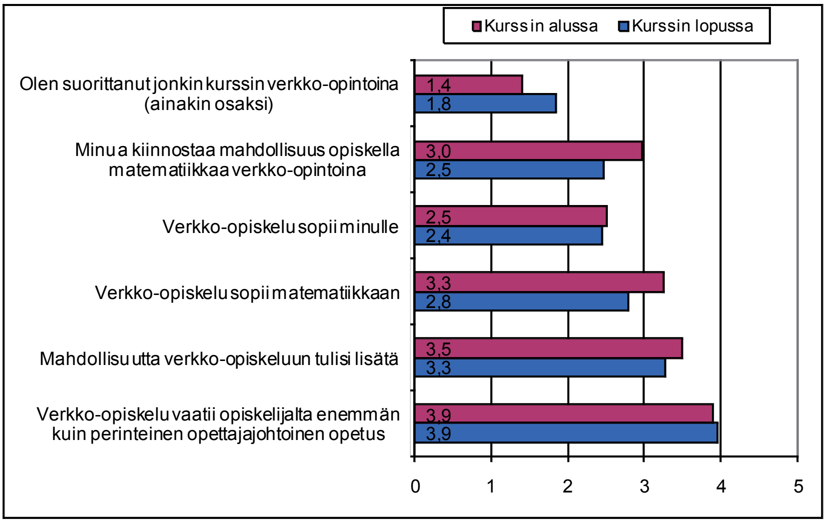
6.2.1 Verkko-opiskeluun liittyvät väittämät ja niiden tulkitseminen

Kuvassa 19 on havainnollistettu opiskelijoiden mielipiteitä verkko-opiskelusta kurssin alussa. Vain harva opiskelijoista on suorittanut verkko-opintoja aiemmin. Opiskelijat suhtautuvat melko neutraalisti mahdollisuuteen opiskella matematiikkaa verkko-opintoina. Väittämään *Minua kiinnostaa mahdollisuus opiskella matematiikkaa verkko-opintoina*, opiskelijoista noin 31 % on vastannut 4 tai 5 eli suhtautuu positiivisesti mahdollisuuteen ja noin 34 prosenttia on vastannut 1 tai 2 eli suhtautuu väittämään negatiivisesti. Iso osa (noin 40 %) opiskelijoista kokee, että verkko-opiskelu ei sovi heille. Nämä opiskelijat ovat vastanneet numerolla 1 tai 2 väittämään *Verkko-opiskelu sopii minulle*. Verkko-opiskelun kokee sopivaksi itselleen noin 10 % opiskelijoista. Tämä tieto sopii hyvin yhteen sen kanssa, että alun perin kahdeksan opiskelijaa ilmoittautui matematiikan verkko-opintoihin. Verkko-opiskelun sopivuuteen matematiikkaan opiskelijat suhtautuvat melko positiivisesti, sillä vain noin 18 % opiskelijoista ei pidä verkko-opiskelua matematiikkaan sopivana. Vielä positiivisemmin opiskelijat suhtautuvat siihen, että mahdollisuutta verkko-opintoihin tulisi lisätä. Opiskelijat ovat hyvin ymmärtäneet sen, että verkko-opiskelu vaatii enemmän opiskelijalta kuin opettajajohtoinen opetus. Viimeiseen väittämään noin 63 % opiskelijoista on vastannut 4 tai 5 ja ainoastaan viisi opiskelijaa on sitä mieltä, että verkko-opiskelu ei vaadi enempää opiskelijalta kuin opettajajohtoinen opetus.



KUVA 19. *Opiskelijoiden ajatuksia verkko-opiskelusta kurssin alussa.*

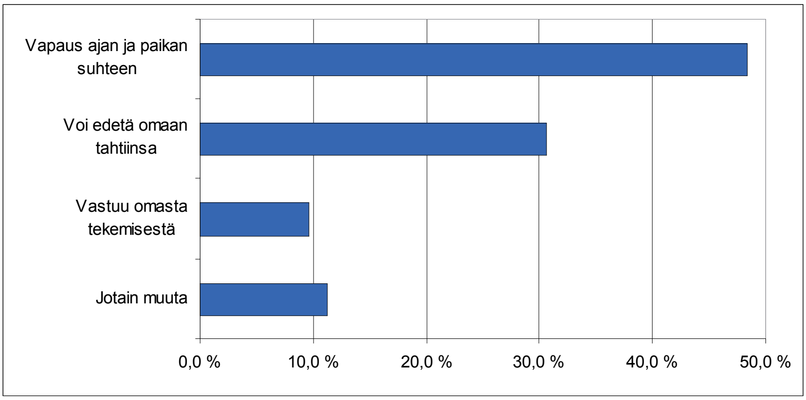
Verrattaessa opiskelijoiden vastauksien keskiarvoja eri väittämiin kurssin alussa ja lopussa huomataan, että vain hyvin pieniä muutoksia asenteissa on tapahtunut (kuva 20). Kiinnostus siihen, että olisi mahdollisuus opiskella matematiikkaa verkko-opintoina, on jonkin verran laskenut. Verkko-opiskelun sopivuudessa itselle ei suuria muutoksia tapahtunut kurssin aikana. Sen sijaan verkko-opiskelun sopivuuteen matematiikkaan suhtauduttiin varauksellisemmin kurssin lopussa kuin kurssin alussa. Kaikille opiskelijoille esiteltiin kurssin aikana Matematiikka K1 -kurssin verkkototeutus. Mahdollisuutta verkko-opintoihin pidettiin edelleen hyvänä, vaikka innostus oli hieman laskenut kurssin alkutilanteeseen verrattuna. Verkko-opiskelun vaativuudesta verrattuna opettajajohtoiseen opetukseen oltiin samaa mieltä kuin kurssin alussa.



KUVA 20. *Verkko-opiskeluun liittyvien väittämien vastausten keskiarvoja kurssin alussa ja lopussa.*

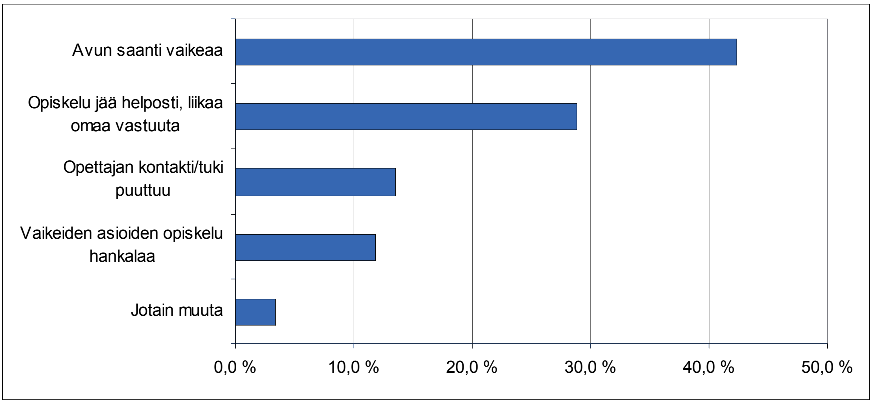
6.2.2 Avoimet kysymykset ja niiden tulkitseminen

Opiskelijoiden mielipidettä verkko-opiskelusta kysyttiin myös avoimilla kysymyksillä. Kohdassa 33 kysyttiin, mikä on verkko-opiskelussa hyvää. Kohtaan 33 vastasi kaiken kaikkiaan 62 opiskelijaa. Kurssin alussa saadut vastaukset on luokiteltu kuvan 21 mukaisesti neljään pääluokkaan. Lähes 50 % opiskelijoista oli sitä mieltä, että vapaus ajan ja paikan suhteen on verkko-opiskelussa hyvää. Hieman yli 30 % vastaajista piti tärkeänä sitä, että voi edetä omaan tahtiinsa. Osan mielestä omaan tahtiin edetessä on mahdollista säästää aikaa. Vähän alle 10 % vastaajista piti hyvänä sitä, että opiskelijalla on vastuu omasta tekemisestään verkko-opinnoissa. Vastuu omasta tekemisestä pitäisi tietenkin olla myös perinteisesti opiskeltaessa. Jotain muuta -kohtaan kirjatuista vastauksista suurin osa oli tyhjiä eli opiskelija oli jättänyt vastaamatta kyseiseen kohtaan.



KUVA 21. *Opiskelijoiden vastaukset kysymykseen 33 luokiteltuna neljään pääluokkaan.*

Opiskelijoiden vastaukset siihen, mikä verkko-opiskelussa on huonoa, on ryhmitelty viiteen pääryhmään kuvan 22 mukaisesti. Tähän kohtaan vastasi kaiken kaikkiaan 59 opiskelijaa. Yli 40 % opiskelijoista pitää verkko-opiskelussa huonona sitä, että avun saanti on vaikeaa, eli opiskelijat kokevat, että verkossa ei ole ketään jolta välittömästi pyytää apua eli apu tulee viiveellä, jos tulee. Hieman vajaa 30 % kokee opiskelijan suuren vastuun huonona verkko-opinnoissa. Osa opiskelijoista koki vastuun hyvänä (kuva 21). Opettajan kontaktin ja tuen puutteen koki huonoksi verkko-opiskelussa yli 10 % opiskelijoista. Vaikeampien asioiden opiskelun verkon avulla koki yli 10 % vastaajista hankalaksi. Jotain muuta -kohtaan kirjattiin ainoastaan kaksi vastausta, jotka eivät sopineet mihinkään edellä olevista luokista. Opiskelijat selvästi kokevat opettajan kontaktin ja tuen puuttumisen verkko-opinnoissa hankalana. Opettajan kontaktin puuttumiseen liittyy myös avunsaannin vaikeus. Opiskelijoilla on käsitys, että verkossa ei saa tukea, vaikka todellisuudessa tuen saantiin verkossa on panostettu. Ilmeisesti sillä, että reaaliaikainen kontakti opettajaan puuttuu, on suuri merkitys opiskelijoille.



KUVA 22. *Opiskelijoiden vastaukset kysymykseen 34 luokiteltuna viiteen pääluokkaan.*

Seuraavassa muutamia opiskelijoiden vastauksia kohtaan 33 eli siihen, mikä verkko-opiskelussa on hyvää:

- *itsenäistä, paikasta riippumatonta, nopeuttaa opiskelua* (id 30)
- *ei tarvitse käydä tunneilla* (id 34)
- *saa suorittaa ja tehdä tehtäviä oman aikataulun sekä omien resurssien mukaisesti* (id 60)
- *voi edetä omaan tahtiin ja panostaa itselle vaikeisiin asioihin* (id 44)
- *luokka koot pienenevät, kun osa opiskelijoista opiskelee verkossa g opettajilla on enemmän aikaa auttaa tunnilla* (id 49)
- *paremmat opiskelijat saavat suorittaa matematiikan verkko-opiskeluna eikä heidän tarvitse tulla tunneille* (id 13).

Alla muutamia opiskelijoiden vastauksia kohtaa 34 eli verkko-opiskelussa on huonoa:

- *ei ole opettajaa, jolta kysyä apua ongelmatilanteissa* (id 58)
- *avun saaminen hidasta ja vaikeaa* (id 50)
- *vaatii paljon enemmän itsekuria, avun saanti kestää kauemmin* (id 44)
- *tehtävät jää helpommin tekemättä* (id 63)
- *antaa liikaa vapauksia, jää tehtävät tekemättä* (id 25)
- *pitäisi olla joku virtuaalivartija* (id 7)
- *uusien ja vaikeiden asioiden sisäistäminen hankalaa* (id 74).

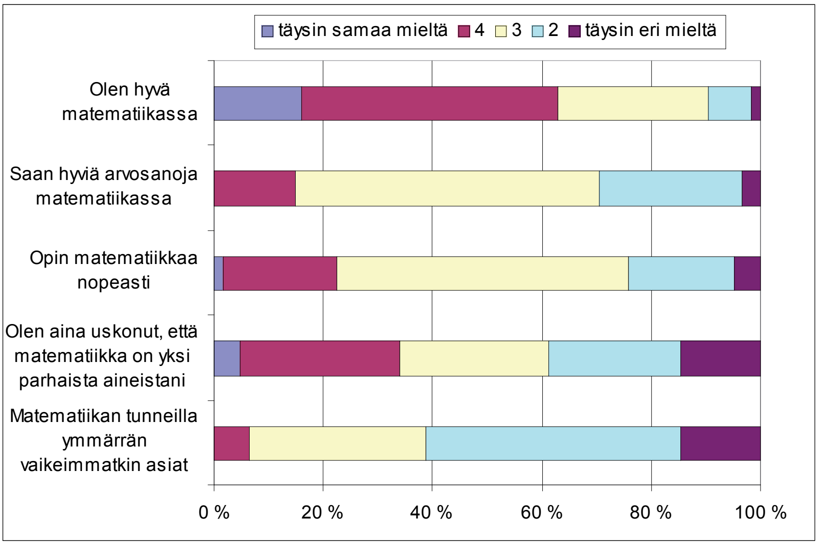
Verkko-opinnoissa opiskelijat arvostavat vapautta ajan ja paikan suhteen sekä mahdollisuutta edetä omaan tahtiinsa. Vastaavasti huonona opiskelijat pitävät avun saamisen hankaluutta, tuen ja kontaktin puuttumista opettajaan ja vastuuta omasta tekemisestä. Mielipide verkko-opiskelua kohtaan ei juuri muuttunut kurssin aikana. Eroa ei juuri ollut muussa kuin siinä, että avoimiin kysymyksiin vastattiin kurssin lopussa huomattavasti laiskemmin kuin kurssin alussa. Tämän takia en erikseen käsittele tilannetta kurssin lopussa.

6.3 OPISKELIJOIDEN MINÄPYSTYVYYS

Minäpystyvyydellä tarkoitetaan oppijan omaa käsitystä omista kyvyistä ja itsestä oppijana. Arvioidessaan minäpystyvyyttä oppija arvioi omia mahdollisuuksiaan suoriutua jostain tehtävästä, ei laajemmin itseään ja ominaisuuksiaan. Opiskelijan vahvan minäkäsityksen matematiikassa katsotaan ennustavan voimakkaasti suoriutumista matematiikassa. (Kupari ym. 2005, [39, s. 158])

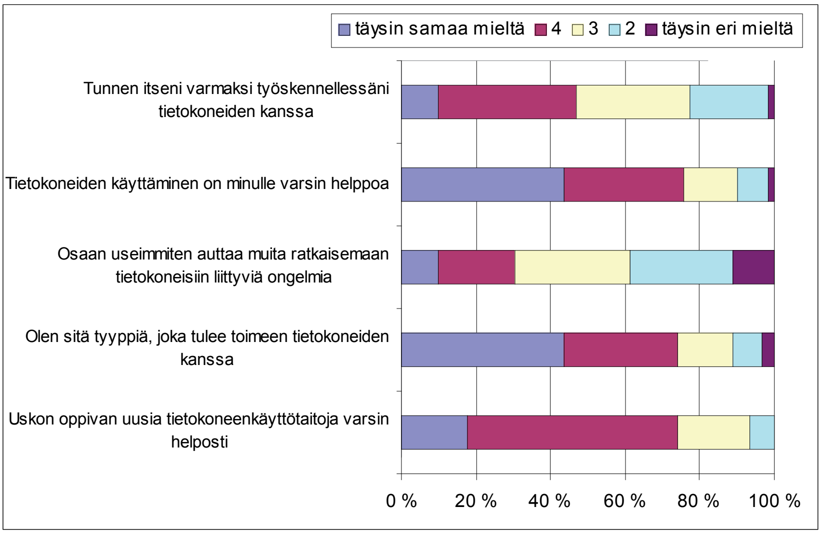
6.3.1 Minkälainen on opiskelijoiden minäpystyvyys?

Opiskelijoilla on vahva usko siihen, että he ovat hyviä matematiikassa, kuten kuvasta 23 käy ilmi. Yli 60 % kurssin alussa kyselyyn vastanneista opiskelijoista on vastannut väittämään *Olen hyvä matematiikassa* luvulla neljä tai viisi (täysin samaa mieltä). Ainoastaan yksi henkilö on ollut väittämän kanssa täysin eri mieltä. Siitä huolimatta, että opiskelijat ajattelevat olevansa hyviä matematiikassa, he eivät usko saavansa hyviä arvosanoja matematiikasta eivätkä usko oppivansa nopeasti matematiikkaa ja lisäksi myöntävät, että eivät opi vaikeimpia asioita matematiikan tunneilla. Opiskelijoista noin 85 % on vastannut arvoilla 1–3 kohtaan *Saan hyviä arvosanoja matematiikasta*. Ainoastaan 22,6 % opiskelijoista, ne jotka vastasivat arvolla 4 tai 5 kohtaan X14, on sitä mieltä, että oppii matematiikkaa nopeasti. Matematiikkaa yhtenä parhaista aineistaan pitää noin 35 prosenttia opiskelijoista. Hieman suurempi joukko eli noin 40 prosenttia opiskelijoista on päinvastaista mieltä. Opiskelijoista ainoastaan 6,5 % uskoo ymmärtävänsä vaikeimmatkin asiat matematiikan tunneilla.



KUVA 23. *Faktorin F1, matemaattinen minäkäsitys, muuttujien X12–X16 vastausten jakautuminen.*

Opiskelijoiden usko omaan osaamiseensa tietotekniikassa näyttää olevan vielä vahvempi kuin matematiikassa (kuva 24). Lähes 80 prosenttia opiskelijoista on sitä mieltä, että tietokoneiden käyttäminen on varsin helppoa, niiden kanssa tulee toimeen ja uusia tietokoneenkäyttötaitoja on varsin helppo oppia. Opiskelijoista noin 47 prosenttia tuntee itsensä varmaksi työskennellessään tietokoneiden kanssa. Epävarmuutta tietokoneiden kanssa työskennellessä kokee noin 23 prosenttia opiskelijoista. Eniten epävarmuutta opiskelijoilla on kohdan X24 kanssa eli *Osaan useimmiten auttaa muita ratkaisemaan tietokoneisiin liittyviä ongelmia*. Lähes 40 prosenttia opiskelijoista kokee (vastaukset 1 ja 2), että ei pysty useimmiten auttamaan muita tietoteknisissä ongelmissa.



KUVA 24. *Faktorin F2, tietotekninen minäkäsitys, muuttujien X22–X26 vastausten jakautuminen.*

Taulukossa 10 on luetteloitu faktorin F2 muuttujien X22–X26 vastausten keskiarvot sekä kurssin alussa että lopussa. Taulukko 10 vahvistaa sitä käsitystä, jonka jo kuvasta 24 pystyy päättelemään, eli opiskelijoiden usko omaan osaamiseen tietotekniikassa on varsin vahva. Suuria muutoksia muuttujien X22–X26 keskiarvoissa ei ole tapahtunut kurssin aikana. Muuttujien X23–X25 osalta usko omaan osaamiseen on entisestään vahvistunut kurssin aikana ja muuttujien X22 ja X26 osalta usko osaamiseen on hieman laskenut. Opiskelijoiden tietotekninen minäkäsitys on hyvin vahva sekä kurssin alussa että lopussa.

TAULUKKO 10. *Faktorin F2, tietotekninen minäkäsitys, muuttujien X22–X26 keskiarvot kurssin alussa ja lopussa.*

	Kurssin alussa	Kurssin lopussa
Tunnen itseni varmaksi työskennellessäni tietokoneiden kanssa	3,32	3,25
Tietokoneiden käyttäminen on minulle varsin helppoa	4,08	4,24
Osaan useimmiten auttaa muita ratkaisemaan tietokoneisiin liittyviä ongelmia	2,90	3,07
Olen sitä tyyppiä, joka tulee toimeen tietokoneiden kanssa	4,03	4,15
Uskon oppivan uusia tietokoneenkäyttötaitoja varsin helposti	3,85	3,81

Taulukossa 11 on havainnollistettu faktorien F1–F5 keskeisimpiä tilastollisia suureita. Taulukosta käy ilmi, kuten edellä on jo todettu, että opiskelijoiden minäkäsitys tietotekniikan suhteen on vielä positiivisempi kuin matematiikan suhteen. Faktorin F3, matematiikka-ahdistuneisuuden, keskiarvo 2,58 antaa viitteitä siitä, että opiskelijat eivät ole erityisen ahdistuneita matematiikasta. Opiskelijoista noin 40 % on huolissaan siitä, että matematiikka on jatkossa heille vaikeaa. Lähes yhtä suuri joukko opiskelijoista on täysin vastakkaista mieltä. Opiskelijoista noin 30 prosenttia pelkää saavansa huonoja arvosanoja matematiikasta. Faktorin F4, kiinnostus matematiikkaan, keskiarvo 2,85 kertoo lievästä kiinnostuksesta matematiikkaa kohtaan. Opiskelijoista noin kolmasosa odottaa kovasti matematiikan tunteja, ja noin 45 % opiskelijoista on kiinnostunut asioista, joita oppii matematiikassa. Opiskelijoista 14,5 % ei ole lainkaan kiinnostunut niistä asioista, joita oppii matematiikassa. Mielipide verkko-opiskelusta, faktori F5, on melko positiivinen, kuten kuvasta 26 kävi ilmi.

TAULUKKO 11. *Lisää faktorien keskeisiä tunnuslukuja.*

	F1	F2	F3	F4	F5
Keskiarvo	2,94	3,64	2,58	2,85	3,06
Mediaani	3,00	3,50	2,50	3,00	3,13
Keskihajonta	,71	,83	,88	,78	,85
Varianssi	,51	,69	,78	,61	,72
Minimi	1,00	1,40	1,25	1,00	1,00
Maksimi	4,40	5,00	5,00	4,50	5,00

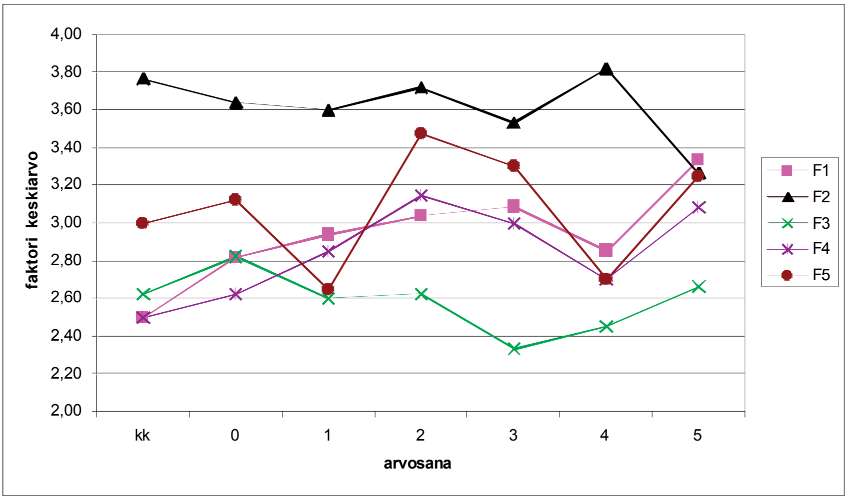
6.3.2 Onko minäpystyvyyden arvioinnilla yhteyttä osaamiseen?

Taulukossa 12 on kunkin faktorin keskiarvo ja keskihajonta arvosanakohtaisesti. Harmaalla olevat rivit kuvaavat keskiarvoa. Taulukossa merkintä kk tarkoittaa kurssin keskeyttämistä. Kurssin keskeytti kuusi opiskelijaa. Taulukon 12 mukaan kurssin keskeyttäneillä opiskelijoilla on selkeästi heikoin matemaattinen minäkäsitys, faktorin F1 keskiarvo kurssin keskeyttäneillä on 2,50. Sitä parempi on opiskelijan matemaattinen minäkäsitys mitä paremman arvosanan hän on kurssista saanut, arvosanaa neljä lukuun ottamatta. Arvosanan 4 kohdalla matemaattisen minäkäsityksen keskiarvo on selvästi alhaisempi kuin arvosanojen 3 ja 5 kohdalla. Korkein minäkäsitys matematiikassa on arvosanan 5 kurssista saaneilla opiskelijoilla, heidän faktorin F1 keskiarvonsa on 3,33.

TAULUKKO 12. *Faktorien keskiarvo ja keskihajonta arvosanoittain.*

arvosana/faktori	F1	F2	F3	F4	F5
kk	2,50	3,77	2,63	2,50	3,00
	0,77	0,75	0,97	1,11	0,85
0	2,82	3,64	2,83	2,63	3,13
	0,78	1,03	1,07	0,52	0,65
1	2,94	3,60	2,60	2,85	2,65
	0,67	0,86	0,78	0,67	0,90
2	3,04	3,72	2,63	3,15	3,48
	0,76	0,53	0,90	0,67	0,87
3	3,09	3,53	2,33	3,00	3,31
	0,83	0,46	0,79	0,86	0,72
4	2,85	3,82	2,45	2,70	2,70
	0,43	1,04	0,93	0,93	0,93
5	3,33	3,27	2,67	3,08	3,25
	0,84	1,11	0,94	0,77	0,89

Taulukon 12 keskiarvoja on havainnollistettu kuvassa 25 faktorikohtaisesti. Kurssin keskeyttäneillä opiskelijoilla on selvästi heikoin minäkäsitys matematiikasta, ja heidän kiinnostuksensa matematiikkaa kohtaan on myös vähäistä. Kurssin keskeyttäneet opiskelijat eivät liiemmin ahdistu (F3) matematiikasta, ja he pitävät itseään varsin hyvinä tietotekniikan suhteen (F2). Opiskelijat pääsääntöisesti pitävät itseään varsin hyvinä tietotekniikassa, kuten kuvasta 24 käy hyvin ilmi. Arvosanaa 5 lukuun ottamatta opiskelijoilla on positiivisempi minäkäsitys itsestään tietotekniikassa kuin matematiikassa. Kurssista arvosanan 5 saaneilla opiskelijoilla tietotekninen minäkäsitys on keskiarvona hieman heikompi kuin matemaattinen minäkäsitys. Arvosanan 5 kurssista saaneilla opiskelijoilla on vahva matemaattinen minäkäsitys ja he ovat kiinnostuneita matematiikasta (F4). Verkko-opintoihin arvosanan 5 saaneet opiskelijat suhtautuvat positiivisesti, ja matematiikka ei heitä erityisemmin ahdista, vaikkakin faktorin F3 keskiarvo on heillä korkein hyväksytyn arvosanan kurssista saaneiden joukossa. Matematiikka-ahdistuneisuutta kuvaavan faktorin keskiarvo on kuitenkin melko alhainen eli 2,67. Suuria eroja faktorin F3 keskiarvoissa ei ole, kuten taulukosta 12 ja kuvasta 25 käy ilmi.



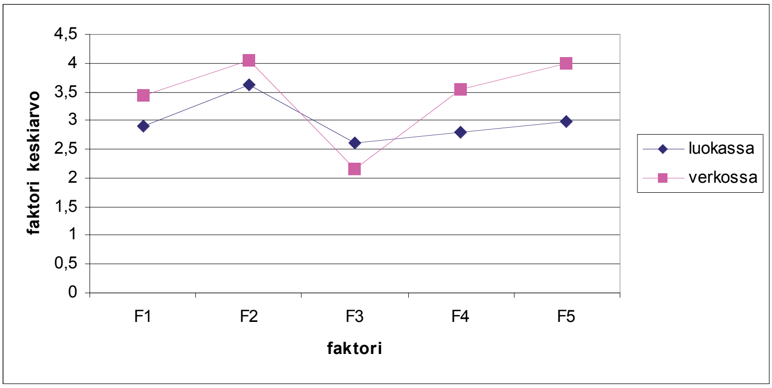
KUVA 25. *Faktorien keskiarvoja faktorikohtaisesti.*

Käyrien matemaattinen minäkäsitys (F1) ja kiinnostus matematiikkaan (F4) -muodot noudattelevat likipitäen toisiaan. Vahvan matemaattisen minäkäsityksen omaava opiskelija on myös kiinnostunut matematiikasta ja päinvastoin.

Varianssianalyysin perusteella faktorien F1–F5 ja kurssilla menestymisen eli kurssin arvosanan välillä ei ole tilastollisesti merkittävää yhteyttä. Tämä tarkoittaa myös sitä, että matemaattisella minäkäsityksellä eli minäpystyvyydellä ei ole tilastollisesti merkittävää yhteyttä kurssilla menestymiseen. Varianssianalyysin merkitsevyystaso oli 0,05.

6.3.3 Onko minäpystyvyydessä eroja kurssin eri suoritustapojen välillä?

Taulukossa 13 on lueteltu faktorien F1–F5 keskeisimpiä tilastollisia tunnuslukuja jaoteltuna kurssin suoritustavan mukaan. Faktorien keskiarvoja kurssin suoritustavan mukaan jaoteltuna on havainnollistettu kuvassa 26. Kuvan 26 perusteella kurssin suoritustavalla on merkitystä eri faktorien keskiarvoihin.



KUVA 26. *Faktorien keskiarvoja kurssin suoritustavan mukaan.*

Verkossa kurssin suorittaneilla oli vahvempi minäkäsitys kuin perinteisesti luokassa kurssin suorittaneilla opiskelijoilla sekä matematiikassa (F1) että tietotekniikassa (F2). Ahdistuneisuutta matematiikkaa kohtaan on verkossa suorittaneilla keskimäärin hieman vähemmän kuin perinteisesti suorittaneilla. Kiinnostus matematiikkaa kohtaan (F4) on verkko-opiskelijoilla suurempi kuin perinteistä luokkaopetusta saaneilla opiskelijoilla. Verkossa opiskelleiden mielipide verkko-opiskelusta (F5) on positiivisempi kuin perinteisesti opiskelleiden.

T-testin perusteella kurssin suoritustapa on yhteydessä faktoreihin F4 ja F5 tilastollisesti merkittävästi, kun testin merkitsevyystaso on 0,05. Muiden faktoreiden arvoihin kurssin suoritustapa ei vaikuta t-testin perusteella tilastollisesti merkittävästi. Testin tulokseksi faktorin F4 (kiinnostus matematiikkaan) osalta saadaan $t(1,60)=-2,171$ ja $p=0,034$ sekä faktorin F5 osalta (mielipide verkko-opiskelusta) $t(1,60)=-2,726$ ja $p=0,008$ Verkossa opiskelleiden kiinnostus matematiikkaa kohtaa on suurempi ja mielipide verkko-opiskeluun myönteisempi kuin perinteisesti luokassa opiskelleiden opiskelijoiden.

TAULUKKO 13. *Faktorien keskeisiä tunnuslukuja kurssin suoritustavan mukaan jaoteltuna.*

		kurssin suorittaminen verkossa	
		ei suorittanut kurssia verkossa	suoritti kurssin verkossa
Keskiarvo	F1	2,90	3,44
	F2	3,61	4,04
	F3	2,60	2,15
	F4	2,79	3,55
	F5	2,98	4,00
Mediaani	F1	3,00	3,40
	F2	3,40	4,40
	F3	2,50	2,50
	F4	2,88	3,50
	F5	3,00	4,00
Varianssi	F1	,48	,59
	F2	,70	,53
	F3	,79	,39
	F4	,59	,39
	F5	,68	,31
Keskihajonta	F1	,70	,77
	F2	,84	,73
	F3	,89	,63
	F4	,77	,62
	F5	,83	,56
Minimi	F1	1,00	2,60
	F2	1,40	3,00
	F3	1,25	1,25
	F4	1,00	2,75
	F5	1,00	3,25
Maksimi	F1	4,40	4,40
	F2	5,00	4,80
	F3	5,00	2,75
	F4	4,00	4,50
	F5	5,00	4,75

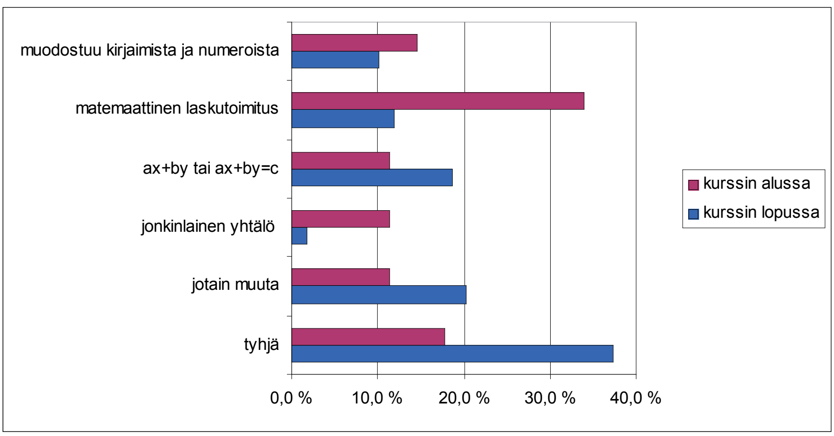
6.4 MATEMAATTISEN AJATTELUN NÄKYVÄKSI TEKEMINEN – KIELENTÄMINEN

Tutkimuksessa sekä alku- että lopputestissä opiskelijoita pyydettiin selittämään omin sanoin mikä on lauseke, mikä on yhtälö ja mikä on ympyrä. Kurssin alussa kyselylomakkeeseen vastasi 62 opiskelijaa ja kurssin lopussa 59 opiskelijaa.

6.4.1 Mikä on lauseke?

Sekä alku- että lopputestissä lausekkeen selittäminen omin sanoin osoittautui hyvin vaikeaksi. Kyselylomakkeeseen kurssin alussa vastanneista 62 opiskelijasta 11 jätti vastaamatta kohtaan lauseke, ja kurssin lopussa kyselylomakkeeseen vastanneista 59 opiskelijasta peräti 22 jätti vastaamatta tähän kohtaan. Vastaamatta jättäminen kertoo jo omalta osaltaan tehtävän vaikeudesta.

Kuvassa 27 on opiskelijoiden vastaukset ryhmitelty kuuteen ryhmään. Alkutestissä noin 15 prosenttia vastaajista osasi kertoa, että lauseke muodostuu kirjaimista ja numeroista. Vastaajista noin 34 prosenttia ilmoitti alkutestissä, että lauseke on matemaattinen laskutoimitus. Yleisesti tämän ryhmän vastauksista näkyi se, että opiskelijoilla ei ollut käsitystä siitä, mikä on lauseke. Osa vastaajista ei pystynyt selittämään lauseketta omin sanoin vaan turvautui kirjoittamaan esimerkin lausekkeesta tai yhtälöstä. Alkutestissä noin 11 % vastaajista kirjoitti esimerkin ja lopputestissä noin 19 %. Alkutestissä opiskelijat selvästi sekoittivat lausekkeen ja yhtälön. Annetuista esimerkeistä noin puolet oli yhtälöitä. Lisäksi sanallisesti lausekkeen kuvasi yhtälönä noin 11 % vastaajista. Lopputestissä lauseketta sekoitettiin yhtälöön paljon vähemmän kuin alkutestissä (kuva 27). Jotain muuta -kohdassa on sellaisia vastauksia, jotka eivät sopineet mihinkään muuhun ryhmään. Tässä ryhmässä olevat vastaukset vaihtelevat suuresti. Tämän ryhmän vastauksissa on hyvin vähän mitään lausekkeeseen liittyvää. Vaikuttaa siltä, että vastaajat ovat kirjoittaneet eri matemaattisia termejä peräkkäin ja toivoneet, että jokin niistä voisi kuvata lauseketta. Joko vastaajilla ei ole käsitystä siitä mikä lauseke on, tai sitten vastaajat osasivat kirjoittaa ajatuksiaan näkyviksi hyvin heikosti.



KUVA 27. *Mikä on lauseke? Opiskelijoiden vastauksen ryhmiteltyinä kuuteen kohtaan.*

Seuraavassa esimerkkejä opiskelijoiden vastauksista kysymykseen, *Mikä on lauseke:*

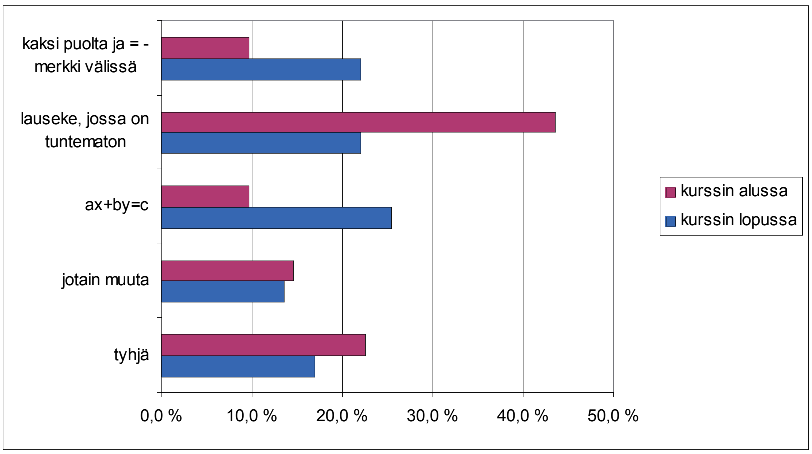
- *ratkaistavassa muodossa oleva yhtälö* (id 28)
- *lauseke on itse lasku joka laskemalla saadaan tulos* (id 70)
- *numeroita ja kirjaimia ja välissä merkkejä +, -, *, :* (id 42)
- *2x+4-6* (id 57)
- *lauseke on lauseke* (id 35)
- *merkkejä toisen perässä* (id 65)
- *tietty matemaattinen tehtävä* (id 47).

Vain muutamat opiskelijat (vähän yli 10 %) olivat ymmärtäneet, että lauseke muodostuu numeroista, kirjaimista ja niiden välisistä laskutoimituksista. Monet opiskelijat vastasivat melko ympäripyöreästi, kuten yllä näkyy. Kurssin lopussa opiskelijat eivät sekoittaneet lauseketta enää niin paljon yhtälöön kuin kurssin alussa (kuva 27). Matemaattiset esimerkit olivat kurssin lopussa pääsääntöisesti lausekkeita. Lausekkeen sanoin kuvailemisen sijaan moni opiskelija turvautui kurssin lopussa antamaan pelkän esimerkin lausekkeesta ilman yhtään sanaa. Kielentäminen lausekkeen osalta oli heikkoa niin kurssin alussa kuin lopussakin. Kurssin aikana kielentämistä ei erikseen harjoiteltu, mikä osaltaan näkyy siinä, että itse kielentämisen taso kurssin lopussa oli likimain sama kuin kurssin alussa. Kurssin lopussa opiskelijat erottivat paremmin kuin kurssin alussa lausekkeen ja yhtälön.

6.4.2 Mikä on yhtälö?

Kyselylomakkeeseen kurssin alussa vastanneista 14 jätti vastaamatta (noin 23 %) ja kurssin lopussa kyselylomakkeeseen vastanneista 10 jätti vastaamatta (noin 17 %) kohtaan yhtälö. Kuvassa 28 opiskelijoiden vastaukset ovat ryhmiteltyinä viiteen ryhmään. Kurssin alussa noin 10 prosentilla opiskelijoista oli käsitys siitä, mikä on yhtälö. He olivat ymmärtäneet, että yhtälössä on kaksi puolta ja niiden välissä on yhtäsuuruusmerkki. Kurssin lopussa yli 20 % vastaajista osasi selittää yhtälön omin sanoin. Kurssin alussa noin 44 % vastaajista kuvasi yhtälöä lausekkeeksi, jossa on tuntematon. Tämä osaltaan tukee sitä havaintoa, joka tehtiin jo kohdassa lauseke, eli varsinkin kurssin alussa opiskelijat sekoittivat keskenään lausekkeen ja yhtälön. Tähän ryhmään kuuluvat vastaukset olivat oikeassa siinä mielessä, että yhtälössä on ainakin yksi tuntematon. Kurssin lopussa opiskelijat eivät sekoittaneet yhtälöä enää niin paljon lausekkeeseen kuin kurssin alussa.

Kurssin alussa noin 10 % vastaajista ei osannut selvittää omin sanoin yhtälöä vaan he antoivat esimerkin yhtälöistä ilman, että olisivat käyttäneet yhtään sanaa. Tämän ryhmän vastaukset olivat siinä mielessä oikein, että jokainen esimerkkiyhtälöistä kuvasi myös yhtälöä. Tilanne oli siinä mielessä parempi kuin lausekkeen kohdalla. Kurssin lopussa noin neljännes vastaajista oli turvautunut ainoastaan antamaan esimerkkiyhtälön. Annetuista yhtälöistä kaikki olivat yhtälöitä. Siinä mielessä, että tehtävässä piti kuvata omin sanoin yhtälöä, tulos on huono. Omin sanoin kuvaaminen on koettu hankalaksi, koska on turvauduttu ainoastaan esimerkkiin. Jotain muuta -kohdan ryhmitellyt vastaukset olivat hyvin moninaisia. Yhteistä vastauksille oli se, että vastaajilla ei liiemmin ollut yhtälöstä käsitystä tai ainakaan sanoilla hän ei osannut yhtälöä kuvailla.



KUVA 28. *Mikä on yhtälö? Opiskelijoiden vastaukset ryhmiteltyinä viiteen ryhmään.*

Seuraavassa esimerkkejä opiskelijoiden vastauksista kysymykseen *Mikä on yhtälö*:

- *numeroita, kirjaimia, muuttujia ja = -merkki* (id 63)
- *yhtälö on kahden lausekkeen merkitty yhtäsuuruus* (id 9)
- *lasku, josta pyritään ratkaisemaan tuntematon* (id 18)
- *sisältää ratkaisemattomia termejä* (id 34)
- *yhtälö on lauseke, missä esiintyy x mikä ratkaistaan* (id 55)
- *on osa lauseketta* (id 44)

- *x+y=4* (id 49)
- *matemaattinen termi* (id 71)
- *joukkojen välinen yhteys* (id 74).

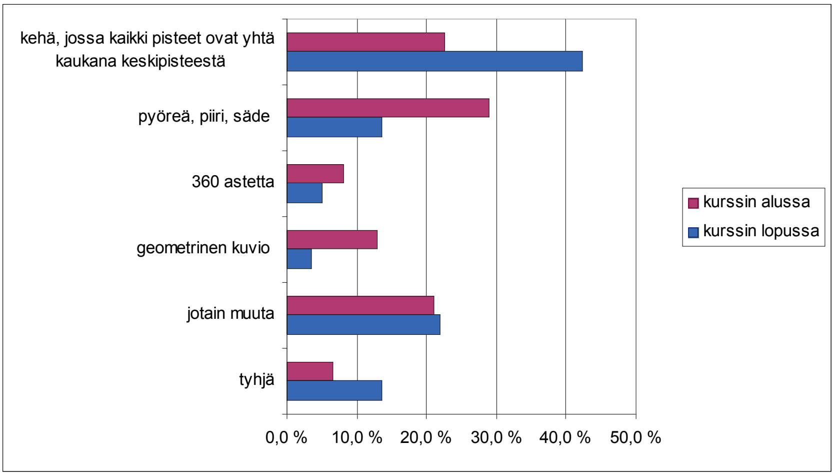
Yhtälöä pystyttiin kuvailemaan omin sanoin paremmin kuin lauseketta, kuten yllä olevista selityksistäkin käy ilmi. Tyhjiä vastauksiakin oli kurssin lopussa vähemmän kuin kurssin alussa. Silti yhtälönkin kuvaaminen omin sanoin osoittautui hyvin vaativaksi. Käsitteet ovat kuitenkin jo olleet esillä ala- ja yläasteellakin puhumattakaan ammattikoulusta tai lukiosta.

6.4.3 Mikä on ympyrä?

Ympyrä osoittautui opiskelijoille helpoimmaksi kuvailla omin sanoin (kuva 29). Matematiikka K1 -kurssilla ei varsinaisesti käsitelty ympyrää lainkaan. Ympyrää kuitenkin käsiteltiin trigonometriassa yksikköympyrän yhteydessä sekä lyhyesti funktioiden kohdalla. Kurssin alussa noin 23 % vastanneista osasi kuvailla sanoin ympyrän. Nämä opiskelijat olivat selvästi ymmärtäneet, että ympyrä piirtyy niistä pisteistä, jotka ovat säteen etäisyydellä keskipisteestä. Kurssin lopussa yli 40 % vastanneista osasi sanoin kuvata ympyrän. Kurssin alussa lähes 30 % vastanneista kuvaili ympyrää joillakin seuraavista sanoista: pyöreä, piiri tai säde. Tämän ryhmän vastauksissa ei tullut esiin ajatusta siitä, että etäisyys keskipisteestä on vakio. (Esimerkki tämän ryhmän vastauksesta: *ympyrä on pyöreä ja sillä on säde*.) Kurssin lopussa noin 14 % vastaajista kuvaili ympyrää edellä mainituilla sanoilla. Ympyrää kurssin alussa kuvaili lähes 10 prosenttia sanoilla 360 astetta. Tämän ryhmän vastauksessa ympyrän muoto oli liitetty kulman suuruuteen. Geometriseksi kuvioksi ympyrän määritteli kurssin alussa noin 13 prosenttia vastaajista ja kurssin lopussa noin 3 % vastaajista. Jotain muuta -kohtaan tulivat vastaukset, jotka eivät sopineet mihinkään edellisistä ryhmistä. Seuraavassa muutamia esimerkkejä kohdasta Jotain muuta:

- *ympyrällä on kaava mikä on aina vakio* (id 3)
- *neliö, jonka jokainen kulma on pyöristetty* (id 6)
- *0* (id 15)
- *ei kulmia* (id 22)
- *kaksiulotteinen alkuunsa päättyvä kaareva viiva* (id 49).

Tyhjiä vastauksia ympyrä -kohtaan tuli selvästi vähemmän kuin muihin kohtiin, joissa pyydettiin kuvaamaan lauseketta tai yhtälöä omin sanoin. Kurssin alussa tyhjiä vastauksia oli 4 kappaletta ja kurssin lopussa 8 kappaletta.



KUVA 29. *Mikä on ympyrä? Opiskelijoiden vastaukset ryhmiteltyinä viiteen ryhmään.*

Seuraavassa esimerkkejä opiskelijoiden vastauksista siihen mikä on ympyrä:

- *symmetrinen rinkula, keskipisteestä yhtä pitkä matka joka paikkaan* (id 30)
- *kuvio, jonka muodostaa yhtenäinen viiva ja kuvion keskipisteestä kuvion reunalle on joka puolella sama matka* (id 38)
- *kehä jonka jokainen piste on yhtä kaukana keksipisteestä* (id 46)
- *pyöreä symmetrinen kuvio, jossa säde on puolet halkaisijasta* (id 61)
- *kehä, 360 astetta, ei kulmia* (id 5)
- *geometrisesti määritelty esine, minkä kulma on 360 astetta* (id 17)
- *kuvio, mistä saa tehtyä ärsyttäviä laskuja* (id 68).

Ympyrän tapauksessa täysin vääriä vastauksia oli hyvin vähän. Lähes kaikilla oli jonkinlainen käsitys siitä, mikä on ympyrä. Lausekkeen ja yhtälön tapauksessa oli monia opiskelijoita, jotka eivät selvästikään olleet ymmärtäneet kyseisiä käsitteitä. Voi olla, että ympyrä on niin paljon konkreettisempi kuin lauseke tai yhtälö, että ympyrän kuvaaminen omin sanoin on helpompaa. Ympyrän ilmaisu omin sanoin parani selvästi kurssin aikana, vaikka kurssin Matematiikka K1 sisältöön ei varsinaisesti edes kuulunut ympyrä. Kielentämistä tarkasteltaessa täytyy myös muistaa, että osalla opiskelijoista saattaa olla ajatusta tietyistä käsitteistä, mutta käsitteen kuvaileminen sanoin tuottaa huomattavia ongelmia, eli opiskelijoilla saattaa olla ongelmia myös suomen kielen osaamisessa.

6.4.4 Onko kielentämisessä eroja kurssin eri suoritustapojen välillä?

Vertaaminen perinteistä opetusta ja verkko-opetusta saaneiden välillä saattaa antaa väärän kuvan, koska verkossa kurssin suorittaneita on niin vähän. Tutkimustuloksia saatiin 71:ltä perinteisesti opintonsa suorittaneelta ja 5:ltä verkossa opintonsa suorittaneelta. Ensin tarkastellaan tarkemmin verkkosuorittajien vastauksia kurssin alussa ja lopussa, sitten verkossa ja perinteisesti kurssilla opintonsa suorittaneiden kielentämisen eroja. Perinteistä opetusta saaneiden kielentämisen taidoista olemme saaneet melko hyvän käsityksen edellä olevan tarkastelun perusteella.

Alkutestin tulosten perusteella voisi olettaa, että verkossa opintonsa suorittaneet olisivat ainakin kurssin alussa parempia kielentämisessä kuin perinteistä opetusta saaneet. Alkutestissä verkossa opintonsa suorittaneiden keskiarvo oli 11,4 pistettä ja perinteisellä kurssilla opintonsa suorittaneiden oli 5,6 pistettä.

Alla on kuvattu verkossa opintonsa suorittaneiden vastauksia siihen, mikä on lauseke, sekä kurssin alussa että lopussa. Positiivista kurssin alussa on se, että neljä viidestä verkossa opintonsa suorittaneesta on kuvaillut lauseketta omin sanoin. Yksi opiskelija on turvautunut ainoastaan esimerkkiin. Opiskelijoista kaksi sekoitti yhtälön ja lausekkeen keskenään. Ongelma on sama kuin jo edellä tuli esiin tarkasteltaessa kaikkia opiskelijoita yhdessä. Verkossa opintonsa suorittaneista kolmella opiskelijalla oli jonkinlainen käsitys lausekkeesta, eivätkä he ainakaan sekoittaneet lauseketta yhtälöön. Lisäksi he kuvasivat lauseketta siten, että lauseke sisältää numeroita ja matemaattisia merkkejä.

Kurssin lopussa kolme opiskelijaa viidestä on jättänyt vastaamatta avoimiin kysymyksiin. Kahden opiskelijan vastauksen perusteella on turha vetää mitään yleistä linjaa osaamisesta. Tutkimuksen kaikkia opiskelijoita tarkasteltaessa kurssin lopussa vähän alle 40 % opiskelijoista jätti vastaamatta lauseke-kohtaan ja lähes 20 % opiskelijoista antoi vain esimerkin lausekkeesta. Kokonaisuutena verkossa opintonsa suorittaneiden opiskelijoiden lausekkeen kielentäminen on hyvin samalla tasolla kuin perinteistä opetusta saaneilla.

Kurssin alussa kuvaus omin sanoin siitä mikä on lauseke:

- *lauseke on numeromuodossa ilmoitettu tehtävä, lauseke sisältää matemaattisia merkkejä* (id 64)
- *lukuja kerrotaan, jaetaan, yhteen ja vähennetään* (id 68)
- *esim 1+1=2* (id 11)

- *ratkaistavassa muodossa oleva yhtälö* (id 28)
- *matemaattinen termi missä on numeroita* (id 55).

Kurssin lopussa kuvaus omin sanoin siitä mikä on lauseke:

- *2+3+4* (id 68)
- *ratkaisematon matemaattinen juttu* (id 28).

Verkossa opintonsa suorittaneilla on yhtälöstä keskenään hyvin samankaltainen näkemys. Heidän mielestään yhtälö on lauseke, joka sisältää tuntemattoman. Kaikkia opiskelijoita tarkasteltaessa yli 40 prosentilla opiskelijoista oli vastaava käsitys yhtälöstä. Kurssin lopussa verkossa opintonsa suorittaneista ainoastaan kaksi opiskelijaa on vastannut kohtaan yhtälö. Kurssin lopussa heillä on parempi käsitys yhtälöstä kuin kurssin alussa. Toinen opiskelija on turvautunut esimerkkiin: positiivista on se, että esimerkki esittää yhtälöä. Alkutilanteessa verkossa opintonsa suorittaneilla opiskelijoilla on hieman parempi käsitys yhtälöstä kuin tutkimuksen keskimääräisellä opiskelijalla. Lopputilanne huomioon ottaen yhtälön kielentäminen on hyvin samankaltaista verkossa ja luokassa opintonsa suorittaneiden kesken.

Kurssin alussa kuvaus omin sanoin siitä, mikä on yhtälö:

- *lauseke jossa on tuntematon tekijä* (id 11)
- *sisältää tuntemattoman* (id 28)
- *yhtälö on lauseke, missä esiintyy x mikä ratkaistaan* (id 55)
- *kuten lauseke, mutta sisältää yleensä muuttujan* (id 64)
- *yhtälössä on jokin muuttuja joka voidaan ratkaista tai määrittää sille arvo* (id 68).

Kurssin lopussa kuvaus omin sanoin siitä, mikä on yhtälö:

- *yhtälössä on =- merkki ja lukuja kummallakin puolella* (id 28)
- *x+2=6* (id 68).

Verkossa opintonsa suorittaneilla opiskelijoilla on kurssin alussa hyvin samankaltainen näkemys ympyrästä kuin tutkimuksen opiskelijoilla yleisesti. Kahdella opiskelijalla on jonkinlainen ajatusta siitä, että ympyrä on kuvio, jonka jokainen piste on yhtä etäällä keskipisteestä. Yksi opiskelijoista kuvaa ympyrää kulman avulla. Neljännelle opiskelijalle ympyrä on yksiulotteinen kuva pallosta, ja viides opiskelija kuvaa ympyrää kuviona, josta saa tehtyä ärsyttäviä tehtäviä. Kurssin lopussa ainoastaan kahdelta opiskelijalta on saatu vastaus kohtaan ympyrä. Toinen vastanneista on jopa muistellut ympyrän yhtälön yleistä muotoa. Kokonaisuutena ympyrän kuvaaminen omin sanoin on verkossa opintonsa suorittaneilla samankaltaista kuin perinteisellä kurssilla opintonsa suorittaneilla.

Kurssin alussa kuvaus omin sanoin siitä mikä on ympyrä:

- *kuvio, jonka säde on yhtä pitkä jokaisessa kohdassa* (id 11)
- *360 astetta* (id 28)
- *kuvio, missä jokainen kehän piste on yhtä etäällä origosta* (id 55)
- *yksiulotteinen kuvio pallosta* (id 64)
- *kuvio, mistä saa tehtyä ärsyttäviä laskuja* (id 68).

Kurssin lopussa kuvaus omin sanoin siitä, mikä on ympyrä:

- $ax^2+by^2+y+x=0$ (id 68)
- *ympyrän kaikki pisteet ovat yhtä etäällä keskipisteestä* (id 28).

Verkossa opintonsa suorittaneiden opiskelijoiden pienen otoskoon takia on vaikeaa vetää mitään yleisiä linjauksia kielentämisen eroista verkossa ja luokassa opintonsa suorittaneiden välille. Pääpiirteittäin kielentäminen on hyvin samankaltaista verkossa ja perinteisesti opintonsa suorittaneiden välillä. Kurssin alussa verkossa opintonsa suorittavat saattavat olla keskimäärin hieman parempia kielentämisessä kuin perinteistä opetusta saaneet opiskelijat. Verkossa opintonsa suorittaneita olisi pitänyt olla hieman enemmän, jotta ero olisi voitu varmuudella todeta. Kielentämisessä kurssin alussa oleva vähäinen ero selittyy varmasti sillä, että verkossa opintonsa suorittaneiden lähtötaso oli selvästi korkeampi kuin perinteistä opetusta saaneiden opiskelijoiden. Kurssin lopussa tilanteen tarkastelua hankaloitti se, että kolme viidestä verkossa opintonsa suorittaneesta opiskelijasta jätti vastaamatta avoimiin kysymyksiin. Perinteistä opetusta saaneista selkeästi pienempi osuus jätti vastaamatta avoimiin kysymyksiin. Varsinkin kurssin lopussa vastaamatta jättäminen kertoo laiskuudesta ja siitä, että vastaamisella ei koettu olevan mitään hyötyä kurssia ajatellen.

6.5 TULOSTEN YHTEENVETO

Opiskelijoiden kehittyminen kurssilla

Opiskelijoiden keskiarvo alkutestistä on 6,16 pistettä ja lopputestistä 10,53 pistettä, kun testin maksimipistemäärä on 22. Perinteistä opetusta saaneet opiskelijat paransivat testin pistemäärää selvästi enemmän kuin verkon avulla opiskelleet opiskelijat. Perinteistä opetusta saaneiden opiskelijoiden testin pistemäärä parani 5,64 pisteestä 10,20 pisteeseen, ja verkossa opintonsa suorittaneiden pistemäärä kohosi 11,40 pisteestä 14,20 pisteeseen. Ammattikoulupohjaiset menestyvät niin alku- kuin lopputestissäkin heikoiten. Lukion pitkän oppimäärän lukeneet opiskelijat olivat alku- ja lopputestin parhaimmistoa. Lukion lyhyen matematiikan lukeneiden opiskelijoiden matemaattinen osaaminen sijoittuu ammattikoulutaustaisten ja lukion pitkän matematiikan lukeneiden opiskelijoiden väliin.

Varianssianalyysin perusteella mittauskerran vaikutus on tilastollisesti hyvin selkeä, eli kurssin lopussa opiskelijat menestyivät testissä selvästi paremmin kuin kurssin alussa. Kurssin suoritustavalla ei sen sijaan varianssianalyysin perusteella ole tilastollisesti merkittävää vaikutusta kurssilla menestymiseen. Koulutaustalla on t-testin perusteella tilastollisesti merkittävä vaikutus kurssilla menestymiseen.

Opiskelijoiden ajatuksia verkko-opiskelusta

Opiskelijat suhtautuvat verkko-opiskelun mahdollisuuteen matematiikassa melko myönteisesti. Lähes 80 prosenttia opiskelijoista pitää verkko-opiskelun hyvänä puolena joko vapautta ajan ja paikan suhteen tai sitä, että voi edetä omaan tahtiinsa. Opiskelijoista noin 70 prosenttia kokee verkko-opiskelun haasteena avun saannin vaikeuden tai sen, että opiskelu jää liikaa opiskelijan omalle vastuulle. Opiskelijoista noin 40 prosenttia kokee, että verkko-opiskelu ei sovi heille. Kurssin alussa vain harvalla opiskelijalla oli aikaisempia kokemuksia verkko-opiskelusta. Perinteisestä opetuksesta ei kuitenkaan haluta kokonaan luopua.

Opiskelijoiden minäpystyvyys

Opiskelijoilla on hyvin vahva usko siihen, että he ovat hyviä matematiikassa. Yli 60 % opiskelijoista kokee olevansa hyvä matematiikassa kurssin alussa. Tästä huolimatta ainoastaan noin 15 % opiskelijoista uskoo saavansa hyviä arvosanoja matematiikasta, noin 23 % kokee oppivansa matematiikkaa nopeasti ja vain noin 5 % ilmoittaa ymmärtävänsä vaikeimmatkin asiat matematiikan tunneilla. Opiskelijoiden tietotekninen minäkäsitys on vielä vahvempi kuin matemaattinen minäkäsitys. Opiskelijoista lähes 80 % kokee, että tietokoneiden käyttäminen on heille varsin helppoa.

Matemaattinen minäkäsitys (faktori F1) on heikoin kurssin keskeyttäneillä opiskelijoilla ja vahvin arvosanan 5 kurssista saaneilla opiskelijoilla. Matemaattinen minäkäsitys on opiskelijalla sitä vahvempi mitä paremman arvosanan opiskelija on kurssista Matematiikka K1 saanut, arvosanaa 4 lukuun ottamatta. Tietotekninen minäkäsitys (faktori F2) on opiskelijoilla selvästi vahvempi kuin matemaattinen minäkäsitys, lukuun ottamatta arvosanan 5 kurssilla saaneita opiskelijoita.

Varianssianalyysin perusteella matemaattisella ja tietoteknisellä minäkäsityksellä ei ole tilastollisesti merkittävää yhteyttä kurssilla menestymiseen. Tutkimuksen perusteella verkko-opintoina kurssin suorittaneilla on hieman parempi matemaattinen ja tietotekninen minäkäsitys kuin perinteisesti kurssin suorittaneilla. T-testin perusteella kurssin suoritustavan ja minäkäsityksen välinen ero ei kuitenkaan ole tilastollisesti merkittävä.

Matematiikan kielentäminen

Matematiikan kielentäminen osoittautui opiskelijoilla hyvin vaikeaksi. Kurssin alussa noin 15 % opiskelijoista osasi kertoa omin sanoin, mikä on lauseke. Yhtälön osasi omin sanoin kuvailla noin 10 %. Ympyrää osasi kuvailla oikein omin sanoin noin 23 % opiskelijoista kurssin alussa. Kurssin lopussa opiskelijat sekoittivat hieman vähemmän käsitteitä lauseke ja yhtälö toisiinsa, mutta kielentäminen oli edelleen heikkoa. Perinteistä opetusta ja verkko-opetusta saaneiden opiskelijoiden kielentämisen eroja on vaikea tarkastella, koska verkossa opintonsa suorittaneita oli vain viisi opiskelijaa ja heistäkään kaikki eivät olleet vastanneet kielentämistä koskeviin kysymyksiin. Pääpiirteittäin kielentäminen oli hyvin samankaltaista molemmissa ryhmissä. Verkossa opintonsa suorittaneet saattavat olla kurssin alussa hieman parempia kielentämisessä kuin perinteisen opetuksen valinneet opiskelijat. Verkossa opintonsa suorittaneita olisi pitänyt olla kuitenkin hieman enemmän, jotta ero olisi voitu varmuudella todeta.

7 POHDINTA

Tutkimuksen päätarkoituksena oli selvittää, saadaanko verkko-opetuksella ammattikorkeakoulun matematiikan opetukseen lisäarvoa ja mitä mieltä opiskelijat ovat verkko-opetuksesta matematiikassa. Tutkimuksessa onnistuttiin hyvin vastaamaan tutkimuksessa asetettuihin tutkimuskysymyksiin. Jatkotutkimukselle jää kuitenkin vielä monia, tässäkin tutkimuksessa esiin nousseita matematiikan opetuksen haasteita selvitettäväksi.

Tutkimuksen perusteella opiskelijoiden matemaattinen osaaminen oli kurssin alussa heikkoa. Verkko-opintoihin valikoitui matemaattisen osaamisen perusteella keskiverto-opiskelijaa parempia opiskelijoita. Verkossa opintonsa suorittavat opiskelijat menestyivät sekä alku- että lopputestissä paremmin kuin perinteisesti kurssinsa suorittaneet opiskelijat. Kurssin suoritustavalla ei kuitenkaan ollut tilastollisesti merkittävää vaikutusta kurssilla menestymiseen. Mittauskerran vaikutus oli tilastollisesti hyvin selkeä, eli kurssin lopussa opiskelijat menestyivät testissä selvästi paremmin kuin kurssin alussa. Opiskelutaustalla oli myös selvä vaikutus alku- ja lopputestissä menestymiseen. Lukion pitkän matematiikan suorittaneet opiskelijat pärjäsivät testeissä parhaiten ja ammattikoulun suorittaneet heikoiten.

Opiskelijat suhtautuivat verkko-opiskeluun varsin myönteisesti, vaikka kaipasivatkin opettajan läsnäoloa ja kontaktia. Verkko-opiskelussa koettiin hyväksi riippumattomuus ajasta ja paikasta sekä mahdollisuus edetä omaan tahtiin. Huonona verkko-opiskelussa pidettiin avun saannin vaikeutta sekä sitä, että ei ole ”virtuaalivartijaa joka potkisi” opinnoissa eteenpäin. Opiskelijat kokivat, että verkossa opiskellessa vastuu opiskelusta on enemmän heillä itsellään kuin perinteisessä opettajajohtoisessa opetuksessa. Vastuu omasta opiskelusta koettiin sekä hyväksi että huonoksi asiaksi. Opiskelijoiden suhtautuminen verkko-opiskeluun ei juuri muuttunut kurssin aikana.

Opiskelijoiden matemaattinen ja tietotekninen minäkäsitys olivat vahvoja. Opiskelijat pitivät itseään matematiikassa ja tietotekniikassa varsin hyvinä. Tietotekninen minäkäsitys oli pääsääntöisesti opiskelijoilla vielä korkeampi kuin matemaattinen minäkäsitys. Matemaattinen minäkäsitys oli sitä vahvempi mitä paremman arvosanan opiskelija kurssista sai, arvosanaa 4 lukuun ottamatta. Arvosanan 4 kohdalla matemaattinen minäkäsitys heikkenee selkeästi. Tutkimuksen perusteella tilastollisesti merkittävää yhteyttä ei matemaattisen minäkäsityksen ja kurssilla menestymisen välille löytynyt, vaikka faktorien (F1) matemaattinen minäkäsitys ja (F4) kiinnostus matematiikkaa kohtaan -kuvaajat noudattelevat likipitäen toistensa linjoja. Alhainen matemaattinen minäkäsitys kertoi vähäisestä kiinnostuksesta matematiikkaa kohtaa ja taas korkea matemaattinen minäkäsitys kiinnostuksesta matematiikkaa kohtaa. Alhaisin matemaattinen minäkäsitys oli kurssin keskeyttäneillä opiskelijoilla. Heillä myös kiinnostus matematiikkaa kohtaan oli heikointa.

Omien ajatusprosessien näkyväksi tekeminen eli kielentäminen osoittautui hyvin vaikeaksi. Vain 15 % opiskelijoista osasi selvittää omin sanoin käsitteen lauseke kurssin alussa. Lausekkeen kuvaaminen omin sanoin osoittautui kaikkein vaikeimmaksi. Varsinkin kurssin alussa opiskelijat sekoittivat usein lausekkeen ja yhtälön. Helpoimmaksi kuvata omin sanoin osoittautui ympyrä. Kielentämisen taso ei kurssin aikana merkittävästi parantunut. Tutkimuksesta käy selvästi ilmi, että suuri osa opiskelijoista ei ole vielä ymmärtänyt mikä on lauseke, yhtälö tai ympyrä.

7.1 VERKKO-OPETUKSESTA LISÄARVOA

Verkko-opetuksella ei saavutettu Matematiikka K1 -kurssilla parempia tuloksia kuin perinteisellä opetuksella. Kurssin aikana perinteisessä opetuksessa opiskelijoiden osaaminen jopa parani enemmän kuin verkko-opetuksessa. Tästä huolimatta verkon avulla matematiikan opetukseen on saatavissa lisäarvoa muun muassa opetuksen monipuolistumisen ja havainnollistamisen kautta. Verkon avulla matematiikan opetuksen havainnollistamisesta on hyviä kokemuksia muun muassa geometrian opetuksesta (Song ja Lee 2002, [64]), tangentin ja derivaatan opetuksesta (Artigue 1991, [5]), differentiaalilaskennan opetuksesta (Kendal ja Stacey 2001, [30]) ja funktion raja-arvon opettamisesta funktion kuvaajan avulla (Trouche ja Guin 1996, [70]).

Opiskelijoiden positiivinen suhtautuminen verkko-opetukseen kannustaa opettajaa kokeilemaan verkko-opetusta matematiikassa. Verkko-opetusta ei tule nähdä perinteisen opetuksen korvaajana vaan yhtenä mahdollisuutena monipuolistaa matematiikan opetusta. Tietotekniikka mahdollistaa asioiden esittämisen tavalla, joka ei perinteisessä opetuksessa ole mahdollista. Tietotekniikan nykyiset mahdollisuudet tulee kuitenkin tuntea hyvin, jotta näitä ominaisuuksia pystyy hyödyntämään. Lisäarvon saaminen verkko-opetuksesta edellyttää, että verkkototeutus on hyvin suunniteltu ja toteutettu. Verkko-opetusta hyödyntävältä opettajalta vaaditaan hyvää verkkopedagogista osaamista. Käyttöliittymän tulee olla helppo käyttää eivätkä tietotekniset ongelmat saa viedä päähuomiota matematiikan oppimisesta.

Tutkimuksen perusteella näyttää siltä, että verkko-opetuksesta saa matematiikassa eniten irti, kun toteuttaa verkossa joitakin osia kurssista. Kannattaa tarkoin miettiä, mitkä osiot kurssista parhaiten sopivat verkon avulla opetettavaksi. Tällaista opetustapaa, jossa käytetään useampia opetusmenetelmiä, kutsustaan monimuoto-opetukseksi. Heikkinen ym. [20] päätyivät omassa tutkimuksessaan myös siihen päätelmään, että verkko-opetusta saadaan matematiikassa hyödynnettyä parhaiten monimuoto-opetuksessa. Opettajallakin on pienempi kynnys lähteä kokeilemaan verkko-opetusta siten, että hän tekee verkkoon pienen osion kurssistaan sen sijaan että tekisi koko kurssin verkkoon.

7.2 TUTKIMUKSEN TULOKSET SUHTEESSA MUIHIN TUTKIMUKSIIN

Tutkimuksen tulokset tukevat Tuohen ym. [71] tutkimuksen tuloksia siinä, että opiskelijat menestyivät alkutestissä yleisesti heikosti, osaaminen oli kokonaisuudessa hyvin heterogeenistä ja koulutausta vaikuttaa selvästi opiskelijan menestymiseen. Tuohen ym. [71] tutkimuksen mukaan lukion pitkän matematiikan lukeneet pärjäsivät alkutestissä parhaiten ja ammattikoulutaustaiset heikoiten. Tutkimuksen tulokset verkko-opiskelun osalta ovat samansuuntaisia Heikkisen ym. [20] tutkimuksen tulosten kanssa. Molemmissa tutkimuksissa päädyttiin samaan tulokseen siitä, että kurssin suoritustapa ei vaikuta merkittävästi kurssilla menestymiseen. Lisäksi opiskelijat suhtautuivat molemmissa tutkimuksissa verkko-opintoihin pääsääntöisesti varsin positiivisesti. Tämän tutkimuksen tulokset tukevat Kivelän [33] tutkimuksen tuloksia siinä, että perinteisestä opettajuudesta ei haluta kokonaan luopua, verkko-opiskelussa vastuuta opiskelijalle koetaan helposti tulevan liikaa ja opiskelijoiden mielipide verkko-opinnoista ei oleellisesti muuttunut kurssin aikana. Muilta osin mielipide verkko-opiskelua kohtaan oli tässä tutkimuksessa positiivisempi kuin Kivelän [33] tutkimuksessa.

Pisa 2003 -tutkimuksessa [39, s. 151–182] suomalaiset nuoret kuuluivat matemaattisen minäkäsityksen osalta tutkittujen maiden keskikastiin. Suomalaisnuorista peräti 40 prosenttia oli sitä mieltä, etteivät he ole hyviä matematiikassa, ja ainoastaan kolmasosa oli sitä mieltä, että matematiikka oli yksi heidän parhaista aineistaan. Tämän tutkimuksen perusteella vain 10 prosenttia oli sitä mieltä, että he eivät ole hyviä matematiikassa, ja matematiikkaa yhtenä parhaista aineista pitää noin 35 prosenttia opiskelijoista. Pisa-tutkimuksessa kaksi kolmasosaa oli sitä mieltä, että he eivät ymmärrä matematiikan tunneilla vaikeampia asioita. Tässä tutkimuksessa samaa mieltä oli vähän yli 60 prosenttia opiskelijoista. Tämän tutkimukseen mukaan opiskelijoilla oli vahvempi minäkäsitys kuin Pisa-tutkimuksen mukaan. Tähän saattaa osaltaan vaikuttaa se, että insinööriopintoihin voivat olla valikoituneet vahvemman minäkäsityksen omaavat opiskelijat. Muilta osin edellä olevat tulokset ovat hyvin samankaltaisia molemmissa tutkimuksissa.

Tutkittaessa maakohtaisesti tuloksia Pisa 2003 -tutkimuksessa [35] saatiin vahvaa näyttöä matemaattisen minäpystyvyyden ja osaamisen välisestä yhteydestä. Opiskelijoilla, joilla oli vahva matemaattinen minäkäsitys, oli selvästi parempi matemaattinen osaaminen kuin heikon minäkäsityksen omaavilla opiskelijoilla. Tämän tutkimuksen mukaan tilastollisesti merkittävää yhteyttä minäpystyvyyden ja matemaattisen osaamisen välille ei löytynyt. Tästä huolimatta kuvan 25 mukaan matemaattinen minäkäsitys on sitä vahvempi mitä paremman arvosanan opiskelija on kurssista saanut, arvosanaa 4 lukuun ottamatta. Faktorin F1, matemaattinen minäkäsitys, kuvaaja on hyvin samankaltainen kuin Pisa-tutkimuksessakin, arvosanaa 4 lukuun ottamatta.

Sekä Pisa- että tämän tutkimuksen mukaan nuorten kiinnostus matematiikkaa kohtaan on vähäistä. Pisa-tutkimuksen mukaan suomalaisista nuorista 45 prosenttia oli kiinnostunut matematiikassa opittavista asioista ja matematiikan tunteja odotti kovasti ainoastaan 20 prosenttia opiskelijoista. Tämän tutkimuksessa mukaan vastaavat prosentit ovat 45,2 ja 32,2. Tämän tutkimuksen mukaan suurempi osa (32,2 %) kuin Pisa-tutkimuksessa odotti kovasti matematiikan tunteja.

Pisa-tutkimuksessa saatiin vahvaa näyttöä matematiikka-kiinnostuksen ja matematiikassa menestymisen välisestä yhteydestä. Matematiikasta kiinnostuneet opiskelijat menestyivät Pisa-tutkimuksessa paremmin kuin opiskelijat, jotka eivät olleet kiinnostuneita matematiikasta ja päinvastoin. Tämän tutkimuksen perusteella matematiikassa menestymisen ja matematiikka-kiinnostuksen välille ei löytynyt tilastollisesti merkittää yhteyttä, vaikka kuvan 25 perusteella olisikin saattanut jonkinlaista yhteyttä olettaa löytyvän.

Tutkimusten tuloksia verratessa pitää huomioida, että Pisa 2003 -tutkimuksessa [39] tutkittiin 15-vuotiaiden matemaattista osaamista 41:ssä eri maassa. Pelkästään Suomesta tutkimukseen osallistui yli 6000 opiskelijaa. Tähän tutkimukseen osallistuneita oli 76, joista nuorimmat olivat 18-vuotiaita. Lisäksi Turun ammattikorkeakoulun kone- ja tuotantotekniikan koulutusohjelmaan valitut opiskelijat ovat valikoituneempia kuin peruskoulun yläasteen opiskelijat.

7.3 VERKKOKURSSIN RAKENNE

Verkkokurssi Matematiikka K1 oli rakenteeltaan enemmän materiaali verkossa -tyyppinen ratkaisu kuin oikea verkkokurssi. Verkkokurssista puuttuivat animaatiot, vihjeet, joilla olisi voinut ohjata oppimista oikeaan suuntaan, ja testit, joilla olisi varmistettu tietyn kokonaisuuden oppiminen. Heikkisen ym. [20] MATO-projektin verkkokurssissa käytettiin huomattavasti monipuolisemmin verkon matematiikan opetukseen tarjoamia mahdollisuuksia. Matematiikka K1 -kurssin verkkototeutukseen pyrittiin saamaan vuorovaikutteisuutta Discendum Optima -verkko-oppimisalustalla. Viikoittaisten tehtävien palautus Optimassa saatiin toimimaan melko hyvin, mutta vuorovaikutus jäi vähäiseksi. Vuorovaikutuksen vähäisyyteen vaikutti paljon se, että verkko-oppimisalustan editori ei tukenut matemaattisen tekstin tuottamista. Verkko-oppimisalusta toimi hyvänä välineenä tiedottaa kurssiin liittyviä yleisiä asioita, kuten kokeen ajankohta ja laskettavat tehtävät sekä antaa palautetuista tehtävistä palautetta. Lisäksi alustan avulla oli helppo seurata opiskelijoiden aktiivisuutta kurssilla, koska jokaisesta käynnistä verkko-oppimisalustalla jäi ”jälki” tilastoihin.

Valmiudet lähteä rakentamaan uutta verkkokurssia matematiikkaan olisivat nyt aivan erilaiset kuin ennen tätä projektia. Projektiryhmässä tulisi kuitenkin ehdottomasti olla ohjelmoinnin osaaja ja henkilö, jolla on aikaisempaa kokemusta verkko-opettamisesta. Yhdelle henkilölle hyvän verkkokurssin rakentamisessa on liian monta elementtiä. Pitää osata hyvin ainakin matematiikkaa, verkkopedagogiikkaa ja ohjelmointia.

7.4 UUTTA MIETITTÄVÄÄ MATEMATIIKAN OPETUKSEEN?

Tutkimus antaa suuntaviivoja sille, mihin suuntaan matematiikan opetusta tulisi kehittää.

Matematiikan opetuksessani perinteinen opettajajohtoinen opetus tulee säilymään yhtenä keskeisenä opetusmuotona. Hyvin toteutetulla ja suunnitellulla verkko-osiolla saadaan matematiikan opetukseen lisäarvoa. Opetuksen painopistettä tulisi siirtää entistä enemmän ajattelun suuntaan. Kielentämisen kautta tulisi pyrkiä siihen, että ajattelu olisi entistä enemmän mukana kaikessa tekemisessä. Käsiteltävän aineiston määrän sijaan tulisi huomio kohdentaa oppimisen laatuun.

Jatkotutkimukselle jää selvitettäväksi useita tutkimuksessa esiin nousevia matematiikan opetuksen haasteita. Mikä selittää sen, että osalla opiskelijoista osaaminen moninkertaistuu kurssin aikana ja osalla opiskelijoista osaaminen jopa heikkenee? Minkälaisia tuloksia vastaavasta tutkimuksesta saadaan, jos matematiikan kurssilla vertaillaan perinteistä opetusta ja tasokkaasti toteutettua monimuoto-opetusta (perinteinen opetus ja verkko-opetus)? Miten on mahdollista, että suuri osa opiskelijoista uskoo olevansa hyviä matematiikassa, mutta he eivät kuitenkaan usko saavansa hyviä arvosanoja matematiikasta, oppivansa nopeasti matematiikkaa tai ymmärtävänsä vaikeita asioita matematiikan tunnilla? Lisäksi olisi mielenkiintoista tietää, miksi arvosanan 4 kurssista saaneilla opiskelijoilla on selkeästi heikompi käsitys itsestä matematiikassa kuin arvosanan 3 tai 5 saaneilla opiskelijoilla. Miten on mahdollista, että suurimmalla osalla insinööriopintoihin valituista ei ole käsitystä siitä, mikä on lauseke tai yhtälö?

7.5 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS

Tutkimuksen luotettavuutta heikensi melko pieni otoskoko (N = 76). Varsinkin vertailtaessa eri ryhmien välisiä eroja saattoi vertailuryhmien opiskelijoiden määrä jäädä pieneksi. Esimerkiksi verkossa opintonsa suorittaneita oli vain viisi opiskelijaa. Näiltä osin tuloksia voidaan pitää ainoastaan suuntaa antavina.

Yksi ja sama opettaja tarkasti kaikkien opiskelijoiden alku- ja lopputestit. Sama opettaja keräsi myös kyselylomakkeella palautetta ennen ja jälkeen kurssin. Kurssin opetuksesta vastasi kuitenkin kaksi eri opettajaa. Toinen opettajista veti sekä perinteistä opetusta saanutta ryhmää että verkko-opetusta saanutta ryhmää. Tällöin toiselle opettajalle jäi toinen perinteistä opetusta saaneista ryhmistä. Kurssien yhtenäisestä sisällöstä huolimatta opettajat ovat voineet painottaa joitain asioita hieman eri tavalla. Opettajilla on myös erilainen opetustyyli. Nämä seikat saattavat vääristää kurssin lopussa kerättyjä tuloksi.

Kurssin jälkeen kerättyjen aineistojen analysointia hankaloitti se, että opiskelijat vastasivat kurssin lopuksi hyvin laiskasti kyselyyn. Osa opiskelijoista jätti vastaamatta kurssin lopussa kaikkiin avoimiin kysymyksiin.

LÄHTEET

[1] Aarnio, H. & Enqvist, J. 2002. Diana toimintamallin kehittäminen ja soveltaminen. Teoksessa Aarnio, H., Enqvist, J. & Helenius, M. (toim.) Verkkopedagogiikan kehittäminen ammatillisessa koulutuksessa ja työssäoppimisessa. DIANA-toimintamalli. Opetushallitus. Helsinki.

[2] Ahtee, M. & Pehkonen, E. 2000. Johdatus matemaattisten aineiden didaktiikkaan. Helsinki: Oy Edita Ab.

[3] Ahtola, J. 2001. Matematiikan oppimisvaikeudet; esimerkkinä lähihoitajaopiskelijoiden matematiikka. Hämeenlinna: Hämeen ammattikorkeakoulu.

[4] Alamäki, A. & Luukkonen, J. 2002. eLearning: Osaamisen kehittäminen digitaaliset keinot: strategia, sisällöntuotanto, teknologia ja käyttöönotto. Helsinki. Edita.

[5] Artigue, M. 1991. Analysis In D. Tall (Ed), Advanced mathematical thinking, 167–198. Dordrechht, The Netherlands: Kluwer.

[6] Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D. & Thomas, K. 1996. A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In Research in collegiate mathematics education II. AMS-MAA.

[7] Bandura, A. 1997. Self-efficacy. The Exercise of Control. New York: W.H. Freeman and Company.

[8] Batanero, C., Godino, J.D., Vallecillos, A., Green, D.R. & Holmes P. 1994. Errors and difficulties in understanding elementary statistical concept. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, Vol 25, No 4, s. 527–547.

[9] Biggs, J. 1996. Enhancing teaching through constructive alignment. Higher Education 32, 347–364.

[10] Biggs, J. 2003. Teaching for Quality Learning at University. Ballmoor, Buckingham: Society for Research into Higher Education, Open University Press.

[11] Cooper, S.E. & Robinson, D.A.G. 1991. The relationship of mathematics selfefficacy and mathematics anxiety. Measurement & Evaluation in Counseling and Development, 24, 4–8.

[12] Dreyfus, T. & Eisenberg, T. 1996. On different facets of mathematical thinking. Teoksessa Sternberg, R. & Ben-Zeev, T. (toim.) The nature of mathematical thinking. Mahwah: Erlbaum, 253–284.

[13] Dubinsky, E. 1991. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In Tall, D. (toim.). Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Kluwer, 221–243.

[14] Forsblom, K. 2003. Kokemuksia matematiikan kielentämisestä. Teoksessa Aalto, A.-L. & Tuomi, T. (toim.). Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinna normaalikoulun julkaisuja nro 8. 125–133.

[15] Haapasalo, L. 2004. Pitääkö tehdä voidakseen ymmärtää vai ymmärtää voidakseen tehdä? Teoksessa: Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.). Matematiikka–näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti: Jyväskylä: Yliopistopaino.

[16] Hakkarainen, K., Bollström-Huttunen, M., Pyysalo, R. & Lonka, K. 2005. Tutkiva oppiminen käytännössä. Helsinki: WSOY.

[17] Hakkarainen, K., Lonka, K. & Lipponen, L. 2001. Tutkiva oppiminen. Älykkään toiminnan rajat ja niiden ylittäminen. Helsinki: WSOY.

[18] Halttunen, K. 2000. Tiedonhaun peruskurssi opiskelijoiden kokemuksia IR Game-tiedonhakupelistä osana oppimisympäristöä. Aikuiskasvatus 20, (3), 201–214. Saatavana www-muodossa: http://www.info.uta.fi/tutkimus/fire/archive/ak2020003.pdf, viivattu 15.5.2008.

[19] Hampton, N. Z. & Mason, E. 2003. Learning Disabilities, Gender, Sources of Efficacy, Self-Efficacy Beliefs, and Academic Achievement in High School Students. Journal of School Psychology, 41, 101–112.

[20] Heikkinen, I & Räisänen, K. 2008. Matematiikan verkko-oppimisympäristö matematiikan oppimisen tukena ammattikorkeakoulussa. Jyväskylän yliopisto.

[21] Hein, I., Ihanainen, P. & Nieminen, J. 2000. Tunne verkko. Ote-opetus ja teknologia 1/2000.

[22] Hirsjärvi, S. & Huttunen, J. 2000. Johdatus kasvatustieteeseen. Helsinki. WSOY.

[23] Hurme, T-R. & Järvelä, S. 2001. Metacognitive processes in problem solving with CSCL in Mathematics. Proc. Euro-CSCL 2001.Holland. Saatavana www-muodossa, http://www.ll.unimaas.nl/euro-cscl/Papers/70.doc, viivattu 20.2.2008.

[24] Jonassen, D. 1995. Supporting Communities of Learners with Technology. A Vision for Integrating Technology with Learning in Schools. Educational technology, 1995, 35 (4), 60–63.

[25] Joutsenlahti, J. 2003. Kielentäminen matematiikanopiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symbosium 7.2.2003. Turun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja B:72, 188–196.

[26] Joutsenlahti, J. 2003. Matematiikan ajattelu ja kieli, eräs mielenkiintoinen ulottuvuus uudessa opetussuunnitelmassa, Teoksessa: Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinna normaalikoulun julkaisuja nro 8.

[27] Joutsenlahti, J. 2004. Matemaattinen ajattelu lukiossa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 363–380.

[28] Joutsenlahti, J. 2005. Lukiolaisten tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun pääpiirteitä. 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Tampereen yliopisto: Tampere.

[29] Kangasniemi, E. 2000. Opettajan uskomukset ja opetusmenetelmät sekä oppilaiden oppimistulokset matematiikassa. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.

[30] Kendal , M. & Stacey, K. 2001. Influences on and factors changing technology privileging. In M. van den Hauvel-Panhuizen(Ed.), Proceedings of the 25th PME International Conference, 3, 217–224.

[31] Keränen, V. & Penttinen, J. 2007. Verkko-oppimateriaalin tuottajan opas. Porvoo. Docendo.

[32] Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (toim.) 2001. Adding it up. Washington DC. National Academy Press.

[33] Kivelä, Simo K. 2001. Verkko-oppimismateriaalia hyödyntävä matematiikan peruskurssi Teknillisessä korkeakoulussa: järjestelyt ja kokemuksia Teoksessa Silfverberg, H., Joutsenlahti, J. (toim.), Tutkimuksella parempaan opetukseen, Matematiikan ja luonnontieteiden tutkimusseura ry:n päivät Tampereella 28.29.9.2001, Tampereen yliopisto, OKL, A26/2002. Saatavana www-muodossa, http://matta.hut.fi/matta2/artikkelit/l2rapo.pdf, viivattu 19.2.2008.

[34] Kiviniemi, K. 2000. Johdatus verkkopedagogiikkaan. Kokkola: Keski-Pohjanmaan ammattikorkeakoulu.

[35] Kivineimi, K. 2001. Autonomian ja ohjauksen suhde verkko-opetuksessa. Teoksessa: Sallila, P. & Kalli, P. 2001. Verkot ja teknologia aikuisopiskelun tukena. Aikuiskasvatuksen 42. vuosikirja. Jyväskylä Gummerus Kirjapaino Oy, 74–97.

[36] Koivisto, J., Kylämä, M., Listenmaa, J. & Vainio, L. 2002. Virtuaaliopetuksen haasteet ja niihin vastaaminen. Malleja ja menetelmiä opetushenkilöstön osaamistarpeiden ennakointiin virtuaaliopetuksessa yliopistoissa ja ammattikorkeakouluissa. VirtuaaliOTE-projektin raportti. Saatavana www-muodossa: http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Julkaisut/2002/liitteet/opm_328_101ESR.pdf?lang=fi, viivattu 31.7.2009.

[37] Koli, H. & Silander, P. 2002. Verkko-oppiminen. Oppimisprosessin suunnittelu ja ohjaus. Saarijärvi: Saarijärvi Offset.

[38] Kupari, P. 1999. Laskuharjoittelusta ongelmaratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopisto: Jyväskylä.

[39] Kupari, P. & Välijärvi, J. 2005 (toim.) Osaaminen kestävällä pohjalla PISA 2003 Suomessa. Pääraportti.

[40] Lauttamus, U. 1987. Matematiikan oppimisvaikeudet ammattikoulun ensimmäisen vuoden aikana opettajien ja oppilaiden arvioimina. Jyväskylä: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos.

[41] Leino, J. 2004. Konstruktivismi matematiikan opiskelussa. Teoksessa: Räsänen ,P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.). Matematiikka -näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti: Jyväskylä: Yliopistopaino.

[42] Leppisaari, I., Ihanainen, P., Nevgi, A., Taskinen, V-M., Tuominen, T. & Saari, S. 2008. Hyvässä kasvussa – Yhdessä kehittäen kohti ammattikorkeakoulujen laadukasta verkko-opetusta (Growing well – Developing together towards guality universities of siences online education). Korkeakoulujen arviointineuvoston julkaisuja 4:2008. Helsinki. Saatavana www-muodossa: http://www.kka.fi/files/384/KKA_408.pdf, viivattu 20.2.2008.

[43] Leppäaho, H. 2007. Matemaattisen ongelmanratkaisutaidon opettaminen peruskoulussa: Ongelmaratkaisukurssin kehittäminen ja arviointi. Jyväskylän yliopisto.

[44] Manninen J. 2000. Kurssikoulutuksesta oppimisympäristöihin. Aikuiskoulutuskäytäntöjen kehityslinjoja. Teoksessa J. Matikainen & J Manninen (toim.) Aikuiskoulutus verkossa Verkkopohjaisten oppimisympäristöjen teoriaa ja käytäntöä. Helsingin yliopiston Lahden tutkimus- ja koulutuskeskus. Tampere: Tammer-Paino, 29–42.

[45] Manninen, J. & Pesonen, S. 1997. Uudet oppimisympäristöt. Helsinki: Kansanvalistuseura. Saatavana www-muodossa: http://elektra.helsinki.fi/se/a/0358-6197/17/4/uudetopp.pdf, viivattu 25.5.2008.

[46] Meisalo, V., Sutinen, E., Tarhio, J. 2003. Modernit oppimisympäristöt. Tietosanoma. Helsinki.

[47] Merenluoto, K. & Lehtinen, E. 2004. Käsitteellisen muutoksen näkökulma matematiikan oppimiseen ja opettamiseen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.). Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen, 2. uudistettu painos. Niilo Mäki Instituutti. Jyväskylä: Yliopistopaino

[48] Mills, N., Pajares, F. & Herron, C. 2007. Self-efficacy of College Intermediate French Students: Relation to Achievement and Motivation. Language Learning, 57 (3), 417–442.

[49] Mäki-Komsi, S. 1999. Opettaminen ja oppimisen muodot muuttuvat, muuttuuko oppimis- ja opettamiskulttuuri – heijastuksia opetuksen kehittämisprojekti OpinNetista. Tampereen yliopisto. Aikuiskasvatus. Saatavana www-muodossa http://www.edu.fi/julkaisut/opinnet1.pdf, viivattu 25.5.2008.

[50] Mänty, I. & Nissinen, P. 2005. Ideasta toteutukseen – verkko-opetuksen suunnittelu ja hallinta. Helsinki: Edita Prima.

[51] Nevgi, A. & Tirri. K. 2001. Oppimista edistävät ja estävät tekijät verkko opiskelussa. P. Sallinen ja P. Kalli (toim.) Verkot ja teknologia aikuisopiskelun tukena. Aikuiskasvatuksen 42. vuosikirja. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy. 117-151.

[52] Nevgi, A. & Tirri. K. 2003. Hyvää verkko-opetusta etsimässä. Oppimista edistävät ja estävät tekijät verkko-oppimisympäristöissä – opiskelijoiden kokemukset ja niiden arviot. Suomen kasvatustieteellinen seura. Kasvatusalan tutkimuksia – Research in Educational Sciences 15.

[53] Nummenmaa A. R. 2002. Ammattikorkeakoulu oppimisympäristönä. Teoksessa J-P Liljander (toim.). Omalla tiellä. Ammattikorkeakoulut kymmenen vuotta. Helsinki. Edita prima oy, 128–141.

[54] Nurmi, S. & Jaakola, T. 2006. Effectiveness of learning objects in various instructional settings. Learning, Media and Tecnology, 31(3), 233–247. Saatavana www-muodossa: http://dx.doi.org/10.1080/17439880600893283, viivattu 25.5.2009.

[55] Pajares, F. 1995. Self-efficacy beliefs in academic settings. Review of Educational Research, 66, 543–578.

[56] Pajares, F. 1996. Self-efficacy beliefs and mathematical problem-solving of gifted students. Contemporary Educational Psychology, 21, 325–344.

[57] Pajares, F. 2003. Self-efficacy beliefs, motivation and achievement in writing: A rewiew of the literature. Reading & Writing Quarterly, 19, 139–158.

[58] Pajares, F. & Miller, M.D. 1994. Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. Journal of Educational Psychology, 86, 193–103.

[59] Polya, G. 1998. How to Solve it. Princeton University Press, 2nd ed.

[60] Rauste-von Wright, M.-L. & von Wright, J. 1998. Oppiminen ja koulutus. WSOY, Juva.

[61] Rautopuro, J. 1999. Can computer-supported instruction help students understand elementary statistics? Teoksessa Rust, C. (toim.) Proceedings of the 1998 6th International Symposium “Improving Student Learning”. Oxonian Rewley Press Ltd. Oxford, 38–46.

[62] Repo, I & Nuutinen, T. 2003. Viestintätaito. Helsinki: Otava.

[63] Sahlberg, P. & Saharan, S. 2002. Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Helsinki: WSOY.

[64] Song, K.S. & Lee, W.Y. 2002. A virtual reality application for geometry classes. Journal of Computer Assisted Learning, Jun2002, Vol. 18 Issue 2, 149–156.

[65] Suontaus, T. 2008. Matematiikan opetuksen havainnollistaminen kehittämismahdollisuuksia. Tampere: Tampereen ammatillinen opettaja korkeakoulu.

[66] Taipale, S. 2008. Yhdessä eteenpäin – Vertaisryhmätoiminta aikuisopiskelijoiden minäpystyvyyden tunteen vahvistajana. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden laitos. Erityispedagogiikka.

[67] Tella, S. 1997. Verkostuva viestintä- ja tiedonhallintaympäristö opiskelun tukena. Teoksessa Lehtinen E. (toim.) Verkkopedagogiikka. Helsinki: Edita, 49 – 59.

[68] Tella, S., Vahtivuori, S., Vuorento, A., Wager, P. ja Oksanen, U. 2001. Verkko-opetuksessa – opettaja verkossa. Helsinki: Edita.

[69] Thomason, N., Cumming, G. ja Zangari, M. 1995. Understanding central concepts of statistics and experimental design in the social sciences. Teoksessa Beattie, K. ja Willis, S. (toim.) Interactive Multimedia in University Education: Designing of Change in Teaching and Learning. North-Holland. Amsterdam.

[70] Trouche, L. & Guin, D. 1996. Seeing is reality: How graphing calculators may influence the conceptualisation of limits. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), Proceedings of the 20th PME International Conference, 4, 323–330.

[71] Tuohi, R., Helenius, J. & Hyvönen, R. 2004. Tietoa vai luuloa – insinööriopiskelijan matemaattiset lähtövalmiudet. Turku: Turun ammattikorkeakoulun julkaisusarja Raportteja 29.

[72] Turun ammattikorkeakoulun kokonaisstrategia 2003–2006. Toukokuu 2003. Turun ammattikorkeakoulu.

[73] Tynjälä, P. 1999. Oppiminen tiedonrakentamisena. Konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Helsinki: Kirjayhtymä.

[74] Usher, E. L. & Pajares, F. 2006. Sources of academic and self-regulatory efficacy beliefs of entering middle school students. Contemporary Educational Psychology, 31, 125–141.

[75] Uusikylä, K. & Atjonen, P. 2002. Didaktiikan perusteet. Helsinki: WSOY.

[76] Zimmerman, B.J. 2000. Self-efficacy: An essential motive to learn. Contemporary Educational Psychology 25, 82–91.

INTERNET-LÄHTEET

[77] Collin, J., Korhonen, K., Penttinen, L. & Vakiala, V. 2003. Tutkiva verkko-oppiminen: http://www.tutkiva.edu.hel.fi/, viivattu 10.5.2008.

[78] Hohenwarter, M. 2001. GeoGebra-ohjelma: http://www.geogebra.org/cms/, viivattu 20.2.2009.

[79] Häkkinen, K. 2002. Java-sovelmia. Jyväskylän yliopisto: http://www.math.jyu.fi/ylemat/opetusmateriaali/havainnollistuksia/, viivattu 20.2.2009.

[80] Johansen, I. 2007. Graph-ohjelma: http://www.padowan.dk/graph/, viivattu 20.2.2009.

[81] Joutsenlahti, J. 2001. eOppiminen matematiikassa, lyhennelmä Tampereen kasvatustieteen päivillä pidetystä esitelmästä: http://www.joutsenlahti.net/Eoppiminen2.html, viivattu 15.02.2009.

[82] Joutsenlahti, J., Nurmiainen, R., Kivelä, S., Spåra, M. & Virrankoski, R. 2000. Iso-M-tehtäväkokoelma: http://matta.hut.fi/matta2/isomharj/tehttoc.html, viivattu 20.2.2009.

[83] Kankaanranta, M. 2008. Kansainvälinen Sites-tutkimus. Jyväskylän yliopisto. http://ktl.jyu.fi/img/portal/9378/Tiedote_pitka_versio.pdf, viivattu 23.2.2009.

[84] Kivelä, S. 2008. MatTa-projekti: http://matta.hut.fi/matta2/, viivattu 18.2.2009.

[85] Kivelä, S., Nurmiainen, R. & Spåra, M. 2000. Iso-M-paketti: http://matta.hut.fi/matta2/isom/html/index.html, viivattu 20.2.2009.

[86] Kivelä, S., Paatero, J., Spåra, M. & Virrankoski, R. 2003. Delta-materiaali: http://matta.hut.fi/matta2/deltampl/delta1/index.html, viivattu 18.2.2009.

[87] Mäkinen, P. 2005. Verkko-tutor: http://www.uta.fi/tyt/verkkotutor/, viivattu 2.6.2008.

[88] Opetushallitus. 2003. Lukion opetussuunnitelman perusteet 2003: http://www.edu.fi/julkaisut/maaraykset/ops/lops_uusi.pdf, viivattu 17.2.2009.

[89] Opetushallitus. Materiaalia matematiikasta lukio-opetukseen: http://www.oph.fi/etalukio/maa.html, viivattu 20.2.2009.

[90] Opetushallitus. 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004: http://www.oph.fi/ops/perusopetus/pops_web.pdf, viivattu 17.2.2009.

[91] Opetusministeriö. PISA 2006-tutkimuksen ensituloksia. 2007: http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Koulutus/artikkelit/pisa-tutkimus/pisa2006/liitteet/Pisa_2006_esitys_FI.ppt#267, viivattu 16.2.2009.

[92] Rasila, A. 2007. Automaattisesti tarkastettavat tehtävät matematiikan opetuksessa: http://matta.hut.fi/mattafi/raportit/itk-paperi3.pdf, viivattu 20.2.2009.

[93] Rissanen. M. 2002. Tutkivaoppiminen verkko-opiskelumuotona. Tampereen teknillinen korkeakoulu: http://www.tut.fi/units/ms/teva/information/tutkivaoppiminen/toindex.html, viivattu 11.5.2008.

[94] Suomen virtuaaliyliopisto. 2008. MatTaFi-sivusto: https://matta.hut.fi/mattafi/index, viivattu 20.2.2009.

[95] Viljanen, M-L. 2003.Algebran ajokortti: http://smex.homelinux.com/marjaleenan/www/index.php, viivattu 20.2.2009.

[96] Välijärvi, J., Linnakylä, P., Kupari, P., Reinikainen, P., Malin, A. & Puhakka, E. 2001. Suomen tulevaisuuden osaajia. Pisa 2000-tutkimuksen ensituloksia: http://ktl.jyu.fi/arkisto/verkkojulkaisuja/PISA-SIS.PDF, viivattu 16.2.2009.

LIITTEET

LIITE 1: MATEMATIIKKA K1 -OPINTOJAKSON KUVAUS

MATEMATIIKKA K1

Laajuus

3,75 op

Ajankohta

1. opintovuosi

Edeltävät opinnot

Lukion matematiikka. Muille kuin lukion käyneille järjestetään laajempi opetus niin, että opiskelijalla on mahdollisuus saavuttaa vastaava matematiikan tuntemus.

Toteutus

Tyyppi

Lähiopetus, harjoitustehtävät, itsenäinen opiskelu

Opintojakson kuvaus

Tavoitteet ja sisältö

Opintojaksolla kehitetään opiskelijan valmiuksia omakohtaiseen työskentelyyn perusmatematiikan alueilla. Huomiota kiinnitetään matemaattisten käsitteiden määrittelyn täsmällisyyteen ja siihen, että opiskelija ymmärtää matematiikan osa-alueiden liittyvän toisiinsa yhtenäiseksi kokonaisuudeksi. Tavoitteena on myös, että opiskelija osaa valikoida ja tarvittaessa yhdistää erilaisia menetelmiä ongelman ratkaisussa.

Opintojakso sisältää seuraavia kohteita: yhtälöt ja epäyhtälöt kolmion trigonometriaa vektorilaskennan perusteita avaruusgeometriaa analyyttista tasogeometriaa: suora ja kartioleikkaukset logaritmioppia, eksponentti- ja logaritmiyhtälöitä trigonometriset funktiot ja trigonometrian kaavoja

Hyväksymisehdot

Ilmoitetaan opintojakson alkaessa.

Oppimateriaali

Ilmoitetaan opintojakson alkaessa.

Opetuspiste(et)

Turku

Opetuskieli

Suomi

LIITE 2: VERKKOTOTEUTUKSEN SISÄLLÖN OTSIKOT

Ohjeistus

Lukujoukot

Lausekkeiden käsittely
- Lauseke
- Murtoluvuista
- Potenssi
- Polynomi
- Rationaalilauseke
- Itseisarvo ja juuri
- Tehtävät
- Vastaukset

Yhtälön ratkaiseminen
- Yhtälö
- Ensimmäisen asteen yhtälö
- Toisen asteen yhtälö
- Korkeamman asteen yhtälö
- Eksponentti- ja logaritmiyhtälö
- Juuriyhtälö
- Itseisarvoyhtälö
- Epäyhtälö
- Yhtälöryhmä
- Tehtävät
- Vastaukset

Funktio ja sen kuvaaja
- Funktio
- Kuvaaja
- Ensimmäisen asteen polynomifunktio
- Toisen asteen polynomifunktio
- Käänteisfunktio
- Tehtävät
- Vastaukset

Verrannollisuus
- Suhde ja verranto
- Suoraan ja kääntäen verrannollisuus
- Tehtävät
- Vastaukset

Kolmio
- Peruskäsitteitä
- Suorakulmainen kolmio
- Kolmion ratkaiseminen
- Yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus
- Tehtävät
- Vastaukset

Trigonometriset funktiot
- Suunnattu kulma
- Trigonometrinen ympyrä
- Kuvaajat
- Tehtävät
- Vastaukset

Vektorit
- Peruskäsitteet
- Laskusäännöt
- Tasovektorit
- Avaruusvektorit
- Pistetulo
- Vektorien välinen kulma
- Projektio
- Suuntakulmat
- Tehtävät
- Vastaukset

Vanhoja kokeita
- osakoe 1, osakoe 1
- osakoe 2, osakoe 2
- loppukoe, loppukoe

LIITE 3: AMMATILLISIA ESIMERKKEJÄ

Tehtävä 1:

Laivassa on kaksi moottoria, joiden aiheuttama melutaso matkustajahytissä on 70 dB (desibeliä). Kapteeni päättää varmistaa matkustajien unen ja hän hidastaa laivan vauhtia yöajaksi pysäyttämällä toisen moottorin. Kuinka paljon hytin melutaso putoaa, jos muiden melunlähteiden vaikutus oletetaan erittäin vähäiseksi?

Melutaso L määritellään desibeleinä seuraavan logaritmiyhtälön avulla:

$$L = 10\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right),$$

missä I on äänen intensiteetti watteina neliömetriä kohti.

Tehtävä 2:

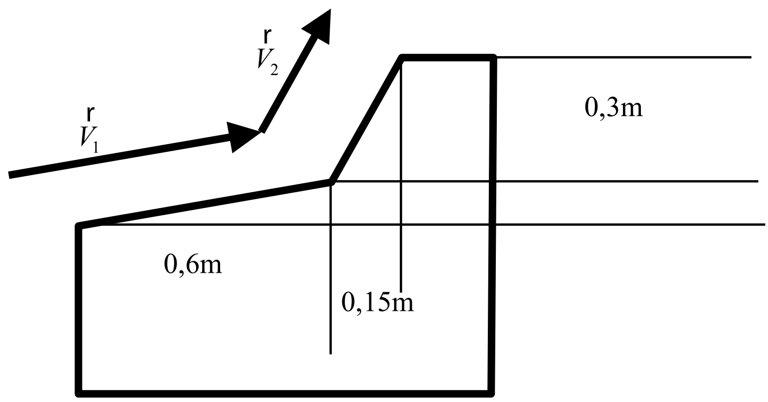
Nesteytettyä maakaasua kuljetetaan säiliöaluksella Kap Hornin niemimaan ympäri Venezuelasta Japaniin. Laivan lasti sijaitsee pallomaisissa säiliöissä, joiden ympärillä on lämpöeristys.

a) Kuinka paljon kaasua mahtuu alukseen, jossa on peräkkäin kolme säiliötä joiden sisähalkaisija on 40,0 m?

b) Kuljetusmatkaa halutaan lyhentää liikennöimällä laivalla Panaman kanavan kautta. Kanavan leveys on noin 32 metriä ja säiliöseinämän rakenteelle pitää varata tilaa vähintään yhden metrin verran. Miten laivan säiliöjärjestelyä joudutaan muuttamaan, jos kuljetettavan nestekaasun määrän pitää pysyä alkuperäisen suuruisena?

Tehtävä 3:

Ydinvoimalan valvontapulpetin peitelevy taivutetaan särmäyskoneella. Kuinka paljon levyä pitää taivuttaa?



Peitelevy ajatellaan koostuvaksi kahdesta vektorista $\vec{V}_1$ ja $\vec{V}_2$.

Tehtävä 4:

Honda CB 1300 F:n massa ajokunnossa on 240 kg ja sen akseliväli on 1,51 m. Kuinka suurelle pyöräkuormalle takaiskunvaimentimet pitää mitoittaa, jos pyörän satulassa istuu kaksi 80,0 kg:n painoista henkilöä ja kokonaispainopiste on tällöin 0,600 metriä taka-akselin etupuolella.

Tehtävä 5:

Volkswagen Polossa on 74,0 kW:n (100 hv) moottori ja sen huippunopeus on 52,2 m/s (188 km/h). Jos Polon moottoritehosta 95,0 prosenttia oletetaan kuluvan ilmanvastuksen voittamiseen, ilmanvastuksen suuruus on 1 420 N (144 kg). Arvioi karkeasti, kuinka paljon ilmanvastus putoaa, jos hurjastelu lopetetaan ja nopeus pudotetaan arvoon 22,2 m/s (80,0 km/h).

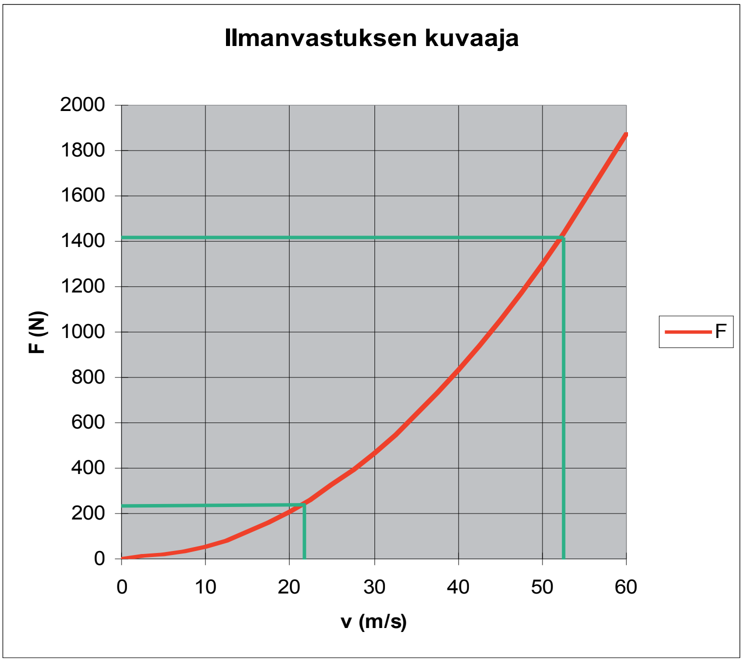
Ilmanvastuksen F arvo lisääntyy suhteessa nopeuden toiseen potenssiin jos auton muodon mukaan määräytyvä ilmanvastuskerroin oletetaan kaikilla nopeuksilla vakioksi. Tällöin voidaan laatia seuraava yhtälö:

$F = Av^2$, missä A on vakiokerroin ja v on auton nopeus.

Yhtälöstä saadaan ratkaistua kertoimen A arvo seuraavasti:

$$A = \frac{F}{v^2} = \frac{1420N}{(52{,}2m/s)^2} = 0{,}520Ns^2/m^2 .$$

Funktion kuvaaja:

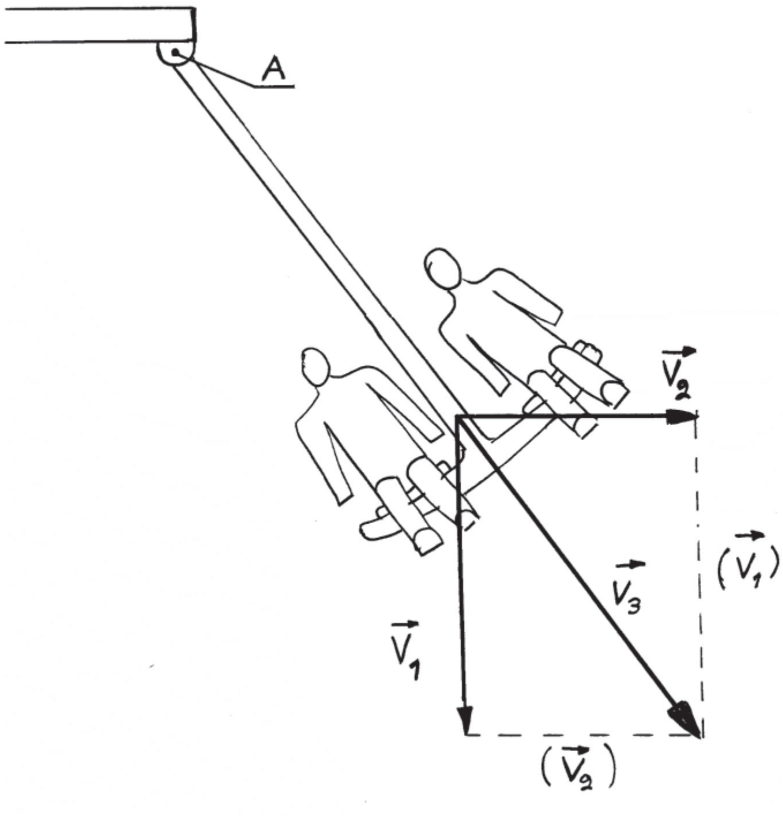


Kuvaajasta voidaan arvioida ilmanvastuksen arvoksi noin 250 N (vihreät viivat). Jos sama arvo lasketaan yhtälöstä, saadaan tulokseksi:

$F = 0{,}520\frac{\mathrm{Ns}^2}{\mathrm{m}^2} \cdot (22{,}2\frac{m}{s})^2 = 257\mathrm{N}$. Pieni nopeus säästää polttoainetta.

Tehtävä 6:

Konepajassa valmistetaan huvipuistolaitteita. Uusin tuote on kaksipaikkainen karuselli, jossa istuinosa pääsee vapaasti liikkumaan keskipakovoiman vaikutuksesta. Jotta karusellin A-nivel olisi mahdollista mitoittaa, täytyy ensin määritellä nivelkuorma. Kuinka suuri se on, jos teräsrakenteen ja ihmisten kokonaispainovoima on 6,8 kN ja pyörimisen aiheuttama keskipakovoima 5,1 kN?



LIITE 4: OPTIMAN TOIMINTOJA

Hallinta ja rakenteet

- Kansio
- Luo linkki kansioon
- Luo kansiot työtilan jäsenille
- Kopioi, linkitä tai siirrä useita objekteja

Tuo omalta koneelta

- Tiedosto
- Tuo useita tiedostoja omalta tietokoneeltasi
- Tuo Scorm-materiaalia tietokoneeltasi
- Tuo verkkokansiostasi
- Linkitä verkkokansiostasi

Uusia dokumentteja

- Linkki Internetiin
- Tekstidokumentti
- HTML-editori
- Kevyt web-editori
- Web-editori
- Image Map -editori
- Ääninauhuri

Viestintä ja vuorovaikutus

- Keskustelualue
- Päiväkirja
- Reaaliaikainen esitys
- Kalenteri
- Chat-objekti

Harjoitukset ja seuranta

- Lomake
- Roolilomake
- Monivalinta- ja aukkoharjoitus
- Monivalintatehtävä harjoituksena tai tenttinä
- Mallivastaustehtävä
- Palautekysely
- Palautuslaatikko
- Tehtävä
- Seurantaobjekti
- Seurantaraportti
- Ajanseuranta
- Tulosten yhteenveto

Muut objektit

- Koosteobjekti

LIITE 5: KYSELYLOMAKE

Nimi:______________________________ Ryhmä:_______________

Ympyröi sopivin vaihtoehto

1. Sukupuoli nainen mies
2. Koulutausta ammattikoulu lukio jokin muu ______________________________
3. Lukion matematiikka lyhyt matematiikka pitkä matematiikka
4. Käytän keskimäärin aikaa matematiikan opiskeluun opetustuntien lisäksi / viikko (0-1h) (2-4h) (5-7h) (8-10h) (yli 10h)
5. Matematiikan viimeisin arvosana on ___________
6. Tulen menestymään matematiikassa heikosti välttävästi kohtalaisesti hyvin erinomaisesti
7. Minulla on käytössä internet-yhteys kyllä ei

Ympyröi väittämistä mielestäsi sopivin vaihtoehto

1 {täysin eri mieltä} 2 3 4 5 {täysin samaa mieltä}

8. Nautin matematiikkaa käsittelevien kirjojen lukemisesta	1	2	3	4	5
9. Odotan kovasti matematiikan tunteja	1	2	3	4	5
10. Opiskelen matematiikkaa, koska nautin siitä	1	2	3	4	5
11. Olen kiinnostunut asioista joita opin matematiikassa	1	2	3	4	5
12. Minä en yksinkertaisesti ole hyvä matematiikassa	1	2	3	4	5
13. Saan hyviä arvosanoja matematiikassa	1	2	3	4	5
14. Opin matematiikkaa nopeasti	1	2	3	4	5
15. Olen aina uskonut, että matematiikka on yksi parhaista aineistani	1	2	3	4	5
16. Matematiikan tunneilla ymmärrän vaikeimmatkin asiat	1	2	3	4	5
17. Olen usein huolissani siitä, että matematiikka on jatkossa minulle vaikeaa	1	2	3	4	5
18. Jännitän, kun minun pitää tehdä matematiikan kotitehtävät	1	2	3	4	5

19. Hermostun kovasti tehdessäni matematiikan tehtäviä	1	2	3	4	5
20. Tunnen itseni avuttomaksi ratkaistessani matematiikan tehtäviä	1	2	3	4	5
21. Pelkään, että saan huonoja arvosanoja matematiikassa	1	2	3	4	5
22. Tunnen itseni varmaksi työskennellessäni tietokoneiden kanssa	1	2	3	4	5
23. Tietokoneiden käyttäminen on minulle varsin vaikeaa	1	2	3	4	5
24. Osaan useimmiten auttaa muita ratkaisemaan tietokoneisiin liittyviä ongelmia	1	2	3	4	5
25. En ole sitä tyyppiä, joka tulee toimeen tietokoneiden kanssa	1	2	3	4	5
26. Uskon oppivan uusia tietokoneenkäyttötaitoja varsin helposti	1	2	3	4	5
27. Olen suorittanut jonkin kurssin verkko-opintoina (ainakin osaksi)	1	2	3	4	5
28. Minua kiinnostaa mahdollisuus opiskella matematiikkaa verkko-opintoina	1	2	3	4	5
29. Verkko-opiskelu sopii minulle	1	2	3	4	5
30. Verkko-opiskelu sopii matematiikkaan	1	2	3	4	5
31. Mahdollisuutta verkko-opiskeluun tulisi lisätä	1	2	3	4	5
32. Verkko-opiskelu vaatii opiskelijalta enemmän kuin perinteinen opettajajohtoinen opetus	1	2	3	4	5

33. Verkko-opiskelussa on hyvää

____
____
____

34. Verkko-opiskelussa on huonoa

____
____
____

35. Selitä omin sanoin

a) Miten ajattelet lukuja arkipäivässä?

____
____
____
____
____
____

b) Mikä on lauseke?

____
____
____
____

c) Mikä on yhtälö?

____
____
____
____

d) Mikä on ympyrä?

____
____
____
____

Sievennä siten, että välivaiheet tulevat näkyviin. Lisäksi ympyröi luku, mikä kuvaa vastauksen oikeellisuuden varmuutta.

3 = varmasti oikein, 2 = epävarma, 1 = hyvin epävarma (arvaus)

36. $3 \cdot 2 + 7 \cdot 8 - 5 =$ 1 2 3

37. $\sqrt{4} \cdot 5 - 33 : 3 =$ 1 2 3

38. $\left(1 - 2 \cdot (-3)\right)^2 =$ 1 2 3

LIITE 6: ALKU- JA LOPPUTESTI

Nimi:________________________________

Merkitse nimesi paperin oikeaan yläkulmaan.
Kirjoita saamasi tulos tälle paperille kunkin tehtävän kohdalle. Lisää rasti tuloksen perään ruudukkoon ilmaisemaan, miten varma olet vastauksesi oikeellisuudesta (varmasti oikein = 3, epävarma = 2, hyvin epävarma, arvaus = 1).
Tehtävien suorituksen aikana saa esillä olla vain kirjoitusvälineet.

Sievennä seuraavat lausekkeet 1-9:

1. $|-6|+|+5| =$ 1 2 3

2. $\frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{7}}{4} =$ 1 2 3

3. $\sqrt{3^2+4^2} =$ 1 2 3

4. $\frac{2x+2}{5}-\frac{x+1}{5} =$ 1 2 3

5. $a^2-(a+1)^2+2a =$ 1 2 3

6. $\frac{a^2-b^2}{a-b} =$ 1 2 3

7. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ 1 2 3

8. $\sin^2 x+\cos^2 x =$ 1 2 3

9. $\ln x^2-2\ln x =$ 1 2 3

10. Järjestä pienimmästä suurimpaan murtoluvut $\frac{2}{7}, \frac{2}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}$. 1 2 3

KÄÄNNÄ

11. Ratkaise R kaavasta $U = E - IR$.

12. Ratkaise x yhtälöstä $x^2 - 2 = 0$.

13. Ratkaise x yhtälöstä $x^2 - 2x = 0$.

14. Alla on esitetty yhtälöt A, B, …, L.
Minkä yhtälön kuvaaja on
a) nouseva suora, joka leikkaa y-akselin kohdassa 5
b) alaspäin aukeava paraabeli
c) origokeskinen ympyrä, jonka säde on 5

A. $y = 2x + 5$	B. $y = -x + 5$	C. $y = 5 - 2x$	D. $y = 2 + 5x$
E. $y = 2x^2 + 5$	F. $y = -2x^2 + 5$	G. $y = x^2 - 2x + 5$	H. $y = x^2 - 5$
I. $x^2 + y^2 + 25 = 0$	J. $x^2 + y^2 - 5 = 0$	K. $x^2 - y^2 + 5 = 0$	L. $x^2 + y^2 - 25 = 0$

15. Määritä vektorin $6\vec{i} - 8\vec{j}$ pituus.

16. Laske $\vec{a} - \vec{b}$, kun $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ ja $\vec{b} = -5\vec{i} - 2\vec{j}$.

17. Derivoi x:n suhteen $x^3 + 2x - 1$.

18. Määritä $\frac{dV}{dr}$, kun $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

19. Määritä $\int 2x dx$.

20. Määritä $\int_0^1 e^x dx$.

LIITE 7: KYSELYN MIELIPIDETULOKSET
(alkutestin tulokset harmaalla ja lopputestin valkoisella, tuloksissa on mukana ainoastaan ne opiskelijat, jotka vastasivat kyselyyn sekä kurssin alussa että lopussa)

		täysin eri mieltä 1	2	3	4	täysin samaa mieltä 5
8.	Nautin matematiikkaa käsittelevien kirjojen lukemisesta	12,9 %	41,9 %	38,7 %	6,5 %	0,0 %
		20,3 %	39,0 %	35,6 %	5,1 %	0,0 %
9.	Odotan kovasti matematiikan tunteja	6,5 %	17,7 %	43,5 %	29,0 %	3,2 %
		6,9 %	34,5 %	41,4 %	17,2 %	0,0 %
10.	Opiskelen matematiikkaa, koska nautin siitä	17,7 %	24,2 %	40,3 %	16,1 %	1,6 %
		18,6 %	32,2 %	33,9 %	11,9 %	3,4 %
11.	Olen kiinnostunut asioista joita opin matematiikassa	4,8 %	9,7 %	40,3 %	35,5 %	9,7 %
		0,0 %	25,4 %	35,6 %	30,5 %	8,5 %
12.	Minä en yksinkertaisesti ole hyvä matematiikassa	16,1 %	46,8 %	27,4 %	8,1 %	1,6 %
		20,3 %	32,2 %	27,1 %	15,3 %	5,1 %
13.	Saan hyviä arvosanoja matematiikassa	3,3 %	26,2 %	55,7 %	14,8 %	0,0 %
		11,9 %	27,1 %	32,2 %	28,8 %	0,0 %
14.	Opin matematiikkaa nopeasti	4,8 %	19,4 %	53,2 %	21,0 %	1,6 %
		6,8 %	28,8 %	47,5 %	16,9 %	0,0 %
15.	Olen aina uskonut, että matematiikka on yksi parhaista aineistani	14,5 %	24,2 %	27,4 %	29,0 %	4,8 %
		10,2 %	40,7 %	20,3 %	23,7 %	5,1 %
16.	Matematiikan tunneilla ymmärrän vaikeimmatkin asiat	14,5 %	46,8 %	32,3 %	6,5 %	0,0 %
		20,3 %	25,4 %	35,6 %	15,3 %	3,4 %
17.	Olen usein huolissani siitä, että matematiikka on jatkossa minulle vaikeaa	4,8 %	27,4 %	32,3 %	21,0 %	14,5 %
		8,5 %	27,1 %	23,7 %	27,1 %	13,6 %
18.	Jännitän, kun minun pitää tehdä matematiikan kotitehtävät	40,3 %	30,6 %	11,3 %	14,5 %	1,6 %
		45,8 %	25,4 %	18,6 %	8,5 %	1,7 %
19.	Hermostun kovasti tehdessäni matematiikan tehtäviä	41,9 %	29,0 %	16,1 %	8,1 %	4,8 %
		30,5 %	32,2 %	23,7 %	10,2 %	3,4 %
20.	Tunnen itseni avuttomaksi ratkaistessani matematiikan tehtäviä	14,5 %	46,8 %	27,4 %	9,7 %	1,6 %
		27,1 %	30,5 %	28,8 %	11,9 %	1,7 %
21.	Pelkään, että saan huonoja arvosanoja matematiikassa	14,5 %	30,6 %	24,2 %	22,6 %	8,1 %
		13,6 %	40,7 %	16,9 %	23,7 %	5,1 %
22.	Tunnen itseni varmaksi työskennellessäni tietokoneiden kanssa	1,6 %	21,0 %	30,6 %	37,1 %	9,7 %
		5,1 %	18,6 %	37,3 %	23,7 %	15,3 %
23.	Tietokoneiden käyttäminen on minulle varsin vaikeaa	43,5 %	32,3 %	14,5 %	8,1 %	1,6 %
		49,2 %	33,9 %	8,5 %	8,5 %	0,0 %
24.	Osaan useimmiten auttaa muita ratkaisemaan tietokoneisiin liittyviä ongelmia	11,3 %	27,4 %	30,6 %	21,0 %	9,7 %
		6,8 %	22,0 %	37,3 %	25,4 %	8,5 %
25.	En ole sitä tyyppiä, joka tulee toimeen tietokoneiden kanssa	43,5 %	30,6 %	14,5 %	8,1 %	3,2 %
		44,1 %	35,6 %	11,9 %	8,5 %	0,0 %
26.	Uskon oppivan uusia tietokoneenkäyttötaitoja varsin helposti	0,0 %	6,5 %	19,4 %	56,5 %	17,7 %
		1,7 %	33,9 %	45,8 %	18,6 %	0,0 %
27.	Olen suorittanut jonkin kurssin verkko-opintoina (ainakin osaksi)	82,0 %	9,8 %	0,0 %	1,6 %	6,6 %
		64,4 %	15,3 %	5,1 %	1,7 %	13,6 %
28.	Minua kiinnostaa mahdollisuus opiskella matematiikkaa verkko-opintoina	14,5 %	19,4 %	35,5 %	16,1 %	14,5 %
		32,2 %	22,0 %	23,7 %	11,9 %	10,2 %
29.	Verkko-opiskelu sopii minulle	21,0 %	19,4 %	48,4 %	9,7 %	1,6 %
		28,8 %	28,8 %	23,7 %	6,8 %	11,9 %
30.	Verkko-opiskelu sopii matematiikkaan	4,8 %	12,9 %	45,2 %	25,8 %	11,3 %
		16,9 %	23,7 %	30,5 %	22,0 %	6,8 %
31.	Mahdollisuutta verkko-opiskeluun tulisi lisätä	3,2 %	9,7 %	43,5 %	22,6 %	21,0 %
		6,8 %	13,6 %	39,0 %	27,1 %	13,6 %
32.	Verkko-opiskelu vaatii opiskelijalta enemmän kuin perinteinen opettaja	1,6 %	6,5 %	29,0 %	25,8 %	37,1 %
	johtoinen opetus	3,4 %	1,7 %	24,1 %	37,9 %	32,8 %